בינה
מלאכותית

מספר גיליון : 0

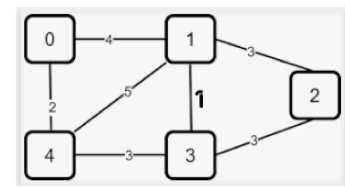
שם הסטודנט : עופר לב

מספר זהות : 318238839

תאריך 21/10/22

מבוא לבינה מלאכותית - גיליון מספר 1

שאלה מס' 1



א) * הדרגה המקסימלית בגרף היא של צומת 1

$$deg(1) = 4$$

* המרחק בין צומת 1 לצומת 4 מוגדר להיות

$$\delta(1,4) = \begin{cases} \min\{w(p) : 1 \overset{p}{\leadsto} 4\}, & 1 \leadsto 4 \\ \infty & 1 \not\leadsto 4 \end{cases}$$

כלומר המשקל הקטן ביותר של מסלול מצומת 1 לצומת 4.

ניתן לראות שהמסלול הקצר ביותר הוא

$$P = (1,3,4) \Rightarrow w(P) = 1+3 = 4$$

לכן המרחק בין צומת 1 ל-4 הוא 4.

* ישנן 0 דרכים לצבוע את קשתות הגרף ב-2 צבעים כך שבשום קודקוד אין זוג קשתות הנוגעות בו וצבועות באותו הצבע.

מכיוון שהדרגה המקסימלית של צומת בגרף היא 4, על מנת לאפשר צביעה חוקית שבה לשום קודקוד אין זוג קשתות הנוגעות בו וצבועות באותו צבע, עלינו להשתמש בלפחות $3+1=4$ צבעים שונים, עפ"י עקרון שובך היונים

(b) 2 אפשרויות לסדר הצמתים בהרצת BFS:

0 - 1 - 4 - 3 - 2

0 - 1 - 4 - 2 - 3

2 אפשרויות לסדר הצמתים בהרצת DFS:

0 - 1 - 2 - 3 - 4

0 - 4 - 3 - 2 - 1

(c) (*)הסתברות שכל הצמתים פעילים: $0.6^5 = 0.077$

(*)נסמן ב- X את מס' הצמתים הפעילים. לכן:

$$X \sim Bin(5, 0.6)$$

$$P(X=3) = \binom{5}{3} \cdot 0.6^3 \cdot 0.4^2 = 0.3456$$

(א) על מנת שהקשת (1,0) תהיה השף פעילה, צריך שהתקיים ש צמתים 0,1 יהיו פעילים. מכיוון שיש אי תלות בין פעולת הצמתים, ההסתברות שצמתים 0,1 פעילים היא: $0.6 \cdot 0.6 = 0.36$

(ב) על מנת שהקשתות (1,0) (0,4) תהיינה פעילות, צריך שהתקיים שצמתים 0,1,4 יהיו צמתים פעילים.

מאי תלות, נובע כי ההסתברות היא:

$0.6 \cdot 0.6 \cdot 0.6 = 0.216$

שאלה מס' 2

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 6 \\ x & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 0 & y \\ 5 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w & 20 \\ 50 & 40 \\ 20 & z \end{pmatrix}$$

אפתור בעצמי את מכפלת המטריצות:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 4 & 6 \\ x & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 & 10 \\ 0 & y \\ 5 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 & 10+2y \\ 50 & 20+4y \\ 10x & 10x+y \end{pmatrix}$$

אשווה לנתון מהגדל:

$$\boxed{w = 30}$$

$$10 + 2y = 20 \Rightarrow \boxed{y = 5}$$

$$20 + 4y = 40 \Rightarrow y = 5$$

$$10x = 20 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$10x + y = z \Rightarrow z = \boxed{10 \cdot 2 + 5 = 25}$$

שאלה מס' 3

אוכיח כי לכל מטריצה ממשית A, מתקיים כי
המטריצה $B=AA^T$ סימטרית.

על מנת להוכיח שמטריצה B סימטרית, עלי להראות
שמתקיים $B=B^T$ ואז B סימטרית לפי הגדרה.

$$B^T \overset{1}{=} (AA^T)^T \overset{2}{=} (A^T)^T A^T \overset{3}{=} AA^T \overset{4}{=} B$$

קיבלנו כי $B=B^T$ ולכן סימטרית עפ"י הגדרה

הסבר מעברים

1 - הצבה

2 - חוקי שחלוף $(AB)^T = B^T A^T$

3 - חוקי שחלוף $(A^T)^T = A$

4 - הצבה

שאלה 4

נסמן ב- $S(i)$ את האורך המקסימלי של תת סדרה עולה ממש שיכולה להיות עד המקום ה- i במערך M

נשים לב כי:

$S(1) = 1$

$$S(i) = \begin{cases} \max\limits_{1 \le j < i,\ M[j] < M[i]} \{1 + S(j)\}, & M[j] < M[i] \\ 1 \end{cases}$$

האלגוריתם בפסאודו קוד:

Len(M) = n

```
Find_Max_Length(M)
  new array S[1...n]
  S[1] = 1
  for i = 2... n do
     q = 1
     for j = 1,...,i-1
        if M[j] < M[i] then
           q = max{q, S[j] + 1}
     S[i] = q

  Max_Value = 0
  for i = 1... n do
     if max_value < S[i] then
        max_value = S[i]
  return max_value
```

- Let $s(i)$ be the maximal length of a strictly increasing subsequence that can be formed from elements $M(1), \cdots, M(i)$ ending at position i
  - $1 \le i \le n$
- Key observations: $s(1) = 1$ and

$$s(i) = \begin{cases} \max\limits_{1 \le j < i, M[j] < M[i]} \{1 + s(j)\}, & \exists j, 1 \le j < i \text{ s.t } M[j] < M[i] \\ 1, & \textit{otherwise} \end{cases}$$

- $r = \max_{1 \le i \le n}\{s(i)\}$ is the desired value
  - The longest strictly increasing subsequence can end at any position

DS_Algs (Tutorial13) Dynamic Programming Winter 2021/22 8 / 27

Solution — Pseudocode

```
Find_Max_Subsequence(M)
1: new array s[1...n]
2: s[1] = 1
3: for i = 2,...,n do
4:     q = 1
5:     for j = 1,...,i-1 do
6:         if M[j] < M[i] then
7:             q = max{q, s[j] + 1}
8:     s[i] = q
9: max_val = 0
10: for i = 1,...,n do
11:     if max_val < s[i] then
12:         max_val = s[i]
13: return max_val
```