Name(n)/Matrikelnummer(n): Übungsgruppe:

Festkörperphysik, SoSe 2023
Übungsblatt 10

Prof. Dr. Thomas Michely
Dr. Wouter Jolie (wjolie@ph2.uni-koeln.de)
II. Physikalisches Institut, Universität zu Köln

Ausgabe: **Mittwoch, 21.06.2023**
Abgabe: **Mittwoch, 28.06.2023, bis 8 Uhr über ILIAS**

Aufgabe Nr.:	1	2	3	4	**Summe**
Points:	5	8	2	5	20
Punkte:					

Bitte Aufgaben zusammen mit Aufgabenblatt als PDF hochladen. Namen, Matrikelnummer und Gruppennummer deutlich lesbar eintragen (sonst Punktabzug). Abgabe in Gruppen zu 2, max. 3 Personen erwünscht. Die Teammitglieder müssen in der gleichen Übungsgruppe sein.

1. **[5 Punkte] Kurzfragen**
   Markieren Sie im folgenden die richtigen Satzenden (Mehrfachauswahl möglich).

   - Das chemische Potential
     - eines Elektronengases ist bei Zimmertemperatur in sehr guter Näherung identisch zu $k_B T_F$. ☐
     - ist die freie Energie, die notwendig ist um einem System ein Teilchen hinzuzufügen. ☐
     - eines Gases von Spin $\frac{1}{2}$ Atomen (z. B. Ag Dampf) ist bei Raumtemperatur in sehr guter Näherung identisch zu E_F. ☐
     - von zwei Systemen die im Kontakt miteinander stehen und Teilchen austauschen können ist im thermodynamischen Gleichgewicht identisch. ☐
     - taucht in der Verteilungsfunktion für die Phononenbesetzungszahlen nicht auf, weil die Teilchenzahl für Phononen nicht erhalten ist. ☐
   - Die Fermi-Dirac Verteilung
     - ist beschränkt auf Werte $f(E) \in [0, 2]$. ☐
     - gibt die Besetzungswahrscheinlichkeit eines Energiezustandes in einem Ensemble von Fermionen an. ☐
     - besagt, dass bei Raumtemperatur alle Zustände bis zur Fermienergie besetzt sind. ☐
     - geht in die Boltzmann-Verteilung über, wenn $T >> T_F$. ☐

- enthält das chemische Potential als Parameter. Für $T << T_F$. ist μ in guter Näherung identisch mit der Fermi-Energie. ☐

- Die Wärmekapazität eines freien Elektronengases
  - mit einem Valenzelektron pro Einheitszelle ist klassisch identisch mit dem Dulong-Petit Wert für ein Gitter mit einer einatomigen Basis. ☐
  - verhält sich bei tiefen Temperaturen ähnlich wie die Wärmekapazität des Gitters. ☐
  - ist nur bei tiefen Temperaturen gegenüber dem Gitterbeitrag von erheblichem Wert. ☐
  - in einem Kristall ist immer Zehnerpotenzen kleiner als man es klassisch erwarten würde. ☐
  - wird durch das Verhältnis von $(T/T_F)^2$ bestimmt. ☐
- Die Leitfähigkeit
  - ist der Proportionalitätsfaktor zwischen elektrischem Feld und Stromdichte. ☐
  - hängt von der Mobilität μ der Elektronen ab. ☐
  - wird durch die mittlere Stoßzeit τ bestimmt. ☐
  - wird durch Streuprozesse von Elektronen im Inneren der Fermikugel bestimmt. ☐
  - kann für ein gutes Metall auch in erster Näherung nicht durch eine kinetische Stoßtheorie beschrieben werden. ☐
- Die Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstands eines Metalls
  - wird durch die empirische Matthiessen-Regel beschrieben. ☐
  - wird durch die Temperaturabhängigkeit der Streuprozesse der Elektronen bestimmt. ☐
  - wird bei tiefen Temperaturen durch Phonon-Elektron Streuung bestimmt. ☐
  - verschwindet bei hohen Temperaturen und hängt dann von der Defektkonzentration und der Probengeometrie ab. ☐
  - ist so beschaffen, dass der spezifische Widerstand eines Metalls mit zunehmender Temperatur aufgrund der steigenden Mobilität der Elektronen abnimmt. ☐

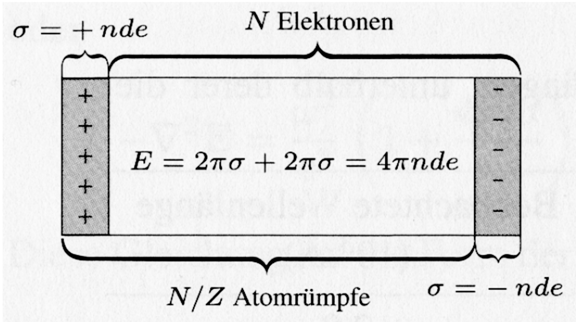
2. **[8 Punkte] Frequenzabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit, Plasmafrequenz**

a) Zeigen Sie, dass die frequenzabhängige Leitfähigkeit $\sigma(\omega)$ gegeben ist durch

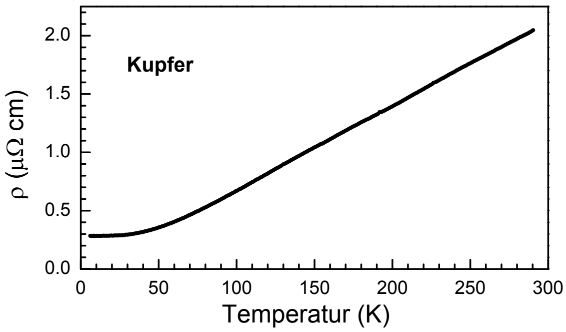
$$\sigma(\omega) = \sigma(0)\left(\frac{1+i\omega\tau}{1+(\omega\tau)^2}\right), \quad \text{mit} \quad \sigma_0 = ne^2\tau/m\ .$$

Dazu verwenden Sie die Bewegungsgleichung $m\left(\frac{dv_D}{dt}+\frac{v_D}{\tau}\right) = -eE$ für die Elektronendriftgeschwindigkeit v_D und den Fourier-Ansatz $E(t) = E(\omega)e^{-i\omega t}$ und analog $v_D(t) = v_D(\omega)e^{-i\omega t}$. Die Leitfähigkeit ist dann definiert durch $j(\omega) = nev_D = \sigma(\omega)E(\omega)$.

b) Das Elektronengas eines Metalls wird durch einfallende elektromagnetische Strahlung zu Schwingungen angeregt. Diese Anregung ist dann besonders effektiv, wenn die Eigenfrequenz des Systems (Plasmafrequenz ω_p) getroffen wird. Berechnen Sie ω_p für das unten skizzierte Modell (Schnitt durch einen unendlich ausgedehnten Block). Nehmen Sie an, dass das Elektronengas in einem einfachen Metall zum Zeitpunkt t_0=0 um d gegenüber dem Hintergrund positiver Ionen verschoben ist. Berechnen Sie aus der Oberflächenladungsdichte s das im Inneren des Blocks herrschende elektrische Feld E und daraus die auf das Elektronengas wirkende Rückstellkraft F und lösen sie damit die Bewegungsgleichung $Nm\ddot{d} = -NF$. Schätzen Sie ω_p für ein typisches Metall ab, und zwar Cu ($n_{\mathrm{Cu}} \approx 8,47 \cdot 10^{22}$ cm^{-3}).



3. **[2 Punkte] Widerstand eines einfachen Metalls (Cu)**



Diskutieren Sie den in der Abbildung gezeigten spezifischen Widerstand von Cu. Berechnen Sie die freie Weglänge l bei 4.2K und 300K mit $\rho = m/(ne^2\tau)$ und $l = v_{\mathrm{F}}\tau$.
($n_{\mathrm{Cu}} \approx 8.47 \cdot 10^{22}\mathrm{cm}^{-3}$; $v_{\mathrm{F}} \approx 1.57 \cdot 10^8$ cm/s.)

4. **[5 Punkte] Leitfähigkeiten**
In dieser Übung vergleichen Sie die elektrische und die thermische Leitfähigkeit von zwei Drähten, einer ist aus Gold der andere ist eine 50-50 Gold-Palladium Legierung. Der Gold-Draht besitzt einen spezifischen Widerstand von $\rho = 3\,\mu\Omega$cm bei 300 K und einen spezifischen Widerstand von $\rho = 1 \cdot 10^{-3}\,\mu\Omega$cm bei 4 K. Die Gold-Palladium Legierung zeigt einen fast temperaturunabhängigen spezifischen Widerstand von $\rho = 50\,\mu\Omega$cm.

   (a) Berechnen Sie die mittlere freie Weglänge der Elektronen in den beiden Proben bei Raumtemperatur und 4 K ($k_F = 1,2$ Å^{-1}, $m_{therm} = 1,1 m_e$).

   (b) Welche Streuprozesse dominieren bei welcher Temperatur in den beiden Proben?

   (c) Schätzen Sie die Wärmeleitfähigkeit der beiden Proben bei einer Temperatur von 4K ab.

Erreichbare Gesamtpunktzahl: 20