

UNIVERSITÄT ZU KÖLN

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT



PRAKTIKUM B

B 3.3

Reichweite von α -Strahlen

CATHERINE TRAN
CARLO KLEEFISCH
OLIVER FILLA

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Theoretische Grundlagen	4
2.1	α -Zerfall	4
2.1.1	Q -Wert	4
2.1.2	Energie der α -Teilchen	4
2.1.3	Kernpotential	4
2.1.4	Tunneleffekt	5
2.1.5	Zerfallswahrscheinlichkeit	5
2.1.6	Energiespektrum	5
2.1.7	Weizsäcker Massenformel	6
2.1.7.1	Volumenterm	7
2.1.7.2	Oberflächenterm	7
2.1.7.3	Coulombterm	7
2.1.7.4	Symmetrieterm	8
2.1.7.5	Paarungsterm	8
2.2	Bremsvermögen	9
2.2.1	relatives Massenbremsvermögen	9
2.3	Bethe-Bloch-Gleichung	9
2.3.1	Herleitung	10
2.3.2	Diskussion des Kurvenverlaufs	11
2.3.3	Geltungsbereich	12
2.3.4	Bragg-Kurve	12
2.4	Reichweite von α -Teilchen	12
2.4.1	Abhängigkeit vom Druck	12
2.4.2	Abhängigkeit von der Masse	14
2.4.3	Abschätzung der Anzahl von Stößen	14
2.4.4	Bragg-Kleemann-Formel	15
2.5	Straggling	15
2.6	Oberflächensperrschichtzähler	16
3	Durchführung	17
3.1	Versuchsaufbau	17
3.2	Eichung	17
3.3	Energiestraggling	17
3.4	Reichweite in Luft	18
3.5	Metallfolien	18
4	Auswertung	18
4.1	Reichweiten	18
4.1.1	Bestimmung durch Zählraten	18
4.1.2	Bestimmung durch Spannung	20

4.1.3	Ergebnisse	20
4.1.4	Vergleich	20
4.1.5	Reichweite in Aluminium	20
4.2	Energiestraggling	20
4.3	Massenbremsvermögen	20
5	Literaturverzeichnis	21

1 Einleitung

In diesem Versuch wird die Wechselwirkung von α -Teilchen mit den Elektronen der Atomhülle und der damit verbundene Abbremsung durch inelastische Stöße untersucht. Des Weiteren werden das Phänomen des α -Zerfalls, Bremsvermögen, Reichweite in Luft und Folie sowie Energie-Straggling durch die Aufnahme von α -Spektren mithilfe eines Sperrschichtdetektors studiert.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 α -Zerfall

Der α -Zerfall ist eine Form des radioaktiven Zerfalls, bei dem ein Heliumkern ${}^4_2\text{He}$ emittiert wird. Nach der Nuklidkarte findet der Zerfall hauptsächlich bei massereichen Kernen. [3]



2.1.1 Q -Wert

Der Energiedifferenz zwischen Ausgangs- und Endprodukt ist durch den Q -Wert gegeben, der die Massendifferenz zwischen Mutterkern ${}^A_Z\text{X}$, Tochterkern ${}^{A-4}_{Z-2}\text{Y}$ sowie Heliumkern ${}^4_2\text{He}$ darstellt. Diese wird durch die Masse-Energie-Relation $E = mc^2$ mittels der Lichtgeschwindigkeit c in eine Energie umgerechnet.

$$Q = \left(m_A \left({}^A_Z\text{X} \right) - m_A \left({}^{A-4}_{Z-2}\text{Y} \right) - m_A \left({}^4_2\text{He} \right) \right) \cdot c^2 \quad (2.2)$$

2.1.2 Energie der α -Teilchen

Mithilfe der die Atommassen m_A der Stoffe kann über die Impulserhaltung die kinetische Energie E_α des α -Teilchens ermittelt werden.

$$E_\alpha = \frac{m_A \left({}^{A-4}_{Z-2}\text{Y} \right) \cdot Q}{m_A \left({}^{A-4}_{Z-2}\text{Y} \right) + m_A \left({}^4_2\text{He} \right)} \quad (2.3)$$

2.1.3 Kernpotential

Das Kernpotential beschreibt die potentielle Energie innerhalb eines Atomkerns, die die Nukleonen zusammenhält. Es beruht auf der starken Wechselwirkung sowie der Coulombwechselwirkung innerhalb des Kernes.

Um den Kern herum bewirkt die elektromagnetische Wechselwirkung eine Abstoßung zwischen einem positiv geladenen Teilchen und dem ebenso geladenen Kern. Beide Potentiale wirken zusammen und bilden ein quasibindenes Potenzial mit einer endlichen Coulombbarriere.

Positronen und Neutronen sind in schweren Kerne mit einer Energie bis zu 7 MeV gebunden und können daher nicht einzeln den Kern verlassen. Deshalb ist eine Emission eines gebundene System wahrscheinlicher, da zusätzliche Bindungsenergie zur Verfügung steht. Die Bildung eines α -Teilchens mit einer Bindungsenergie von etwa 7.1 MeV ermöglicht das Verlassen des Kerns durch die Coulombbarriere V_C .

Dennoch ist die Energie des α -Teilchens nicht groß genug, um die Potentialbarriere zu überwinden. Deswegen muss es hindurch *tunneln*. Dieser Prozess wird im Folgenden beschrieben.

2.1.4 Tunneleffekt

Wie schon erwähnt muss das Teilchen die energetisch höhere Coulomb-Barriere überwinden. Dies wird durch die Tunnelwahrscheinlichkeit T bestimmt, die von dem Gamow-Faktor G abhängt. Dieser wiederum hängt von dem Coulomb-Potential V_C , der Energie der α -Teilchen E_α sowie deren Masse m_α und Position der Barriere von r_1 bis r_2 ab. [7]

$$T = T_0 \cdot e^{-G} \quad (2.4)$$

$$G = \frac{2\sqrt{2m_\alpha}}{\hbar} \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{V_C - E_\alpha} dr \quad (2.5)$$

2.1.5 Zerfallswahrscheinlichkeit

Damit ein Zerfall stattfindet, müssen drei Ereignisse in Folge stattfinden, die jeweils mit unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten geschehen.

Zuerst muss sich ein α -Teilchen im Kern bilden. Dann muss Teilchen am Rand des Kerns gegen die Coulomb-Barriere stoßen, die den Kern zusammenhält. Dann muss das α -Teilchen durch die Barriere tunneln. Die Wahrscheinlichkeiten für diese drei Prozesse multiplizieren sich zu der gesamten Zerfallswahrscheinlichkeit für den Kern.

2.1.6 Energiespektrum

Zerfällt ein Mutterkern, so können außer dem Grundzustand noch andere angeregte Zustände des Tochterkerns besetzt werden. Man erhält ein diskretes Linienspektrum. Bei einer Messung wird jede Linie mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit gemessen, dabei wird jede Linie durch eine Gaußkurve angenähert.

Das Spektrum des Isotops ^{241}Am hat vier Linien bei Energien von 5388 keV und 5545 keV. [1] Es ist in Abbildung 1 dargestellt.

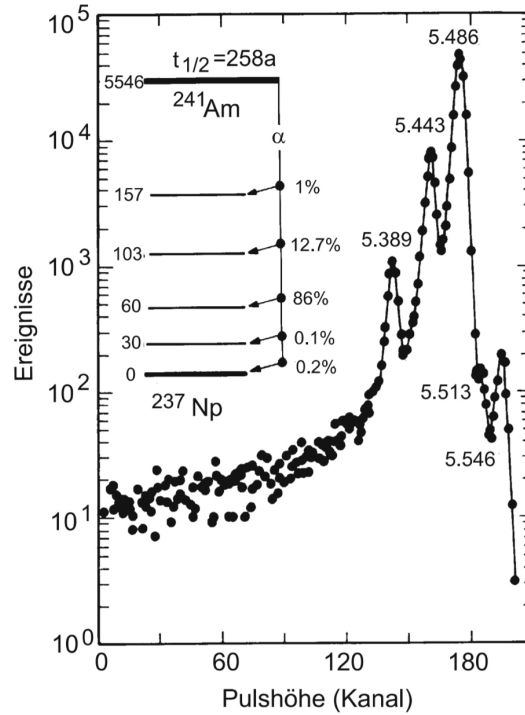


Abbildung 1: gemessenes Spektrum von ^{241}Am [1]

2.1.7 Weizsäcker Massenformel

Die *Weizsäcker Formel* gibt die Bindungsenergie eines Atomkerns an. Sie basiert einerseits auf empirischen Daten, andererseits auf dem Tröpfchenmodell. Aus ihr wird die Weizsäcker Massenformel ermittelt.

Das Tröpfchenmodell beschreibt einen Atomkern als einen inkompressiblen, kugelförmigen Fluidtropfen, der zur Energieminimierung den Kernradius R aufweist. Dabei ist die Dichte überall konstant.

Die Bindungsenergie E_B wird aus fünf verschiedenen Termen ermittelt, auf die im Folgenden eingegangen wird. Diese Terme werden durch die empirisch ermittelten Faktoren a_i sowie die Nukleonenzahl bzw. Massenzahl A , Protonenzahl Z und Neutronenzahl N beschrieben. Hierbei handelt es sich um den Volumenterm E_V (2.9), den Oberflächenterm E_O (2.11), den Coulombterm E_C (2.13), den Symmetrieterm E_S (2.15) und den Paarungsterm E_P (2.17).

$$E_B = E_V + E_O + E_C + E_S + E_P \quad (2.6)$$

Die Bindungsenergie E_B verringert die Masse des Atomkernes. Daher kann die Kernmasse m durch die Protonenmasse m_P , die Neutronenmasse n_N sowie E_B beschrieben werden, wobei die Lichtgeschwindigkeit c die Energie in Masse konvertiert. Dies ergibt die *Weizsäcker Massenformel*.

$$m = N \cdot m_N + P \cdot m_P - \frac{E_B}{c^2} \quad (2.7)$$

In der Darstellung der einzelnen Terme ist weiterhin relevant, dass der Kernradius R kann durch den Radius r eines Nukleons und die Nukleonenzahl A beschrieben werden kann.

$$R = r \cdot \sqrt[3]{A} \quad (2.8)$$

2.1.7.1 Volumenterm Der Volumenterm E_V beschreibt die Anziehung der Nukleonen durch die starke Wechselwirkung.

Diese hat eine Reichweite von 2.5 fm, weswegen sie nur auf die nächsten Nachbarn eines Nukleons wirkt. Da die Dichte im Kern nach dem Tröpfchenmodell konstant ist, ist die gesamte Bindungsenergie durch die starke Wechselwirkung proportional zum Kernvolumen. Dieses wiederum ist proportional zu $R^3 \propto A$.

$$E_V = +a_V \cdot A \quad (2.9)$$

$$a_V = 15.85 \text{ MeV} \quad (2.10)$$

2.1.7.2 Oberflächenterm Da die Atome an der Oberfläche des Atomkerns weniger Nachbarn haben als die Nukleonen im Kern, sind die ersteren schwächer gebunden. Daher beschreibt der Oberflächenterm E_O eine Korrektur des Volumenterms. Diese ist proportional zur Oberfläche einer Kugel mit dem Kernradius R , also proportional zu $\sqrt[3]{A^2}$.

$$E_O = -a_O \cdot \sqrt[3]{A^2} \quad (2.11)$$

$$a_V = 18.34 \text{ MeV} \quad (2.12)$$

2.1.7.3 Coulombterm Der Coulombterm E_C beschreibt die elektrostatische Abstoßung der Protonen voneinander, die die Bindungsenergie senkt. Jedes der Z Protonen wird von den anderen $(Z - 1)$ Protonen abgestoßen. Die Coulombwechselwirkung ist proportional zu $R^{-1} \propto (\sqrt[3]{A})^{-1}$.

$$E_C = -a_C \cdot \frac{Z(Z - 1)}{\sqrt[3]{A}} \quad (2.13)$$

$$a_C = 0.71 \text{ MeV} \quad (2.14)$$

Für große Kerne mit $Z \approx (Z - 1)$ kann der Term $Z(Z - 1) \approx Z^2$ vereinfacht werden.

2.1.7.4 Symmetrieterm Der Symmetrieterm E_S beschreibt die Verringerung der Bindungsenergie durch ein Ungleichgewicht von Protonen und Neutronen.

Die Ursache kann quantenmechanisch erklärt werden. Protonen und Neutronen werden als Fermigas in einem Potentialtopf betrachtet. Beide Gase teilen sich denselben Potentialtopf und füllen Einteilchenniveaus bis zu ihrer jeweiligen Fermienergie auf. Sind genau gleich viele beider Teilchensorten vorhanden, so sind alle Zustände bis zur Fermienergie besetzt.

Gibt es jedoch ein Teilchen mehr von einer Sorte, so müssen höhere Energieniveaus besetzt werden. Sei z.B. ein Proton mehr vorhanden, so muss ein Proton ein höheres Energieniveau als alle anderen Nukleonen besetzen. Dies benötigt mehr Energie.

Wandelt man nun in einem symmetrischen Kern ein Nukleon um, so erhöht man die eine Fermienergie und senkt die andere ab. Dieser Prozess kostet Energie, der Betrag der Energie ist die Differenz zwischen den Fermienergien. Wenn man die Energiedifferenz in einer Tabelle aufträgt, sieht man, dass der Term erst am Anfang mit $(N - Z)$ wächst und bei Umschichtungen von drei Nukleonen eine besser Beschreibung des Wachstums mit $(N - Z)/2$ ist. Wenn man dann noch betrachtet, dass Abstand der Einteilchenniveaus mit steigendem Volumen sinkt, erhält man mit der Proportionalität zwischen Volumen und Nukleonenzahl A folgende Formel.

$$E_S = -a_S \cdot \frac{(N - Z)^2}{4A} \quad (2.15)$$

$$a_S = 2.86 \text{ MeV} \quad (2.16)$$

2.1.7.5 Paarungsterm Der Paarungsterm E_P beschreibt das Phänomen, dass gerade Anzahlen von Protonen bzw. Neutronen in einem Kern stabilere Kerne produzieren. Paare von Protonen oder Neutronen sind stärker gebunden als ein ungepaartes Proton oder Neutron.

Deswegen wird zwischen gerade-gerade-Kernen (gg), gerade-ungerade-Kernen (gu) und ungerade-gerade-Kernen (ug) sowie ungerade-ungerade-Kernen (uu) unterschieden. Erstere haben jeweils eine gerade Anzahl von Protonen und Neutronen, während letztere jeweils ungerade Anzahlen haben. ug- und gu-Kerne haben eine Nukleonensorte in gerader und die andere in ungerader Menge.

Bei einer geraden Anzahl derselben Nukleonensorte heben sich die Spins auf, bei einer ungeraden Anzahl nicht. Auf diese Weise kann das Phänomen mithilfe des Schalenmodells erklärt werden.

Der Paarungsterm wird betragsmäßig kleiner, je größer die Nukleonenzahl A ist. Dies wird durch die folgende Gleichung beschrieben.

$$E_P = \begin{cases} +a_P \cdot \frac{1}{\sqrt{A}} & \text{gg} \\ 0 & \text{gu} \\ 0 & \text{ug} \\ -a_P \cdot \frac{1}{\sqrt{A}} & \text{uu} \end{cases} \quad (2.17)$$

$$a_P = 11.46 \text{ MeV} \quad (2.18)$$

Beide Nukleonensorten liefern betragsmäßig den gleichen Beitrag zu E_P . Bei gg- und uu-Kernen addieren sich diese Werte zu einer nicht-verschwindenden Energie. Bei gu- und ug-Kernen heben sich die Terme dagegen auf, weswegen der Paarungsterm hier verschwindet.

2.2 Bremsvermögen

2.2.1 relatives Massenbremsvermögen

Das relative Massenbremsvermögen Q_A eines Absorbers A kann durch das Massenbremsvermögen eines Standard-Absorbers S ermittelt werden.

$$Q_A \cdot \rho_A \cdot dx_A = \rho_S \cdot dx_S \quad (2.19)$$

$$\Leftrightarrow Q_A = \frac{\rho_S}{\rho_A} \cdot \frac{dx_S}{dx_A} \quad (2.20)$$

Dieses Verhältnis wird näherungsweise aus dem Verhältnis der Massenbelegungen bzw. Flächendichten ρ_i der Materialien ermittelt werden, was durch die Nukleonenzahlen A_i und die Protonenzahlen Z_i dargestellt werden kann. Aus der Bethe-Bloch-Gleichung ohne Korrekturterme (2.27) kann dann folgender Zusammenhang ermittelt werden.

$$Q_A \cdot \rho_A \cdot dx_A = \rho_S \cdot dx_S \quad (2.21)$$

$$Q_A = \frac{\rho_S}{\rho_A} \cdot \frac{dx_S}{dx_A} \quad (2.22)$$

$$Q_A = \frac{A_S \cdot Z_A \ln\left(\frac{2m_e v^2}{I_A}\right)}{A_A \cdot Z_S \ln\left(\frac{2m_e v^2}{I_S}\right)} \quad (2.23)$$

2.3 Bethe-Bloch-Gleichung

Bewegte und geladene Teilchen werden durch Interaktion mit Materie abgebremst, indem sie durch Stöße mit Atomkernen sowie Elektronen wechselwirken. Schwere Teilchen mit einer Ruhemasse $M_0 \gg m_e$ deutlich größer der Elektronen-Ruhemasse m_e werden primär durch die Wechselwirkung mit Atomkernen gebremst, wodurch die Atome angeregt und ionisiert werden können.

Die Bethe-Bloch-Gleichung beschreibt den Verlust von Energie E pro Strecke x durch das Durchfliegen eines homogenen Bremsmediums.

Dazu werden die Dichte ρ , die Atommassenzahl A und die Ladungszahl Z des Bremsmediums benötigt. Dabei wird von einem homogenen Medium mit N Atomen pro Kubikzentimeter und der Kernladungszahl $Z \cdot e$ ausgegangen, wobei e die Elementarladung darstellt. β ist der Quotient aus Geschwindigkeit v und Lichtgeschwindigkeit c , der auch in der Relativitätstheorie verwendet wird.

$$N = \frac{\rho \cdot N_A}{A} \quad (2.24)$$

$$\beta = \frac{v}{c} \quad (2.25)$$

Ebenso werden die Ladungszahl z und Geschwindigkeit v des Projektils sowie die Elektronen-Ruhemasse m_e verwendet. Weiterhin sind das mittlere Ionisationspotential \bar{I} , gemittelt über alle Atomschalen des Bremsmediums, sowie eine Korrektur c_K notwendig. Letztere beschreibt den fehlenden Beitrag der K -Schalen-Elektronen bei kleinen Geschossenergien. Teilweise können diese Korrekturterme vernachlässigt werden.

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} N Z \left[\ln \left(\frac{2mv^2}{\bar{I}} \right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 - \frac{c_K}{Z} \right] \quad (2.26)$$

$$-\frac{dE}{dx} \approx \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} N Z \ln \left(\frac{2mv^2}{\bar{I}} \right) \quad (2.27)$$

2.3.1 Herleitung

Im Folgenden werde die Bethe-Bloch-Gleichung für schwere, schnelle und geladene Projektilen wie α -Teilchen hergeleitet.

Hierbei wird eine quasi-klassische Betrachtung des Stoßvorganges angenommen. Da das Projektil sehr schwer im Vergleich zu Elektronen ist, kann seine Bewegung als näherungsweise linear angenommen werden. Weiterhin wird das Elektron als schwach gebunden und ruhend angenommen. Diese Annahmen können durch die hohe Geschwindigkeit und Masse des Projektils getätigt werden.

Da das Projektil das Elektron passiert, heben sich sämtliche Wechselwirkungen parallel zur Flugbahn auf. Dadurch muss nur die orthogonale Komponente der Coulomb-Kraft \vec{F} betrachtet werden, die durch die Ladungen des Projektils $Q = ze$ und des Elektrons $q = -e$ im Abstand \vec{r} erzeugt wird. Der Betrag des Abstands kann durch die Wegstrecke x des Projektils sowie den orthogonalen Abstand b der Flugbahn und des Elektrons als $r^2 = x^2 + b^2$ beschrieben werden.

$$\vec{F} = \frac{Qq}{r^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad (2.28)$$

$$\vec{F} = -\frac{ze^2}{x^2 + b^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad (2.29)$$

Weiterhin kann die Kraft durch das elektrische Feld \vec{E} des Projektils und die Ladung des Elektrons $q = -e$ beschrieben werden (2.30). Diese Gleichung wird integriert, um den Betrag des Impulsübertrages $|\Delta p_e|$ zu ermitteln. Dabei wird die Integration nach der Zeit durch eine Integration nach dem Ort substituiert, was durch die konstante Geschwindigkeit v ermöglicht wird. Weiterhin wird die Symmetrie ausgenutzt, wodurch nur noch über die orthogonale Komponente integriert werden muss.

$$\vec{F} = -e\vec{E} \quad (2.30)$$

$$|\Delta p_e| = \int \vec{F} dt \quad (2.31)$$

$$|\Delta p_e| = \frac{e}{v} \int E_{\perp} dx \quad (2.32)$$

Darauf wird der Gauß'sche Integralsatz angewendet. Weiterhin wird der Energieübertrag ΔE durch die kinetische Energie $E = \frac{p^2}{2m_e}$ des Elektrons dargestellt. Dann kann über einen hohlen Zylinder vom Radius b_{\min} bis b_{\max} integriert werden. Sinnvolle Integrationsgrenzen sind notwendig, da das Integral sowohl bei $x = 0$ als auch bei $x = \infty$ divergieren würde.

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right) = \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} \ln \left[\frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right] \propto \frac{z^2}{v^2} \quad (2.33)$$

Nun werden relativistische Korrekturen durchgeführt, die zu der vollständigen Bethe-Bloch-Gleichung (2.26) führen.

2.3.2 Diskussion des Kurvenverlaufs

Bei niedrigen Energien steigt die Kurve beinahe linear an. Dies ist darauf zurückzuführen, dass ein langsames α -Teilchen aufgrund der langen Wirkzeit beim Durchqueren des Mediums zufällig Elektronen aufnimmt und abgibt. Dies wiederum reduziert die effektive Ladung des α -Teilchens und somit den Energieverlust.

Für α -Teilchen findet sich bei kinetischen Energien von etwa 0.5 – 0.6 MeV ein Peak. Bei der Verbreiterung des Peaks der Verteilung sind nicht-statistische Effekte von höherer Relevanz, als das statistische Energie-Straggling.

Nach dem Peak sinkt die Kurve erstmal relativ stark ab. Die Energien sind noch gering genug, dass die relativistische Korrektur vernachlässigbar klein ist, daher ist der Energieverlust proportional zu $\frac{\ln(E)}{E}$.

Werden die kinetischen Energien größer, so wird logarithmische Anteil langsam näherungsweise konstant, dann dominiert der $\frac{1}{E}$ -Anteil.

Bei der Ruheenergie des α -Teilchens weist die Kurve ein Minimum auf. Ab diesem Punkt ist die relativistische Korrektur zu berücksichtigen. Physikalisch lässt sich der Verlauf nach dem Peak dadurch erklären, dass das Projektil noch lange den Coulomb-Feldern der Kerne des Bremsmediums ausgesetzt ist und dadurch stark abgebremst wird. Mit steigender kinetischer Energie wird diese Beeinflussung immer kürzer, bis

irgendwann der Bereich eintritt, in welchem die relativistischen Effekte eine dominante Rolle einnehmen.

2.3.3 Geltungsbereich

Die Bethe-Bloch-Gleichung gilt weder für sehr kleine, noch für sehr große Projektilenergien.

Bei sehr kleinen Energien kann nicht mehr davon ausgegangen werden, dass die Elektronen relativ zum Projektil in Ruhe liegen.

Bei sehr großen Energien kann z.B. die Wechselwirkung des Projektils mit dem Atomkern relevant werden, die in der hiesigen Betrachtung vernachlässigbar war.

Weiterhin muss das Projektil sehr schwer im Vergleich zu Elektronen sein, da ansonsten die Näherung einer geraden Flugbahn des Projektils nicht mehr angenommen werden kann.

2.3.4 Bragg-Kurve

Die Bragg-Kurve beschreibt den gesamten Energieverlust eines geladenen Teilchens abhängig von der in einem Bremsmedium zurückgelegten Strecke. Damit wird sie durch die integrierte Bethe-Bloch-Gleichung beschrieben.

$$\frac{\Delta E}{dx}(x) = \int_0^x \left(\frac{dE}{dx} \right) dx' \quad (2.34)$$

Je weiter das Projektil in das Bremsmedium eindringt, desto größer wird der Energieverlust. Bei der mittleren Reichweite \bar{R} des Projektils ist ein Maximum erreicht, dann fällt die Kurve nahezu senkrecht ab. In diesem Bereich kommt das Projektil zum Stillstand. Da dies durch Straggling keine feste Grenze hat, flacht die Kurve ganz am Ende wieder leicht ab.

Extrapoliert man den steilen Abfall, kann man die extrapolierte Reichweite R_{ex} ermitteln. Dabei wird die Abflachung der Kurve durch Straggling herausgerechnet.

Für eine feste Eindringtiefe x kann die Restenergie $E_{\text{Rest}}(x)$ ermittelt werden.

$$E_{\text{Rest}} = E_0 - \int_0^x \left(\frac{dE}{dx} \right) dx' \quad (2.35)$$

2.4 Reichweite von α -Teilchen

2.4.1 Abhängigkeit vom Druck

Der Luftdruck in einer Kammer ist einfacher zu variieren als der Abstand zwischen Quelle und Detektor, insbesondere kleine Änderungen im Druck sind leichter zu erreichen als minimale Abstandsänderungen. Daher soll die Abhängigkeit zwischen dem mittleren Druck \bar{p} und der mittleren Reichweite \bar{R} der α -Teilchen ermittelt werden.

Die ideale Gasgleichung (2.36) bringt die Teilchenzahl N , die Temperatur T , den Druck p und das Volumen V unter Verwendung der Boltzmann-Konstante k_B in Relation. Wenn Volumen und Temperatur konstant gehalten werden können, dann kann eine Proportionalität $N \propto p$ ermittelt werden.

$$k_B N T = p V \quad (2.36)$$

$$N(p) = \frac{V}{k_B T} \quad (2.37)$$

Der Energieverlust pro Weglänge $-\frac{dE}{dx}$ wird durch die Bethe-Bloch-Gleichung (2.26) beschrieben. Er ist proportional zur Teilchenzahl N , folglich auch zum Druck p .

$$-\frac{dE}{dx} \propto N \propto p \quad (2.38)$$

Die mittlere Reichweite \bar{R} ist die Position, an der Erwartungswert der Restenergie E_{Rest} verschwindet. Daher kann sie aus dem Energieverlust pro Weglänge $-\frac{dE}{dx}$ ermittelt werden.

$$\bar{R} = \int_{E_0}^0 -\left(\frac{dx}{dE}\right) dE \quad (2.39)$$

Für eine feste Energie $E_i \in \{0, E_0\}$ ist die Geschwindigkeit der Teilchen konstant. Damit ist nur noch der Druck p_i variabel und aus Gleichung (2.38) folgt eine Proportionalität zwischen dem i -ten Integranden und dem inversen Druck p_i .

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_i \propto p_i \quad (2.40)$$

$$\Leftrightarrow -\left(\frac{dx}{dE}\right)_i \propto \frac{1}{p_i} \quad (2.41)$$

Sei der *mittlere Druck* \bar{p} der über alle Energien gemittelte Druck. Zu einem bestimmten Zeitpunkt seien die Drücke p_i für alle Energien E_i näherungsweise konstant, es gelte daher $\forall i : p_i \approx \bar{p}$. Dies ist gewährleistet, wenn der Druck während einer Messung nicht variiert wird. Dann ist die mittlere Reichweite \bar{R} proportional zu dem inversen mittleren Druck \bar{p} .

$$\bar{R} = \int_{E_0}^0 - \left(\frac{dx}{dE} \right) dE \quad (2.42)$$

$$\approx \int_{E_0}^0 \left(- \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} \frac{\bar{p}V}{k_B T} Z \left[\ln \left(\frac{2mv^2}{\bar{I}} \right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 - \frac{c_K}{Z} \right] \right)^{-1} dE \quad (2.43)$$

$$= \frac{1}{\bar{p}} \int_{E_0}^0 \left(- \frac{4\pi z^2 e^4}{m_e v^2} \frac{V}{k_B T} Z \left[\ln \left(\frac{2mv^2}{\bar{I}} \right) - \ln(1 - \beta^2) - \beta^2 - \frac{c_K}{Z} \right] \right)^{-1} dE \quad (2.44)$$

$$\Rightarrow \bar{R} \propto \frac{1}{\bar{p}} \quad (2.45)$$

2.4.2 Abhängigkeit von der Masse

Leichte Teilchen folgen einer sehr ähnlichen Formel für den Energieverlust in Materie, wie schwere Teilchen. Bei gleichen Geschwindigkeiten sind die Energieverluste pro Weglänge identisch.

Bei gleichen kinetischen Energien E hingegen ist der Energieverlust von leichten Teilchen geringer als der von schweren Teilchen, da das Quadrat der Geschwindigkeit des leichteren Teilchens v_{leicht}^2 der Masse m um einen Faktor $\frac{M}{m}$ kleiner als das des schwereren Teilchens der Masse M und Geschwindigkeitsquadrat v_{schwer}^2 ist.

$$E = \frac{1}{2} m_i v_i^2 \quad (2.46)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_{\text{leicht}}^2 \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} M v_{\text{schwer}}^2 \quad (2.47)$$

$$\Rightarrow v_{\text{leicht}}^2 = \frac{M}{m} v_{\text{schwer}}^2 \quad (2.48)$$

Aufgrund der inversen Proportionalität des Energieverlustes mit dem Quadrat der Geschwindigkeit folgt eine Verringerung des Energieverlusts des leichten Teilchens verglichen mit einem schweren Teilchen um den Faktor $\frac{m}{M} < 1$. [7]

$$-\frac{dE}{dx} \propto \frac{1}{v^2} \quad (2.49)$$

$$\frac{dE_{\text{leicht}}}{dx} = \frac{dE_{\text{schwer}}}{dx} \cdot \frac{m}{M} \quad (2.50)$$

2.4.3 Abschätzung der Anzahl von Stößen

Teilchen mit deutlich größeren Massen als die Elektronenmasse verlieren ihre Energie vor allem durch inelastische Stöße mit den Elektronen der Atome im Bremsmedium, wie es im Abschnitt 2.2 Bremsvermögen erläutert wurde.

Dadurch werden die Elektronen entweder aus ihrer Bindung herausgestoßen und das Atom bleibt ionisiert zurück, oder die Elektronen werden angeregt und das Atom erreicht einen höheren energetischen Zustand.

Um nun die Anzahl an Stößen abzuschätzen, nach denen ein α -Teilchen zur Ruhe kommt, werden ein paar Annahmen getroffen. Da der Großteil unserer Luft aus molekularem Stickstoff besteht, sei das Bremsmedium ein Gas aus ^{14}N -Isotopen. und zweitens soll das α -Teilchen seine Energie nur abgeben, indem es den Stickstoff genau einfach ionisiert. Dazu ist eine Ionisationsenergie $E_I \approx 14.534 \text{ eV}$ nötig. [8]

Unsere α -Quelle ^{241}Am erzeugt primär α -Teilchen mit einer Anfangsenergie von $E_\alpha \approx 5.486 \text{ MeV}$. Daraus kann die erwartete Anzahl an Stößen $\langle N \rangle$ ermittelt werden.

$$\langle N \rangle = \frac{E_\alpha}{E_I} \quad (2.51)$$

$$\langle N \rangle \approx 3.78 \cdot 10^5 \quad (2.52)$$

Ein α -Teilchen stößt abgeschätzt also mehrere hunderttausend Male, bevor es zur Ruhe kommt.

2.4.4 Bragg-Kleemann-Formel

Mithilfe der empirischen Bragg-Kleemann-Formel kann die mittlere Reichweite \bar{R}_A in einem Stoff A ermittelt werden, wenn die mittlere Reichweite \bar{R}_S in einem Standard-Absorber bekannt ist. Sie hat eine Genauigkeit von 15 %. Dazu werden neben \bar{R}_S die Dichten ρ_i und die Nukleonenzahlen A_i der beiden Materialien benötigt.

Oft wird die mittlere Reichweite \bar{R}_{Luft} in Luft unter Normalbedingungen als Standard-Absorber verwendet, d.h. bei 15°C und einem Druck von $1 \text{ atm} = 1013.25 \text{ mbar}$.

$$\bar{R}_A = \frac{\rho_S}{\rho_A} \sqrt{\frac{A_A}{A_S}} \bar{R}_S \quad (2.53)$$

$$\bar{R}_A = 3.2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{\sqrt{A_A}}{\rho_A} \cdot \bar{R}_{\text{Luft}} \quad (2.54)$$

2.5 Straggling

Das sogenannte Straggling bezeichnet eine statistische Streuung der betrachteten Größe mit einer bekannten Verteilung. In diesem Experiment gibt es Reichweiten-Straggling, Energie-Straggling und Winkel-Straggling.

Beim *Reichweiten-Straggling* kommt zu einer normalverteilten Streuung der Reichweiten R_i um die mittlere Reichweite \bar{R} . Der Reichweitenstraggling-Parameter α_0^R und ist folgendermaßen durch die experimentell gemessene Reichweite R_{ex} und die mittlere Reichweite \bar{R} zu bestimmen.

$$\alpha_0^R = \sqrt{2} (R_{\text{ex}} - \bar{R}) \quad (2.55)$$

Die Streuung der Energien der α -Teilchen zum Zeitpunkt der Messung wird *Energie-straggling* genannt. Bei einem monoenergetischen Strahl streuen die Energien nach dem

Durchdringen von Materie statistisch mit einer Gaußverteilung um eine mittlere Energie E . Die Breite der beobachteten Linie im Spektrum α wird durch den Stragglingparameter α_E und die Auflösung des Messapparats α_{res} beeinflusst. Berechnet wird dies durch eine Faltung der Gaußverteilung.

$$\alpha = \sqrt{\alpha_E^2 + \alpha_{\text{res}}^2} \quad (2.56)$$

Falls man einen Strahl von Teilchen misst, kommt es zudem zu *Winkelstraggling*. Im Vakuum verläuft ein solcher Strahl geradlinig, alle Teilchen bewegen sich parallel zueinander in einem Winkel θ zu z.B. der Oberfläche. In Materie stoßen die Teilchen dagegen mit anderen Atomen, dadurch wird er um den ursprünglichen Winkel θ gestreut.

2.6 Oberflächensperrschichtzähler

Eine Halbleiterdiode besteht aus einer Abfolge von p - und n -dotierten Halbleiterschichten. In einem mittels Akzeptoren p -dotierten Bereich gibt es Löcher als bewegliche Ladungen, in einem mit Donatoren n -dotierten Halbleiter bilden Elektronen die frei beweglichen Ladungen.

Im Grenzbereich zwischen diesen Schichten rekombinieren sich Elektronen und Löcher, daher ist dieser Bereich frei von Ladungsträgern. Deshalb wird diese Zone *Verarmungszone* genannt, hier sind keine weiteren Rekombinationen möglich.

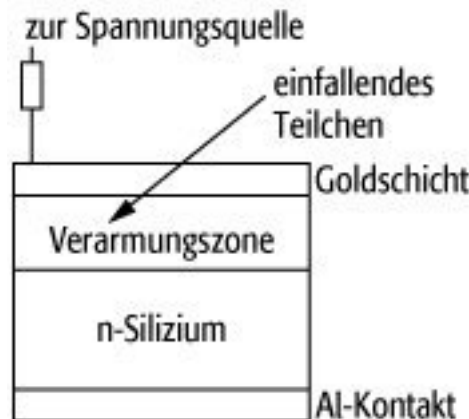


Abbildung 2: Abbildung 1: Oberflächen-sperrschichtzähler Quelle: [5]

Wird eine äußere Spannung angelegt, wächst oder schrumpft die Verarmungszone, bei ausreichender Spannung verschwindet sie. In letzterem Fall fließt Strom, daher nennt man diese Richtung *Durchlassrichtung*. Wird ein Strom in *Sperrrichtung* angelegt, so wird die Verarmungszone dagegen vergrößert. Daher kann kein Strom fließen.

Dringt ein α -Teilchen in die Verarmungszone ein, entstehen Elektronen-Loch-Paare, während das α -Teilchen gebremst wird. Die Elektronen und Löcher werden durch eine anliegende Spannung getrennt und sammeln sich an den Enden des jeweiligen Halbleiters. Durch einen empfindlichen Vorverstärker wird ein Spannungsimpuls erzeugt, der

von der Energie des Teilchen abhängt. Um die Verarmungszone und damit das Detektionsvolumen zu maximieren, wird eine Spannung in Sperrrichtung angelegt.

Der Si-Oberflächen-Sperrschichtzähler besteht aus einer relativ dicken n -dotierten Schicht und einer dünnen p -dotierten Schicht. Eine sehr dünne Goldschicht sorgt für ein schnelles und verlustarmes Eindringen der α -Teilchen. Der schematische Aufbau eines Oberflächensperrschichtzählers ist in Abbildung 1 dargestellt.

Silizium-Halbleiterdetektoren eignen sich aufgrund ihrer Bandlücke von 1.11 eV sehr gut für α -Strahlung. Germanium-Halbleiterdetektoren sind prinzipiell ebenfalls geeignet, müssen allerdings auf ca. 70 K abgekühlt werden. Bei Raumtemperatur reicht die thermische Energie aus, um die Bandlücke von 0.7 eV zu überwinden. [6]

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

Eine ^{241}Am - α -Strahlungsquelle und ein Silizium-Oberflächensperrschichtzähler sind in einer geschlossenen Kammer aufgebaut. Zudem gibt es ein Gerüst, in dem sich drei verschiedene Folien befinden, die zwischen Quelle und Detektor geschoben werden können. Durch eine Vakuumpumpe kann der Luftdruck in der Kammer verringert werden.

Der Abstand zwischen Strahlungsquelle und Detektor kann variiert werden, wobei ein relativer Abstand R in Millimetern einstellbar ist.

Das Signal des Detektors wird elektronisch verstärkt. Das verstärkte Zeitsignal wird an einen digitalen Zähler angeschlossen, das verstärkte Energiesignal kann entweder an ein Oszilloskop oder an einen Vielkanaldetektor (VKA) angeschlossen werden.

3.2 Eichung

Zunächst wurde das Signal des VKA geeicht. Dazu wurde die Luft aus der Kammer abgepumpt, bis ein minimaler Druck von ca. $1.2 \cdot 10^{-2}$ mbar erreicht wurde. Dann wurde eine Messung bei $R = (0 \pm 0.5)$ mm mit dem VKA aufgenommen und mit `hdtv` [4] ausgewertet.

Hierbei wurde davon ausgegangen, dass der Kanal 0 dem Energienullpunkt entspricht. Weiter wurde angenommen, dass der so gemessene Peak bei der Energie der α -Strahlung von 5486 keV liegt, dies war bei Kanal 10450.4 der Fall. Damit wurde `hdtv` kalibriert.

3.3 Energiestraggling

Um das Energiestraggling zu untersuchen, wurden bei einem eingestellten relativen Abstand $R = (18 \pm 0.5)$ mm die Energiespektren bei verschiedenen Drücken p_i zwischen 0 mbar und 1013.25 mbar = 1 atm aufgenommen. Es wurden 10 Messungen mit einer Dauer von jeweils $\Delta t = 30$ s getätigt. Diese Messungen wurden sogleich mit `hdtv` [4] ausgewertet.

3.4 Reichweite in Luft

Daraufhin wurde die Reichweite der α -Teilchen gemessen. Dazu wurden 4 verschiedene relative Abstände R_i eingestellt und je R_i Messungen für 10 verschiedene Drücke $p_{i,j}$ aufgenommen. Hierbei sollten die R_i größer als die mittlere Reichweite \bar{R} der α -Teilchen in Luft bei 1 atm sein.

Dabei wurden mittels des digitalen Zählers die Anzahl Detektionen n_i sowie die Dauern der Messungen Δt_i aufgezeichnet, woraus die Zählraten ermittelt werden können. Weiterhin wurden die Impulshöhen mithilfe des Oszilloskops gemessen.

Die Messungsdauern für die Detektionen unterscheiden sich voneinander, da versucht wurde, in den meisten Fällen wenigstens 4500 Ereignisse zu messen. Dies soll den statistischen Fehler gering halten. Für die Messungen mit maximalem Druck wurde dieses Ziel nicht erreicht, hier wurden maximal 2 min lang gemessen.

3.5 Metallfolien

Zuletzt wurden Folien aus Metall zwischen Strahlungsquelle und Detektor geschoben. Eine der Folien bestand aus Aluminium, die andere aus Gold.

Die Messungen erfolgten analog zu den Messungen der Reichweite in Luft, allerdings nur für einen relativen Abstand je Folie. Im Falle von Aluminium war der relative Abstand $R_{Al} = 4$ mm, im Falle von Gold $R_{Au} = 8$ mm.

4 Auswertung

4.1 Reichweiten

Zunächst sollen die Reichweite der α -Teilchen in Luft bestimmen. Dies kann durch den linearen Zusammenhang von mittlerer Reichweite \bar{R} und dem inversen Druck $\frac{1}{p}$ erfolgen, der in Gleichung (2.45) dargestellt ist.

Dazu werden zunächst Wertepaare von mittlerer Reichweite \bar{R} und inversem mittlerem Druck $\frac{1}{p}$ gesucht. Dann kann der gesuchte Wert mittels des bekannten Luftdrucks von 1 atm = 1013.25 mbar bestimmt werden. Dieses Verfahren jeweils einmal für die Messungen von Zählrate und Druck bzw. Spannungs und Druck durchgeführt. Die Ergebnisse werden abschließend verglichen.

4.1.1 Bestimmung durch Zählraten

Der eingestellte Abstand R entspricht der mittleren Reichweite \bar{R} , wenn die Zählrate r auf die mittlere Zählrate \bar{r} abgesunken ist. Der Druck p , bei dem dies geschieht, ist dann genau der mittlere Druck \bar{p} . Dies liefert die gesuchten Messwert-Paare.

Dafür werden für alle vier Abstände R_i die gemessenen Zählraten gegen die Drücke aufgetragen, wobei die Enden der Kurve mittels rechnerischer Geradenanpassung gefittet wurden. Dies ist in Abbildung 3 dargestellt.

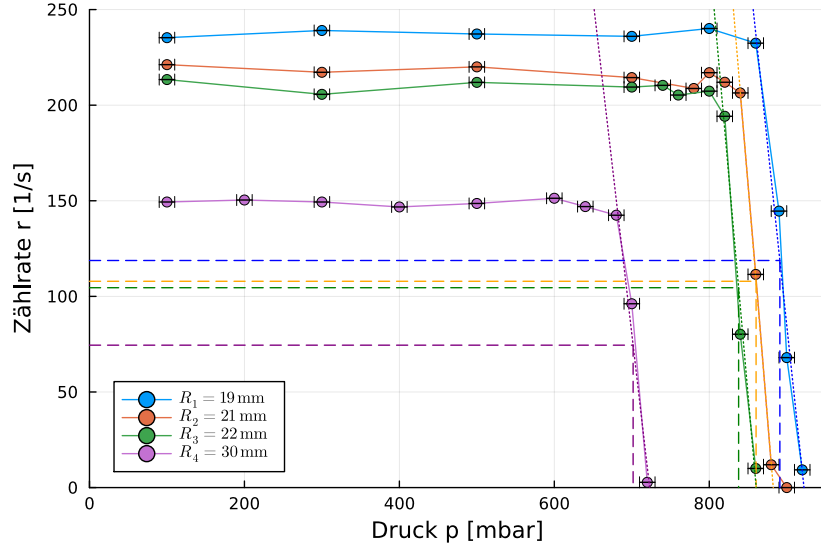


Abbildung 3: Extrapolierte Zählratenkurven für vier Reichweiten
Gepunktete Linien stellen die Geraden-Fits dar, gestrichelte Linien die mittleren Zählraten bzw. Drücke

Der Fehler der gemessenen Zählraten r ist durch den statistische Fehler bestimmt (4.1), wobei N die Anzahl an gemessenen α -Teilchen ist. Für die verschiedenen Messwerte ist er in Tabelle 1 dargestellt.

Da dieser Fehler aufgrund der hohen Anzahl an gezählten α -Teilchen sehr gering ausfällt, wird er in den folgenden Fehlerfortpflanzungen vernachlässigt werden.

$$\Delta r = \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (4.1)$$

Die mittlere Zählrate \bar{r} ist nun die Hälfte der durchschnittlichen Zählrate im ersten, nahezu konstanten Teil des Graphen. Der Fehler $\Delta \bar{r}$ wird durch die mittlere Quadratsumme der Residuen ermittelt.

Die Zählvariable k beschreibt hier den letzten Messwert, der den konstanten Teil des Graphen ausmacht. Der Faktor $\frac{1}{2}$ ist notwendig, da dieser Messwert die mittlere Reichweite \bar{R} beschreiben soll, an dessen Stelle die Strahlungsintensität die Hälfte ihres Maximums erreicht.¹

$$\bar{r}_{R_j} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k r_{i,R_j} \quad (4.2)$$

$$\Delta \bar{r}_{R_j} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{k(k-1)} \sum_{i=1}^k (r_{i,R_j} - \bar{r}_{R_j})^2} \quad (4.3)$$

¹Diese Erklärung fehlt im Abschnitt 2.4

Messwert	Δr [10^{-3} 1/s]			
	R_1	R_2	R_3	R_4
1	11.90	12.28	12.50	10.56
2	11.81	12.39	12.73	10.53
3	11.85	12.31	12.54	10.56
4	11.88	12.47	12.61	10.66
5	11.78	12.64	12.59	10.59
6	11.98	12.39	12.74	10.49
7	10.74	12.54	12.68	10.65
8	12.78	12.71	13.10	10.82
9	29.97	12.23	14.42	13.17
10	–	26.41	28.86	54.88
11	–	n.e.	–	–

Tabelle 1: Statistische Fehler der gemessenen Zählraten
n.e. nicht ermittelbar, da $N = 0$

4.1.2 Bestimmung durch Spannung

4.1.3 Ergebnisse

4.1.4 Vergleich

4.1.5 Reichweite in Aluminium

4.2 Energiestraggling

??

4.3 Massenbremsvermögen

??

5 Literaturverzeichnis

- [1] K. Bethge, “Kernphysik: Eine Einführung”, 3. Auflage, Springer-Verlag, 2008, ISBN: 9783540745679, DOI: 10.1007/978-3-540-74567-9
- [2] Prior und Rollefson, “Anomalous energy straggling of alpha particles”, American Journal of Physics, Mai 1982, DOI 10.1119/1.12834
- [3] “Chart of Nuclides”, National Nuclear Data Center, <https://www.nndc.bnl.gov/nudat3>, $^{241}_{95}\text{Am}$, Abruf am 28.01.2024
- [4] Software hdtv, Kurzanleitung unter <https://www.ikp.uni-koeln.de/fileadmin/data/praktikum/hdtv.pdf>, Abruf am 28.01.2024
- [5] Lexikon der Physik, Spektrum Verlag, <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/oberflaechensperrschichtzaehler/10568>, 29.01.2024
- [6] G. Knoll, “Radiation Detection and Measurement”, Wiley, 2010, ISBN: 9780470131480
- [7] W. Demtröder, “Experimentalphysik 4: Kern-, Teilchen- und Astrophysik”, Springer-Spektrum-Verlag, 2017, ISBN: 9783662528839, DOI: 10.1007/978-3-662-52884-6
- [8] NIH National Library of Medicine NCBI, “Ionization Energy in the Periodic Table of Elements”, <https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/periodic-table/ionization-energy>, Abruf am 28.01.2024
- [9] LEIFIphysik, “Alphazerfall und Alphastrahlung”, <https://www.leifiphysik.de/kern-teilchenphysik/radioaktivitaet-einfuehrung/grundwissen/alphazerfall-und-alphastrahlung>, Abruf 01.03.2024