Auswertung

June 27, 2024

1 Auswertung B3.1

[1]:
```julia
using CSV
using DataFrames
using Plots
using LaTeXStrings
using LsqFit
using Measurements
using Statistics
```

1.1 Rechnungen zur Vorbereitung

[2]:
```julia
T_12 = 30.08 * 365.25 * 24 * 60 * 60 # s
```

[2]:
```
9.4925260799999999e8
```

[3]:
```julia
log(2) / T_12
```

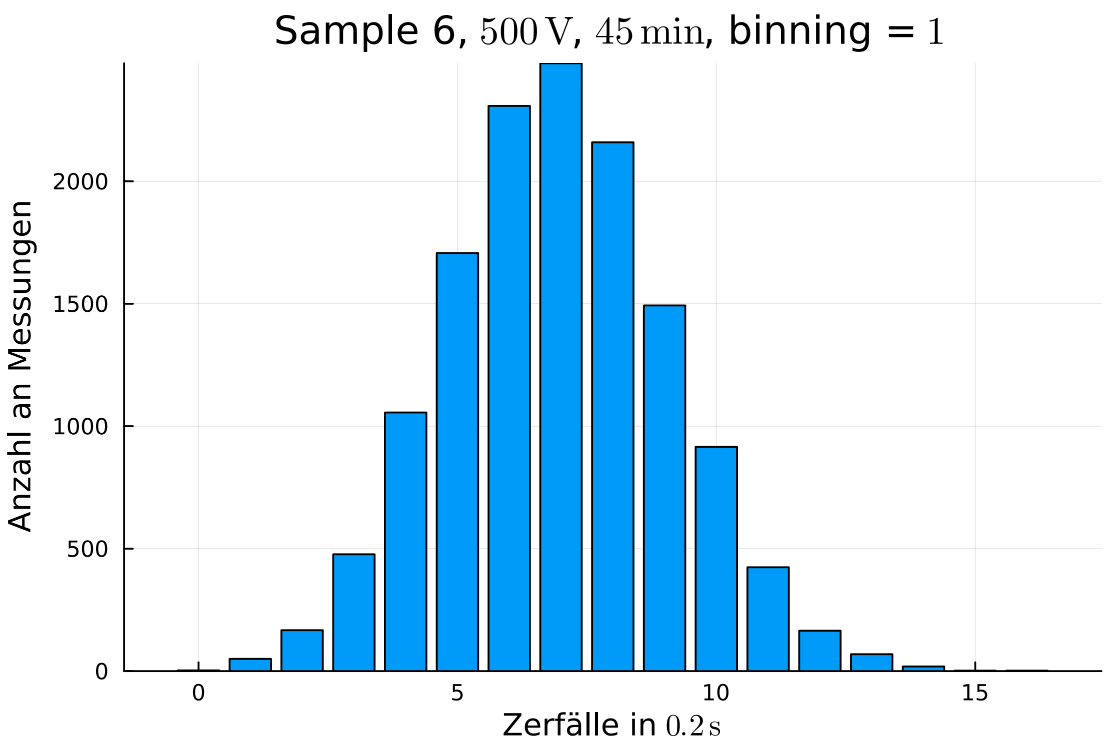
[3]:
```
7.302030826339804e-10
```

1.2 0: Rohe Messdaten

Sample 6, 500 V, 45min:

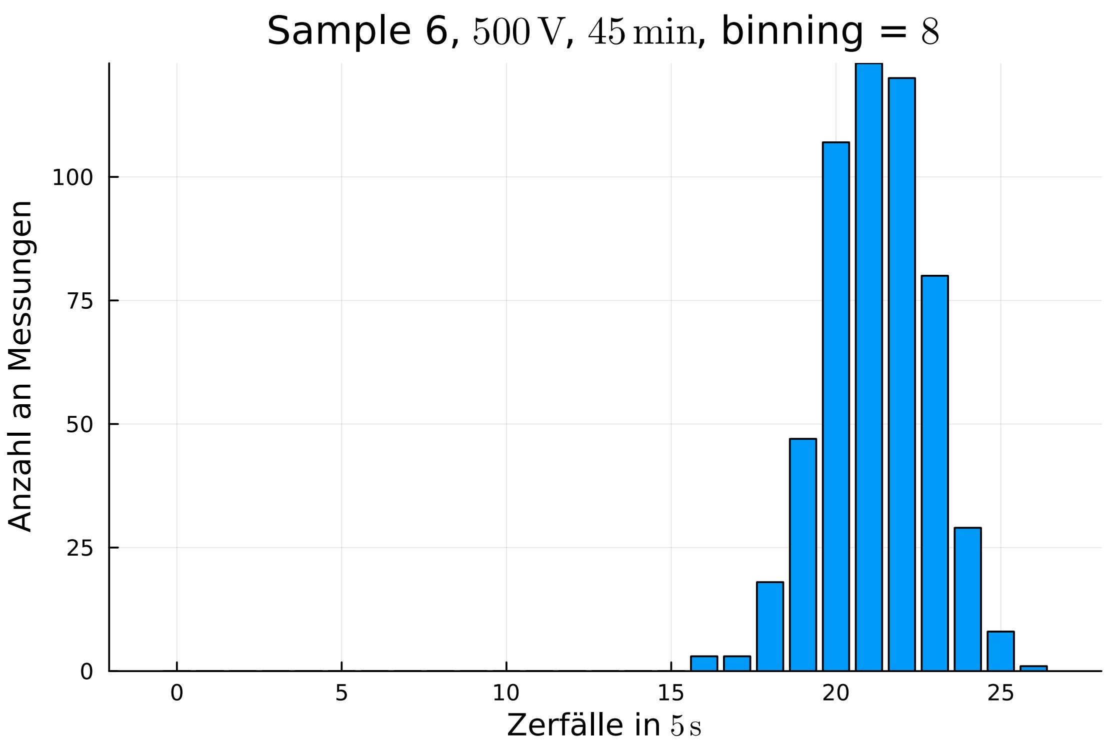
[4]:
```julia
# ΔT = 0.2, binning = 1
zerfälle_6_500_1 = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16]
anzahl_6_500_1 =␣
 ↪[3,50,167,477,1056,1707,2308,2482,2159,1493,916,424,165,69,19,2,2]
plot(bar(zerfälle_6_500_1,anzahl_6_500_1,label=""), title=L"Sample 6,␣
 ↪$500\mathrm{\,V}$, $45\mathrm{\,min}$, binning = $1$")
xlabel!(L"Zerfälle in $0.2\mathrm{\,s}$")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[4]:




```
[5]: # ΔT = 5s, binning = 8
zerfälle_6_500_2 = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26]
anzahl_6_500_2 = [0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,3,18,47,107,123,120,80,29,8,1]
plot(bar(zerfälle_6_500_2,anzahl_6_500_2,label=""), title=L"Sample 6, $500\mathrm{\,V}$, $45\mathrm{\,min}$, binning = $8$")
xlabel!(L"Zerfälle in $5\mathrm{\,s}$")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

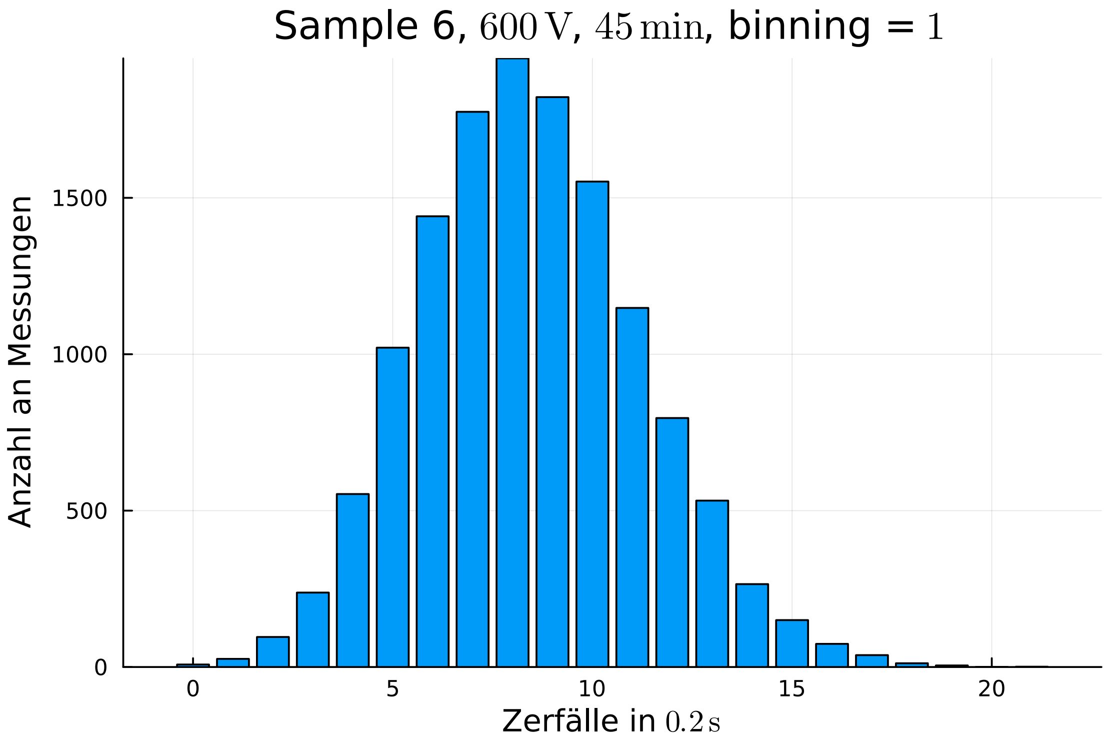
```
[5]:
```



Sample 6, 600V, 45min:

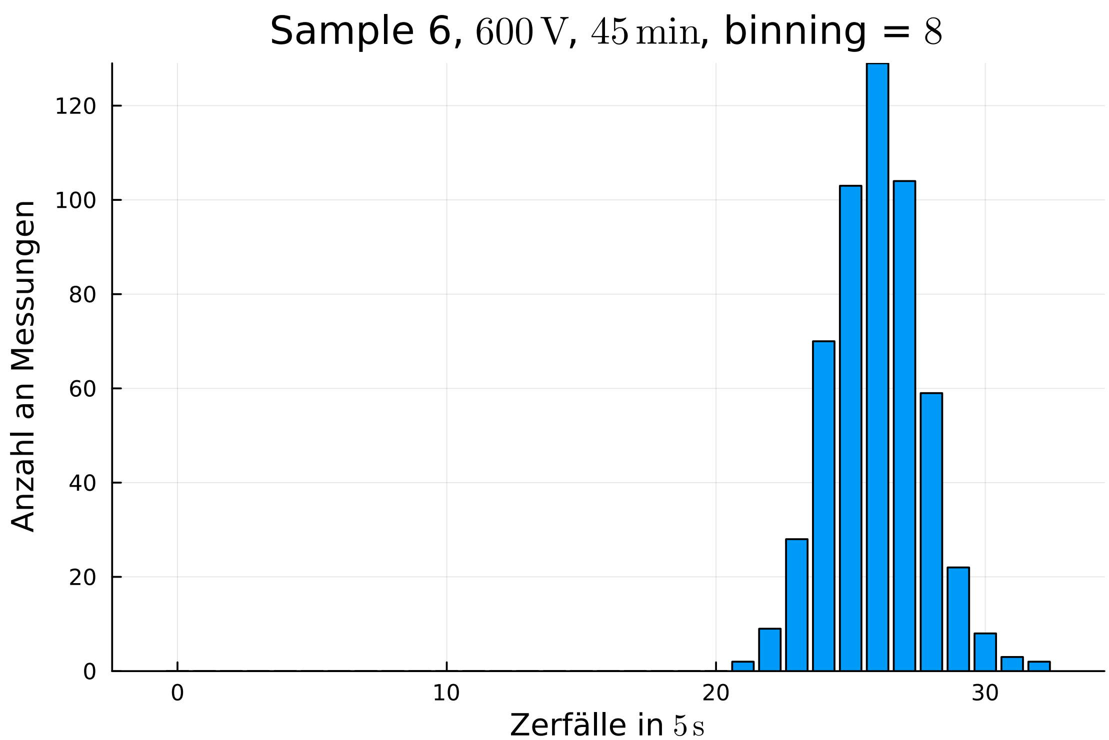
[6]:
```
# ΔT = 0.2s, binning = 1
zerfälle_6_600_1 = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21]
anzahl_6_600_1 =␣
  ↪[8,26,96,238,553,1021,1441,1775,1946,1822,1552,1148,796,532,265,150,74,38,12,5,0,1]
plot(bar(zerfälle_6_600_1,anzahl_6_600_1,label=""), title=L"Sample 6,␣
  ↪$600\mathrm{\,V}$, $45\mathrm{\,min}$, binning = $1$")
xlabel!(L"Zerfälle in $0.2\mathrm{\,s}$")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[6]:



[7]:
```
# ΔT = 5s, binning = 8
zerfälle_6_600_2 =␣
 ↪[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32]
anzahl_6_600_2 =␣
 ↪[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,9,28,70,103,129,104,59,22,8,3,2]
plot(bar(zerfälle_6_600_2,anzahl_6_600_2,label=""), title=L"Sample 6,␣
 ↪$600\mathrm{\,V}$, $45\mathrm{\,min}$, binning = $8$")
xlabel!(L"Zerfälle in $5\mathrm{\,s}$")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[7]:

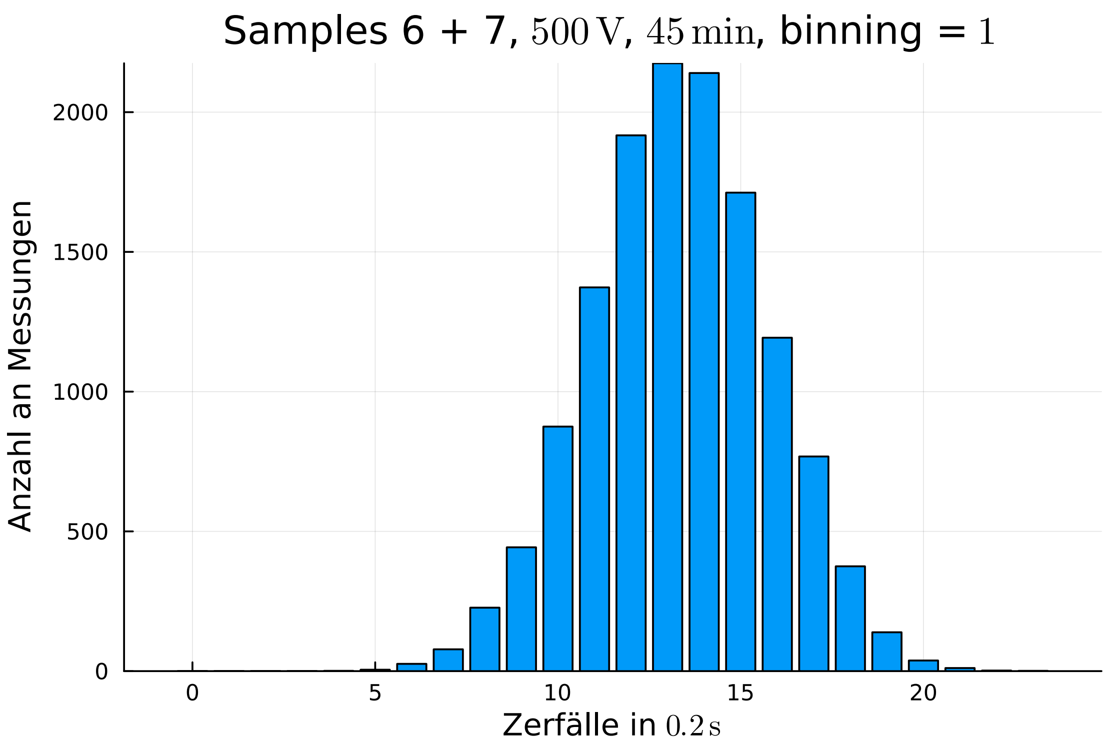


Sample 6+7, 500V, 45min:

[8]:

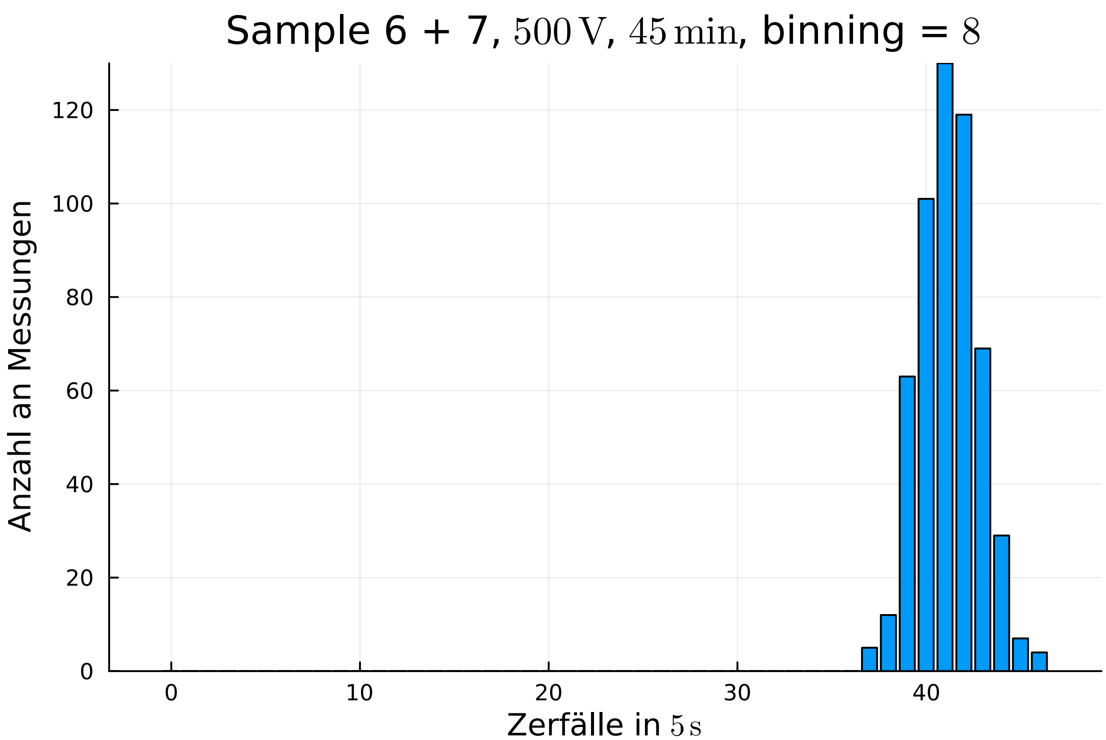
```
# ΔT = 0.2s, binning = 1
zerfälle_6und7_500_1 =
 ↪[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23]
anzahl_6und7_500_1 =
 ↪[0,0,0,0,1,5,26,78,227,443,875,1373,1917,2175,2140,1712,1193,768,375,139,38,11,2,1]
plot(bar(zerfälle_6und7_500_1,anzahl_6und7_500_1,label=""), title=L"Samples 6 +
 ↪7, $500\mathrm{\,V}$, $45\mathrm{\,min}$, binning = $1$")
xlabel!(L"Zerfälle in $0.2\mathrm{\,s}$")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[8]:




```
[9]: # ΔT = 5s, binning = 8
zerfälle_6und7_500_2 =␣
 ↪[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,3
    35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46]
anzahl_6und7_500_2 =␣
 ↪[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,5,12,63,101,130,
    29,7,4]
plot(bar(zerfälle_6und7_500_2,anzahl_6und7_500_2,label=""), title=L"Sample 6 +␣
 ↪7, $500\mathrm{\,V}$, $45\mathrm{\,min}$, binning = $8$")
xlabel!(L"Zerfälle in $5\mathrm{\,s}$")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[9]:



1.3 1: Poisson-Verteilung

[10]:
```
mittel(anzahl, zerfälle) = sum(anzahl .* zerfälle)/sum(anzahl)
Poisson(n, N, lambda) = N * lambda^big(n) * exp(-lambda) / factorial(big(n))

# runde auf 3 Nachkommastellen ohne "0" am Ende zu verschlucken
rounded_string(value) = rpad(round(value, digits=3),␣
 ↪length(string(round(value))) +2 , "0")
```

[10]:
```
rounded_string (generic function with 1 method)
```

[11]:
```
function plotte_poisson(anzahl, zerfälle; new_plot=true)
    # Passende Poissonverteilung:
    lambda = mittel(anzahl, zerfälle)
    lambda_rounded = rounded_string(lambda)
    P(n) = Poisson(n, sum(anzahl), lambda)

    if new_plot
        plot()
        bar!(zerfälle,anzahl,label=L"\mathrm{Messdaten}")
    end
```

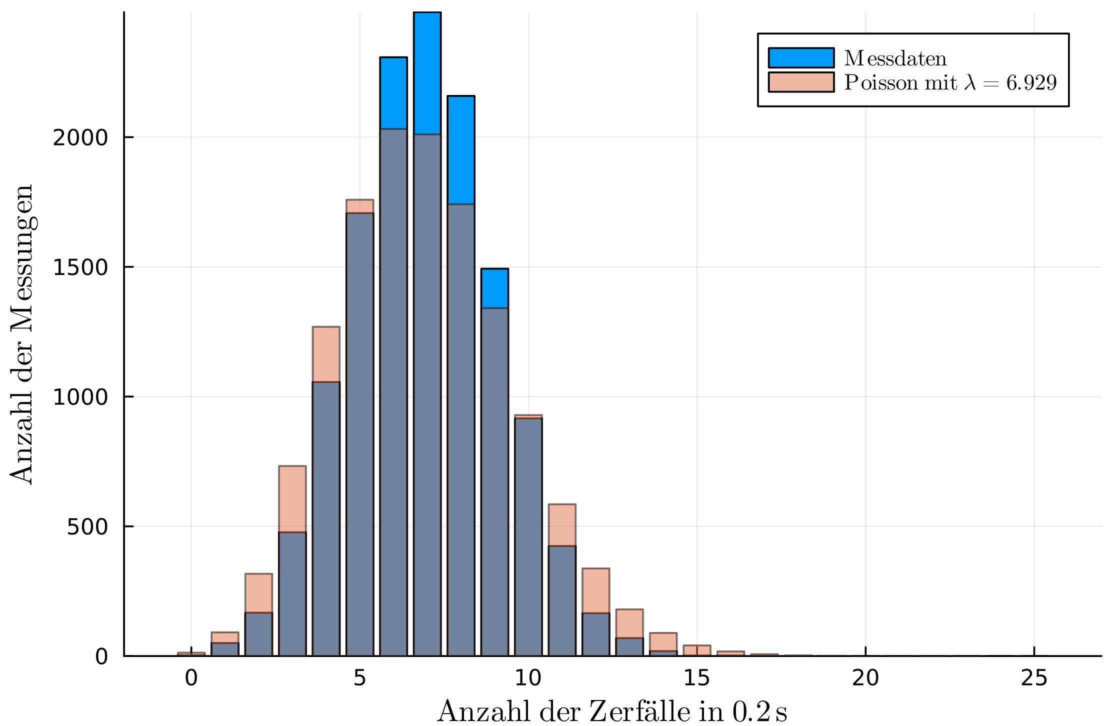
```
    bar!(0:25,P,label=LaTeXString("\$\\mathrm{Poisson\\ mit\\ } \\lambda =␣
↪$lambda_rounded\$"),alpha=0.5)
    xlabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Zerfälle\ in\ }0.2\mathrm{\,s}")
    ylabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Messungen}")
end
```

[11]: plotte_poisson (generic function with 1 method)

Sample 6, 500V, 45min, ΔT = 0.2s, binning = 1

[12]:
```
# Messdaten mit ΔT = 0.2, binning = 1
zerfälle_6_500_1 = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16]
anzahl_6_500_1 =␣
↪[3,50,167,477,1056,1707,2308,2482,2159,1493,916,424,165,69,19,2,2]

plotte_poisson(anzahl_6_500_1, zerfälle_6_500_1)
```

[12]:



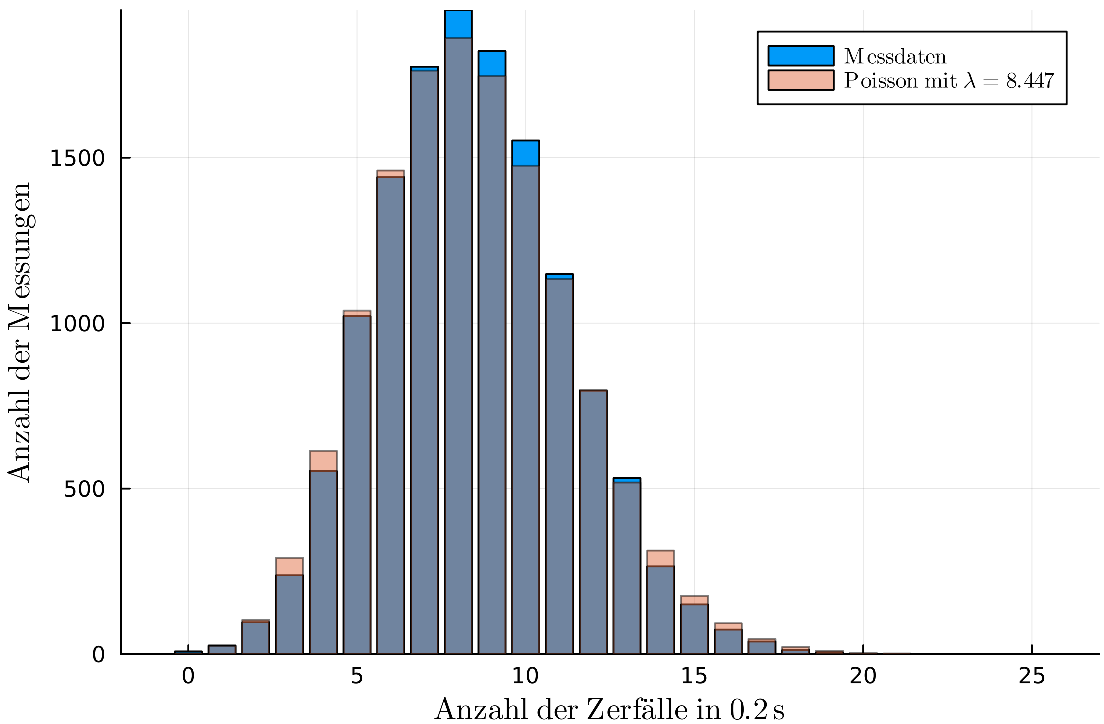
savefig("../../media/B3.1/poisson1.pdf");

Sample 6, 600V, 45min, ΔT = 0.2s, binning = 1

[13]:
```
# Messdaten mit ΔT = 0.2s, binning = 1
zerfälle_6_600_1 = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21]
anzahl_6_600_1 =␣
↪[8,26,96,238,553,1021,1441,1775,1946,1822,1552,1148,796,532,265,150,74,38,12,5,0,1]
```

```
plotte_poisson(anzahl_6_600_1, zerfälle_6_600_1)
```

[13]:



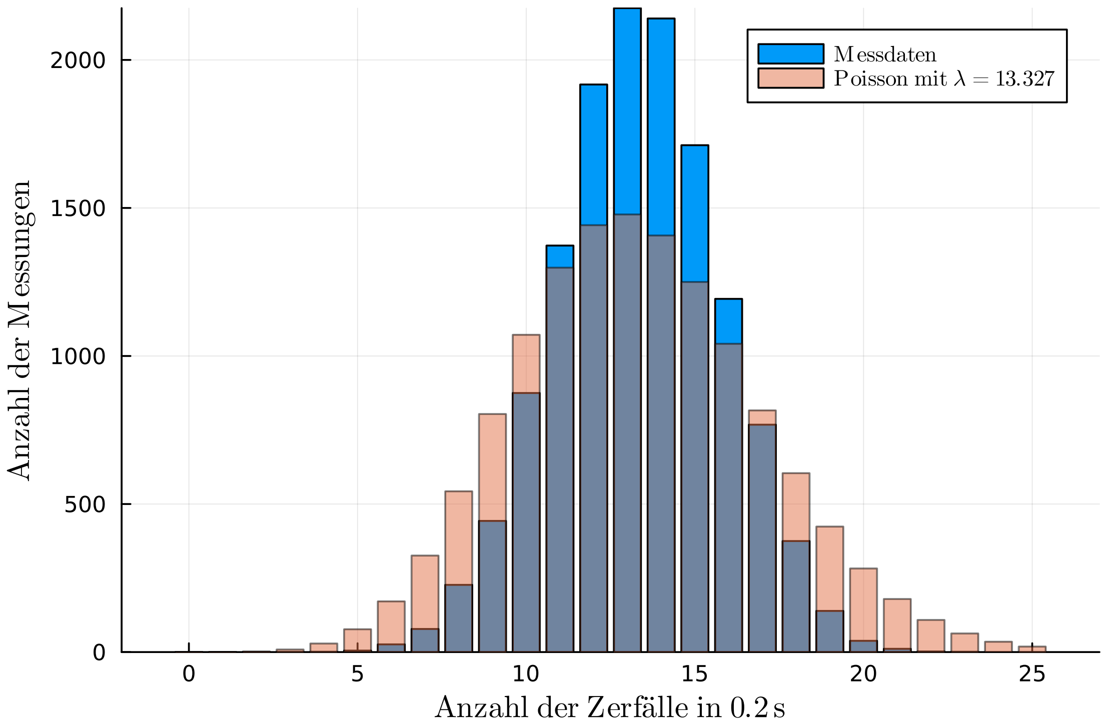
savefig("../../media/B3.1/poisson2.pdf");

Sample 6 + 7, 500V, 45min, ΔT = 0.2s, binning = 1

[14]:

```
# Messdaten mit ΔT = 0.2s, binning = 1
zerfälle_6und7_500_1 =
  ↪[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23]
anzahl_6und7_500_1 =
  ↪[0,0,0,0,1,5,26,78,227,443,875,1373,1917,2175,2140,1712,1193,768,375,139,38,11,2,1]

plotte_poisson(anzahl_6und7_500_1, zerfälle_6und7_500_1)
```

[14]:

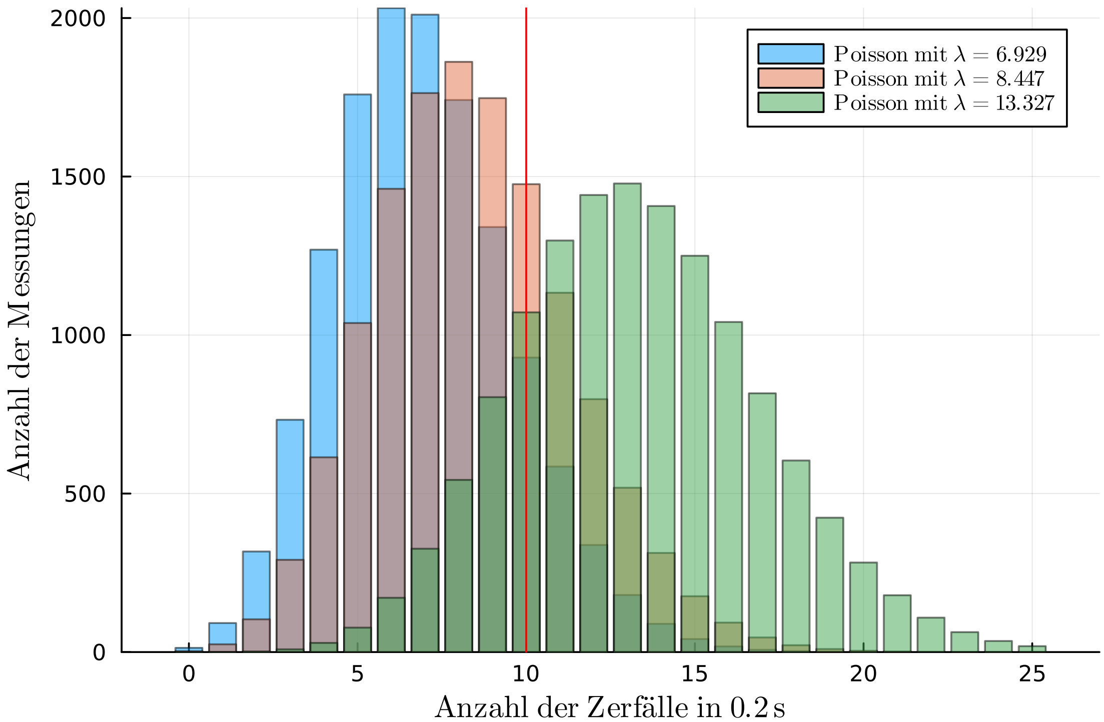


savefig(“../../media/B3.1/poisson3.pdf”);

Alle Poisson-Verteilungen zusammen:

[15]:
```
plot()
plotte_poisson(anzahl_6_500_1, zerfälle_6_500_1, new_plot=false)
plotte_poisson(anzahl_6_600_1, zerfälle_6_600_1, new_plot=false)
plotte_poisson(anzahl_6und7_500_1, zerfälle_6und7_500_1, new_plot=false)
vline!([10], color=:red, label="")
```

[15]:



savefig("../../media/B3.1/allePoisson.pdf");

1.4 2: Gaußverteilung

[16]:
```
n = 8 # Binning (für alle Messungen gleich)
Δt = 5 # (für alle Messungen gleich)

G(x, m, F, n=8) = 1/sqrt(2 * pi * m) * F * sqrt(n) * exp(- (x - m)^2 / (2 * m /
 ↪n))
```

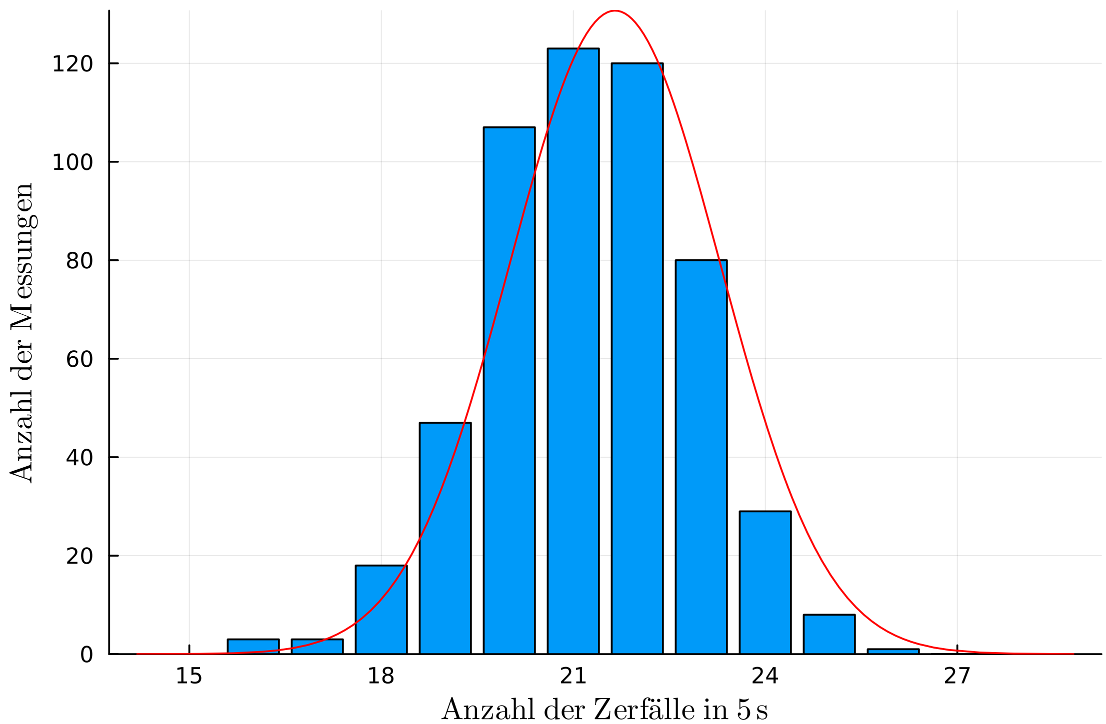
[16]:
```
G (generic function with 2 methods)
```

Sample 6, 500V, 45min, ΔT = 5s, binning = 8:

[17]:
```
# Messdaten mit ΔT = 5s, binning = 8
anzahl_6_500_2 =
 ↪[2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,3,18,47,107,123,120,80,29,8,1,0,0,0]

# Schneide interessanten Bereich hereaus
zerfälle_6_500_2 = 16:29
anzahl_6_500_2 = anzahl_6_500_2[zerfälle_6_500_2]

# Passende Gaußverteilung:
z_strich = 11044/300 # Aus Kurzmessung
```

```
z_strich_korr = sum(anzahl_6_500_1 .* zerfälle_6_500_1)/(45*60) # Diesmal aus␣
  ↪45 min Messung
m = z_strich_korr * Δt / n
F = sum(anzahl_6_500_2)
G(x) = G(x, m, F)

# Plot
gauß1 = plot(bar(zerfälle_6_500_2.
  ↪-1,anzahl_6_500_2,label=L"\mathrm{Messdaten}"), legend=:none)
plot!(G,color=:red,label=L"\mathrm{Gauß}")

xlabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Zerfälle\ in\ }5\mathrm{\,s}")
ylabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Messungen}")
```

[17]:



[18]:

```
[m,F,z_strich_korr]
```

[18]:

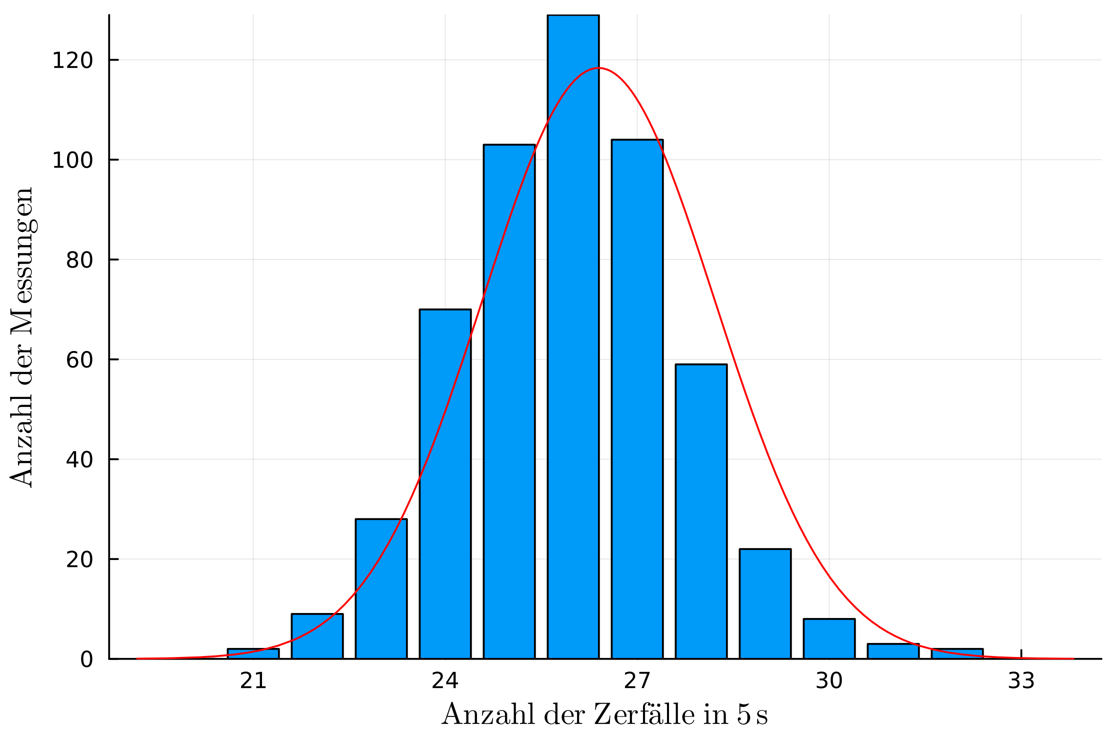
```
3-element Vector{Float64}:
  21.65138888888889
 539.0
  34.64222222222222
```

savefig(gauß1, "../../media/B3.1/gauss1.pdf");

Sample 6, 600V, 45min, $\Delta T = 5s$, binning = 8:

[19]:
```
# Messdaten mit ΔT = 5s, binning = 8
anzahl_6_600_2 =␣
↪[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,9,28,70,103,129,104,59,22,8,3,2,0,0]

# Schneide interessanten Bereich hereaus
zerfälle_6_600_2 = 21:34
anzahl_6_600_2 = anzahl_6_600_2[zerfälle_6_600_2]

# Passende Gaußverteilung:
z_strich = 12917/300 # Aus Kurzmessung
z_strich_korr = sum(anzahl_6_600_1 .* zerfälle_6_600_1)/(45*60) # Diesmal aus␣
↪45 min Messung
m = z_strich_korr * Δt / n
F = sum(anzahl_6_600_2)
G(x) = G(x, m, F)

# Plot
gauß2 = plot(bar(zerfälle_6_600_2.
↪-1,anzahl_6_600_2,label=L"\mathrm{Messdaten}"), legend=:none)
plot!(G,color=:red,label=L"\mathrm{Gauß}")
xlabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Zerfälle\ in\ }5\mathrm{\,s}")
ylabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Messungen}")
```

[19]:



[20]:
```
[m,F,z_strich_korr]
```

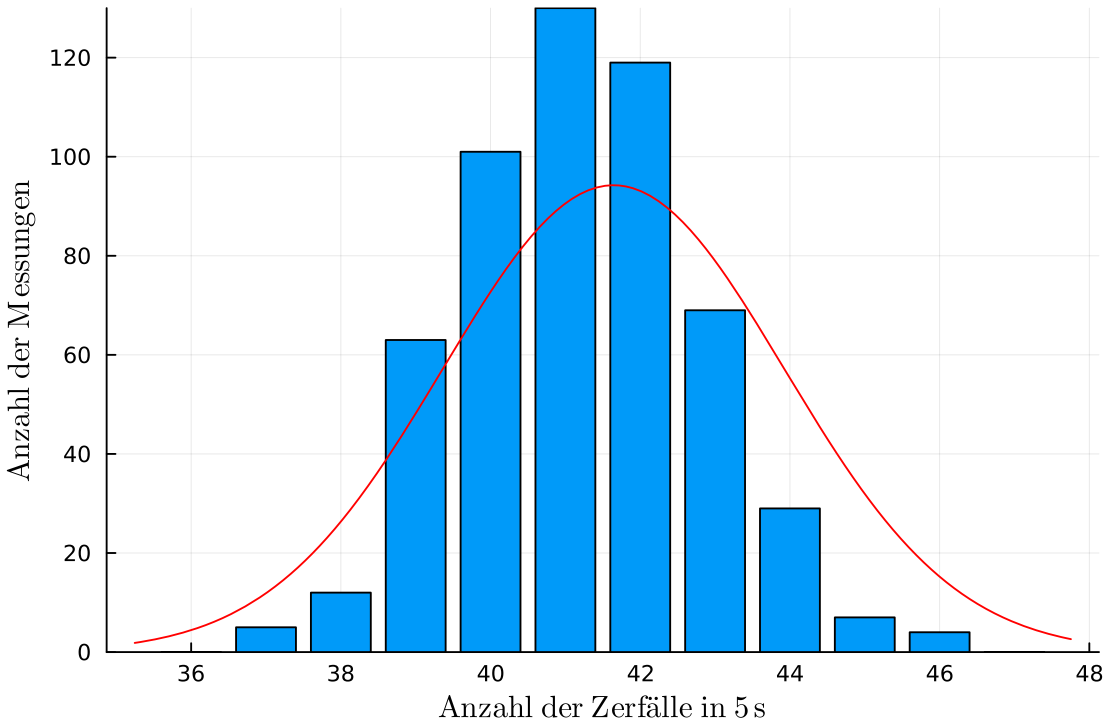
[20]:
```
3-element Vector{Float64}:
  26.394444444444446
 539.0
  42.23111111111111
```

savefig(gauß2, "../../media/B3.1/gauss2.pdf");

Sample 6 + 7, 500V, 45min, ΔT = 5s, binning = 8:

[21]:
```
# Messdaten mit ΔT = 5s, binning = 8
anzahl_6und7_500_2 =␣
 ↪[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,5,12,63,101,130,
   29,7,4,0,0]

# Schneide interessanten Bereich hereaus
zerfälle_6und7_500_2 = 37:48
anzahl_6und7_500_2 = anzahl_6und7_500_2[zerfälle_6und7_500_2]


# Passende Gaußverteilung:
z_strich = 20300/300 # Aus Kurzmessung
z_strich_korr = sum(anzahl_6und7_500_1 .* zerfälle_6und7_500_1)/(45*60) #␣
 ↪Diesmal aus 45 min Messung
m = z_strich_korr * Δt / n
F = sum(anzahl_6und7_500_2)
G(x) = G(x, m, F)

# Plot
gauß3 = plot(bar(zerfälle_6und7_500_2.
 ↪-1,anzahl_6und7_500_2,label=L"\mathrm{Messdaten}"), legend=:none)
plot!(G,color=:red,label=L"\mathrm{Gauß}")
xlabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Zerfälle\ in\ }5\mathrm{\,s}")
ylabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Messungen}")
```

[21]:



[22]:
```
[m,F,z_strich_korr]
```

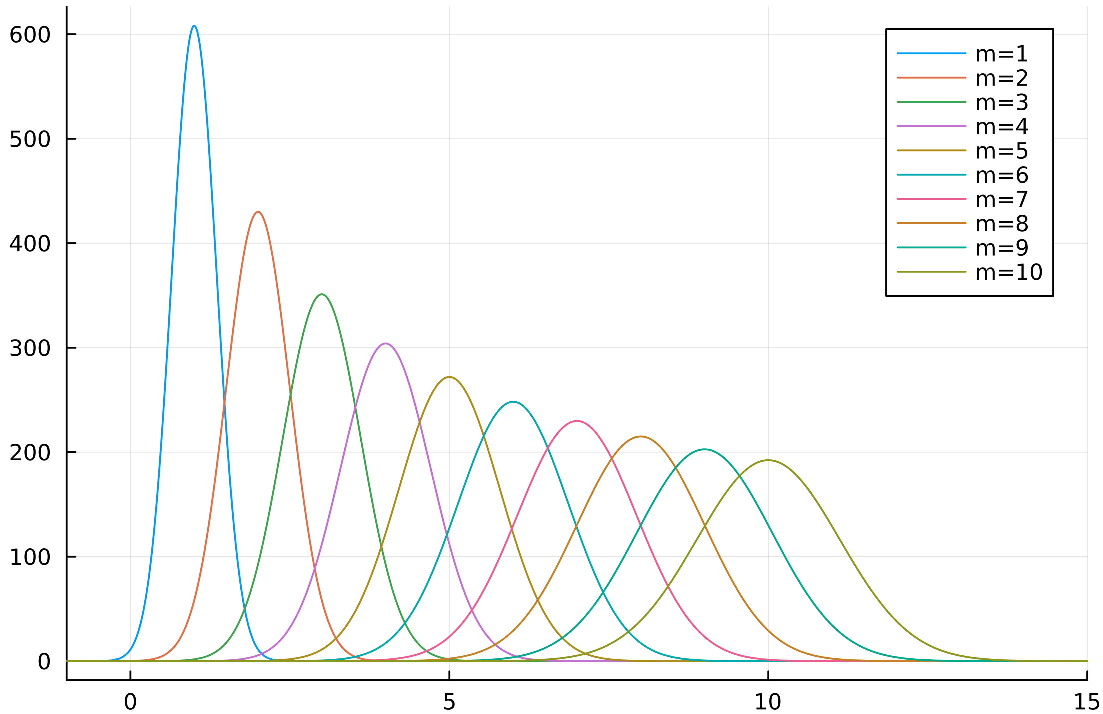
[22]:
```
3-element Vector{Float64}:
  41.643287037037034
 539.0
  66.62925925925926
```

savefig(gauß3, "../../media/B3.1/gauss3.pdf");

[23]:
```
G(x) = G(x, m, F)
m = 1
plot(G, xaxis=[-1,15], label="m=$m")
m=2
plot!(G, label="m=$m")
m=3
plot!(G, label="m=$m")
m=4
plot!(G, label="m=$m")
m=5
plot!(G, label="m=$m")
m=6
plot!(G, label="m=$m")
m=7
plot!(G, label="m=$m")
```

```
m=8
plot!(G, label="m=$m")
m=9
plot!(G, label="m=$m")
m=10
plot!(G, label="m=$m")
```

[23]:



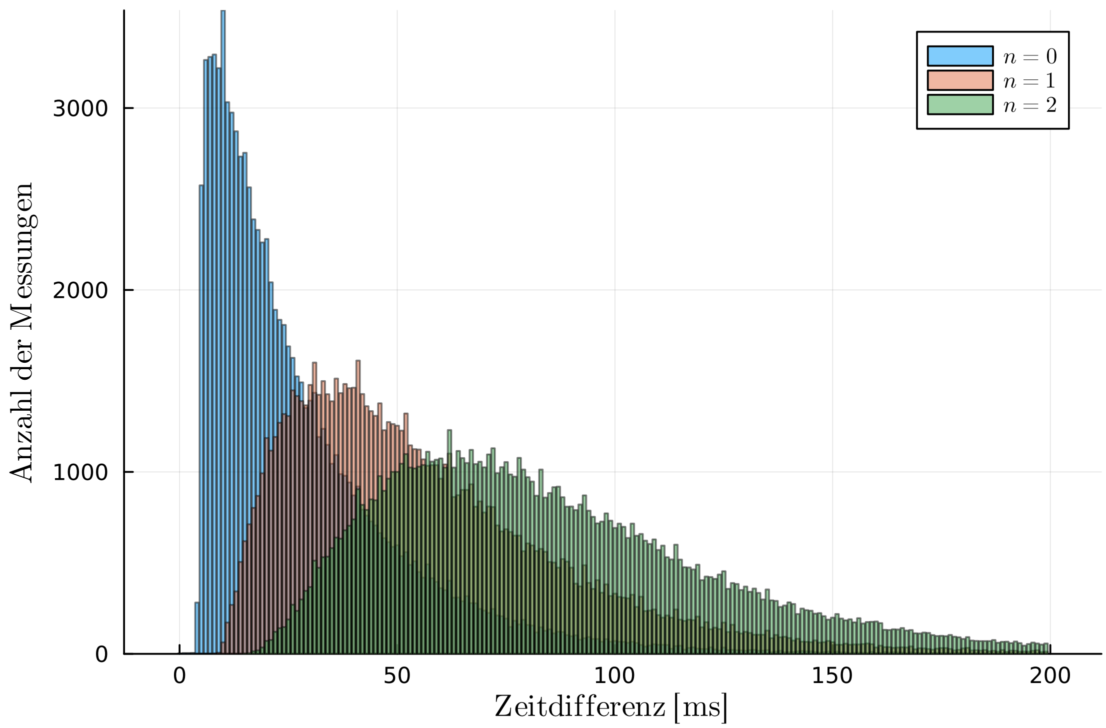
1.5 3: Intervall-Verteilung

Plotten der Messwerte

[24]:
```
interval0 = CSV.read("sample_6/500V_45min/interval_0.001_1.csv", DataFrame)
interval1 = CSV.read("sample_6/500V_45min/interval_0.001_2.csv", DataFrame)
interval2 = CSV.read("sample_6/500V_45min/interval_0.001_3.csv", DataFrame);
```

[25]:
```
# Sample 6, 500V, 45min
interval = bar(interval0[1:200, :intervall], interval0[1:200, :count], alpha=0.
 ↪5, label=L"n = 0")
bar!(interval1[1:200, :intervall], interval1[1:200, :count], alpha=0.5,␣
 ↪label=L"n = 1")
bar!(interval2[1:200, :intervall], interval2[1:200, :count], alpha=0.5,␣
 ↪label=L"n = 2")
xlabel!(L"\mathrm{Zeitdifferenz\ } [\mathrm{ms}]")
ylabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Messungen}")
```

[25]:



savefig(interval, "../../media/B3.1/interval.pdf");

Fitten für n=0

- Alle Messwerte im Bereich t ∈ [0,totzeit] abschneiden und den Rest fitten

[26]:
```
totzeitIndex = 11
modelFunction(t, a_get) = 1000*2700 * a_get[1]^2 * exp.(- a_get[1] * t) # a =
↪fit-parameter
a0 = [0.043]
fit = curve_fit(modelFunction, interval0[(totzeitIndex+1):100, :intervall],
↪interval0[(totzeitIndex+1):100, :count], a0)
a_fit = fit.param[1]
```

[26]: 0.043206773430525904

[27]:
```
Δa_fit = sqrt(estimate_covar(fit)[1])
```

[27]: 0.00012693544086906926

[28]:
```
a_strich = 11044/300 * 10^(-3) # ms^-1 Gemessene Zählrate aus Kurzzeitmessung
↪(in ms^(-1), weil a_fit auch in ms^(-1) ist)
 = 1/a_strich - 1/a_fit # ms
```

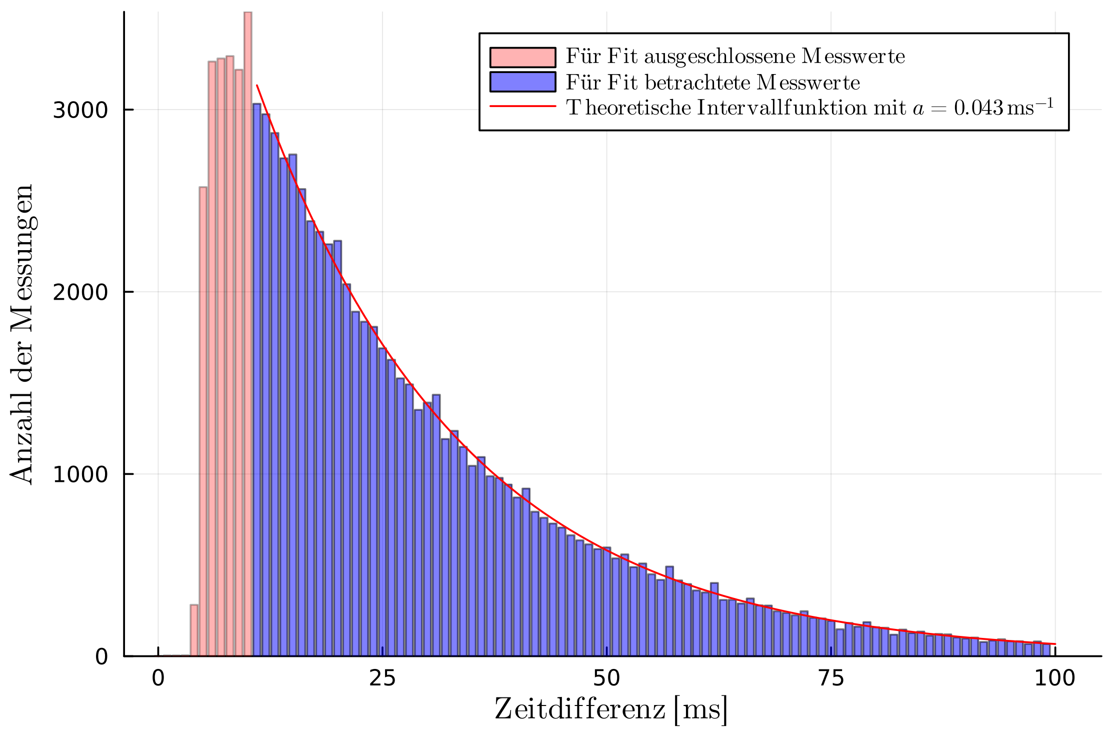
[28]: 4.019551724727979

[29]:
```
Δ  = Δa_fit/a_fit^2
```

[29]: 0.06799535172900686

[30]:
```
I(t) = modelFunction(t, [a_fit])

# Plot
intervalFit = bar(interval0[1:totzeitIndex, :intervall], interval0[1:
 ↪totzeitIndex, :count],
    color=:red, alpha=0.3, label=L"\mathrm{Für\ Fit\ ausgeschlossene\␣
 ↪Messwerte}", title="", legend=:topright)
bar!(interval0[(totzeitIndex+1):100, :intervall],
    interval0[(totzeitIndex+1):100, :count], color=:blue, alpha=0.5,␣
 ↪label=L"\mathrm{Für\ Fit\ betrachtete\ Messwerte}", title="")

rounded_a = rounded_string(a_fit)
plot!(totzeitIndex:100,I,label=LaTeXString("\$\\mathrm{Theoretische\\␣
 ↪Intervallfunktion\\ mit\\ } a = $rounded_a \\mathrm{\\,ms^{-1}}\$"), color=:
 ↪red)

xlabel!(L"\mathrm{Zeitdifferenz\ } [\mathrm{ms}]")
ylabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Messungen}")
```

[30]:



savefig(intervalFit, "../../media/B3.1/intervalFit.pdf");

1.6 4: Totzeit

1.6.1 Aus Intervallverteilung

$$a = a'/(1 - a' * \tau)$$
$$\Leftrightarrow \tau = 1/a' - 1/a$$

Benötigt a aus der Intervallverteilung. Falls a nicht schon definiert ist, wird es hier definiert:

[31]:
```
if ! isdefined(Main, :a)
    a = 0.043
end
```

[31]:
```
0.043
```

[32]:
```
a_strich = 11044/300 * 10^(-3) # ms Gemessene Zählrate aus Kurzzeitmessung
tau = 1/a_strich - 1/a # ms
```

[32]:
```
3.908257035283807
```

Aus kurzen Messungen

[33]:
```
short_measures = CSV.read("short_measurements.csv", DataFrame)
short_measures.rates = short_measures.count ./ short_measures.seconds
short_measures.rate_errors = sqrt.(short_measures.count)./short_measures.seconds

short_measures.rate_w_error = measurement.(short_measures.rates, short_measures.
    ↪rate_errors)
short_measures
```

[33]:

	sample_name	seconds	voltage	count	rates	rate_errors	rate_w_error
	String15	Int64	Int64	Int64	Float64	Float64	Measurem...
1	sample_6_7	300	500	20300	67.6667	0.474927	67.67 ± 0.47
2	sample_6_7	300	550	25509	85.03	0.532385	85.03 ± 0.53
3	sample_6_7	300	600	28522	95.0733	0.562949	95.07 ± 0.56
4	sample_6	300	500	11044	36.8133	0.350301	36.81 ± 0.35
5	sample_6	300	550	12260	40.8667	0.369083	40.87 ± 0.37
6	sample_6	300	600	12917	43.0567	0.378843	43.06 ± 0.38
7	sample_7	300	500	15833	52.7767	0.419431	52.78 ± 0.42
8	sample_7	300	550	17914	59.7133	0.446144	59.71 ± 0.45
9	sample_7	300	600	19421	64.7367	0.464531	64.74 ± 0.46
10	no_sample	300	500	2396	7.98667	0.163163	7.99 ± 0.16
11	no_sample	300	550	2513	8.37667	0.167099	8.38 ± 0.17
12	no_sample	300	600	2550	8.5	0.168325	8.5 ± 0.17

[34]:
```
function totzeit_in_milliseconds(data, voltage)
    filtered_voltage = short_measures[short_measures.voltage .== voltage, :]

    n6 = filtered_voltage[filtered_voltage.sample_name .== "sample_6", :
↪rate_w_error][1]
    n7 = filtered_voltage[filtered_voltage.sample_name .== "sample_7", :
↪rate_w_error][1]
    n67 = filtered_voltage[filtered_voltage.sample_name .== "sample_6_7", :
↪rate_w_error][1]
    n0 = filtered_voltage[filtered_voltage.sample_name .== "no_sample", :
↪rate_w_error][1]

    A = n0*n67*n7-n6*n67*n7+n0*n67*n6-n0*n6*n7
    B = -2*n67*n0+2*n6*n7
    C = n67-n6+n0-n7

    t1 = (-B+sqrt(B^2 - 4*A*C))/(2*A) * 1000
    t2 = (-B-sqrt(B^2 - 4*A*C))/(2*A) * 1000

    return t1, t2
end
```

[34]:
```
totzeit_in_milliseconds (generic function with 1 method)
```

Ermittle realistische Totzeiten

[35]:
```
tau_1 = totzeit_in_milliseconds(short_measures, 500)[1]
tau_2 = totzeit_in_milliseconds(short_measures, 550)[1]
tau_3 = totzeit_in_milliseconds(short_measures, 600)[1];
```

Stelle alle Totzeiten als LaTeX-Tabelle dar

[36]:
```
digits = 2

for voltage in (500, 550, 600)
    print("\$$voltage\$")
    for t in totzeit_in_milliseconds(short_measures, voltage)
        value = round(Measurements.value(t), digits=digits)
        uncert = round(Measurements.uncertainty(t), digits=digits)
        print(" & \$$value \\pm $uncert\$")
        perc = round(Integer, uncert / value * 100)
        print(" \$(\\pm $perc \\,\\%)\$")
    end
    println(" \\\\")
end
```

```
$500$ & $6.41 \pm 0.33$ $(\pm 5 \,\%)$ & $22.04 \pm 0.15$ $(\pm 1 \,\%)$ \\
$550$ & $2.32 \pm 0.25$ $(\pm 11 \,\%)$ & $19.79 \pm 0.12$ $(\pm 1 \,\%)$ \\
$600$ & $1.13 \pm 0.22$ $(\pm 19 \,\%)$ & $18.51 \pm 0.11$ $(\pm 1 \,\%)$ \\
```

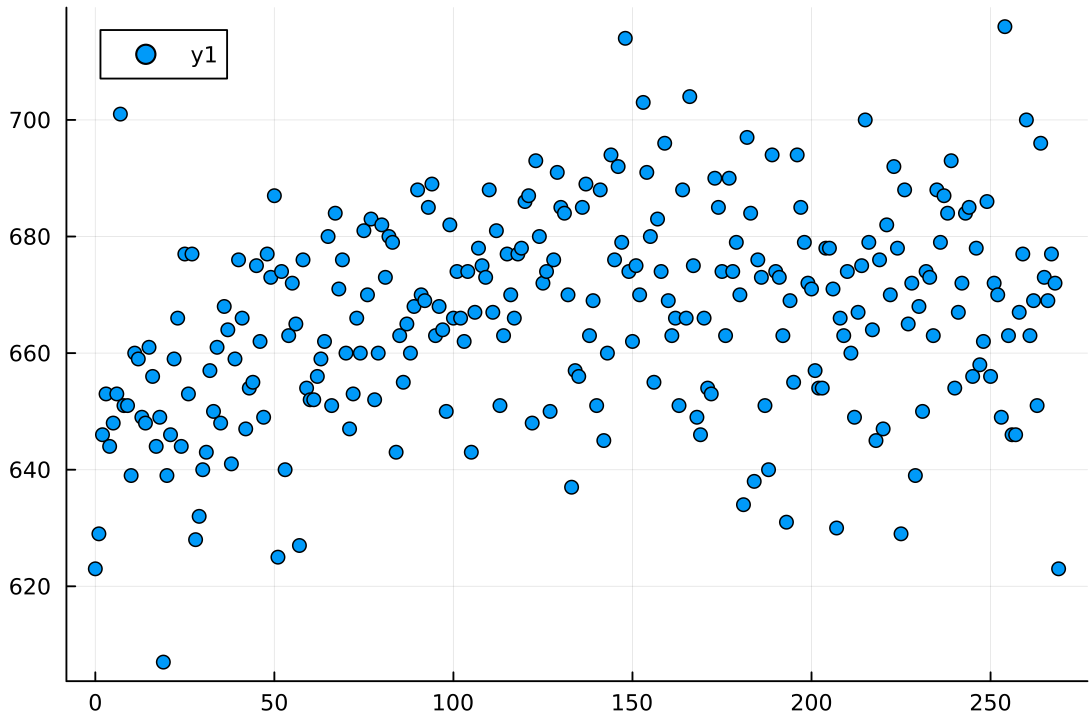
1.7 5: Aufgaben zum χ^2–Test

Benötigt Totzeit.

Daten einlesen

[37]:
```
data = CSV.File("sample_6_7/500V_45min/divide_10.csv")
scatter(0:length(data), data.Zerfälle_in_10_sec)
```

[37]:



[38]:
```
pos_min = 0
pos_max = 50
x_data = pos_min:pos_max
decays = data.Zerfälle_in_10_sec[x_data.+1]

avg_decays = mean(decays)
```

[38]: 653.8039215686274

[39]:
```
std(decays)
```

[39]: 16.509415020336895

[40]:
```
avg_decays
```

[40]: 653.8039215686274

[41]:
```
avg_decays_corrected = avg_decays / (1 - a_strich*tau)
```

[41]: 763.6789739437968

[42]:
```
avg_decays_corrected/avg_decays
```

[42]: 1.1680550525172038

[43]:
```
decays_corrected = decays ./ (1 .- a_strich*tau);
```

1.7.1 1. Hypothesen

Zeigen Sie zeichnerisch, was die Hypothesen a, b und c besagen.

- a: Die Präparatstärke ist konstant im betrachteten Zeitraum und gleicht dem Mittelwert der 51 Messwerte.
- b: Die Präparatstärke ist konstant im betrachteten Zeitraum und gleicht dem Mittelwert der 51 Messwerte minus 10%.
- c: Die Präparatstärke nimmt im betrachteten Zeitraum linear mit der Zeit ab (als erste Näherung eines exponentiellen Abfalls). Die Anfangszählrate ist der Mittelwert, und der Abfall von einer Messung zur anderen sei 1.

Hypothese H_1: “Die Präparatstärke ist konstant im betrachteten Zeitraum und gleicht dem Mittelwert der 51 Messwerte.”

Diese Hypothese besagt, jeder erwartete Zählmenge $n_1(i)$ sei gleich dem Mittelwert der 51 Messungen n_i.

$$\bar{x} = \bar{n}$$

$$n_1(i) = \frac{1}{51}\sum_{i=1}^{51} n_i$$

$$\chi_1^2 = \sum_i \frac{(n_i - \bar{n})^2}{\bar{n}}$$

Hypothese H_2: “Die Präparatstärke ist konstant im betrachteten Zeitraum und gleicht dem Mittelwert der 51 Messwerte minus 10%.”

Dies bedeutet, dass die erwarteten Zählungen $n_2(i)$ um 10% kleiner als die Zählungen nach H_1 sein müssen.

$$n_2(i) = \frac{9}{10} \cdot n_1(i)$$

$$\chi_2^2 = \sum_i \frac{(n_i - 0.9\,\bar{n})^2}{0.9\,\bar{n}}$$

Hypothese H_3: “Die Präparatstärke nimmt im betrachteten Zeitraum linear mit der Zeit ab (als erste Näherung eines exponentiellen Abfalls). Die Anfangszählrate ist der Mittelwert, und der Abfall von einer Messung zur anderen sei 1.”

Die erwarteten Ereignisse starten demnach bei $n_1(0)$ und fallen dann linear mit einer Steigung von 1 ab.

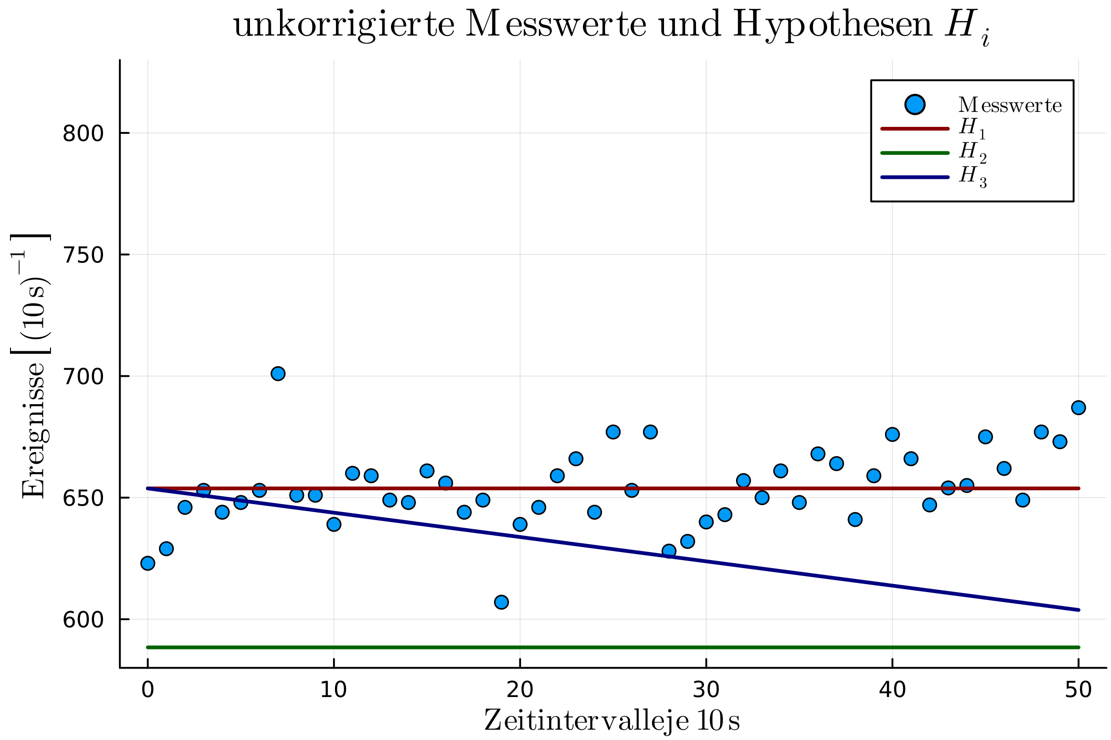
$$n_3(i) = n_1(0) - i$$
$$\chi_3^2 = \sum_i \frac{(n_i - (n-i))^2}{(n-i)}$$

[44]:
```
function plot_hypotheses(x_data, decays, title; legend_pos)
    scatter(x_data, decays, label=L"\mathrm{Messwerte}", legend=legend_pos,␣
 ↪yrange=[580, 830])

    title!(title)
    xlabel!(L"\mathrm{Zeitintervalle je}\ 10\mathrm{\,s}")
    ylabel!(L"\mathrm{Ereignisse}\ \left[(10\,\mathrm{s})^{-1}\right]")

    h1_results = fill(mean(decays), length(x_data))

    plot!(
        x_data,
        h1_results,
        label=L"H_1",
        color=:red4,
        lw=2
    )

    plot!(
        x_data,
        0.9 .* h1_results,
        label=L"H_2",
        color=:darkgreen,
        lw=2
    )

    plot!(
        x_data,
        h1_results .- x_data,
        label=L"H_3",
        color=:navy,
        lw=2
    )
end
```

[44]:
```
plot_hypotheses (generic function with 1 method)
```

[45]:
```
plot_hypotheses(x_data, decays, L"\mathrm{unkorrigierte\ Messwerte\ und\␣
 ↪Hypothesen\ } H_i", legend_pos=:topright)
```

[45]:

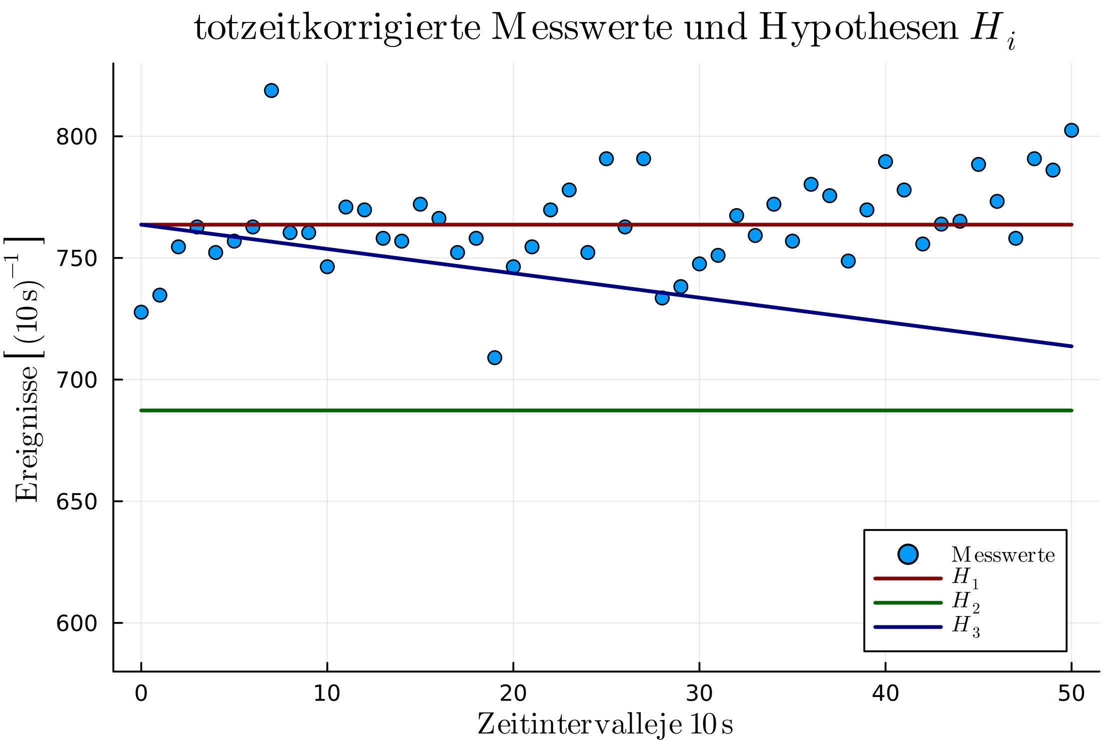


savefig("../../media/B3.1/Hypothesen_plot.pdf");

[46]:

```
plot_hypotheses(x_data, decays_corrected, L"\mathrm{totzeitkorrigierte\ Messwerte\ und\ Hypothesen\ } H_i"; legend_pos=:bottomright)
```

[46]:



savefig("../../media/B3.1/Hypothesen_plot_corr.pdf");

Man Erkennt, dass H_1 die Messwerte am besten beschreibt.

1.7.2 2. Hypothesentest

Nun werden die drei Hypothesen H_i mithilfe des χ^2–Tests geprüft. Hierzu werden 51 Messwerte aus der 45 min-Messung beider Proben gewählt, deren Zählungen über 10 s gemittelt werden. Dies wird sowohl für die nicht-totzeitkorrigierten als auch für die totzeitkorrigierten Daten durchgeführt.

Durch die Bildung des Mittelwertes gibt es noch 50 statistische Freiheitsgrade. Dadurch können die erlaubten Grenzen für χ^2 für ein System mit 50 Freiheitsgraden und einer Signifikanz von 5% verwendet werden [6].

$$\chi^2_{\mathrm{min}} = 32.357$$
$$\chi^2_{\mathrm{max}} = 71.420$$

unkorrigiert

$$\chi_1^2 = \sum_i \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\bar{x}}$$

$$\chi_2^2 = \sum_i \frac{(x_i - 0.9\,\bar{x})^2}{0.9\,\bar{x}}$$

$$\chi_3^2 = \sum_i \frac{(x_i - (\bar{n} - i))^2}{(\bar{n} - i)}$$

[47]:
```
chi_squared_1 = sum((decays .- avg_decays).^2 ./ avg_decays)
```

[47]: 20.84422984644914

[48]:
```
(1 - chi_squared_1 / 32.357)*100
```

[48]: 35.58046219844504

[49]:
```
chi_squared_2 = sum((decays .- 0.9*avg_decays).^2 ./ (0.9*avg_decays))
```

[49]: 393.6491442738329

[50]:
```
chi_squared_2 / 71.420
```

[50]: 5.511749429765232

[51]:
```
chi_squared_3 = sum((decays .- (avg_decays .- x_data)).^2 ./ (avg_decays .-
 ↪x_data))
```

[51]: 106.02106295610936

[52]:
```
chi_squared_3 / 71.420
```

[52]: 1.4844730181477088

totzeitkorrigiert

$$\chi^2_{i,\mathrm{korr}} = \frac{1}{1 - \frac{m}{\Delta t}\tau} \cdot \chi_i^2$$

[53]:
```
chi_squared_1_corrected = 1 / (1-a_strich*tau) * chi_squared_1
```

[53]: 24.34720798797481

[54]:
```
(1 - chi_squared_1_corrected / 32.357)*100
```

[54]: 24.75443339007074

[55]:
```
chi_squared_2_corrected = 1 / (1-a_strich*tau) * chi_squared_2
```

[55]: 459.80387188812415

[56]:
```
chi_squared_2_corrected / 71.420
```

[56]: 6.438026769646095

[57]:
```
chi_squared_3_corrected = 1 / (1-a_strich*tau) * chi_squared_3
```

[57]:
```
123.83843825912807
```

[58]:
```
chi_squared_3_corrected / 71.420
```

[58]:
```
1.7339462091728937
```

1.7.3 3. Halbwertszeit

Welche Halbwertszeit ergibt sich aus der Hypothese c, wenn Sie einen zeitlichen Abstand der Messungen von 10 Sekunden annehmen als Näherung eines exponentiellen Zerfalls?

Nun soll nach Hypothese H_3 die Halbwertszeit $T_{1/2}$ der Proben bestimmt werden. Hierzu wird der exponentielle Zerfall durch eine lineare Kurve beschrieben. Es wird erwartet, dass diese Halbwertszeit deutlich geringer als die ca. 30 yr der Probe ist.

Dabei wird davon ausgegangen, dass innerhalb der Messdauer $\Delta t = 10\,\mathrm{s}$ der Wert N_0 um 1 sinkt. Weiterhin wird die Halbwertszeit nach Gleichung **??** bestimmt. Nach Hypothese H_3 ist $N(0) = \bar{n}$ der Mittelwert der Zählraten.

[59]:
```
T_12 = Integer(round(10 * log(2) / log(avg_decays/(avg_decays-1)))) # seconds
println(T_12, " seconds")

T_12_str = string("\$T_{1/2}(m^\\prime)=", Integer(round(T_12/3600)),
    "\\,\\mathrm{h}\\,", Integer(round(T_12%60)), "\\,\\mathrm{min}\$",)
println(T_12_str)
latexstring(T_12_str)
```

```
4528 seconds
$T_{1/2}(m^\prime)=1\,\mathrm{h}\,28\,\mathrm{min}$
```

[59]:
$T_{1/2}(m^\prime)=1\,\mathrm{h}\,28\,\mathrm{min}$

[60]:
```
T_12_corr = Integer(round(10 * log(2) / log(avg_decays_corrected/
    (avg_decays_corrected-1)))) # seconds
println(T_12_corr, " seconds")

T_12_corr_str = string("\$T_{1/2}(m)=", Integer(round(T_12_corr/3600)),
    "\\,\\mathrm{h}\\,", Integer(round(T_12_corr%60)), "\\,\\mathrm{min}\$",)
println(T_12_corr_str)
latexstring(T_12_corr_str)
```

```
5290 seconds
$T_{1/2}(m)=1\,\mathrm{h}\,10\,\mathrm{min}$
```

[60]:
$T_{1/2}(m)=1\,\mathrm{h}\,10\,\mathrm{min}$