

UNIVERSITÄT ZU KÖLN

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT



PRAKTIKUM B

B3.4

Positronen–Emissions–Tomographie

CATHERINE TRAN
CARLO KLEEFISCH
OLIVER FILLA

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theoretische Grundlagen	4
2.1	PET	4
2.2	β -Zerfall	5
2.3	Paarvernichtung	6
2.4	γ -Strahlung	6
2.4.1	Photoeffekt	6
2.4.2	Comptoneffekt	7
2.4.3	Paarbildung	7
2.4.4	Impulshöhenspektrum	8
2.4.4.1	Photopeak / Full-Energy-Peak	8
2.4.4.2	Compton-Kante	9
2.4.4.3	Rückstreupeak / Backscatter Peak	9
2.4.4.4	Escapelinien / Escape-Peaks	10
2.5	Szintillatoren und Photomultiplier	10
3	Durchführung	11
4	Auswertung	12
5	Fazit	13
6	Literatur	14

1 Einleitung

Die Positronen–Emissions–Tomographie (PET) ist ein nuklearmedizinisches bildgebendes Verfahren, bei denen radioaktive Materialien als *Tracer* verabreicht werden, die dann im Körper des Patienten gemessen werden. Dadurch können Bilder von z.B. Krebszellen erzeugt werden.

In diesem Versuch wird eine radioaktive Quelle in einer Probe mittels der PET lokalisiert. Weiterhin wird die Ortsauflösung sowie die Winkelabhängigkeit untersucht.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 PET

Die Positronen-Emissions-Tomographie ist ein Verfahren, das die Möglichkeit bietet, Veränderungen von Stoffwechselprozessen sowie physiologische Aktivitäten sichtbar zu machen. In der Medizin wird dieses Verfahren hauptsächlich verwendet, um Krebszellen im Körper zu detektieren.

Hierbei injiziert man dem Patienten radioaktive Markerstoffe (*Tracer*). Diese werden unterschiedlich von den Zellen aufgenommen und verarbeitet, abhängig vom lokalen Stoffwechsel. Damit der Körper nicht zu viel radioaktive Strahlungen ausgesetzt wird, muss der Tracer so kurzlebig wie möglich sein und dennoch Positronen abgeben. Deswegen eignen sich z.B. ^{11}C , ^{13}N , ^{15}O , ^{18}F besonders. Unterschiedliche Tracer werden für unterschiedliche Körperteile verwendet.

Wenn der Tracer im Gewebe ist, zerfällt er über den β^+ -Zerfall und emittiert dabei Positronen. Innerhalb weniger Mikrometer rekombiniert ein Positron mit einem Elektron und es kommt zur *Paarvernichtung*. Hierbei entstehen zwei Photonen mit jeweils einer Energie von 511keV in einem Winkel von 180° zueinander. [6]

Um die Aktivität quantitativ zu bestimmen, werden Signale von den ausgestrahlten Photonen registriert. Wenn zwei davon koinzident sind, hat dieser Prozess mit großer Wahrscheinlichkeit auf der Verbindungslinie¹ stattgefunden. Aus vielen solcher koinzidenten Signale lässt sich die Aktivität mit einem Computerprogramm zu einem zweidimensionalen und später dreidimensionalen Bild rekonstruieren.

Es kann bei der Messung häufig zu falschen Koinzidenzen kommen. Entweder sind das nur zufällige Signale, die zeitgleich aufgenommen werden, oder das Photon wurde schon auf den Weg zum Detektor gestreut. Diese falsche Koinzidenzen möchte man möglichst gering halten, da sie nicht zur Bildqualität tragen und Nachbearbeitung fordern.

Neben der PET gibt es noch andere bildgebende Verfahren wie Röntgentomographie, Computertomographie (CT), Magnetresonanztomographie (MRT) und Ultraschall. Die Strahlenbelastung ist bei jeweiligem Verfahren unterschiedlich.

Bei Ultraschall werden nur unschädliche Schallwellen verwendet, MRT ist ebenso frei von Strahlenbelastung. Im Vergleich zu Röntgentomographie und CT ist PET weniger schädlich, da die Stoffe sehr schnell zerfallen. Eine Röntgenaufnahme am Brustkorb hat eine Äquivalentdosis von 0.2mSv und eine CT am Brustkorb hat ca 8mSv [8].

Laut Bundesamt für Strahlenschutz beträgt der Grenzwert für eine einzelne Person 1mSv pro Jahr, so lange man nicht beruflich mit Strahlung zu tun hat.

Für die Medizin ist PET ein hervorragendes Werkzeug, besonders in der Onkologie. Das Verfahren kann Veränderung im Stoffwechsel erkennen, eher ein anderes Verfahren es nachweisen kann, so können Krebstumoren früher erkannt und behandelt werden.

¹Englisch: *line of response (LOR)*

2.2 β -Zerfall

Der β -Zerfall ist eine der drei Arten radioaktiven Zerfalls. Wie beim α -Zerfall wird dabei ein chemisches Element in ein anderes umgewandelt. Im Unterschied zum α -Zerfall werden hierbei keine Nukleonen abgesondert, sondern ein Nukleon in ein anderes umgewandelt.

Es wird zwischen drei Arten des β -Zerfalls unterschieden. Es gibt β^+ -Zerfall und β^- -Zerfall, weiterhin wird der Elektroneneinfang dazugezählt.

Radioaktiver Zerfall geschieht, wenn der Tochterkern eine höhere Bindungsenergie als der Mutterkern erhält. Hierfür ist insbesondere der Symmetrieterm der Weizsäcker Massenformel (??) interessant. Daran kann man erklären, dass β^- -Zerfall dann geschehen kann, wenn der Kern mehr Neutronen als Protonen hat.

Umgekehrt kann es zu β^+ -Zerfall kommen, wenn der Kern mehr Protonen als Neutronen hat. Ebenso ist Elektroneneinfang möglich. Welcher dieser Prozesse stattfindet hängt von der Energiedifferenz zwischen Mutterkern und Tochterkern ab: Wenn die Energiedifferenz kleiner als $\Delta E_{\min} = 1.022\text{MeV}$ beträgt, dann reicht die Energie nur für Elektroneneinfang. Bei einer Energie von mehr als ΔE_{\min} ist auch β^+ -Zerfall möglich. ΔE_{\min} entspricht der doppelten Ruheenergie von Elektronen.

Beim β^+ -Zerfall wird ein Proton p in ein Neutron n umgewandelt, dabei entstehen ein Positron e^+ sowie ein Elektronenneutrino ν_e . Hierbei wird ein Mutterkern ${}_Z^AX$ in einen Tochterkern ${}_{Z-1}^AY^-$ umgewandelt. Beim β^- -Zerfall wird ein Neutron n in ein Proton p umgewandelt, dabei entstehen ein Positron e^+ sowie ein Anti-Elektronenneutrino $\bar{\nu}_e$. Hierbei wird ein Mutterkern ${}_Z^AX$ in einen Tochterkern ${}_{Z+1}^AY^+$ umgewandelt.

Beim Elektroneneinfang (ec) wird ähnlich wie beim β^+ -Zerfall ein Proton p in ein Neutron n umgewandelt. Allerdings wird dazu ein Elektron e^- verwendet, dass aus der K -Schale des Atoms eingefangen wurde. Daher wird nur ein Elektronenneutrino ν_e erzeugt. Hierbei wird ein Mutterkern ${}_Z^AX$ in einen Tochterkern ${}_{Z-1}^AY$ umgewandelt.

$$\beta^+ : \quad p \longrightarrow n + e^+ + \nu_e \quad (2.1)$$

$${}_Z^AX \longrightarrow {}_{Z-1}^AY^- + e^+ + \nu_e \quad (2.2)$$

$$\beta^- : \quad n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (2.3)$$

$${}_Z^AX \longrightarrow {}_{Z+1}^AY^+ + e^- + \bar{\nu}_e \quad (2.4)$$

$$\text{ec} : \quad p + e^- \longrightarrow n + \nu_e \quad (2.5)$$

$${}_Z^AX \longrightarrow {}_{Z-1}^AY + \nu_e \quad (2.6)$$

In diesem Versuch wird als Quelle ${}^{22}\text{Na}$ verwendet, da eine Halbwertszeit von etwa 2.6 Jahren hat [2]. Dieses zerfällt über den β^+ -Zerfall in einen angeregten Zustand des stabilen Nuklides ${}^{22}\text{Ne}$, welches unter Aussenden eines γ -Quants mit $E_\gamma = 1275\text{keV}$ in den Grundzustand zerfällt (siehe Abbildung 1). Beide Zerfälle geschehen koinzident.

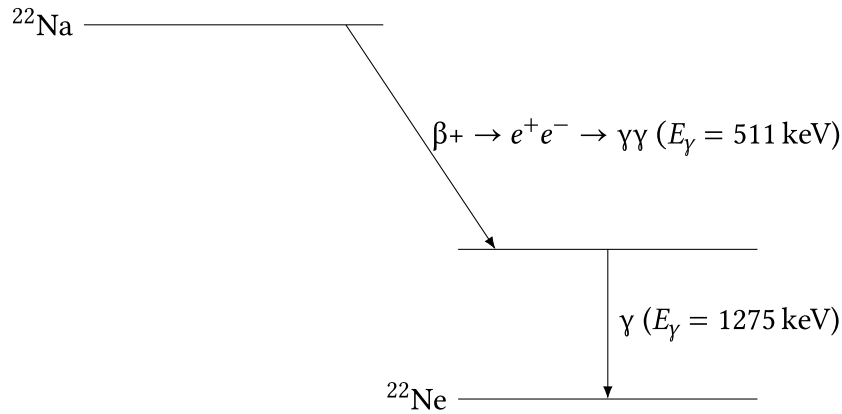


Abbildung 1: Abb. 1: Skizze des Zerfalls von ^{22}Na zu ^{22}Ne [1]

2.3 Paarvernichtung

Der Begriff der Paarvernichtung beschreibt die Zerstrahlung von einem Teilchen und seinem Antiteilchen, bei der die Teilchen in γ -Strahlung umgewandelt werden. Die Energie der Strahlung ist die Summe der kinetischen Energie dieser Teilchen sowie ihrer Ruhemassen. Die Paarerzeugung ist der dazu inverse Effekt. [5]

Bei der Vernichtung eines Positrons e^+ mit einem Elektron e^- entstehen normalerweise zwei γ -Quanten in einem Winkel θ . Dieser hängt von der transversalen Impulskomponente p_T ab. Weiterhin sind die Ruhemasse m_e der Teilchen und die Lichtgeschwindigkeit c relevant. [6]

$$\tan(\theta) = \frac{p_T}{m_e c} \quad (2.7)$$

Sind die beiden Teilchen in Ruhe zueinander, so ist der Abstrahlwinkel der γ -Quanten 180° . Haben sie einen relativen Impuls, so wird der Winkel kleiner. Sind die Teilchen jedoch zu schnell, dann ist der Wirkungsquerschnitt sehr klein und es ist sehr unwahrscheinlich, dass Paarvernichtung stattfindet.

2.4 γ -Strahlung

Gammastrahlung ist im engeren Sinne eine besonders durchdringende elektromagnetische Strahlung, die bei radioaktivem Zerfall auftritt. Sie wirkt durch drei Prozesse auf Materie. Bei einer Energie von bis zu $E_\gamma = 100\text{keV}$ überwiegt der Photoeffekt, weiterhin gibt es den Comptoneffekt und Paarbildung.

2.4.1 Photoeffekt

Beim Photoeffekt überträgt ein Photon seine gesamte Energie auf ein Hüllenelektron, welches daraufhin das Atom verlässt. Er wirkt vor allem bei elektromagnetischer Strahlung mit einer Energie von bis zu $E_\gamma = 100\text{keV}$.

Die kinetische Energie E_{kin} des Elektrons hängt von der Energie des Photons $h\nu$ sowie der Austrittsarbeit W_A , ab. Letztere ist notwendig, um das Elektron aus dem Atom zu lösen.

$$E_{\text{kin}} = h\nu - W_A \quad (2.8)$$

Der Wirkungsquerschnitt σ_{ph} wird durch die Ordnungszahl Z , die reduzierte Photonenenergie ϵ (2.11), die Sommerfeld'sche Feinstrukturkonstante α und den Thomson-Wirkungsquerschnitt σ_{Th}^e bestimmt. [7]

$$\sigma_{\text{ph}} = \sqrt{\frac{32}{\epsilon^7}} \alpha^4 Z^5 \sigma_{\text{Th}}^e \frac{\text{cm}}{\text{Atom}} \quad (2.9)$$

$$\sigma_{\text{ph}} \propto \frac{Z^5}{E_\gamma^{\frac{7}{2}}} \quad (2.10)$$

$$\epsilon = \frac{E_\gamma}{m_e c^2} \quad (2.11)$$

$$\sigma_{\text{Th}}^e = \frac{8}{3} \pi r_e^2 \quad (2.12)$$

Hierbei sind weiterhin die Elektronenmasse m_e und der Radius r_e eines Elektrons relevant.

2.4.2 Comptoneffekt

Der Comptoneffekt tritt vor allem bei γ -Strahlung mit mittleren Energien von ca. 100keV bis 1MeV auf. Dabei stößt ein Photon mit einem (quasi-freien) Elektron, wodurch es einen Impuls auf das Elektron überträgt und gestreut wird.

Die Änderung der Wellenlänge λ des Photons hängt vom Streuwinkel θ ab. Der Wirkungsquerschnitt σ_{Co} ist von der Ordnungszahl Z des Absorbers und der Energie E_γ der Strahlung abhängig. [7]

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos(\theta)) \quad (2.13)$$

$$\sigma_{\text{Co}} \propto \frac{Z}{E_\gamma} \quad (2.14)$$

2.4.3 Paarbildung

Bei der Paarbildung entsteht aus einem Photon mit einer hohen Energie ein Teilchen-Antiteilchen-Paar, dieser Effekt dominiert bei Energien von etwa 5MeV. Die Umkehrung dieses Effektes nennt man Paarvernichtung.

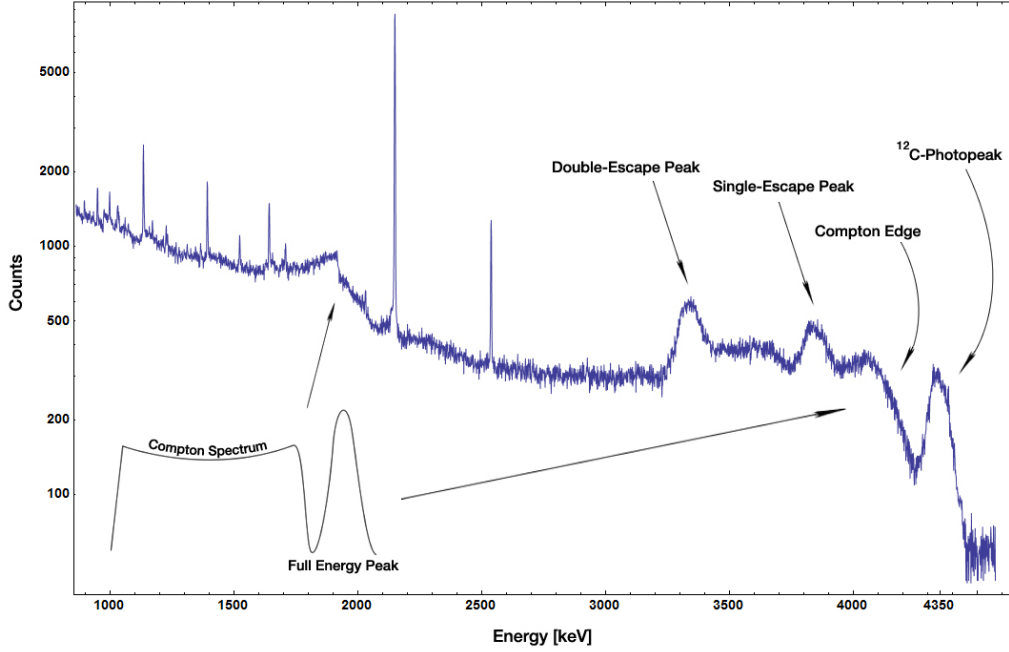


Abbildung 2: Abb. 2: Impulshöhenspektrum, Quelle 7

Im Coulombfeld eines Atomkernes kann ein Photon zu einem Positron e^+ und einem Elektron e^- zerstrahlen, wenn die Energie des Photons mindestens 1.022 MeV beträgt. Diese Energie entspricht der Gesamtmasse beider Teilchen.

Der Wirkungsquerschnitt σ_{Paar} kann wie folgt beschrieben werden. Wie bei dem Photoeffekt sind dabei die Feinstrukturkonstante α und der Elektronenradius r_e relevant, ebenso die reduzierte Energie ϵ (2.11).

$$\sigma_{\text{Paar}} = 4\alpha r_e^2 Z^2 \left(\frac{7}{9} \ln(2\epsilon) - \frac{109}{54} \right) \quad (2.15)$$

$$\sigma_{\text{Paar}} \propto Z^2 \ln(E_\gamma) \quad (2.16)$$

2.4.4 Impulshöhenspektrum

Die Zahl der in einem Detektor nachgewiesenen Ereignisse als Funktion ihrer Impulshöhe wird durch ein Impulshöhenspektrum dargestellt. [9] In Abbildung 2 ist ein solches für monoenergetische Gamma-Übergänge in ^{24}Mg dargestellt.

2.4.4.1 Photopeak / Full-Energy-Peak Ein Photopeak (*Full-Energy-Peak*) entsteht, wenn die gesamte Energie eines Photons in einem Detektor gemessen wird. Dies kann beispielsweise durch den bereits genannten Photoeffekt oder durch die Anregung von Atomen entstehen.

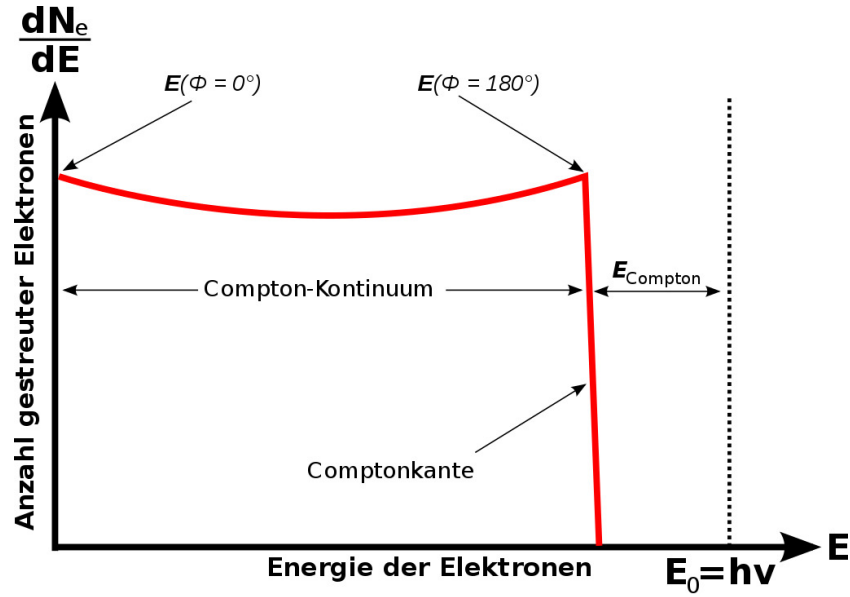


Abbildung 3: Compton-Kontinuum und Compton-Kante, Quelle 10

2.4.4.2 Compton-Kante Werden viele Photonen mit der gleichen Energie durch den Comptoneffekt gestreut, so ergibt sich ein charakteristisches Energiespektrum der gestreuten Elektronen, siehe Abbildung 3. Die hierbei auf die Elektronen übertragene Energie ist eine kontinuierliche Funktion des Streuwinkels ϕ , hat jedoch eine scharfe obere Schranke.

Das Compton-Kontinuum $E'_e(\phi)$ beschreibt den Energie des Elektrons nach dem Stoß (2.18), die obere Schranke derselben ist die *Compton-Kante* $E_e(180^\circ)$ (2.19). Die Energie des Photons nach der Streuung $E'_\gamma(\phi)$ wird dagegen durch die Klein-Nishina-Formel (2.20) beschrieben.

$$E'_e(\phi) = E_\gamma - E'_\gamma(\phi) \quad (2.17)$$

$$= E_\gamma \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos(\phi))} \right) \quad (2.18)$$

$$E'_e(180^\circ) = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{m_e c^2}{2E_\gamma}} \quad (2.19)$$

$$E'_\gamma(\phi) = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \phi)} \quad (2.20)$$

2.4.4.3 Rückstreupeak / Backscatter Peak Ein Compton-Rückstreuungspeak (*Backscatter Peak*) tritt bei der Energie $E_{\text{Rück}}$ auf, wenn die γ -Strahlen in das Material um den Detektor herum gestreut wurden und erst danach in den Detektor treffen. [7]

$$E_{\text{Rück}} = E_\gamma - E'_e(180^\circ) \quad (2.21)$$

2.4.4.4 Escapelinien / Escape-Peaks Escapelinien oder Escape-Peaks sind unechte Spektrallinien, die bei der Röntgen- und Gammaspektroskopie auftreten und z. B. die Anwesenheit nicht vorhandener Radionuklide in der gemessenen Probe vortäuschen können. (<https://de.wikipedia.org/wiki/Escapelinie>)

Gammastrahlung mit einer Energie von $E_\gamma \geq 1022\text{MeV}$ kann zur Paarbildung führen. Dabei entstehende Positronen zerstrahlen wiederum mit anderen Elektronen.

Es ist nicht garantiert, dass die dabei entstehenden γ -Quanten detektiert werden. Dies ist insbesondere dann wahrscheinlich, wenn der Detektor nicht vollständig um die Probe schließt. [7]

Wenn nur ein Photon detektiert wird, verursacht dies einen *Single-Escape-Peak* bei einer Energie von $E_\gamma - 511\text{keV}$. Wird keines der Photonen detektiert, gibt es einen *Double-Escape-Peak* bei der Energie $E_\gamma - 1022\text{keV}$.

2.5 Szintillatoren und Photomultiplier

3 Durchführung

4 Auswertung

5 Fazit

6 Literatur

1. Universität zu Köln, “B3.4: Positronen–Emissions–Tomografie”, Januar 2021, Online verfügbar unter https://www.ikp.uni--koeln.de/fileadmin/data/praktikum/B3.4_PET_de.pdf
2. “Chart of Nuclides”, National Nuclear Data Center, <https://www.nndc.bnl.gov/nudat3>, Abruf am 28.03.2024
3. “Positronen Emissions Tomographie”, Deutsche Gesellschaft für Nuklearmedizin e.V., Online verfügbar unter http://www.nuklearmedizin.de/docs/pet_bro_06.pdf, Abruf am 03.04.2024
4. W. Demtröder, “Experimentalphysik 4: Kern-, Teilchen- und Astrophysik”, Springer–Spektrum–Verlag, 2017, DOI: 10.1007/978-3-662-52884-6
5. Lexikon der Physik, “Paarvernichtung”, <https://www.spektrum.de/lexikon/physik/paarvernichtung/10838>, Abruf am 04.04.2024
6. Wikipedia, “Annihilation”, <https://de.wikipedia.org/wiki/Annihilation>, Abruf am 04.04.2024
7. K. Bethge, Kernphysik: Eine Einführung, 3. aktualisierte und erweiterte Auflage, Springer–Verlag, 2008, DOI: 10.1007/978-3-540-74567-9
8. Empfehlung der Strahlenschutzkommission, “Orientierungshilfe für radiologische und nuklearmedizinische Untersuchungen”, In: “Berichte der Strahlenschutzkommission (SSK) des Bundesministeriums für Umwelt, Naturschutz und Reaktorsicherheit: Heft 51”, 2006, ISBN 3873441306, https://campus-nes.de/fileadmin/user_upload/Orientierungshilfe_SSK.pdf
9. Wikipedia, “Compton-spektrum.svg”, <https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Compton-spektrum.svg>, Abruf am 08.04.2024