

Auswertung

June 25, 2024

1 Auswertung B3.1

```
[1]: using CSV
      using DataFrames
      using Plots
      using LaTeXStrings
      using Measurements
      using Statistics
```

1.1 Rechnungen zur Vorbereitung

```
[2]: T_12 = 30.08 * 365.25 * 24 * 60 * 60 # s
```

```
[2]: 9.492526079999999e8
```

```
[3]: log(2) / T_12
```

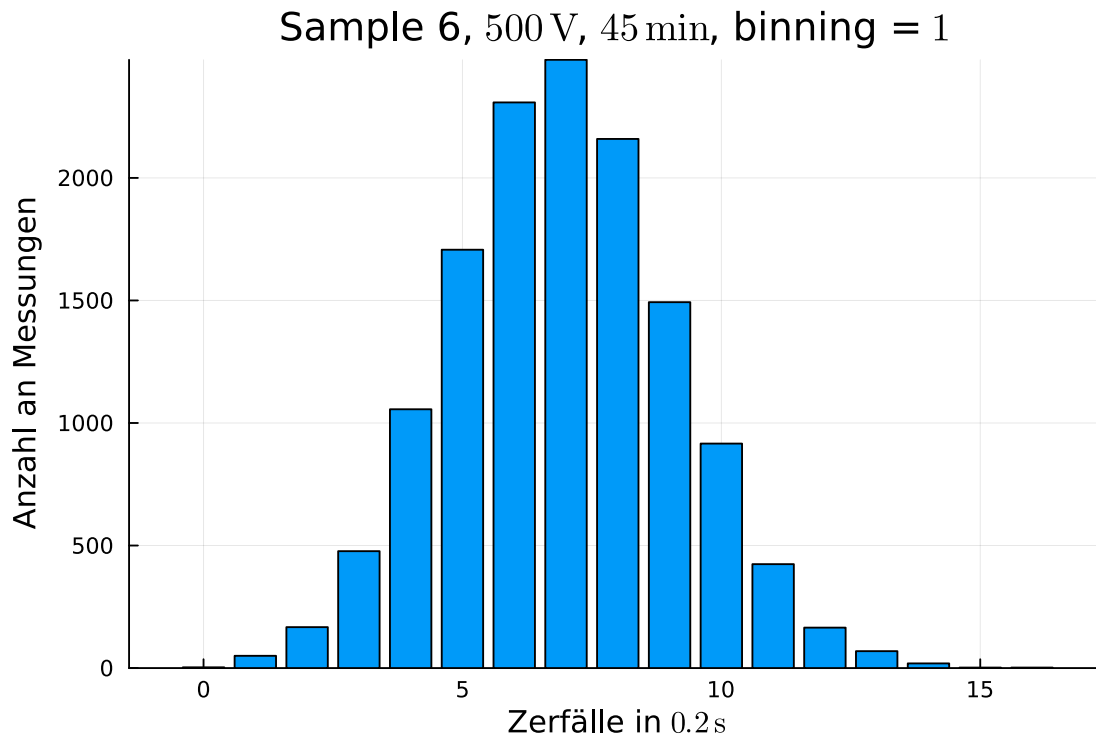
```
[3]: 7.302030826339804e-10
```

1.2 0: Rohe Messdaten

Sample 6, 500 V, 45min:

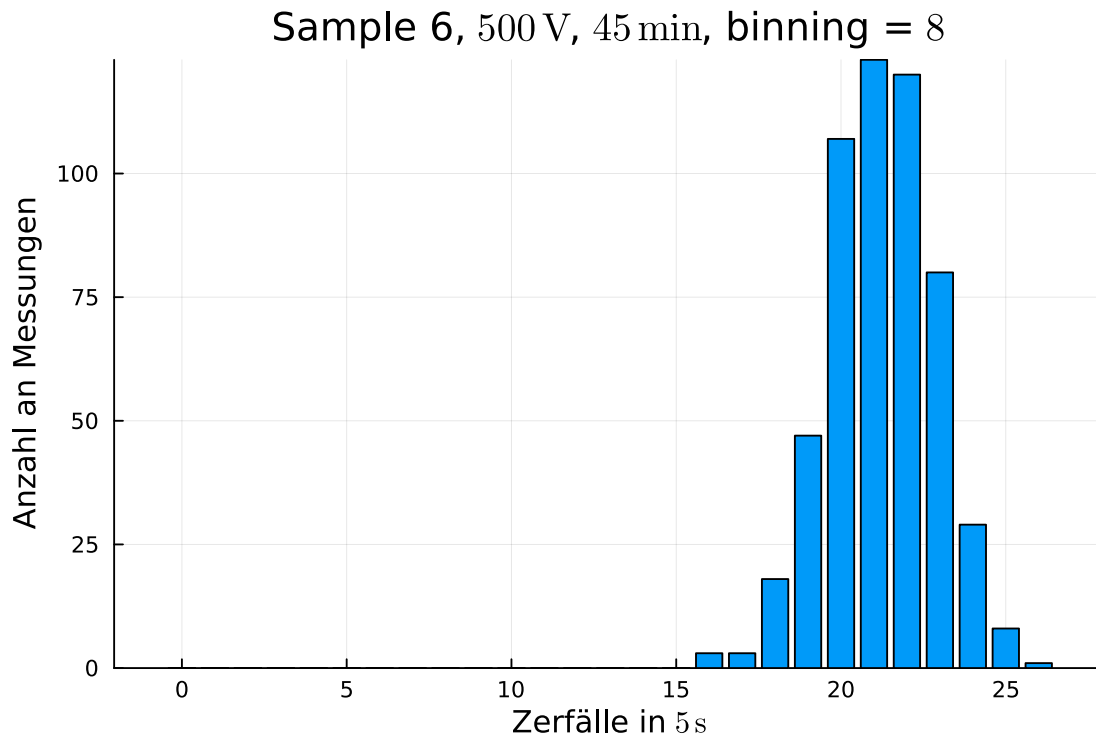
```
[4]: #  $\Delta T = 0.2$ , binning = 1
      zerfälle_6_500_1 = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16]
      anzahl_6_500_1 = [
        ↪ [3,50,167,477,1056,1707,2308,2482,2159,1493,916,424,165,69,19,2,2]
      ]
      plot(bar(zerfälle_6_500_1,anzahl_6_500_1,label=""), title=L"Sample 6, ↪
        ↪  $500\mathrm{\,V}$ ,  $45\mathrm{\,min}$ , binning =  $1\mathrm{\,s}$ ")
      xlabel!(L"Zerfälle in  $0.2\mathrm{\,s}$ ")
      ylabel!(L"Anzahl an Messungen")
```

```
[4]:
```



```
[5]: # ΔT = 5s, binning = 8
zerfälle_6_500_2 = □
↳ [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26]
anzahl_6_500_2 = □
↳ [0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,3,18,47,107,123,120,80,29,8,1]
plot(bar(zerfälle_6_500_2,anzahl_6_500_2,label=""), title=L"Sample 6, □
↳ $500\mathrm{\,V}$, $45\mathrm{\,min}$, binning = $8$")
xlabel!(L"Zerfälle in $5\mathrm{\,s}$")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

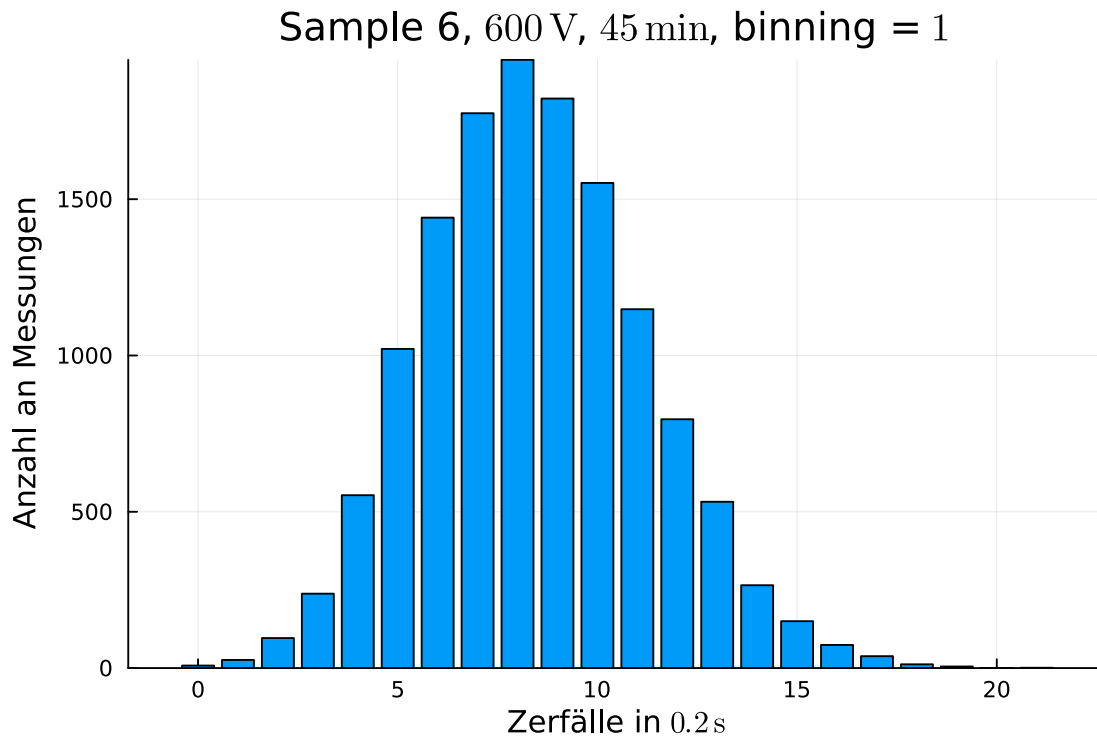
[5]:



Sample 6, 600V, 45min:

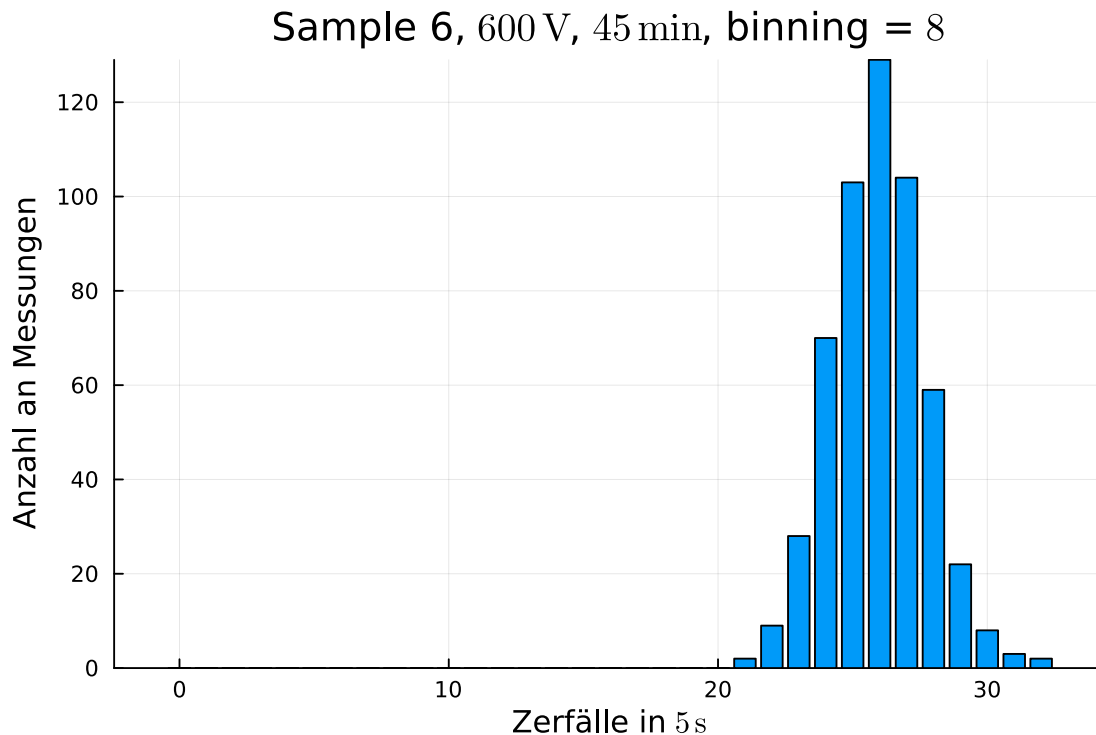
```
[6]: # ΔT = 0.2s, binning = 1
zerfälle_6_600_1 = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21]
anzahl_6_600_1 = [
    ↪ [8,26,96,238,553,1021,1441,1775,1946,1822,1552,1148,796,532,265,150,74,38,12,5,0,1]
]
plot(bar(zerfälle_6_600_1,anzahl_6_600_1,label=""), title=L"Sample 6, ↪
    ↪ $600\mathrm{\,V}$, $45\mathrm{\,min}$, binning = $1$")
xlabel!(L"Zerfälle in $0.2\mathrm{\,s}$")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[6]:



```
[7]: # ΔT = 5s, binning = 8
zerfälle_6_600_2 = ␣
    ↪ [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32]
anzahl_6_600_2 = ␣
    ↪ [0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,9,28,70,103,129,104,59,22,8,3,2]
plot(bar(zerfälle_6_600_2,anzahl_6_600_2,label=""), title=L"Sample 6,␣
    ↪ $600\mathrm{\,V}$, $45\mathrm{\,min}$, binning = $8$")
xlabel!(L"Zerfälle in $5\mathrm{\,s}$")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[7]:



Sample 6+7, 500V, 45min:

```
[8]: # ΔT = 0.2s, binning = 1
zerfälle_6und7_500_1 = ␣
↪ [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23]
anzahl_6und7_500_1 = ␣
↪ [0,0,0,0,1,5,26,78,227,443,875,1373,1917,2175,2140,1712,1193,768,375,139,38,11,2,1]
plot(bar(zerfälle_6und7_500_1,anzahl_6und7_500_1,label=""), title=L"Samples 6 +  

↪ 7, $500\mathrm{\,V}$, $45\mathrm{\,min}$, binning = $1$")
xlabel!(L"Zerfälle in $0.2\mathrm{\,s}$")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[8]:



1.3 1: Poisson-Verteilung

```
[10]: # Poissonverteilung:
lambda = 10 # (Testwert) Mittelwert lambda
N = 10 # (Testwert) Normierungsfaktor N = Summe der Höhe aller Balken
P(n) = N * lambda^big(n) * exp(-lambda) / factorial(big(n))
```

[10]: P (generic function with 1 method)

Sample 6, 500V, 45min, $\Delta T = 0.2s$, binning = 1:

```
[11]: # Messdaten mit  $\Delta T = 0.2$ , binning = 1
zerfälle_6_500_1 = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16]
anzahl_6_500_1 = ↵
↵ [3,50,167,477,1056,1707,2308,2482,2159,1493,916,424,165,69,19,2,2]

# Passende Poissonverteilung:
lambda = 7.1
N = sum(anzahl_6_500_1)
P(n) = N * lambda^big(n) * exp(-lambda) / factorial(big(n))

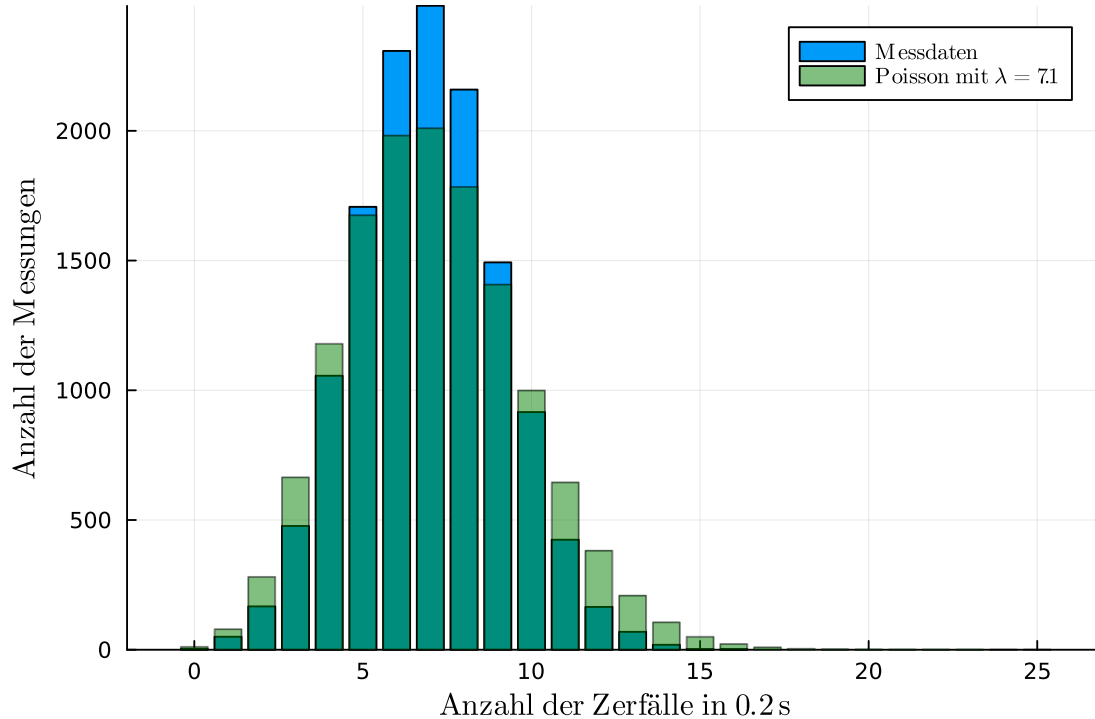
#Plot
poisson1 = bar(zerfälle_6_500_1,anzahl_6_500_1,label=L"\mathrm{Messdaten}")
```

```

bar!(0:25,P,color=:green,label=LaTeXString("\$\\mathrm{Poisson}\\ mit\\ }_\\lambda = \$\\lambda\$"),alpha=0.5)
xlabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Zerflle\ in\ }0.2\mathrm{\,s}")
ylabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Messungen}")

```

[11]:



[12]: `savefig(poisson1, "../media/B3.1/poisson1.pdf");`

Sample 6, 600V, 45min, $\Delta T = 0.2s$, binning = 1:

```

[13]: # Messdaten mit ΔT = 0.2s, binning = 1
zerflle_6_600_1 = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21]
anzahl_6_600_1 = [8,26,96,238,553,1021,1441,1775,1946,1822,1552,1148,796,532,265,150,74,38,12,5,0,1]

# Passende Poissonverteilung:
lambda = 8.5
N = sum(anzahl_6_600_1)
P(n) = N * lambda^big(n) * exp(-lambda) / factorial(big(n))

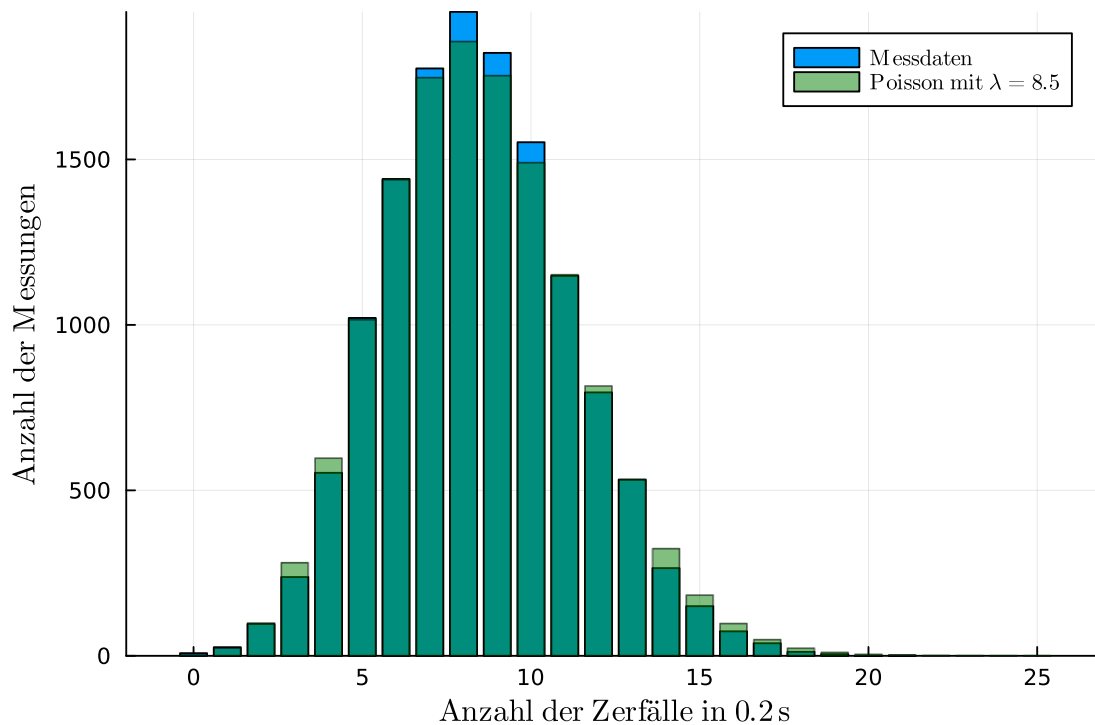
# Plot
poisson2 = bar(zerflle_6_600_1,anzahl_6_600_1,label=L"\mathrm{Messdaten}")
bar!(0:25,P,color=:green,label=LaTeXString("\$\\mathrm{Poisson}\\ mit\\ }_\\lambda = \$\\lambda\$"),alpha=0.5)

```



```
xlabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Zerfälle\ in\ }0.2\mathrm{\,s}")
ylabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Messungen}")
```

[13]:



[14]: `savefig(poisson2, "../media/B3.1/poisson2.pdf");`

Sample 6 + 7, 500V, 45min, $\Delta T = 0.2s$, binning = 1:

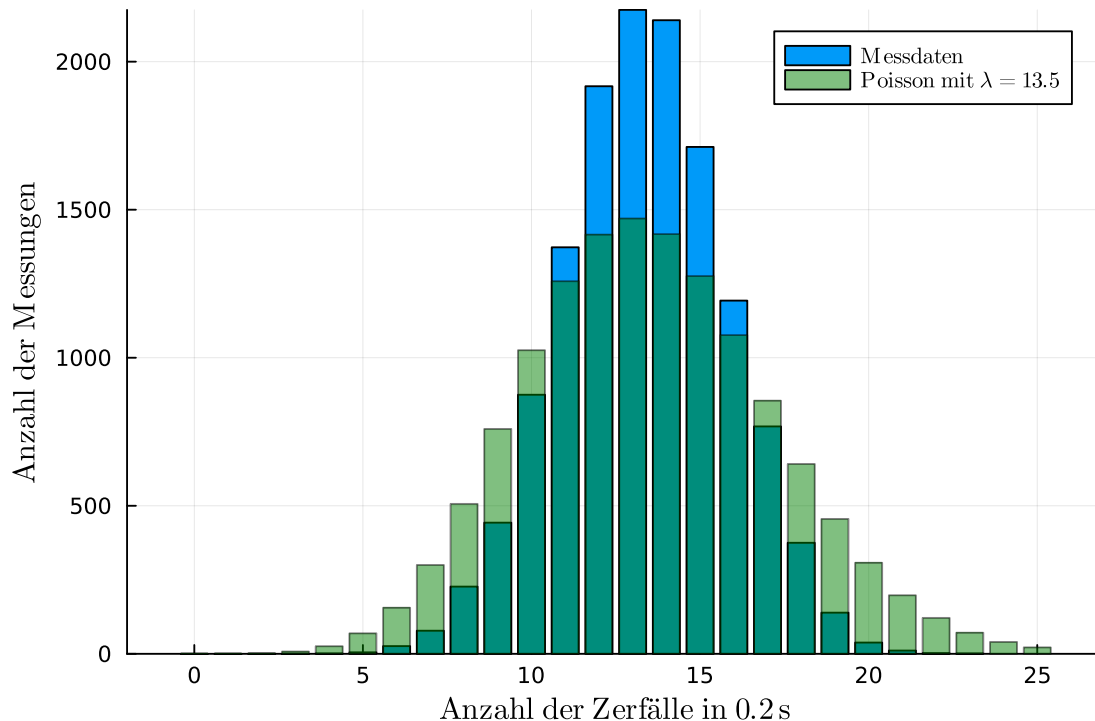
```
[15]: # Messdaten mit  $\Delta T = 0.2s$ , binning = 1
zerfälle_6und7_500_1 = ␣
    ␣[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23]
anzahl_6und7_500_1 = ␣
    ␣[0,0,0,0,1,5,26,78,227,443,875,1373,1917,2175,2140,1712,1193,768,375,139,38,11,2,1]

# Passende Poissonverteilung:
lambda = 13.5
N = sum(anzahl_6und7_500_1)
P(n) = N * lambda^big(n) * exp(-lambda) / factorial(big(n))

# Plot
poisson3 = ␣
    ␣bar(zerfälle_6und7_500_1,anzahl_6und7_500_1,label=L"\mathrm{Messdaten}")
bar!(0:25,P,color=:green,label=LaTeXString("\$\\mathrm{Poisson\\ mit\\ }␣
    ␣\\lambda = \$lambda\$"),alpha=0.5)
```

```
xlabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Zerfälle\ in\ }0.2\mathrm{\,s}")
ylabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Messungen}")
```

[15]:



[16]: `savefig(poisson3, "../media/B3.1/poisson3.pdf");`

Alle Poisson-Verteilungen zusammen:

```
[17]: # Messdaten mit  $\Delta T = 0.2$ , binning = 1
zerfälle_6_500_1 = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16]
anzahl_6_500_1 =
    ↳ [3,50,167,477,1056,1707,2308,2482,2159,1493,916,424,165,69,19,2,2]

# Passende Poissonverteilung:
lambda = 7.1
N = sum(anzahl_6_500_1)
P(n) = N * lambda^big(n) * exp(-lambda) / factorial(big(n))

#Plot
allePoisson = bar(0:25,P,label=LaTeXString("\$\lambda = \$lambda,
    ↳ \mathrm{Probe\ } A, 500\mathrm{\,V}\$"),alpha=0.5)

# Messdaten mit  $\Delta T = 0.2s$ , binning = 1
zerfälle_6_600_1 = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21]
```

```

anzahl_6_600_1 =  $\square$ 
 $\hookrightarrow$  [8, 26, 96, 238, 553, 1021, 1441, 1775, 1946, 1822, 1552, 1148, 796, 532, 265, 150, 74, 38, 12, 5, 0, 1]

# Passende Poissonverteilung:
lambda = 8.5
N = sum(anzahl_6_600_1)
P(n) = N * lambda^big(n) * exp(-lambda) / factorial(big(n))

# Plot
bar!(0:25, P, label=LaTeXString("\$\\lambda = \$lambda, \\mathrm{Probe}\\ } A,  $\square$ 
 $\hookrightarrow$  600\\mathrm{\\,V}\\$"), alpha=0.5)

# Messdaten mit  $\Delta T = 0.2s$ , binning = 1
zerfälle_6und7_500_1 =  $\square$ 
 $\hookrightarrow$  [0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23]
anzahl_6und7_500_1 =  $\square$ 
 $\hookrightarrow$  [0, 0, 0, 0, 1, 5, 26, 78, 227, 443, 875, 1373, 1917, 2175, 2140, 1712, 1193, 768, 375, 139, 38, 11, 2, 1]

# Passende Poissonverteilung:
lambda = 13.5
N = sum(anzahl_6und7_500_1)
P(n) = N * lambda^big(n) * exp(-lambda) / factorial(big(n))

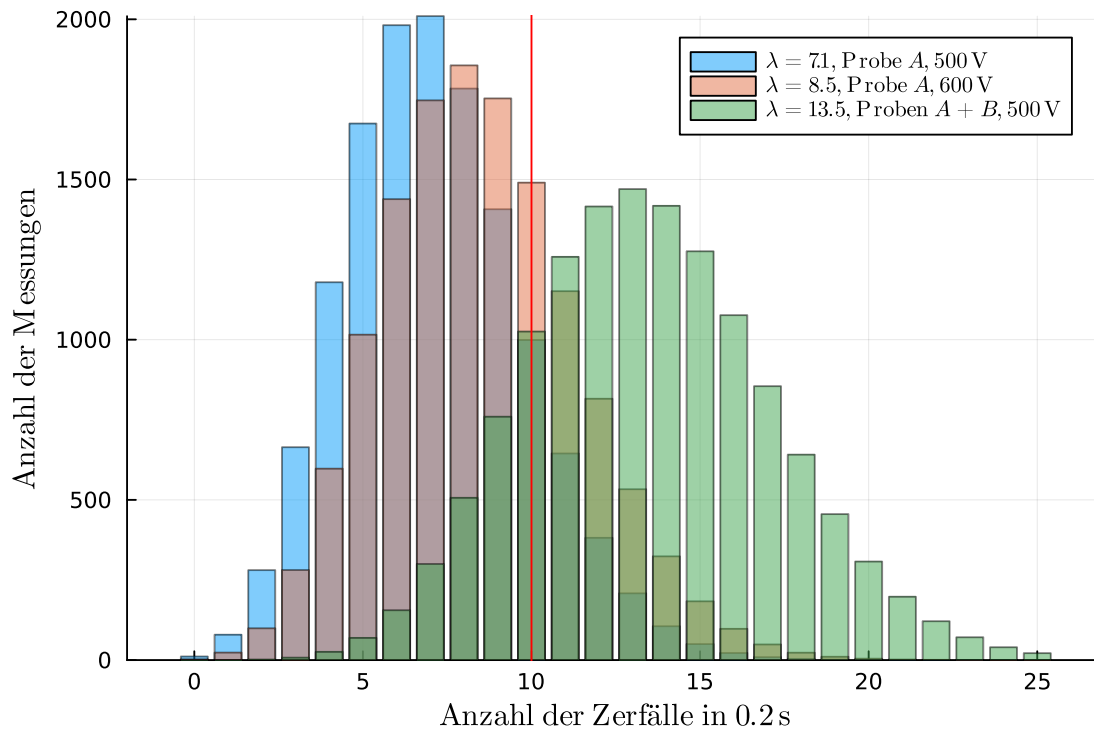
# Plot
bar!(0:25, P, label=LaTeXString("\$\\lambda = \$lambda, \\mathrm{Proben}\\ } A+B,  $\square$ 
 $\hookrightarrow$  500\\mathrm{\\,V}\\$"), alpha=0.5)

xlabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Zerfälle\ in\ }0.2\mathrm{\,s}")
ylabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Messungen}")

# Plot Faustregel
vline!([10], color=:red, label="")

```

[17]:



```
[18]: savefig(allePoisson, "../media/B3.1/allePoisson.pdf");
```

1.4 2: Gaußverteilung

```
[19]: n = 8 # Binning (für alle Messungen gleich)
      Δt = 5 # (für alle Messungen gleich)

      G(x, m, F, n=8) = 1/sqrt(2 * pi * m) * F * sqrt(n) * exp(- (x - m)^2 / (2 * m / n))
```

[19]: G (generic function with 2 methods)

Sample 6, 500V, 45min, $\Delta T = 5s$, binning = 8:

```
[20]: # Messdaten mit ΔT = 5s, binning = 8
      anzahl_6_500_2 = [2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,3,18,47,107,123,120,80,29,8,1,0,0,0]

      # Schneide interessanten Bereich hereaus
      zerfälle_6_500_2 = 16:28
      anzahl_6_500_2 = anzahl_6_500_2[zerfälle_6_500_2]

      # Passende Gaußverteilung:
```

```

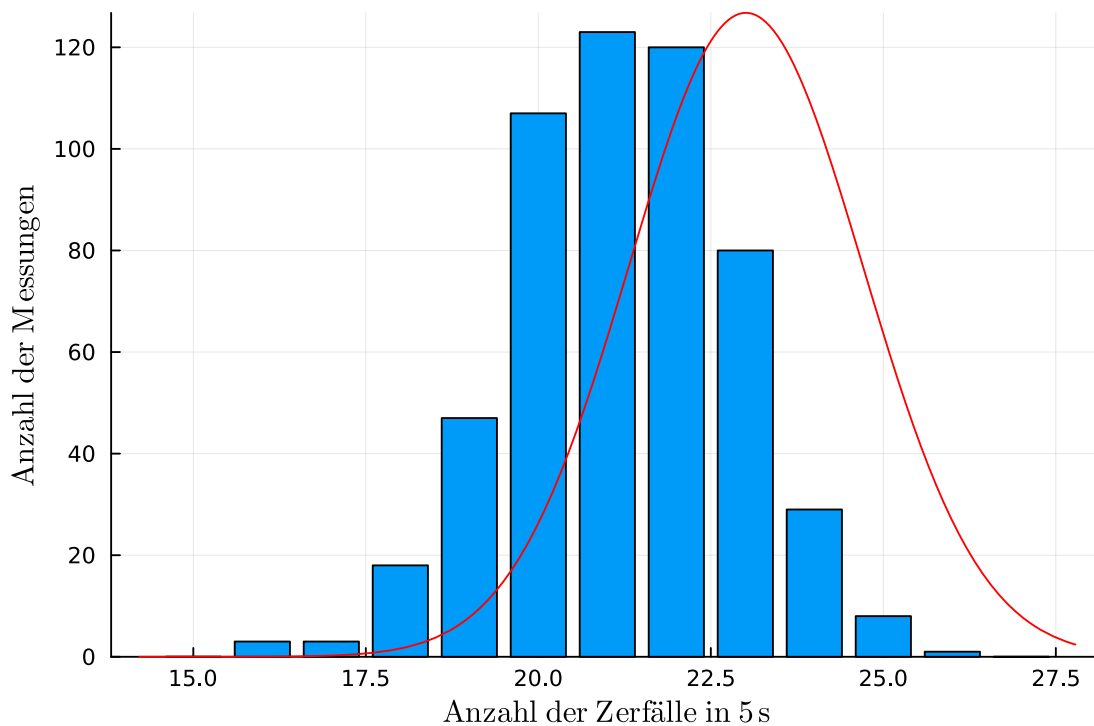
z_strich = 11044/300 # Aus Kurzmessung
m = z_strich * Δt / n
F = sum(anzahl_6_500_2)
G(x) = G(x, m, F)

# Plot
gauß1 = plot(bar(zerfälle_6_500_2.
    ↪-1,anzahl_6_500_2,label=L"\mathrm{Messdaten}"), legend=:none)
plot!(G,color=:red,label=L"\mathrm{Gauß}")

xlabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Zerfälle\ in\ }5\mathrm{\,s}")
ylabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Messungen}")

```

[20]:



[21]: [m,F,z_strich]

[21]: 3-element Vector{Float64}:
 23.008333333333333
 539.0
 36.81333333333333

[22]: savefig(gauß1, "../media/B3.1/gauss1.pdf");

Sample 6, 600V, 45min, $\Delta T = 5s$, binning = 8:

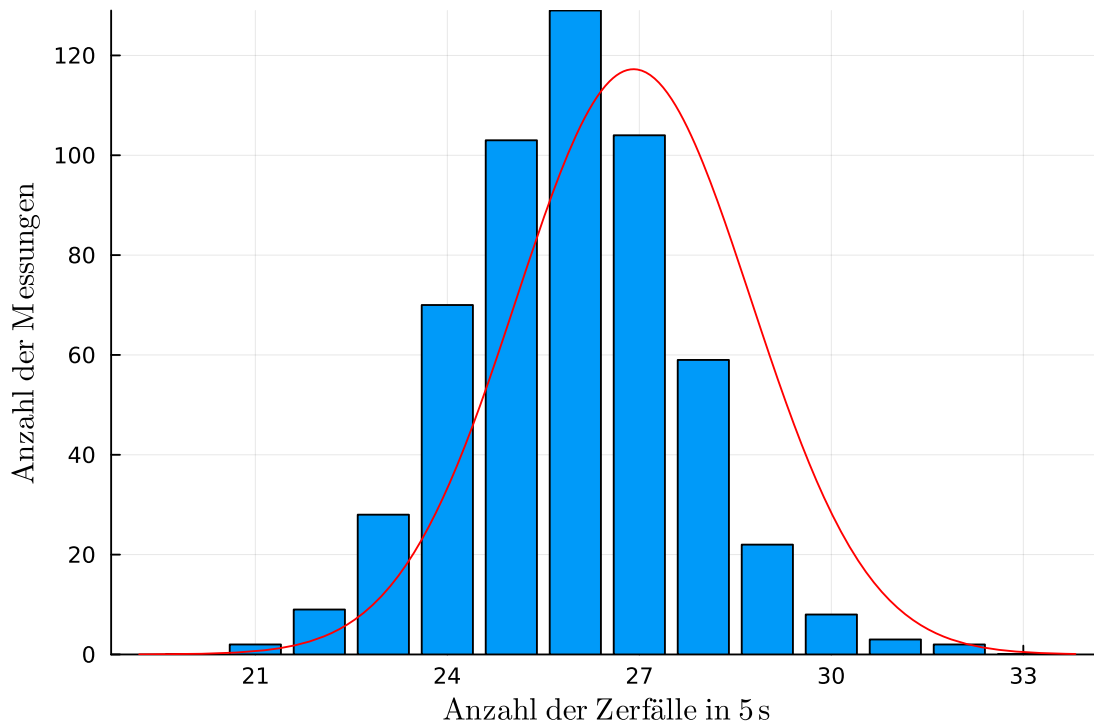
```
[23]: # Messdaten mit  $\Delta T = 5s$ , binning = 8
anzahl_6_600_2 =  $\leftarrow$ 
 $\leftarrow$  [0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,9,28,70,103,129,104,59,22,8,3,2,0,0]

# Schneide interessanten Bereich hereaus
zerfälle_6_600_2 = 21:34
anzahl_6_600_2 = anzahl_6_600_2[zerfälle_6_600_2]

# Passende Gaußverteilung:
z_strich = 12917/300 # Aus Kurzmessung
m = z_strich *  $\Delta t$  / n
F = sum(anzahl_6_600_2)
G(x) = G(x, m, F)

# Plot
gauß2 = plot(bar(zerfälle_6_600_2.
 $\leftarrow$  -1, anzahl_6_600_2, label=L"\mathrm{Messdaten}"), legend=:none)
plot!(G, color=:red, label=L"\mathrm{Gauß}")
xlabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Zerfälle\ in\ }5\mathrm{\,s}")
ylabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Messungen}")
```

[23]:

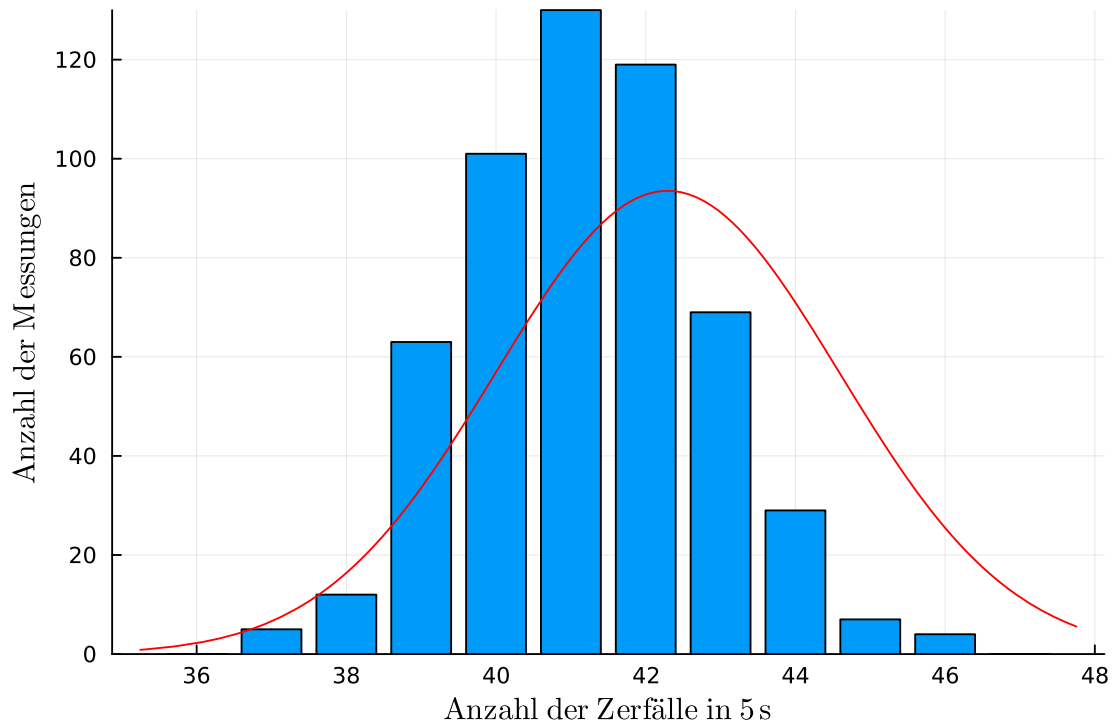


[24]: [m,F,z_strich]

```
[25]: savefig(gauß2, "../..media/B3.1/gauss2.pdf");
```

[illegible]

[26] :



```
[27]: [m,F,z_strich]
```

```
[27]: 3-element Vector{Float64}:
      42.29166666666667
      539.0
      67.66666666666667
```

```
[28]: savefig(gauß3, "../media/B3.1/gauss3.pdf");
```

```
[29]: G(x) = G(x, m, F)
      m = 1
      plot(G, xaxis=[-1,15], label="m=$m")
      m=2
      plot!(G, label="m=$m")
      m=3
      plot!(G, label="m=$m")
      m=4
      plot!(G, label="m=$m")
      m=5
      plot!(G, label="m=$m")
      m=6
      plot!(G, label="m=$m")
      m=7
```

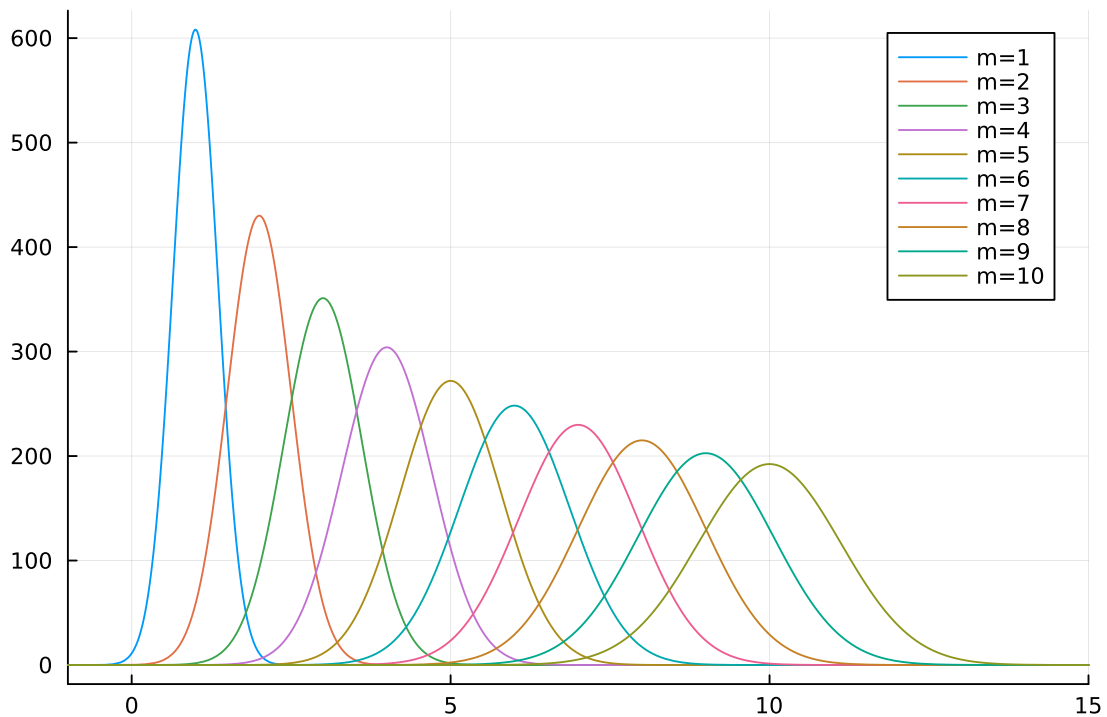


```

plot!(G, label="m=$m")
m=8
plot!(G, label="m=$m")
m=9
plot!(G, label="m=$m")
m=10
plot!(G, label="m=$m")

```

[29]:



1.5 3: Intervall-Verteilung

Plotten der Messwerte

```

[30]: interval0 = CSV.read("sample_6/500V_45min/interval_0.001_1.csv", DataFrame)
interval1 = CSV.read("sample_6/500V_45min/interval_0.001_2.csv", DataFrame)
interval2 = CSV.read("sample_6/500V_45min/interval_0.001_3.csv", DataFrame)
;

```

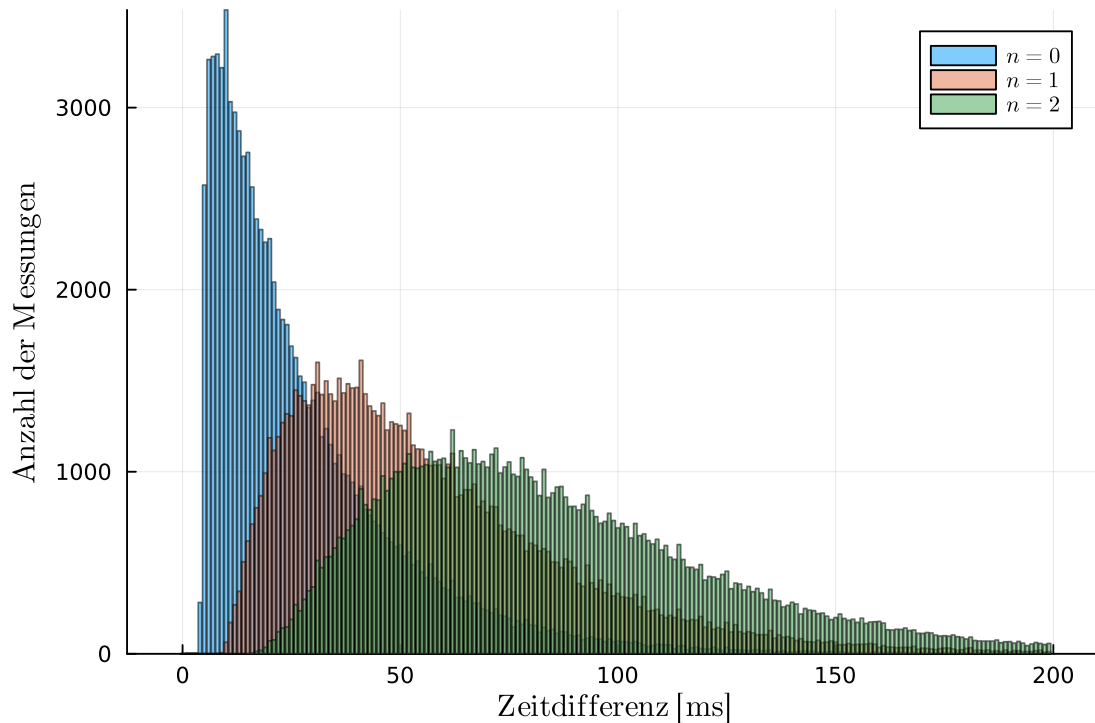
```

[31]: # Sample 6, 500V, 45min
interval = bar(interval0[1:200, :intervall], interval0[1:200, :count], alpha=0.5,
    ↪label=L"n = 0")
bar!(interval1[1:200, :intervall], interval1[1:200, :count], alpha=0.5,
    ↪label=L"n = 1")
bar!(interval2[1:200, :intervall], interval2[1:200, :count], alpha=0.5,
    ↪label=L"n = 2")

```

```
xlabel!(L"\mathrm{Zeitdifferenz\ } [\mathrm{ms}]]")
ylabel!(L"\mathrm{Anzahl\ der\ Messungen}")
```

[31]:



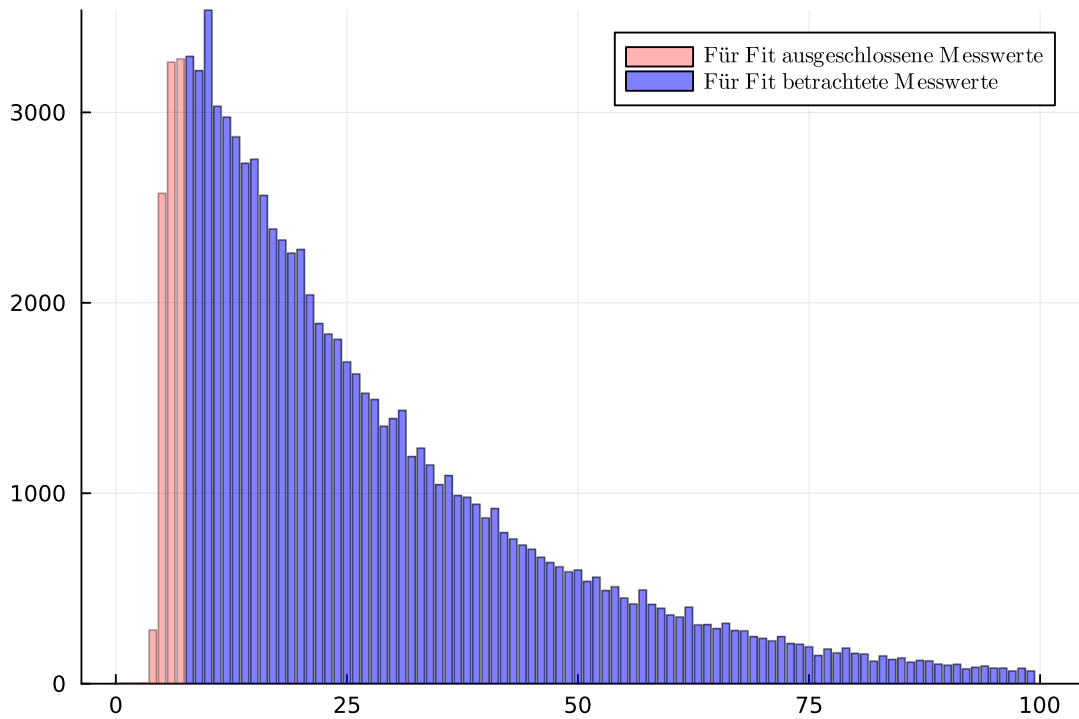
[32]: `savefig(interval, "../media/B3.1/interval.pdf");`

Fitten für $n=0$

- Alle Messwerte im Bereich $t \in [0, \text{totzeit}]$ abschneiden und den Rest fitten

```
[33]: # Plot
totzeitIndex = 8
intervalFit = bar(interval0[1:totzeitIndex, :intervall], interval0[1:
    ↪totzeitIndex, :count],
    color=:red, alpha=0.3, label=L"\mathrm{Für\ Fit\ ausgeschlossene\ }
    ↪Messwerte}", title="", legend=:topright)
bar!(interval0[(totzeitIndex+1):100, :intervall],
    interval0[(totzeitIndex+1):100, :count], color=:blue, alpha=0.5,
    ↪label=L"\mathrm{Für\ Fit\ betrachtete\ Messwerte}", title="")
```

[33]:



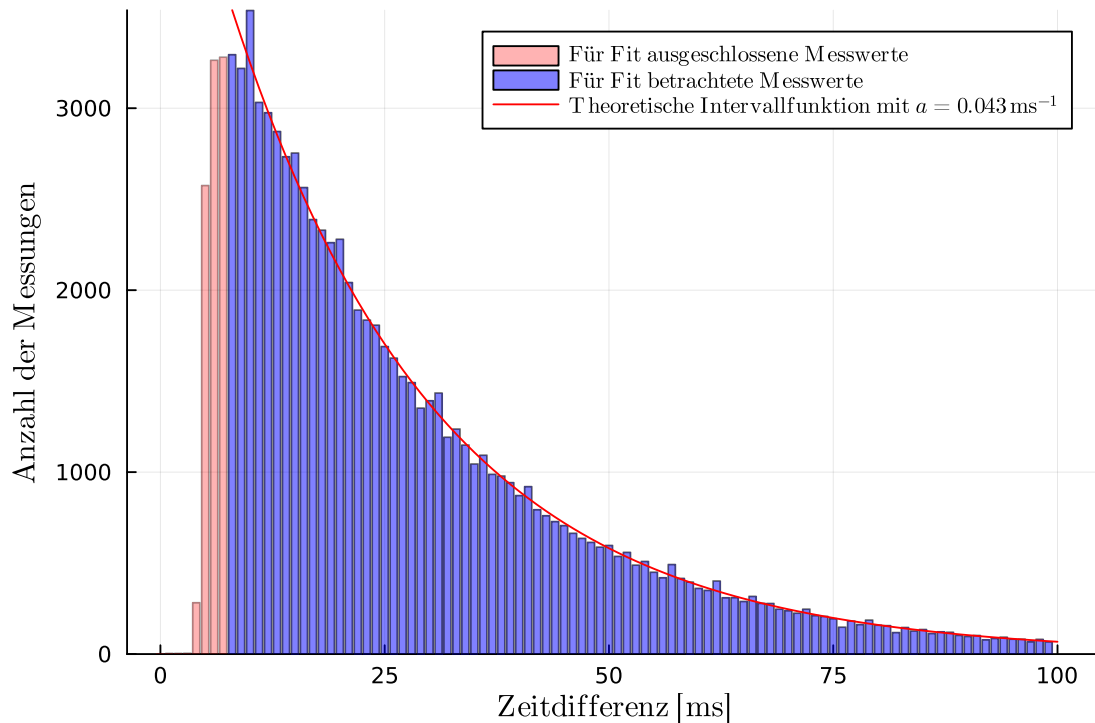
```
[34]: # Intervallverteilung mit skaliertem N (für n = 0)
a = 0.043 # Fitparameter zwischen 0.042 und 0.044
T = 2700 # s Gesamtdauer der Messung = 45 min oder letzter gemessener Zeitpunkt?
N = 1000*T * a # Normierungskonstante
I(t) = N * a * exp(- a * t)
```

```
[34]: I (generic function with 1 method)
```

```
[35]: plot!(totzeitIndex:100,I,label=LaTeXString("\$\\mathrm{Theoretische\\_}
↪Intervallfunktion\\ mit\\ } a = \$a \\mathrm{\\,ms^{-1}}\$"), color=:red)

xlabel!(L"\mathrm{Zeitdifferenz\\ } [\mathrm{ms}]")
ylabel!(L"\mathrm{Anzahl\\ der\\ Messungen}")
```

```
[35]:
```



```
[36]: T/1000
```

```
[36]: 2.7
```

```
[37]: savefig(intervalFit, "../media/B3.1/intervalFit.pdf");
```

1.6 4: Totzeit

1.6.1 Aus Intervallverteilung

$$a = a' / (1 - a' * \tau)$$

$$\Leftrightarrow \tau = 1/a' - 1/a$$

Benötigt a aus der Intervallverteilung. Falls a nicht schon definiert ist, wird es hier definiert:

```
[38]: if ! isdefined(Main, :a)
      a = 0.043
    end
```

```
[39]: a_strich = 11044/300 * 10^(-3) # ms Gemessene Zählrate aus Kurzzeitmessung
      tau = 1/a_strich - 1/a # ms
```

```
[39]: 3.908257035283807
```

Aus kurzen Messungen

```
[40]: short_measures = CSV.read("short_measurements.csv", DataFrame)
short_measures.rates = short_measures.count ./ short_measures.seconds
short_measures.rate_errors = sqrt.(short_measures.rates);

short_measures.rate_w_error = measurement.(short_measures.rates, short_measures.
↳rate_errors)
short_measures
```

```
[40]:
```

	sample_name	seconds	voltage	count	rates	rate_errors	rate_w_error
	String15	Int64	Int64	Int64	Float64	Float64	Measurem...
1	sample_6_7	300	500	20300	67.6667	8.22598	67.7 ± 8.2
2	sample_6_7	300	550	25509	85.03	9.22117	85.0 ± 9.2
3	sample_6_7	300	600	28522	95.0733	9.75056	95.1 ± 9.8
4	sample_6	300	500	11044	36.8133	6.0674	36.8 ± 6.1
5	sample_6	300	550	12260	40.8667	6.3927	40.9 ± 6.4
6	sample_6	300	600	12917	43.0567	6.56176	43.1 ± 6.6
7	sample_7	300	500	15833	52.7767	7.26476	52.8 ± 7.3
8	sample_7	300	550	17914	59.7133	7.72744	59.7 ± 7.7
9	sample_7	300	600	19421	64.7367	8.04591	64.7 ± 8.0
10	no_sample	300	500	2396	7.98667	2.82607	8.0 ± 2.8
11	no_sample	300	550	2513	8.37667	2.89425	8.4 ± 2.9
12	no_sample	300	600	2550	8.5	2.91548	8.5 ± 2.9

```
[41]: function totzeit_in_milliseconds(data, voltage)
    filtered_voltage = short_measures[short_measures.voltage .== voltage, :]

    n6 = filtered_voltage[filtered_voltage.sample_name .== "sample_6", :
↳rate_w_error][1]
    n7 = filtered_voltage[filtered_voltage.sample_name .== "sample_7", :
↳rate_w_error][1]
    n67 = filtered_voltage[filtered_voltage.sample_name .== "sample_6_7", :
↳rate_w_error][1]
    n0 = filtered_voltage[filtered_voltage.sample_name .== "no_sample", :
↳rate_w_error][1]

    A = n0*n67*n7-n6*n67*n7+n0*n67*n6-n0*n6*n7
    B = -2*n67*n0+2*n6*n7
    C = n67-n6+n0-n7

    t1 = (-B+sqrt(B^2 - 4*A*C))/(2*A) * 1000
    t2 = (-B-sqrt(B^2 - 4*A*C))/(2*A) * 1000

    return t1, t2
end
```

```
[41]: totzeit_in_milliseconds (generic function with 1 method)
```

Ermittle realistische Totzeiten

```
[42]: tau_1 = totzeit_in_milliseconds(short_measures, 500)[1]
      tau_2 = totzeit_in_milliseconds(short_measures, 550)[1]
      tau_3 = totzeit_in_milliseconds(short_measures, 600)[1];
```

Stelle alle Totzeiten als L^AT_EX-Tabelle dar

```
[43]: digits = 2

      for voltage in (500, 550, 600)
        print("\$$voltage\$")
        for t in totzeit_in_milliseconds(short_measures, voltage)
          value = round(Measurements.value(t), digits=digits)
          uncert = round(Measurements.uncertainty(t), digits=digits)
          print(" & \$$value \\pm $uncert\$")
          perc = round(Integer, uncert / value * 100)
          print(" \$(\\pm $perc \\,\\%)\$")
        end
        println(" \\\\")
      end
```

```
$500$ & $6.41 \pm 5.72$ $(\pm 89 \%, \%)$ & $22.04 \pm 2.62$ $(\pm 12 \%, \%)$ \\\
$550$ & $2.32 \pm 4.4$ $(\pm 190 \%, \%)$ & $19.79 \pm 2.12$ $(\pm 11 \%, \%)$ \\\
$600$ & $1.13 \pm 3.85$ $(\pm 341 \%, \%)$ & $18.51 \pm 1.91$ $(\pm 10 \%, \%)$ \\\
```

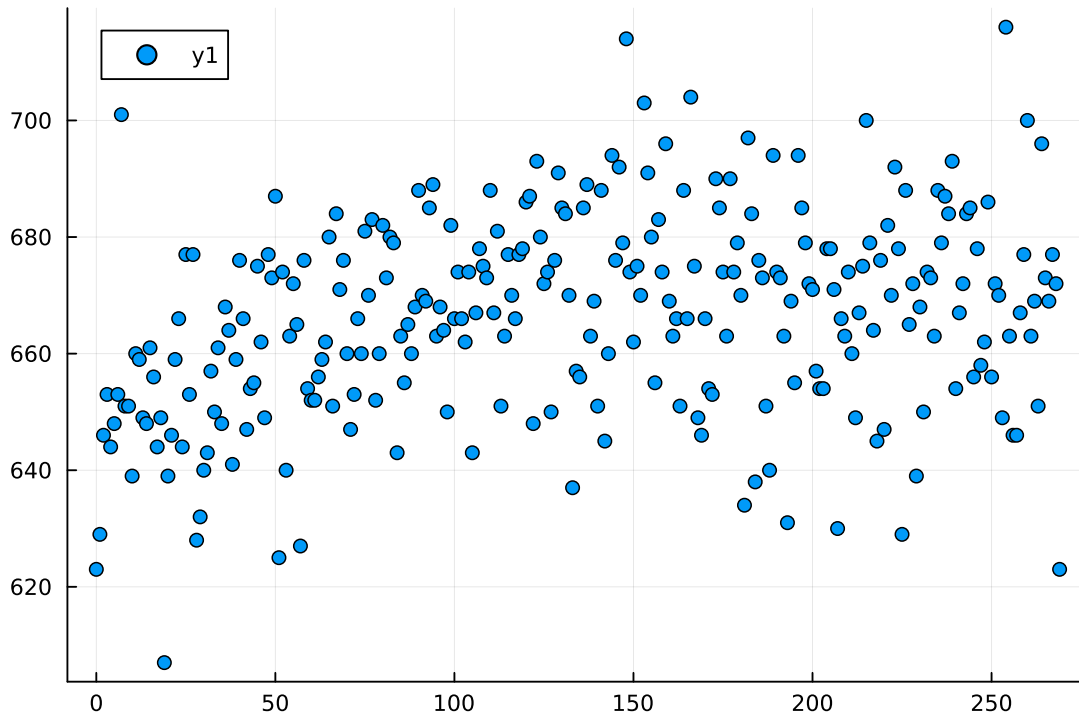
1.7 5: Aufgaben zum χ^2 -Test

Benötigt Totzeit.

Daten einlesen

```
[44]: data = CSV.File("sample_6_7/500V_45min/divide_10.csv")
      scatter(0:length(data), data.Zerfälle_in_10_sec)
```

[44]:



```
[45]: pos_min = 0
      pos_max = 50
      x_data = pos_min:pos_max
      decays = data.Zerfälle_in_10_sec[x_data.+1]

      avg_decays = mean(decays)
```

```
[45]: 653.8039215686274
```

```
[46]: std(decays)
```

```
[46]: 16.509415020336895
```

```
[47]: avg_decays
```

```
[47]: 653.8039215686274
```

```
[48]: avg_decays_corrected = avg_decays / (1 - a_strich*tau)
```

```
[48]: 763.6789739437968
```

```
[49]: avg_decays_corrected/avg_decays
```

```
[49]: 1.1680550525172038
```

```
[50]: decays_corrected = decays ./ (1 .- a_strich*tau);
```

1.7.1 1. Hypothesen

Zeigen Sie zeichnerisch, was die Hypothesen a, b und c besagen.

- a: Die Präparatstärke ist konstant im betrachteten Zeitraum und gleicht dem Mittelwert der 51 Messwerte.
- b: Die Präparatstärke ist konstant im betrachteten Zeitraum und gleicht dem Mittelwert der 51 Messwerte minus 10%.
- c: Die Präparatstärke nimmt im betrachteten Zeitraum linear mit der Zeit ab (als erste Näherung eines exponentiellen Abfalls). Die Anfangszählrate ist der Mittelwert, und der Abfall von einer Messung zur anderen sei 1.

Hypothese H_1 : “Die Präparatstärke ist konstant im betrachteten Zeitraum und gleicht dem Mittelwert der 51 Messwerte.”

Diese Hypothese besagt, jeder erwartete Zählmenge $n_1(i)$ sei gleich dem Mittelwert der 51 Messungen n_i .

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \bar{n} \\ n_1(i) &= \frac{1}{51} \sum_{i=1}^{51} n_i \\ \chi_1^2 &= \sum_i \frac{(n_i - \bar{n})^2}{\bar{n}}\end{aligned}$$

Hypothese H_2 : “Die Präparatstärke ist konstant im betrachteten Zeitraum und gleicht dem Mittelwert der 51 Messwerte minus 10%.”

Dies bedeutet, dass die erwarteten Zählungen $n_2(i)$ um 10% kleiner als die Zählungen nach H_1 sein müssen.

$$\begin{aligned}n_2(i) &= \frac{9}{10} \cdot n_1(i) \\ \chi_2^2 &= \sum_i \frac{(n_i - 0.9\bar{n})^2}{0.9\bar{n}}\end{aligned}$$

Hypothese H_3 : “Die Präparatstärke nimmt im betrachteten Zeitraum linear mit der Zeit ab (als erste Näherung eines exponentiellen Abfalls). Die Anfangszählrate ist der Mittelwert, und der Abfall von einer Messung zur anderen sei 1.”

Die erwarteten Ereignisse starten demnach bei $n_1(0)$ und fallen dann linear mit einer Steigung von 1 ab.

$$\begin{aligned}n_3(i) &= n_1(0) - i \\ \chi_3^2 &= \sum_i \frac{(n_i - (n - i))^2}{(n - i)}\end{aligned}$$


```

[51]: function plot_hypotheses(x_data, decays, title; legend_pos)
    scatter(x_data, decays, label=L"\mathrm{Messwerte}", legend=legend_pos,
    ↪yrange=[580, 830])

    title!(title)
    xlabel!(L"\mathrm{Zeitintervalle je}\ 10\mathrm{\,s}")
    ylabel!(L"\mathrm{Ereignisse}\ \left[(10\,\mathrm{s})^{-1}\right]")

    h1_results = fill(mean(decays), length(x_data))

    plot!(
        x_data,
        h1_results,
        label=L"H_1",
        color=:red4,
        lw=2
    )

    plot!(
        x_data,
        0.9 .* h1_results,
        label=L"H_2",
        color=:darkgreen,
        lw=2
    )

    plot!(
        x_data,
        h1_results .- x_data,
        label=L"H_3",
        color=:navy,
        lw=2
    )
end

```

[51]: plot_hypotheses (generic function with 1 method)

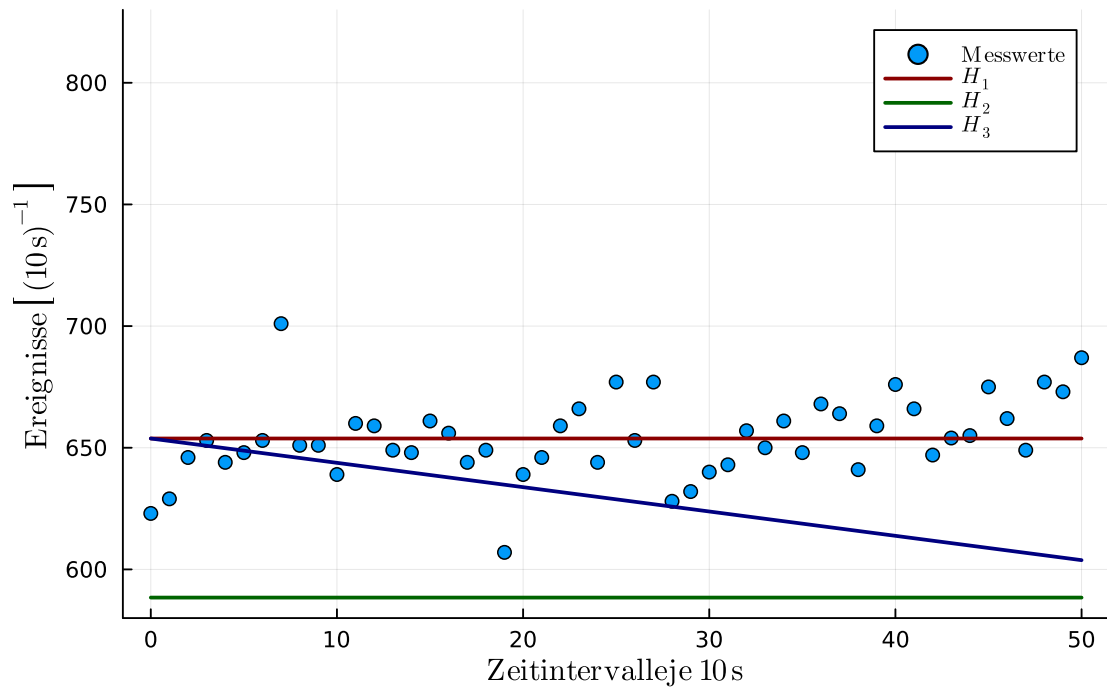
```

[52]: plot_hypotheses(x_data, decays, L"\mathrm{unkorrigierte\ Messwerte\ und\ }
    ↪Hypothesen\ } H_i", legend_pos=:topright)

```

[52]:

unkorrigierte Messwerte und Hypothesen H_i

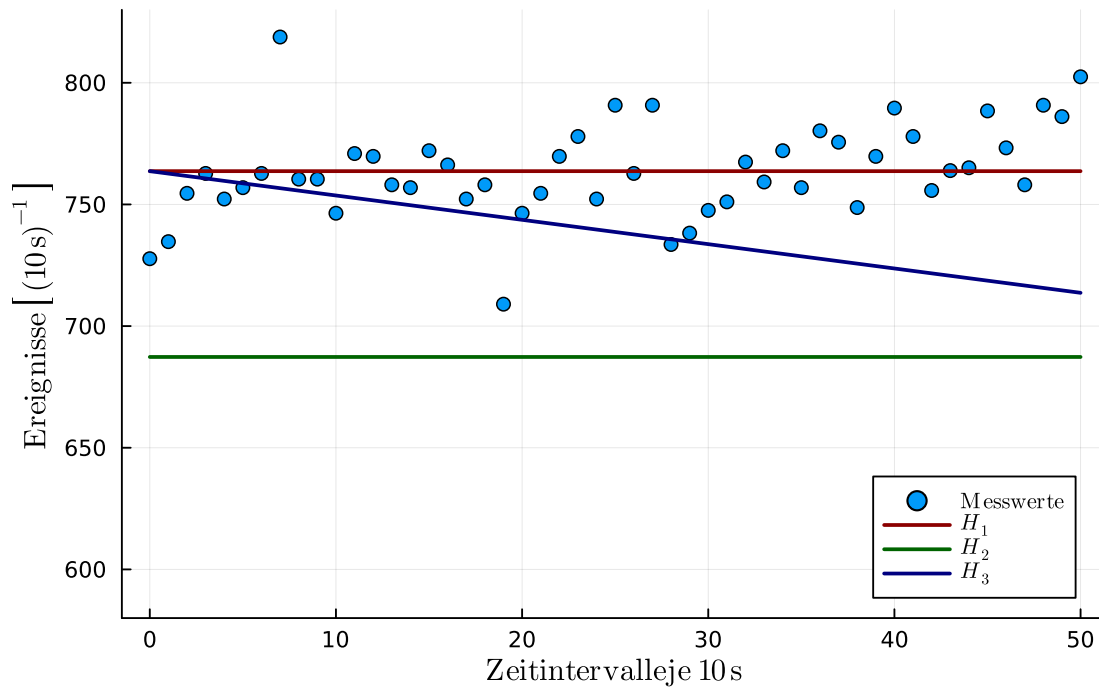


```
[53]: savefig("../media/B3.1/Hypothesen_plot.svg")
      savefig("../media/B3.1/Hypothesen_plot.pdf");
```

```
[54]: plot_hypotheses(x_data, decays_corrected, L"\mathrm{totzeitkorrigierte\_\_}
      \r{Messwerte\ und\ Hypothesen\ } H_i"; legend_pos=:bottomright)
```

```
[54]:
```

totzeitkorrigierte Messwerte und Hypothesen H_i



```
[55]: savefig("../media/B3.1/Hypothesen_plot_corr.svg")
      savefig("../media/B3.1/Hypothesen_plot_corr.pdf");
```

Man Erkennt, dass H_1 die Messwerte am besten beschreibt.

1.7.2 2. Hypothesentest

Nun werden die drei Hypothesen H_i mithilfe des χ^2 -Tests geprüft. Hierzu werden 51 Messwerte aus der 45 min-Messung beider Proben gewählt, deren Zählungen über 10s gemittelt werden. Dies wird sowohl für die nicht-totzeitkorrigierten als auch für die totzeitkorrigierten Daten durchgeführt.

Durch die Bildung des Mittelwertes gibt es noch 50 statistische Freiheitsgrade. Dadurch können die erlaubten Grenzen für χ^2 für ein System mit 50 Freiheitsgraden und einer Signifikanz von 5% verwendet werden [6].

$$\chi_{\min}^2 = 32.357$$

$$\chi_{\max}^2 = 71.420$$

unkorrigiert

$$\chi_1^2 = \sum_i \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\bar{x}}$$

$$\chi_2^2 = \sum_i \frac{(x_i - 0.9 \bar{x})^2}{0.9 \bar{x}}$$

$$\chi_3^2 = \sum_i \frac{(x_i - (\bar{n} - i))^2}{(\bar{n} - i)}$$

```
[56]: chi_squared_1 = sum((decays .- avg_decays).^2 ./ avg_decays)
```

```
[56]: 20.84422984644914
```

```
[57]: (1 - chi_squared_1 / 32.357)*100
```

```
[57]: 35.58046219844504
```

```
[58]: chi_squared_2 = sum((decays .- 0.9*avg_decays).^2 ./ (0.9*avg_decays))
```

```
[58]: 393.6491442738329
```

```
[59]: chi_squared_2 / 71.420
```

```
[59]: 5.511749429765232
```

```
[60]: chi_squared_3 = sum((decays .- (avg_decays .- x_data)).^2 ./ (avg_decays .-  
↪x_data))
```

```
[60]: 106.02106295610936
```

```
[61]: chi_squared_3 / 71.420
```

```
[61]: 1.4844730181477088
```

totzeitkorrigiert

$$\chi_{i,\text{kor}}^2 = \frac{1}{1 - \frac{m}{\Delta t} \tau} \cdot \chi_i^2$$

```
[62]: chi_squared_1_corrected = 1 / (1-a_strich*tau) * chi_squared_1
```

```
[62]: 24.34720798797481
```

```
[63]: (1 - chi_squared_1_corrected / 32.357)*100
```

```
[63]: 24.75443339007074
```

```
[64]: chi_squared_2_corrected = 1 / (1-a_strich*tau) * chi_squared_2
```

```
[64]: 459.80387188812415
```

```
[65]: chi_squared_2_corrected / 71.420
```

```
[65]: 6.438026769646095
```

```
[66]: chi_squared_3_corrected = 1 / (1-a_strich*tau) * chi_squared_3
```

```
[66]: 123.83843825912807
```

```
[67]: chi_squared_3_corrected / 71.420
```

```
[67]: 1.7339462091728937
```

1.7.3 3. Halbwertszeit

Welche Halbwertszeit ergibt sich aus der Hypothese c, wenn Sie einen zeitlichen Abstand der Messungen von 10 Sekunden annehmen als Näherung eines exponentiellen Zerfalls?

Nun soll nach Hypothese H_3 die Halbwertszeit $T_{1/2}$ der Proben bestimmt werden. Hierzu wird der exponentielle Zerfall durch eine lineare Kurve beschrieben. Es wird erwartet, dass diese Halbwertszeit deutlich geringer als die ca. 30yr der Probe ist.

Dabei wird davon ausgegangen, dass innerhalb der Messdauer $\Delta t = 10\text{s}$ der Wert N_0 um 1 sinkt. Weiterhin wird die Halbwertszeit nach Gleichung ?? bestimmt. Nach Hypothese H_3 ist $N(0) = \bar{n}$ der Mittelwert der Zählraten.

```
[68]: T_12 = Integer(round(10 * log(2) / log(avg_decays/(avg_decays-1)))) # seconds
println(T_12, " seconds")
```

```
T_12_str = string("\$T_{1/2}(m^\prime)=", Integer(round(T_12/3600)), "\,
↪ \"\\,\\mathrm{h}\\,\\,\", Integer(round(T_12%60)), \"\\,\\mathrm{min}\\$\",)
println(T_12_str)
latexstring(T_12_str)
```

4528 seconds

$\$T_{1/2}(m^\prime)=1\,,\mathrm{h}\,,28\,,\mathrm{min}\$$

```
[68]:  $T_{1/2}(m') = 1\text{ h }28\text{ min}$ 
```

```
[69]: T_12_corr = Integer(round(10 * log(2) / log(avg_decays_corrected/
↪ (avg_decays_corrected-1)))) # seconds
println(T_12_corr, " seconds")
```

```
T_12_corr_str = string("\$T_{1/2}(m)=", Integer(round(T_12_corr/3600)), "\,
↪ \"\\,\\mathrm{h}\\,\\,\", Integer(round(T_12_corr%60)), \"\\,\\mathrm{min}\\$\",)
println(T_12_corr_str)
latexstring(T_12_corr_str)
```

5290 seconds

$\$T_{1/2}(m)=1\,,\mathrm{h}\,,10\,,\mathrm{min}\$$

```
[69]:  $T_{1/2}(m) = 1\text{ h }10\text{ min}$ 
```