# Auswertung

May 21, 2024

## 1 Auswertung B3.1

[1]:
```
using CSV
using DataFrames
using Plots
using LaTeXStrings
using Statistics
```

### 1.1 Rechnungen zur Vorbereitung

[2]:
```
T_12 = 30.08 * 365.25 * 24 * 60 * 60 # s
```

[2]:
```
9.492526079999999e8
```

[3]:
```
log(2) / T_12
```

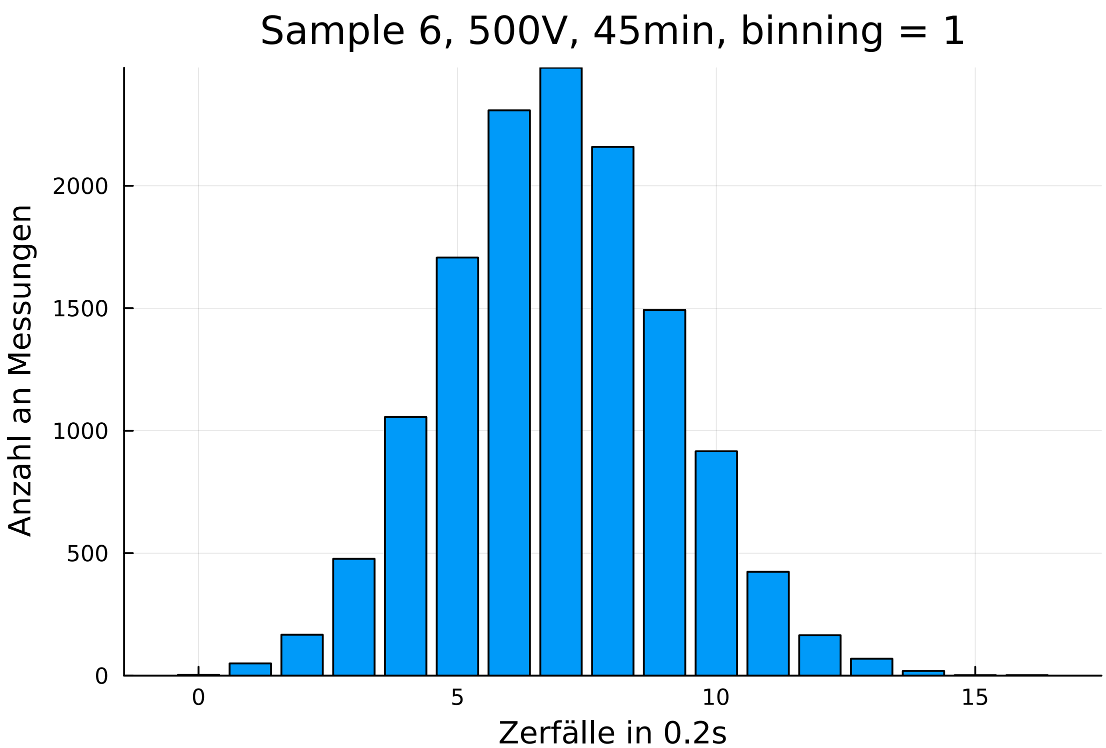
[3]:
```
7.302030826339804e-10
```

### 1.2 0: Rohe Messdaten

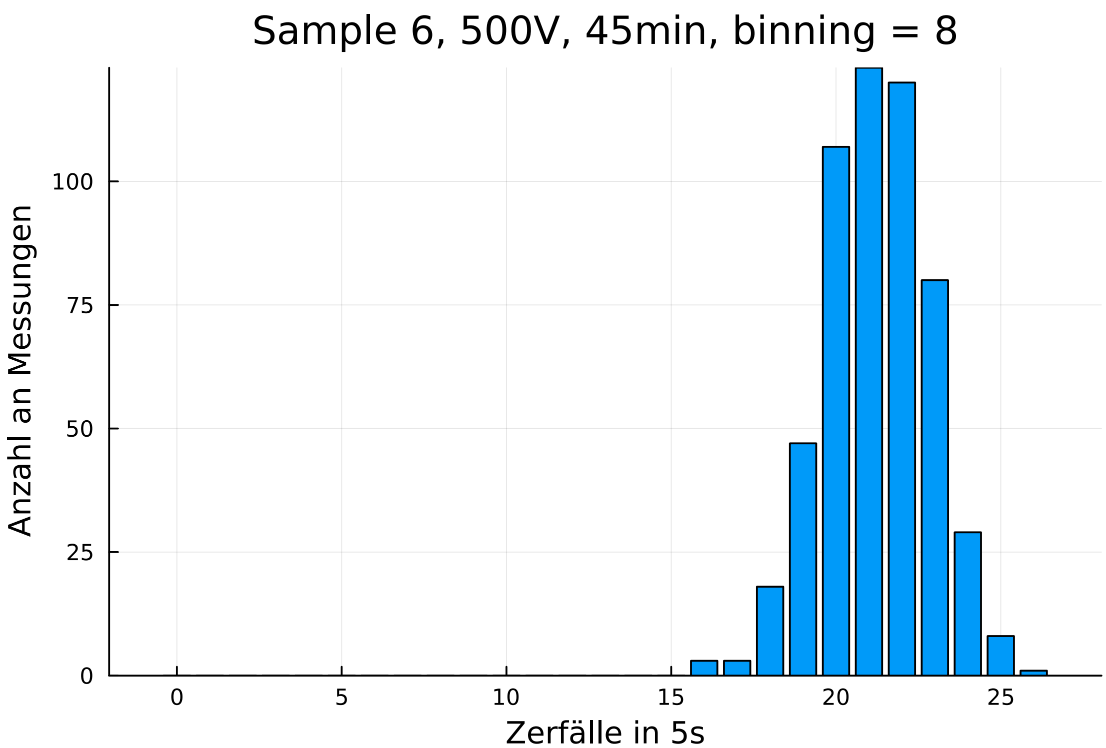
**Sample 6, 500 V, 45min:**

[4]:
```
# ΔT = 0.2, binning = 1
zerfälle_6_500_1 = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16]
anzahl_6_500_1 =␣
  ↪[3,50,167,477,1056,1707,2308,2482,2159,1493,916,424,165,69,19,2,2]
plot(bar(zerfälle_6_500_1,anzahl_6_500_1,label=""), title="Sample 6, 500V,␣
  ↪45min, binning = 1")
xlabel!("Zerfälle in 0.2s")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[4]:



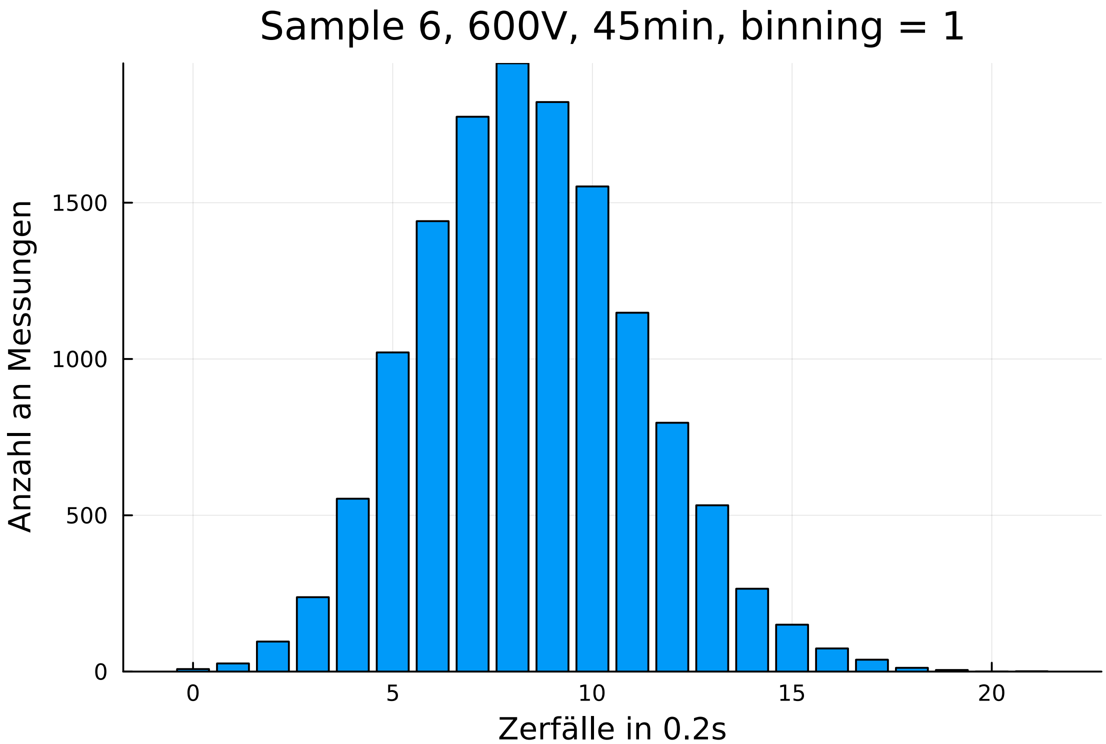

```
[5]: # ΔT = 5s, binning = 8
zerfälle_6_500_2 =␣
  ↪[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26]
anzahl_6_500_2 =␣
  ↪[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,3,18,47,107,123,120,80,29,8,1]
plot(bar(zerfälle_6_500_2,anzahl_6_500_2,label=""), title="Sample 6, 500V,␣
  ↪45min, binning = 8")
xlabel!("Zerfälle in 5s")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
[5]:
```




**Sample 6, 600V, 45min:**

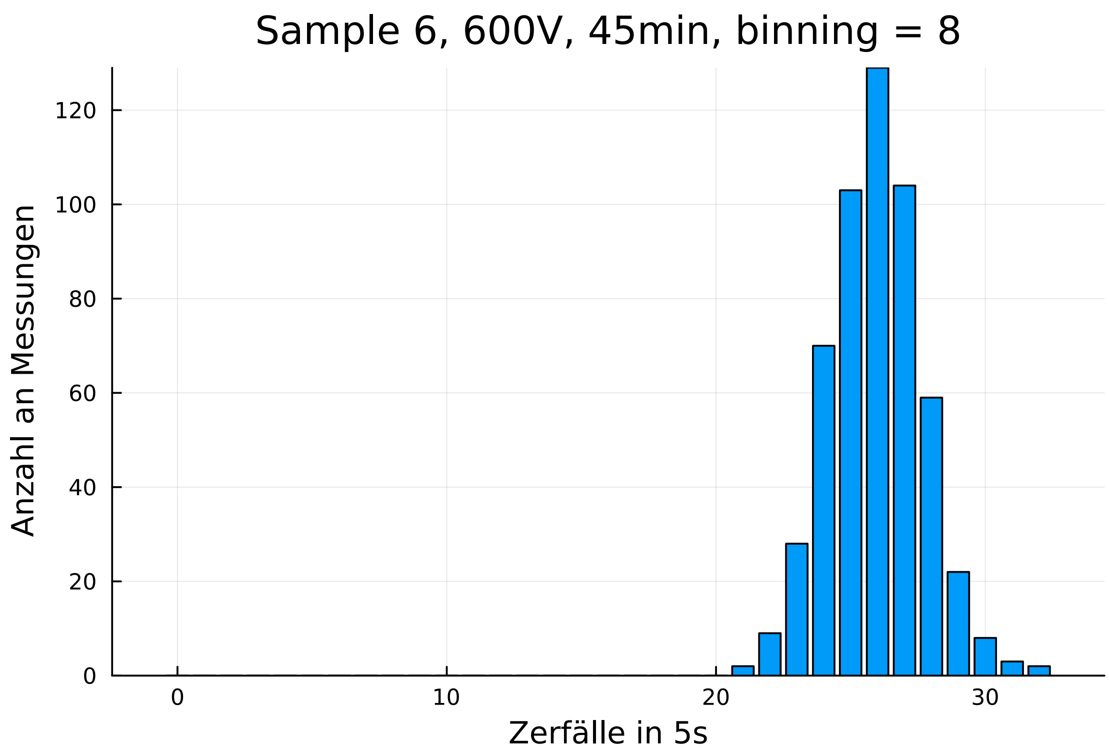
[6]:
```
# ΔT = 0.2s, binning = 1
zerfälle_6_600_1 = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21]
anzahl_6_600_1 =␣
  ↪[8,26,96,238,553,1021,1441,1775,1946,1822,1552,1148,796,532,265,150,74,38,12,5,0,1]
plot(bar(zerfälle_6_600_1,anzahl_6_600_1,label=""), title="Sample 6, 600V,␣
  ↪45min, binning = 1")
xlabel!("Zerfälle in 0.2s")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[6]:




[7]:
```
# ΔT = 5s, binning = 8
zerfälle_6_600_2 =␣
  ↪[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32]
anzahl_6_600_2 =␣
  ↪[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,9,28,70,103,129,104,59,22,8,3,2]
plot(bar(zerfälle_6_600_2,anzahl_6_600_2,label=""), title="Sample 6, 600V,␣
  ↪45min, binning = 8")
xlabel!("Zerfälle in 5s")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

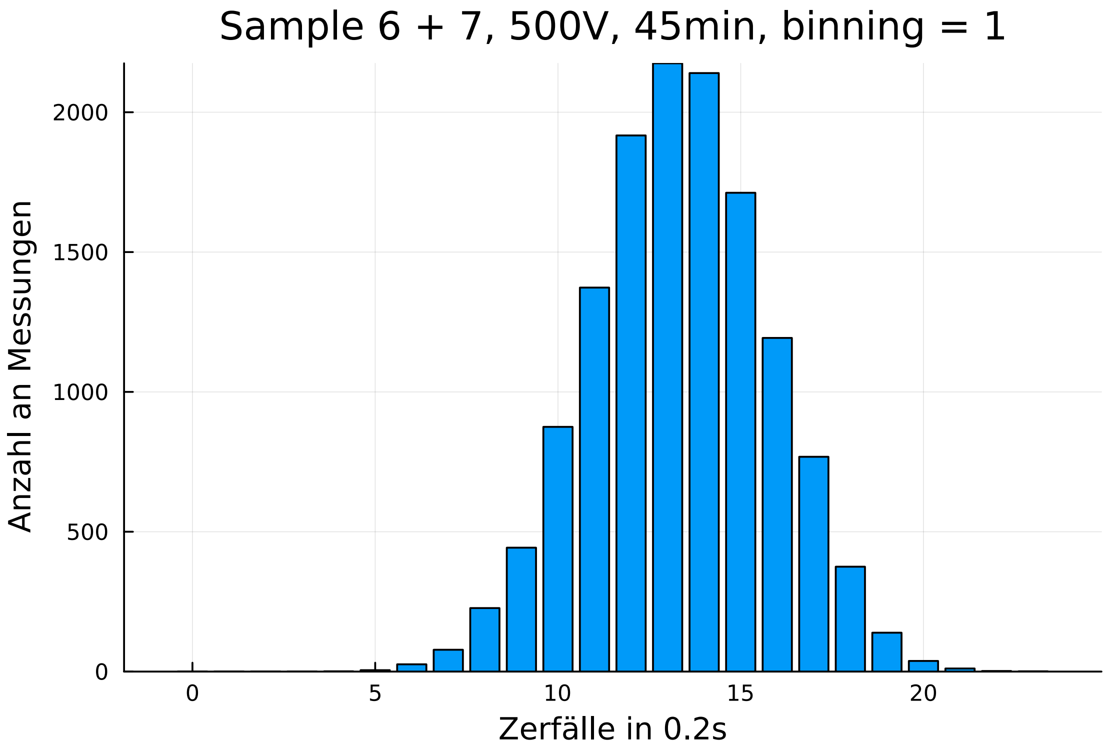
[7]:




**Sample 6+7, 500V, 45min:**

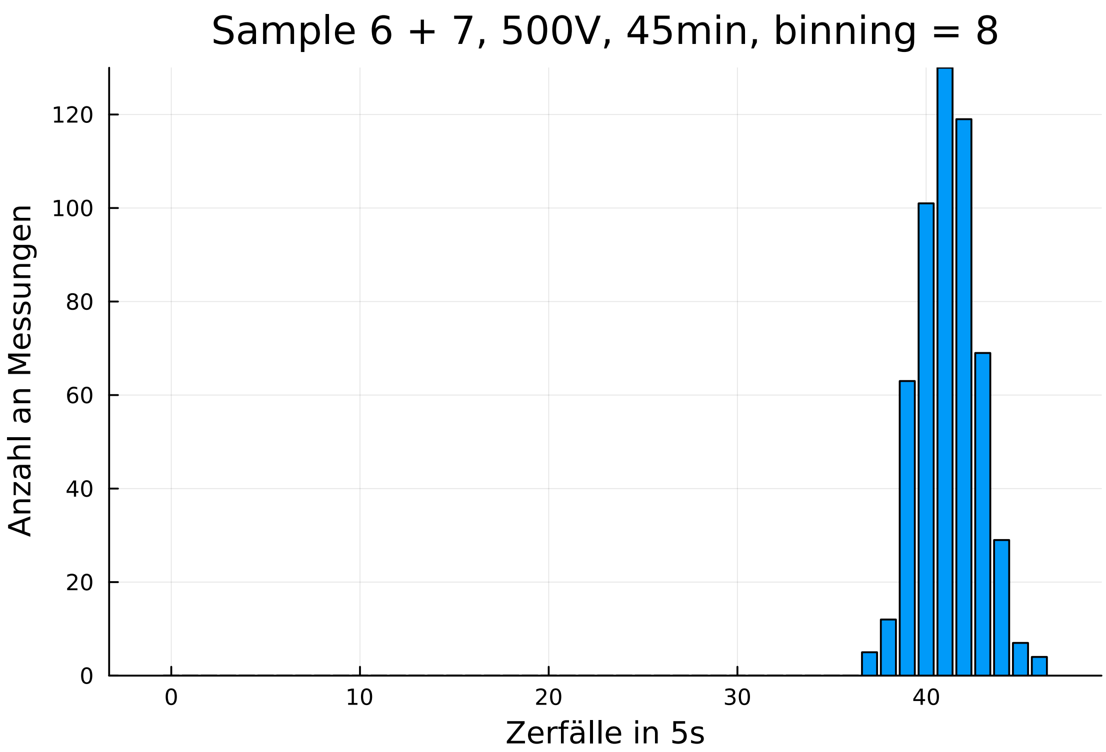
[8]:
```
# ΔT = 0.2s, binning = 1
zerfälle_6und7_500_1 =␣
↪[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23]
anzahl_6und7_500_1 =␣
↪[0,0,0,0,1,5,26,78,227,443,875,1373,1917,2175,2140,1712,1193,768,375,139,38,11,2,1]
plot(bar(zerfälle_6und7_500_1,anzahl_6und7_500_1,label=""), title="Sample 6 +␣
↪7, 500V, 45min, binning = 1")
xlabel!("Zerfälle in 0.2s")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[8]:




```
[9]: # ΔT = 5s, binning = 8
zerfälle_6und7_500_2 =␣
 ↪[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,3
    35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46]
anzahl_6und7_500_2 =␣
 ↪[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,5,12,63,101,130,
    29,7,4]
plot(bar(zerfälle_6und7_500_2,anzahl_6und7_500_2,label=""), title="Sample 6 +␣
 ↪7, 500V, 45min, binning = 8")
xlabel!("Zerfälle in 5s")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[9]:




### 1.3 1: Poisson-Verteilung

[10]:
```
# Poissonverteilung:
lambda = 10 # (Testwert) Mittelwert lambda
N = 10 # (Testwert) Normierungsfaktor N = Summe der Höhe aller Balken
P(n) = N * lambda^big(n) * exp(-lambda) / factorial(big(n))
```

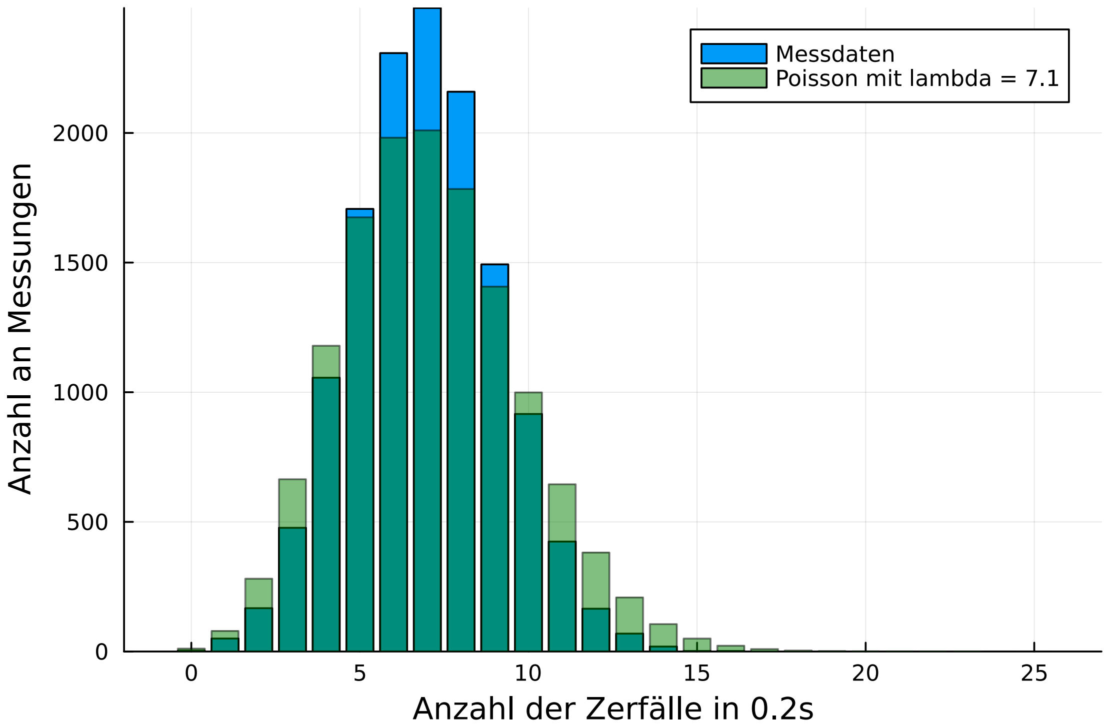
[10]: P (generic function with 1 method)

Sample 6, 500V, 45min, $\Delta T = 0.2$s, binning $= 1$:

[11]:
```
# Messdaten mit ΔT = 0.2, binning = 1
zerfälle_6_500_1 = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16]
anzahl_6_500_1 =␣
↪[3,50,167,477,1056,1707,2308,2482,2159,1493,916,424,165,69,19,2,2]

# Passende Poissonverteilung:
lambda = 7.1
N = sum(anzahl_6_500_1)
P(n) = N * lambda^big(n) * exp(-lambda) / factorial(big(n))

#Plot
poisson1 = bar(zerfälle_6_500_1,anzahl_6_500_1,label="Messdaten")
```

```
bar!(0:25,P,color=:green,label="Poisson mit lambda = $lambda",alpha=0.5)
xlabel!("Anzahl der Zerfälle in 0.2s")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[11]:




[12]:

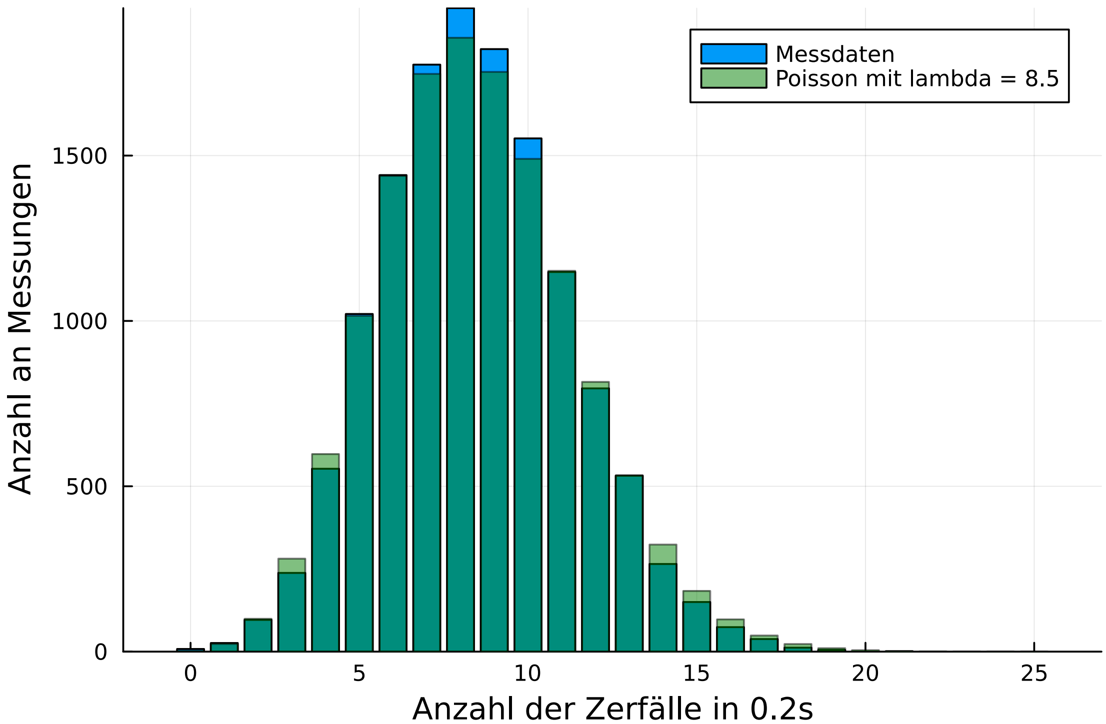
```
savefig(poisson1, "../../media/B3.1/poisson1.pdf");
```

Sample 6, 600V, 45min, $\Delta T = 0.2s$, binning = 1:

[13]:

```
# Messdaten mit ΔT = 0.2s, binning = 1
zerfälle_6_600_1 = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21]
anzahl_6_600_1 =␣
 ↪[8,26,96,238,553,1021,1441,1775,1946,1822,1552,1148,796,532,265,150,74,38,12,5,0,1]

# Passende Poissonverteilung:
lambda = 8.5
N = sum(anzahl_6_600_1)
P(n) = N * lambda^big(n) * exp(-lambda) / factorial(big(n))

# Plot
poisson2 = bar(zerfälle_6_600_1,anzahl_6_600_1,label="Messdaten")
bar!(0:25,P,color=:green,label="Poisson mit lambda = $lambda",alpha=0.5)
xlabel!("Anzahl der Zerfälle in 0.2s")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[13]:

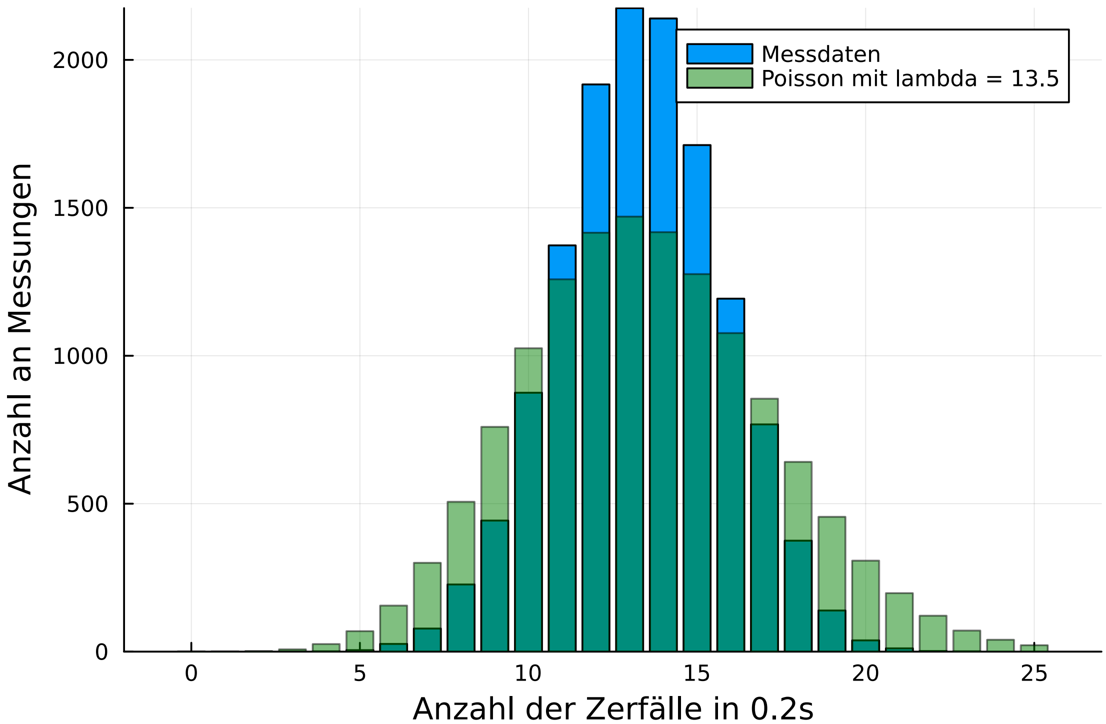



[14]:
```
savefig(poisson2, "../../media/B3.1/poisson2.pdf");
```

Sample 6 + 7, 500V, 45min, $\Delta$T = 0.2s, binning = 1:

[15]:
```
# Messdaten mit ΔT = 0.2s, binning = 1
zerfälle_6und7_500_1 =␣
↪[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23]
anzahl_6und7_500_1 =␣
↪[0,0,0,0,1,5,26,78,227,443,875,1373,1917,2175,2140,1712,1193,768,375,139,38,11,2,1]

# Passende Poissonverteilung:
lambda = 13.5
N = sum(anzahl_6und7_500_1)
P(n) = N * lambda^big(n) * exp(-lambda) / factorial(big(n))

# Plot
poisson3 = bar(zerfälle_6und7_500_1,anzahl_6und7_500_1,label="Messdaten")
bar!(0:25,P,color=:green,label="Poisson mit lambda = $lambda",alpha=0.5)
xlabel!("Anzahl der Zerfälle in 0.2s")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[15]:



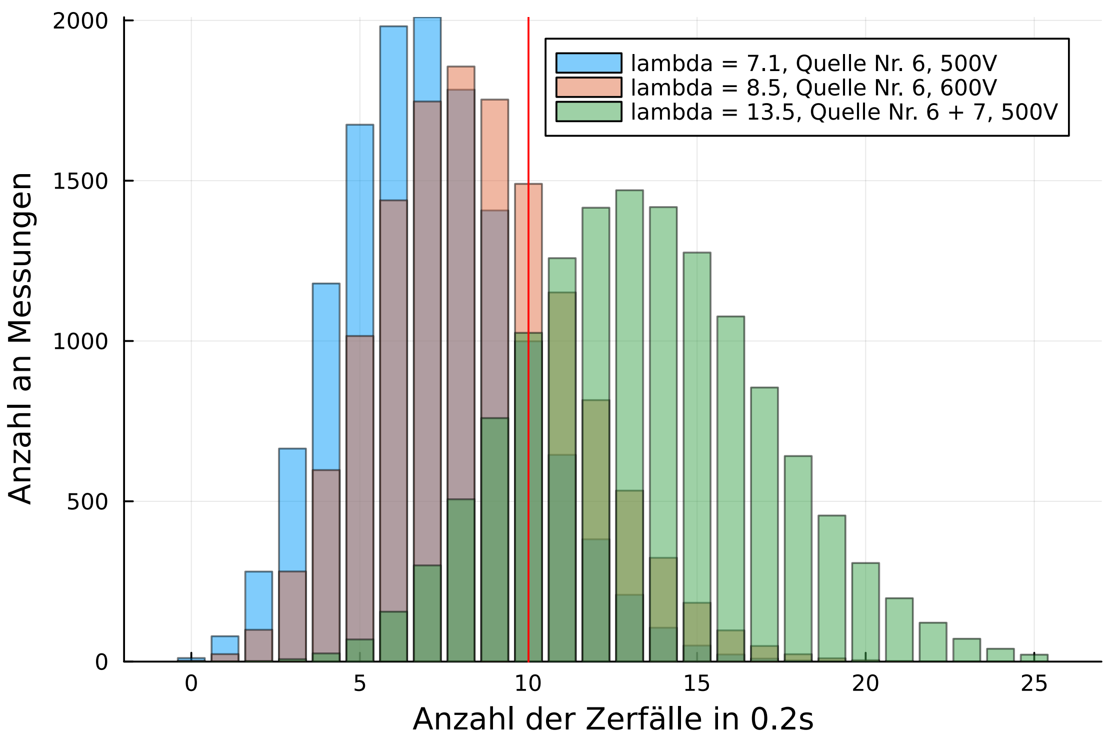

[16]:
```
savefig(poisson3, "../../media/B3.1/poisson3.pdf");
```

Alle Poisson-Verteilungen zusammen:

[17]:
```
# Messdaten mit ΔT = 0.2, binning = 1
zerfälle_6_500_1 = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16]
anzahl_6_500_1 =␣
  ↪[3,50,167,477,1056,1707,2308,2482,2159,1493,916,424,165,69,19,2,2]

# Passende Poissonverteilung:
lambda = 7.1
N = sum(anzahl_6_500_1)
P(n) = N * lambda^big(n) * exp(-lambda) / factorial(big(n))

#Plot
allePoisson = bar(0:25,P,label="lambda = $lambda, Quelle Nr. 6, 500V",alpha=0.5)

# Messdaten mit ΔT = 0.2s, binning = 1
zerfälle_6_600_1 = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21]
anzahl_6_600_1 =␣
  ↪[8,26,96,238,553,1021,1441,1775,1946,1822,1552,1148,796,532,265,150,74,38,12,5,0,1]

# Passende Poissonverteilung:
```

```
lambda = 8.5
N = sum(anzahl_6_600_1)
P(n) = N * lambda^big(n) * exp(-lambda) / factorial(big(n))

# Plot
bar!(0:25,P,label="lambda = $lambda, Quelle Nr. 6, 600V",alpha=0.5)

# Messdaten mit ΔT = 0.2s, binning = 1
zerfälle_6und7_500_1 =
 ↪[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23]
anzahl_6und7_500_1 =
 ↪[0,0,0,0,1,5,26,78,227,443,875,1373,1917,2175,2140,1712,1193,768,375,139,38,11,2,1]

# Passende Poissonverteilung:
lambda = 13.5
N = sum(anzahl_6und7_500_1)
P(n) = N * lambda^big(n) * exp(-lambda) / factorial(big(n))

# Plot
bar!(0:25,P,label="lambda = $lambda, Quelle Nr. 6 + 7, 500V",alpha=0.5)
xlabel!("Anzahl der Zerfälle in 0.2s")
ylabel!("Anzahl an Messungen")

# Plot Faustregel
vline!([10], color=:red, label="")
```

[17]:



[18]:
```
savefig(allePoisson, "../../media/B3.1/allePoisson.pdf");
```

### 1.4 2: Gaußverteilung

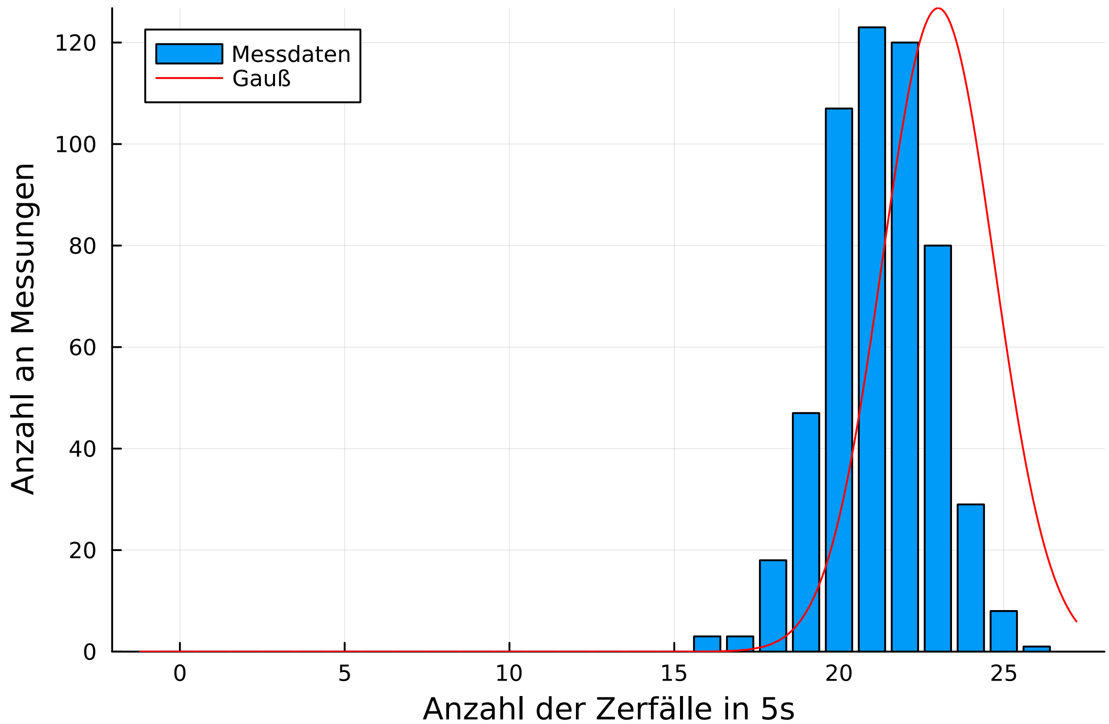
[19]:
```
# Gaußverteilung
z_strich = 10 # (Testwert) gemessene Zählrate z_strich (hängt von Sample und␣
↪Spannung ab)
n = 8 # Binning (für alle Messungen gleich)
Δt = 5 # (für alle Messungen gleich)
m = z_strich * Δt / n # Mittelwert m
F = 10 # (Testwert) Normierungsfaktor F = Summe der Höhe aller Balken
G(x) = 1/sqrt(2 * pi * m) * F * sqrt(n) * exp(- (x - m)^2 / (2 * m / n))
```

[19]:
```
G (generic function with 1 method)
```

Sample 6, 500V, 45min, $\Delta$T = 5s, binning = 8:

[20]:
```
# Messdaten mit ΔT = 5s, binning = 8
zerfälle_6_500_2 =␣
↪[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26]
anzahl_6_500_2 =␣
↪[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,3,3,18,47,107,123,120,80,29,8,1]

# Passende Gaußverteilung:
z_strich = 11044/300 # Aus Kurzmessung
m = z_strich * Δt / n
F = sum(anzahl_6_500_2)
G(x) = 1/sqrt(2 * pi * m) * F * sqrt(n) * exp(- (x - m)^2 / (2 * m / n))

# Plot
gauß1 = plot(bar(zerfälle_6_500_2,anzahl_6_500_2,label="Messdaten"), legend=:
↪topleft)
plot!(G,color=:red,label="Gauß")
xlabel!("Anzahl der Zerfälle in 5s")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[20]:




[21]:
```
[m,F,z_strich]
```

[21]:
```
3-element Vector{Float64}:
   23.008333333333333
  539.0
   36.81333333333333
```

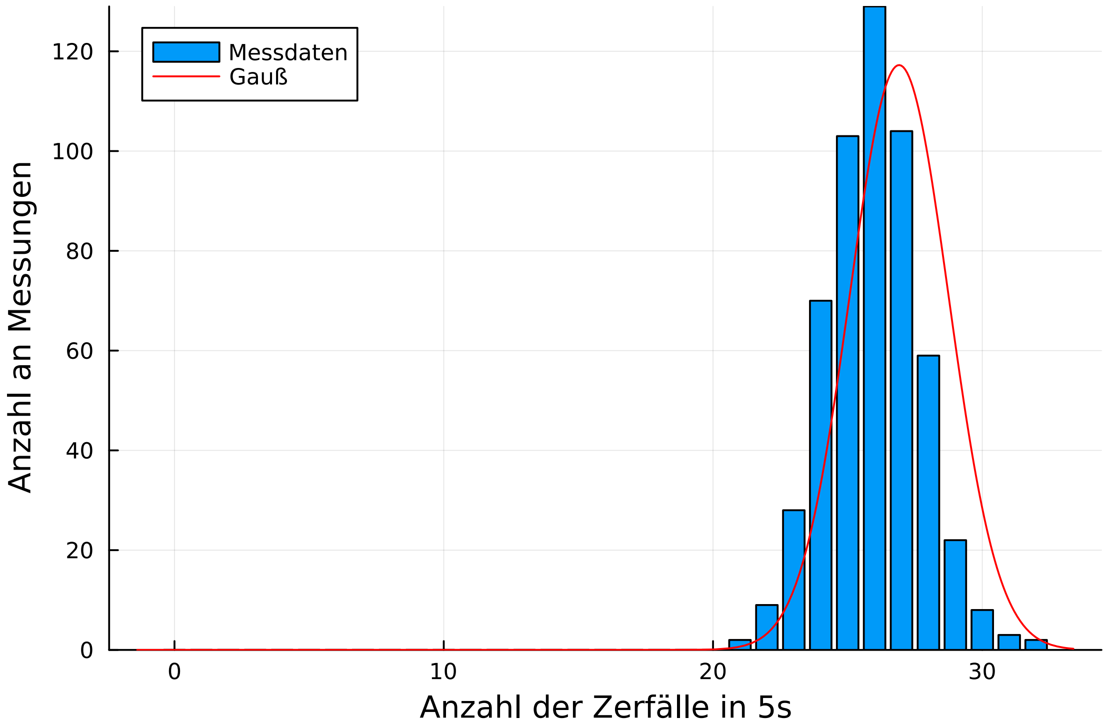
[22]:
```
savefig(gauß1, "../../media/B3.1/gauß1.pdf");
```

Sample 6, 600V, 45min, $\Delta\mathrm{T} = 5\mathrm{s}$, binning = 8:

[23]:
```
# Messdaten mit ΔT = 5s, binning = 8
zerfälle_6_600_2 =␣
 ↪[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32]
anzahl_6_600_2 =␣
 ↪[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,2,9,28,70,103,129,104,59,22,8,3,2]

# Passende Gaußverteilung:
z_strich = 12917/300 # Aus Kurzmessung
m = z_strich * Δt / n
F = sum(anzahl_6_600_2)
G(x) = 1/sqrt(2 * pi * m) * F * sqrt(n) * exp(- (x - m)^2 / (2 * m / n))

# Plot
```

```
gauß2 = plot(bar(zerfälle_6_600_2,anzahl_6_600_2,label="Messdaten"), legend=:
 ↪topleft)
plot!(G,color=:red,label="Gauß")
xlabel!("Anzahl der Zerfälle in 5s")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[23]:




[24]:

```
[m,F,z_strich]
```

[24]:

```
3-element Vector{Float64}:
  26.910416666666666
 539.0
  43.056666666666665
```

[25]:

```
savefig(gauß2, "../../media/B3.1/gauß2.pdf");
```

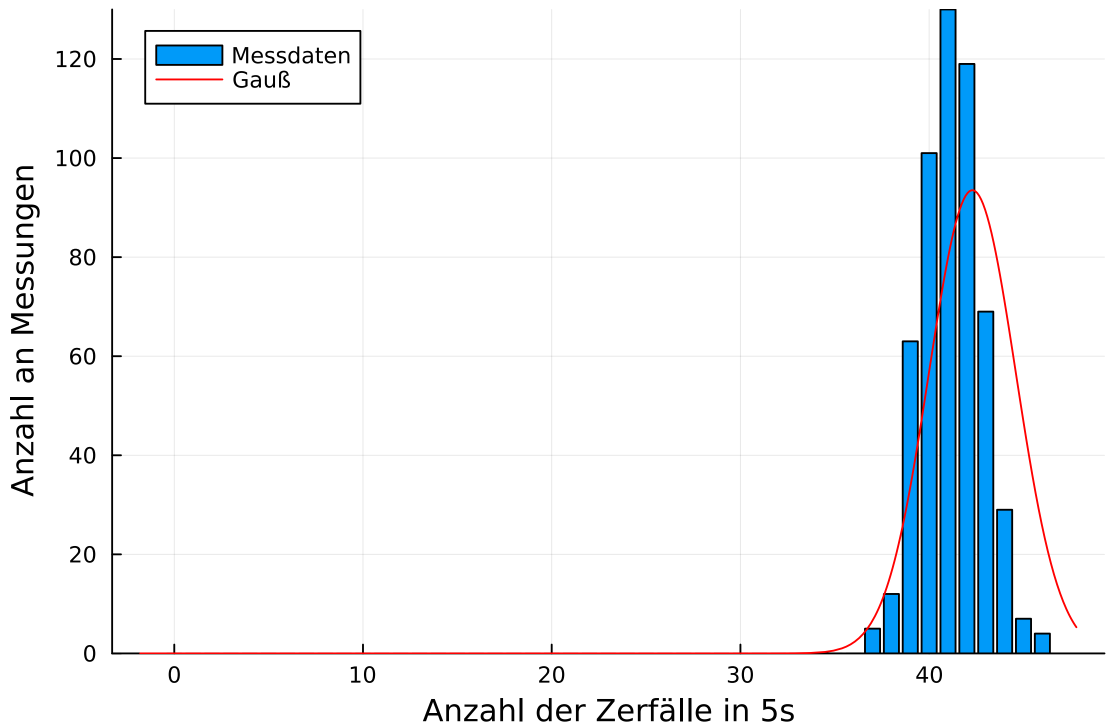
Sample 6 + 7, 500V, 45min, ΔT = 5s, binning = 8:

[26]:

```
# Messdaten mit ΔT = 5s, binning = 8
zerfälle_6und7_500_2 =␣
 ↪[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,3
    35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46]
anzahl_6und7_500_2 =␣
 ↪[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,5,12,63,101,130,
    29,7,4]
```

```julia
# Passende Gaußverteilung:
z_strich = 20300/300 # Aus Kurzmessung
m = z_strich * Δt / n
F = sum(anzahl_6und7_500_2)
G(x) = 1/sqrt(2 * pi * m) * F * sqrt(n) * exp(- (x - m)^2 / (2 * m / n))

# Plot
gauß3 = plot(bar(zerfälle_6und7_500_2,anzahl_6und7_500_2,label="Messdaten"),␣
 ↪legend=:topleft)
plot!(G,color=:red,label="Gauß")
xlabel!("Anzahl der Zerfälle in 5s")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[26]:




[27]:

```julia
[m,F,z_strich]
```

[27]:

```
3-element Vector{Float64}:
  42.2916666666667
 539.0
  67.6666666666667
```

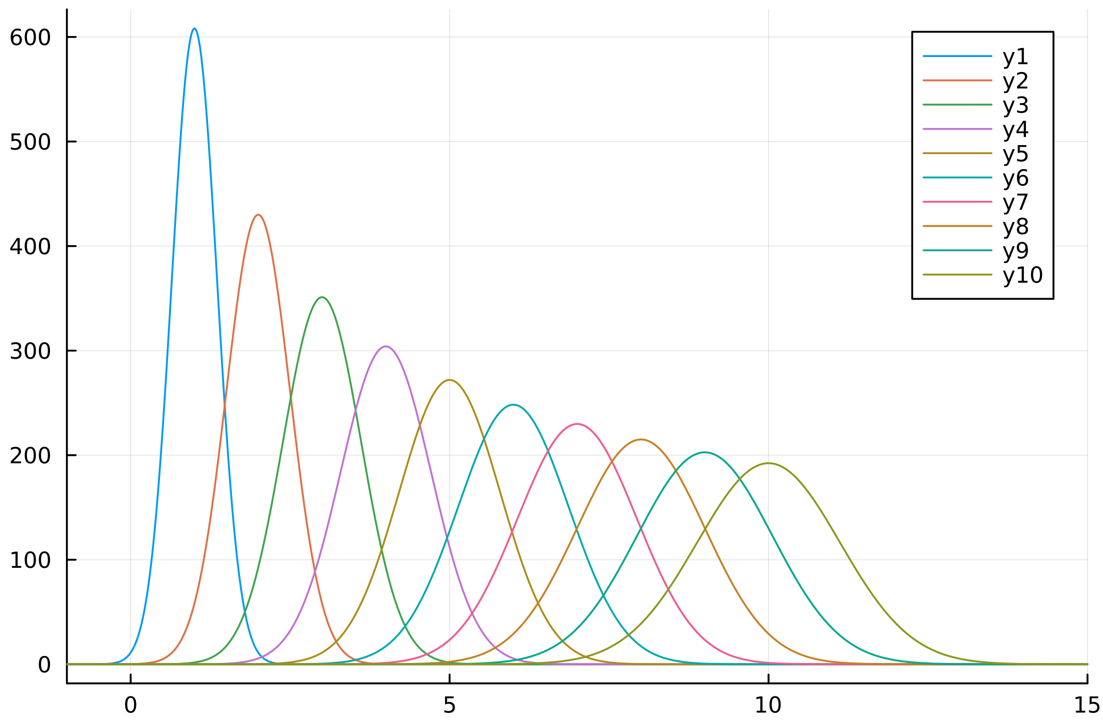
[28]:

```julia
savefig(gauß3, "../../media/B3.1/gauß3.pdf");
```

[29]:

```
G(x) = 1/sqrt(2 * pi * m) * F * sqrt(n) * exp(- (x - m)^2 / (2 * m / n))
m = 1
plot(G, xaxis=[-1,15])
m=2
plot!(G)
m=3
plot!(G)
m=4
plot!(G)
m=5
plot!(G)
m=6
plot!(G)
m=7
plot!(G)
m=8
plot!(G)
m=9
plot!(G)
m=10
plot!(G)
```

[29]:



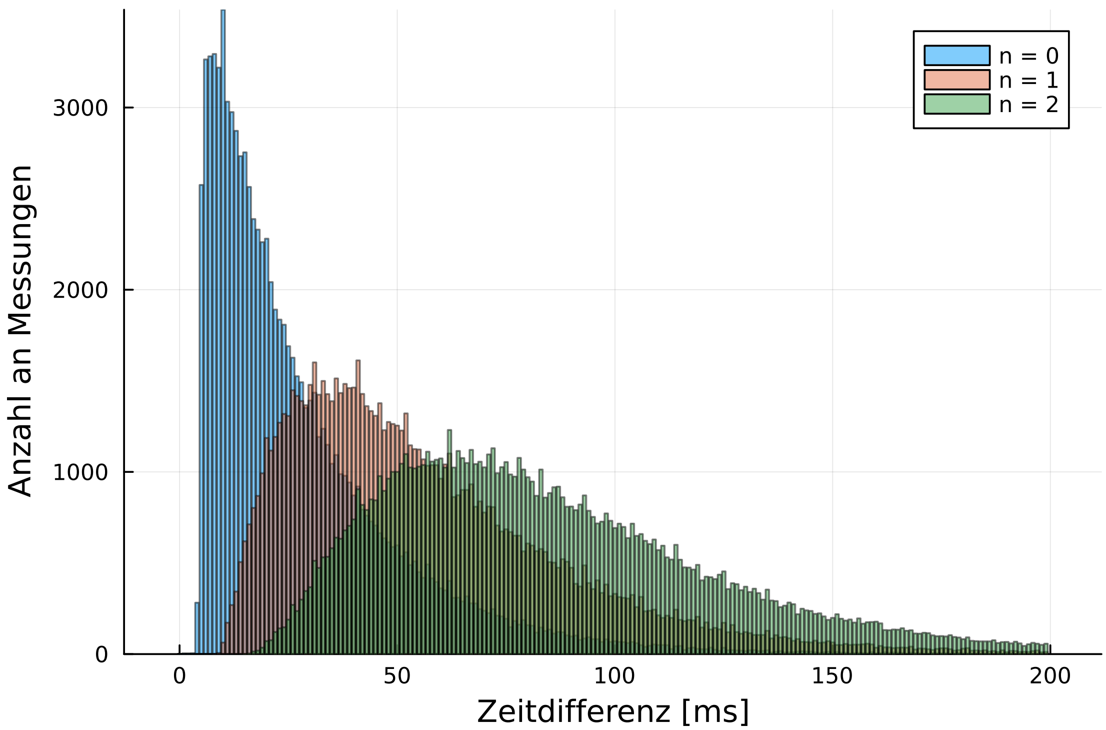
### 1.5 3: Intervall-Verteilung

**Plotten der Messwerte**

[30]:
```
interval0 = CSV.read("sample_6/500V_45min/interval_0.001_1.csv", DataFrame)
interval1 = CSV.read("sample_6/500V_45min/interval_0.001_2.csv", DataFrame)
interval2 = CSV.read("sample_6/500V_45min/interval_0.001_3.csv", DataFrame)
;
```

[31]:
```
# Sample 6, 500V, 45min
interval = bar(interval0[1:200, :intervall], interval0[1:200, :count], alpha=0.
 ↪5, label="n = 0")
bar!(interval1[1:200, :intervall], interval1[1:200, :count], alpha=0.5,␣
 ↪label="n = 1")
bar!(interval2[1:200, :intervall], interval2[1:200, :count], alpha=0.5,␣
 ↪label="n = 2")
xlabel!("Zeitdifferenz [ms]")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[31]:




[32]:
```
savefig(interval, "../../media/B3.1/interval.pdf");
```

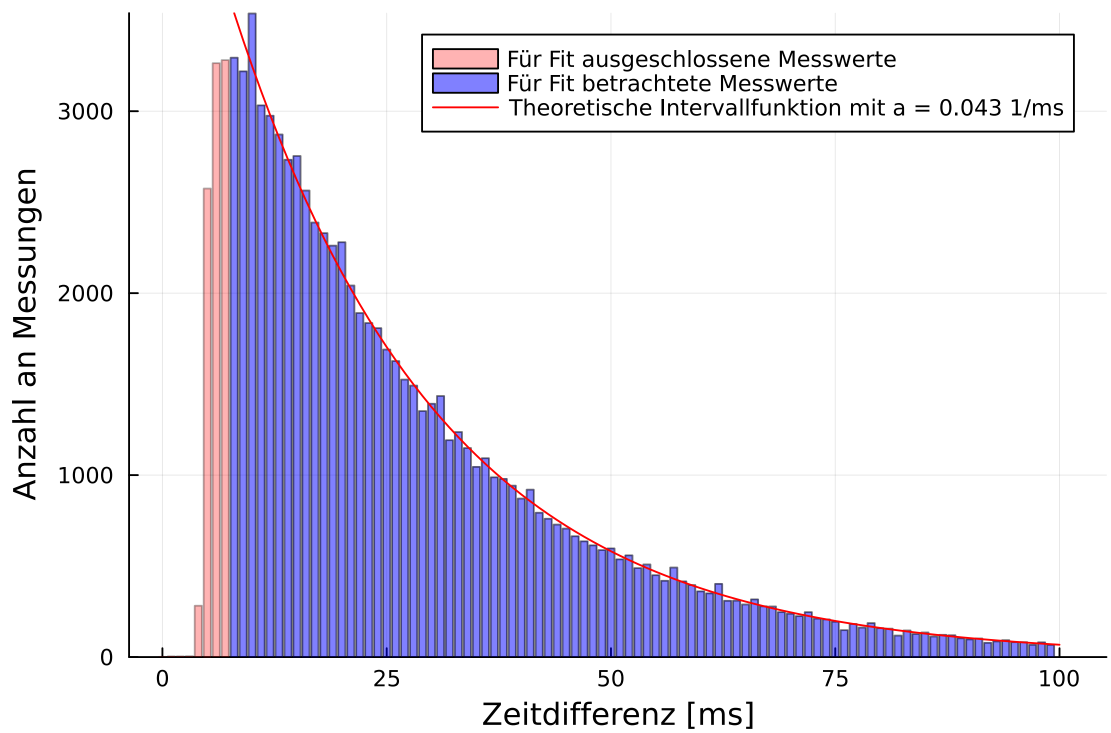
**Fitten für n=0**

- Alle Messwerte im Bereich t ∈ [0,totzeit] abschneiden und den Rest fitten

[33]:

```
# Plot
totzeitIndex = 8
intervalFit = bar(interval0[1:totzeitIndex, :intervall], interval0[1:
 ↪totzeitIndex, :count],
    color=:red, alpha=0.3, label="Für Fit ausgeschlossene Messwerte", title="",␣
 ↪legend=:topright)
bar!(interval0[(totzeitIndex+1):100, :intervall],
    interval0[(totzeitIndex+1):100, :count], color=:blue, alpha=0.5, label="Für␣
 ↪Fit betrachtete Messwerte", title="")

# Intervallverteilung mit skaliertem N (für n = 0)
a = 0.043 # Fitparameter zwischen 0.042 und 0.044
T = 2699.959473 # s Gesamtdauer der Messung = 45 min oder letzter gemessener␣
 ↪Zeitpunkt?
N = 1000*T * a # Normierungskonstante
I(t) = N * a * exp(- a * t)
plot!(totzeitIndex:100,I,label="Theoretische Intervallfunktion mit a = $a 1/
 ↪ms", color=:red)

xlabel!("Zeitdifferenz [ms]")
ylabel!("Anzahl an Messungen")
```

[33]:




[34]:

```
savefig(intervalFit, "../../media/B3.1/intervalFit.pdf");
```

### 1.6 4: Totzeit

a = a_strich / (1 - a_strich * tau) <=> tau = 1/a_strich - 1/a

[35]:
```
a_strich = 11044/300 * 10^(-3) # ms Gemessene Zählrate aus Kurzzeitmessung
tau = 1/a_strich - 1/a # ms
```

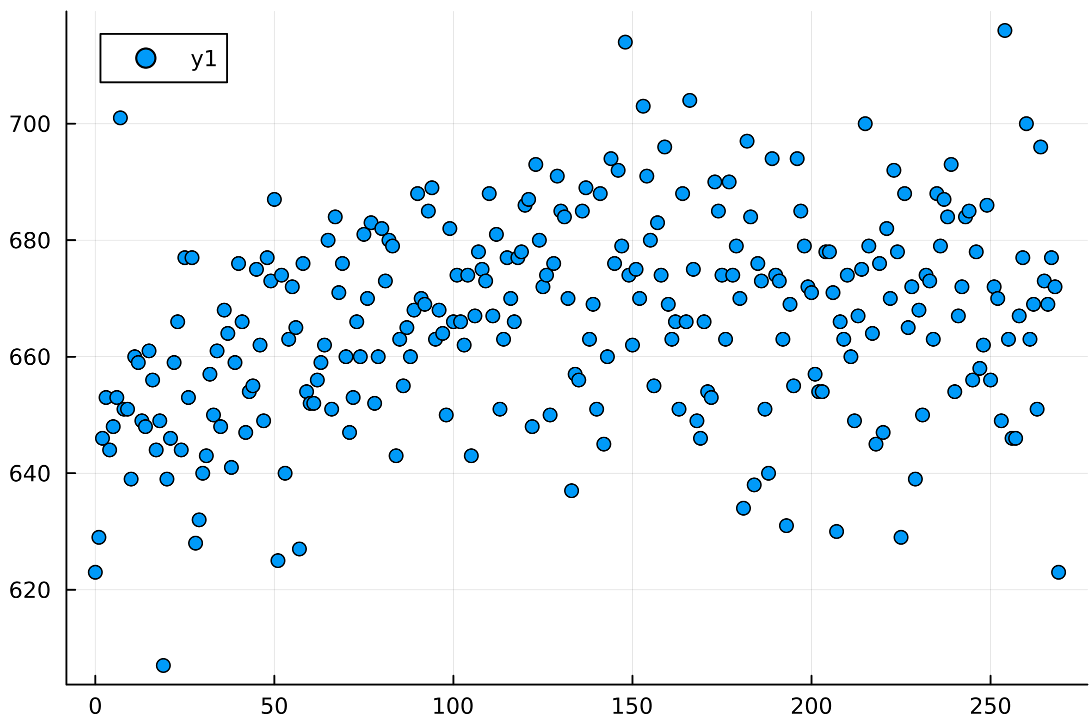
[35]: 3.908257035283807

### 1.7 5: Aufgaben zum $\chi^2$–Test

Daten einlesen

[36]:
```
data = CSV.File("sample_6_7/500V_45min/divide_10.csv")
scatter(0:length(data), data.Zerfälle_in_10_sec)
```

[36]:




[37]:
```
x_data = 0:50
decays = data.Zerfälle_in_10_sec[x_data.+1]

avg_decays = mean(decays)
```

[37]: 653.8039215686274

[38]:
```
std(decays)
```

[38]: 16.509415020336895

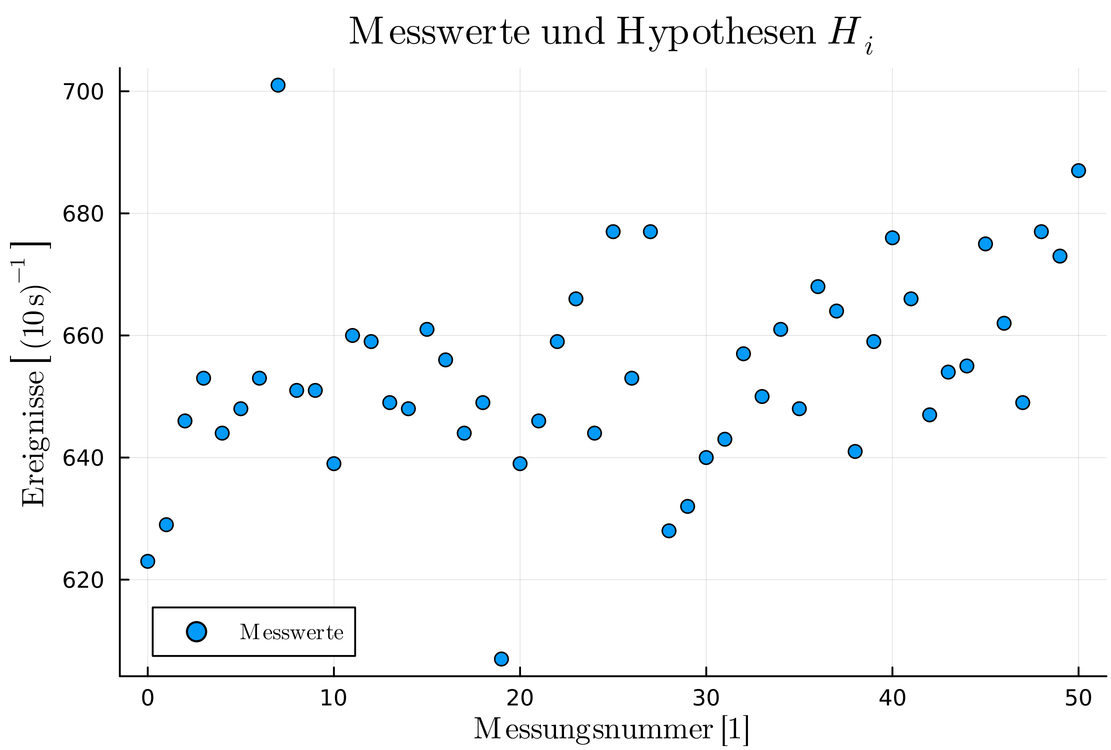
### 1.8 1. Hypothesen

Zeigen Sie zeichnerisch, was die Hypothesen a, b und c besagen.

- a: Die Präparatstärke ist konstant im betrachteten Zeitraum und gleicht dem Mittelwert der 51 Messwerte.
- b: Die Präparatstärke ist konstant im betrachteten Zeitraum und gleicht dem Mittelwert der 51 Messwerte minus 10%.
- c: Die Präparatstärke nimmt im betrachteten Zeitraum linear mit der Zeit ab (als erste Näherung eines exponentiellen Abfalls). Die Anfangszählrate ist der Mittelwert, und der Abfall von einer Messung zur anderen sei 1.

[39]:
```
scatter(x_data, decays, label=L"\mathrm{Messwerte}", legend=:bottomleft)

title!(L"\mathrm{Messwerte\ und\ Hypothesen\ } H_i")
xlabel!(L"\mathrm{Messungsnummer}\ [1]")
ylabel!(L"\mathrm{Ereignisse}\ \left[(10\,\mathrm{s})^{-1}\right]")
```

[39]:




Hypothese $H_1$: “Die Präparatstärke ist konstant im betrachteten Zeitraum und gleicht dem Mittelwert der 51 Messwerte.”

Diese Hypothese besagt, jeder erwartete Zählmenge $n_1(i)$ sei gleich dem Mittelwert der 51 Messungen $n_i$.

$$\bar{x} = \bar{n}$$

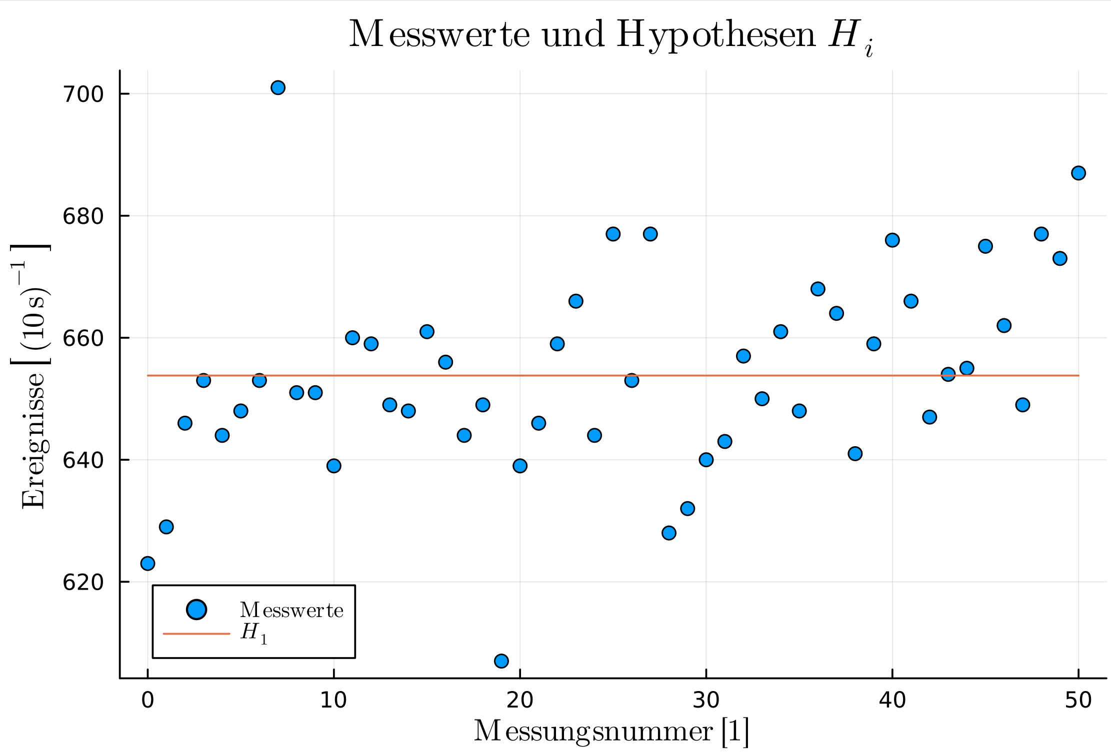
$$n_1(i) = \frac{1}{51} \sum_{i=1}^{51} n_i$$

$$\chi_1^2 = \sum_i \frac{(n_i - \bar{n})^2}{\bar{n}}$$

[40]:

```
h1_results = fill(avg_decays, length(x_data))

plot!(
    x_data,
    h1_results,
    label=L"H_1"
)
```

[40]:




Hypothese $H_2$: "Die Präparatstärke ist konstant im betrachteten Zeitraum und gleicht dem Mittelwert der 51 Messwerte minus 10%."

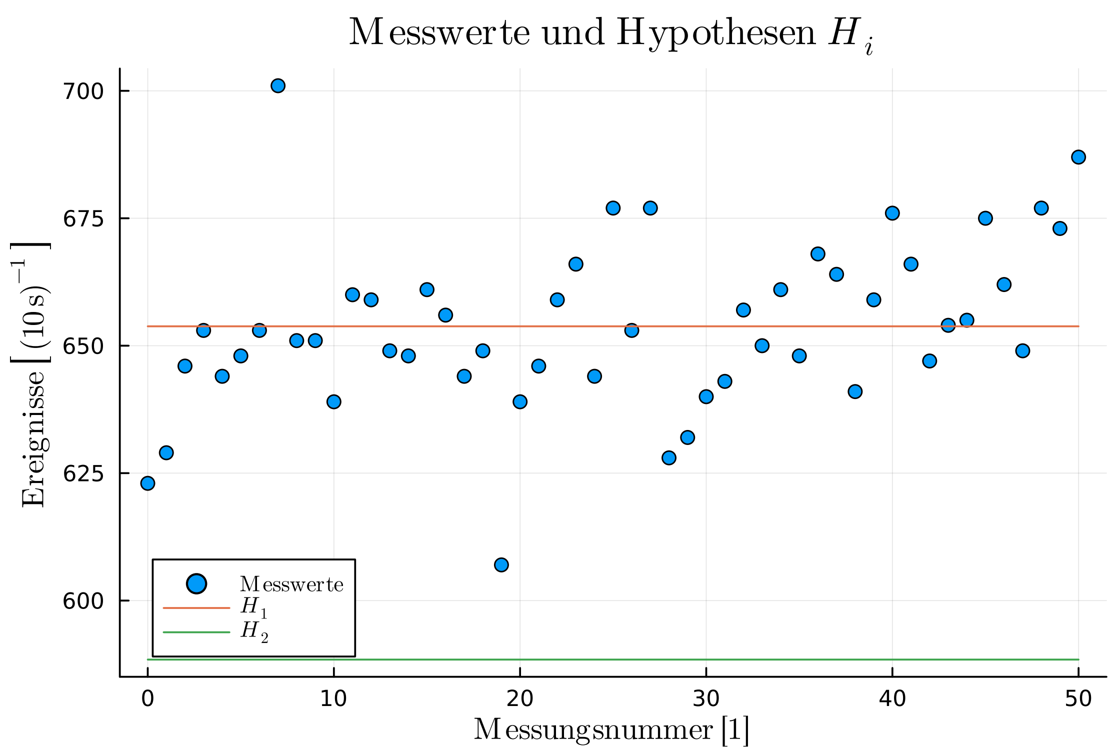
Dies bedeutet, dass die erwarteten Zählungen $n_2(i)$ um 10% kleiner als die Zählungen nach $H_1$ sein müssen.

$$n_2(i) = \frac{9}{10} \cdot n_1(i)$$

$$\chi_2^2 = \sum_i \frac{(n_i - 0.9\,\bar{n})^2}{0.9\,\bar{n}}$$

[41]:
```
plot!(
    x_data,
    0.9 .* h1_results,
    label=L"H_2"
)
```

[41]:




Hypothese $H_3$: "Die Präparatstärke nimmt im betrachteten Zeitraum linear mit der Zeit ab (als erste Näherung eines exponentiellen Abfalls). Die Anfangszählrate ist der Mittelwert, und der Abfall von einer Messung zur anderen sei 1."

Die erwarteten Ereignisse starten demnach bei $n_1(0)$ und fallen dann linear mit einer Steigung von 1 ab.

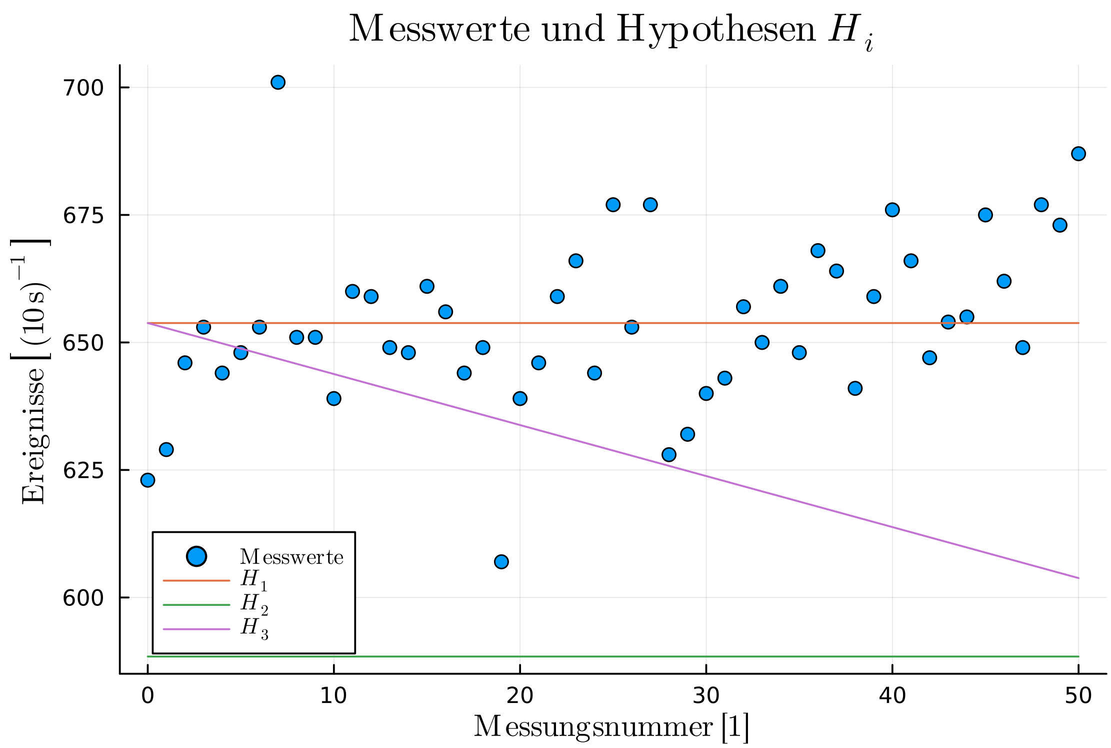
$$n_3(i) = n_1(0) - i$$

$$\chi_3^2 = \sum_i \frac{(n_i - (n - i))^2}{(n - i)}$$

[42]:
```
plot!(
    x_data,
    h1_results .- x_data,
```

```
    label=L"H_3"
)
```

[42]:




[43]:
```
savefig("../../media/B3.1/Hypothesen_plot.svg")
savefig("../../media/B3.1/Hypothesen_plot.png");
```

Man Erkennt, dass $H_1$ die Messwerte am besten beschreibt.

### 1.9 2. Hypothesentest

Nun werden die drei Hypothesen $H_i$ mithilfe des $\chi^2$–Tests geprüft. Hierzu werden 51 Messwerte aus der 45 min-Messung beider Proben gewählt, deren Zählungen über 10 s gemittelt werden. Dies wird sowohl für die nicht-totzeitkorrigierten als auch für die totzeitkorrigierten Daten durchgeführt.

Durch die Bildung des Mittelwertes gibt es noch 50 statistische Freiheitsgrade. Dadurch können die erlaubten Grenzen für $\chi^2$ für ein System mit 50 Freiheitsgraden und einer Signifikanz von 5% verwendet werden [6].

$$\chi^2_{\text{min}} = 32.357$$
$$\chi^2_{\text{max}} = 71.420$$

### 1.9.1 $H_1$

$$\chi_1^2 = \sum_i \frac{(x_i - \bar{x})^2}{\bar{x}}$$

[44]:
```
chi_squared_1 = sum((decays .- avg_decays).^2 ./ avg_decays)
```

[44]:
```
20.84422984644914
```

[45]:
```
(1 - chi_squared_1 / 32.357)*100
```

[45]:
```
35.58046219844504
```

### 1.9.2 $H_2$

$$\chi_2^2 = \sum_i \frac{(x_i - 0.9\,\bar{x})^2}{0.9\,\bar{x}}$$

[46]:
```
chi_squared_2 = sum((decays .- 0.9*avg_decays).^2 ./ (0.9*avg_decays))
```

[46]:
```
393.6491442738329
```

[47]:
```
chi_squared_2 / 71.420
```

[47]:
```
5.511749429765232
```

### 1.9.3 $H_3$

$$\chi_3^2 = \sum_i \frac{(x_i - (\bar{n} - i))^2}{(\bar{n} - i)}$$

[48]:
```
chi_squared_3 = sum((decays .- (avg_decays .- x_data)).^2 ./ (avg_decays .-
↪x_data))
```

[48]:
```
106.02106295610936
```

[49]:
```
chi_squared_3 / 71.420
```

[49]:
```
1.4844730181477088
```

Alle drei Hypothesen müssen verworfen werden. $\chi_1^2 \approx 21$ ist etwa 36% kleiner als $\chi^2_{\text{min}}$, daher kann die Hypothese $H_1$ nicht akzeptiert werden. Dies liegt daran, dass die Werte zu gut zu der $H_1$-Hypothese passen, es gibt zu geringe Schwankungen. Wäre die Funktion der theoretischen Werte z.B. gefittet worden, so müsste man annehmen, das "überfittet" wurde.

$\chi_2^2 \approx 394$ ist um einen Faktor von ca. 5.5 zu groß, die Hypothese $H_2$ kann damit sehr sicher abgelehnt werden. $\chi_3^2 \approx 106$ ist um einen Faktor von ca. 1.5 zu groß, sodass auch die Hypothese $H_3$ abgelehnt werden kann.

Aufgrund der Abweichungen kann nicht abschließend gesagt werden, welche Hypothese zutrifft. Allerdings ist es in der grafischen Darstellung ersichtlich, dass ein näherungsweise konstanter Wert durchaus möglich ist, was $H_1$ unterstützt.

Würde man Pearsons $\chi^2$-Test durchführen, so würde man nur einen $\chi^2_{\mathrm{P,max}} = 67.505$-Wert zum Vergleich verwenden. [6]

Damit wird die Hypothese $H_1$ bekräftigt und die Hypothesen $H_2$ und $H_3$ abgelehnt.

Da kein Fitting durchgeführt wurde, kann hier der Fehler des Überfittens ausgeschlossen werden. Daher halten wir in dem vorliegenden Experiment den Person-Test für sinnvoller.

### 1.9.4 Hypothesentest mit Totzeit

Im Folgenden werden die Hypothesen $H_i$ mit totzeitkorrigierten Daten betrachtet.

[50]:
```
decays_corrected = data.Zerfälle_in_10_sec[x_data.+1] .- tau
avg_decays_corrected = mean(decays_corrected)
```

[50]: 649.8956645333437

[51]:
```
chi_squared_1_corrected = sum((decays_corrected .- avg_decays_corrected).^2 ./
 ↪avg_decays_corrected)
```

[51]: 20.96958013325394

[52]:
```
(1 - chi_squared_1_corrected / 32.357)*100
```

[52]: 35.193064458219425

[53]:
```
chi_squared_2_corrected = sum((decays_corrected .- 0.9*avg_decays_corrected).^2
 ↪./ (0.9*avg_decays_corrected))
```

[53]: 391.5737433836198

[54]:
```
chi_squared_2_corrected / 71.420
```

[54]: 5.4826903302103025

[55]:
```
chi_squared_3_corrected = sum((decays_corrected .- (avg_decays_corrected .-
 ↪x_data)).^2 ./ (avg_decays_corrected .- x_data))
```

[55]: 106.69800513209663

[56]:
```
chi_squared_3_corrected / 71.420
```

[56]: 1.493951346010874

### 1.10 3. Halbwertszeit

Welche Halbwertszeit ergibt sich aus der Hypothese c, wenn Sie einen zeitlichen Abstand der Messungen von 10 Sekunden annehmen als Näherung eines exponentiellen Zerfalls?

Nun soll nach Hypothese $H_3$ die Halbwertszeit $T_{1/2}$ der Proben bestimmt werden. Hierzu wird der exponentielle Zerfall durch eine lineare Kurve beschrieben. Es wird erwartet, dass diese Halbwertszeit deutlich geringer als die ca. 30 yr der Probe ist.

Dabei wird davon ausgegangen, dass innerhalb der Messdauer $\Delta t = 10\,\mathrm{s}$ der Wert $N_0$ um 1 sinkt. Weiterhin wird die Halbwertszeit nach Gleichung **??** bestimmt. Nach Hypothese $H_3$ ist $N(0) = \bar{n}$ der Mittelwert der Zählraten.

[57]:

```
T_12 = Integer(round(10 * log(2) / log(avg_decays/(avg_decays-1)))) # seconds
println(T_12, " seconds")

T_12_str = string(Integer(round(T_12/3600)), L"\,\mathrm{h}\,",␣
  ↪Integer(round(T_12%60)), L"\,\mathrm{min}",)
println(T_12_str)
latexstring(T_12_str)
```

```
4528 seconds
1$\,\mathrm{h}\,$28$\,\mathrm{min}$
```

[57]:

$1\,\mathrm{h}\,28\,\mathrm{min}$

[58]:

```
T_12_corr = Integer(round(10 * log(2) / log(avg_decays_corrected/
  ↪(avg_decays_corrected-1)))) # seconds
println(T_12_corr, " seconds")

T_12_corr_str = string(Integer(round(T_12_corr/3600)), L"\,\mathrm{h}\,",␣
  ↪Integer(round(T_12_corr%60)), L"\,\mathrm{min}",)
println(T_12_corr_str)
latexstring(T_12_corr_str)
```

```
4501 seconds
1$\,\mathrm{h}\,$1$\,\mathrm{min}$
```

[58]:

$1\,\mathrm{h}\,1\,\mathrm{min}$