

### 3. Übungsblatt

zur Vorlesung

## Grundzüge der Informatik I

Abgabe über Ilias bis zum 26.4. 14:00 Uhr.  
Besprechung in Kalenderwoche 18.

#### **Aufgabe 1** *Schleifeninvariante (1 + 5 + 1 Punkte)*

Betrachten Sie den folgenden Algorithmus, der als Eingabe ein Array  $A = [a_1, a_2, \dots, a_n]$  der Länge  $n$  mit  $a_i \in \mathbb{N}$ ,  $1 \leq i \leq n$  erhält.

BerechneWert( $A, n$ ):

1.  $p = 0$
2. **for**  $i = 1$  **to**  $n$  **do**
3.      $p = p + A[i]$
4. **return**  $p/n$

- a) Stellen Sie eine Behauptung auf, welchen Wert der Algorithmus in Abhängigkeit des Eingabearrays berechnet.
- b) Formulieren Sie eine Schleifeninvariante, die zu Beginn jeder Iteration der *for*-Schleife (Zeilen 2 und 3) für die Variable  $p$  gilt. Beweisen Sie diese mittels vollständiger Induktion.
- c) Verwenden Sie die Schleifeninvariante aus Aufgabenteil b), um zu zeigen, dass die Behauptung aus Aufgabenteil a) korrekt ist.

#### **Aufgabe 2** *Korrektheit (4 Punkte)*

Gegeben sei der folgende Algorithmus zur Berechnung der Potenz  $a^b$  für zwei Zahlen  $a \in \mathbb{N}_{\geq 0}$  und  $b \in \mathbb{N}_{\geq 0}$ .

Potenz( $a, b$ ):

1. **if**  $b = 0$  **then**
2.     **return** 1
3. **return**  $a \cdot \text{Potenz}(a, b - 1)$

Beweisen Sie mithilfe von vollständiger Induktion die Korrektheit des Algorithmus. Zeigen Sie dazu einen Induktionsanfang für eine geeignete Induktionsvariable, formulieren Sie eine Induktionsannahme und zeigen Sie unter dieser einen Induktionsschritt.

**Aufgabe 3** *Merge-Operation (3 + 2 Punkte)*

Betrachten Sie die Funktion  $\text{Merge}(A, p, q, r)$  aus der Vorlesung. Diese fügt die sortierten Teilarrays  $A[p..q]$  und  $A[q + 1..r]$ ,  $1 \leq p \leq q < r$ , zum sortierten Teilarray  $A[p..r]$  zusammen und soll dabei  $O(n)$  Zeitschritte benötigen, wobei  $n = r - p + 1$  ist.

- a) Spezifizieren Sie die Merge-Funktion in Pseudocode. Geben Sie außerdem eine intuitive Erklärung zu Ihrem Pseudocode an.
- b) Analysieren Sie die asymptotische Worst-Case-Laufzeit Ihres Algorithmus.

**Aufgabe 4** *Teile & Herrsche (4 Punkte)*

Gegeben sei ein Feld  $A$  mit  $n$  natürlichen Zahlen. Entwickeln Sie einen rekursiven Teile-und-Herrsche-Algorithmus, der für die Eingabe  $A$  die Anzahl der gerade Zahlen in  $A$  berechnet. Geben Sie ihren Algorithmus in Pseudocode an und kommentieren Sie diesen.