



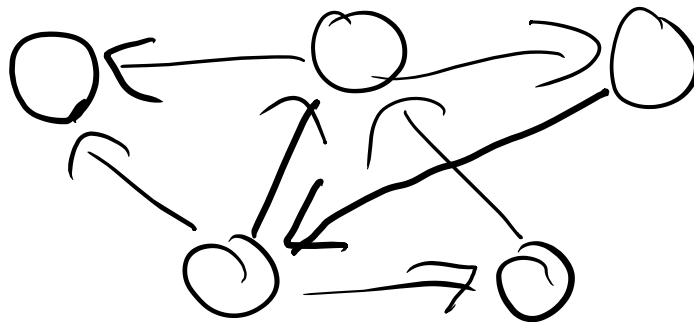
Grundzüge der Informatik 1

Vorlesung 19 - flipped classroom

Graphalgorithmen

Definition (gerichteter Graph)

- Ein *gerichteter Graph* ist ein Paar (V, E) , wobei V eine endliche Menge ist und $E \subseteq V \times V$.
- V heißt Knotenmenge des Graphen
- Die Elemente aus V sind die Knoten des Graphen
- E heißt Kantenmenge des Graphen
- Die Elemente aus E sind die Kanten des Graphen



Graphalgorithmen

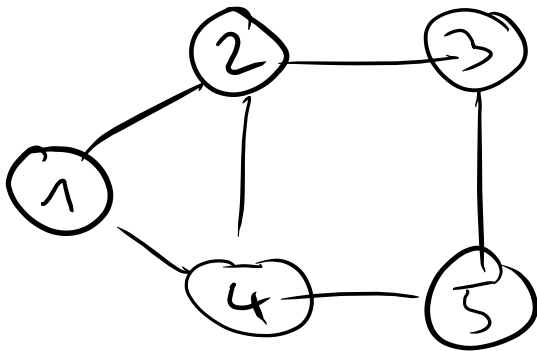
Definition (ungerichteter Graph)

- Ein *ungerichteter Graph* ist ein Paar (V, E) , wobei V eine endliche Menge ist und E Teilmenge der Menge aller Paare von Elementen aus V ist
- V heißt Knotenmenge des Graphen
- Die Elemente aus V sind die Knoten des Graphen
- E heißt Kantenmenge des Graphen
- Die Elemente aus E sind die Kanten des Graphen
- Wir stellen Kanten aus V wie im gerichteten Fall durch (u, v) dar und nehmen an, dass die Kante (u, v) gleich der Kante (v, u) ist
- Manchmal repräsentieren wir einen ungerichteten Graph durch einen gerichteten, indem wir jede Kante (u, v) durch die gerichteten Kanten (u, v) und (v, u) ersetzen

Graphalgorithmen

Adjazenzmatrixdarstellung

- Knoten sind nummeriert von 1 bis $|V|$
- $|V| \times |V|$ Matrix $A = (a_{ij})$ mit
- $a_{ij} = 1$, wenn $(i,j) \in E$ und $a_{ij} = 0$, sonst
- Bei ungerichteten Graphen gilt $A = A^T$

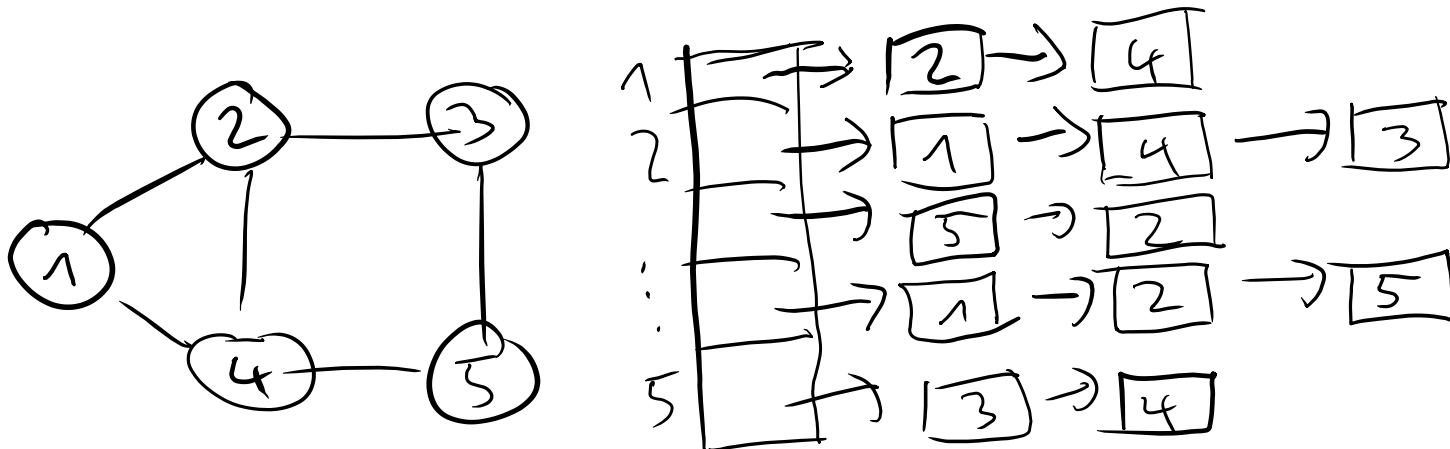


	1	2	5
1	0	1	0	1	0
2	1	0	1	1	0
3	0	1	0	0	1
4	1	1	0	0	1
5	0	0	1	1	0

Graphenalgorithmen

Adjazenzlistendarstellung

- Feld Adj mit $|V|$ Listen (eine pro Knoten)
- Für Knoten v enthält $\text{Adj}[v]$ eine Liste aller Knoten u mit $(v,u) \in E$
- Die Knoten in $\text{Adj}[v]$ heißen zu v benachbart
- Ist G ungerichtet, so gilt: $v \in \text{Adj}[u] \Leftrightarrow u \in \text{Adj}[v]$



Datenstrukturen für Graphen

Aufgabe 1

- Die Transposition eines gerichteten Graph $G=(V,E)$ ist der Graph $G^T(V,E^T)$, wobei $E^T = \{(v,u) \in V \times V : (u,v) \in E\}$. Entwickeln Sie einen Algorithmus, der G^T für einen Eingabegraph G in Adjazenzlistendarstellung berechnet. Sie können dabei annehmen, dass $V = \{1, \dots, n\}$ ist.
- Was ist die Laufzeit Ihres Algorithmus?

Datenstrukturen

Aufgabe 2

- Das Quadrat eines Graph $G=(V,E)$ ist der Graph $G^{(2)}=(V,E^{(2)})$, wobei $(u,w) \in E^{(2)}$, gdw. es einen Knoten v gibt, so dass $(u,v) \in E$ und $(v,w) \in E$.
- Zeigen Sie: Es gibt Graphen mit $O(n)$ Kanten, deren Quadrat $\Omega(n^2)$ Kanten haben

Datenstrukturen

Aufgabe 3

- Das Quadrat eines Graph $G=(V,E)$ ist der Graph $G^{(2)}=(V,E^{(2)})$, wobei $(u,w) \in E^{(2)}$, gdw. es einen Knoten v gibt, so dass $(u,v) \in E$ und $(v,w) \in E$.
- Entwickeln Sie einen Algorithmus, der das Quadrat eines Graphen $G=(V,E)$ berechnet, der in Adjazenzmatrixdarstellung abgespeichert ist
- Was ist die Laufzeit Ihres Algorithmus?