IML 3

שאלה 1

1) נכון. יהיו $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$, $C_1, C_2\subseteq\mathbb{R}^n$ קמורים.

יהיו $u_1,u_2\in\{\alpha C_1+\beta C_2\}$ כך ש $a_1,b_1\in C_1$ $u_1=\alpha\cdot a_1+\beta b_1$

$a_2,b_2\in C_2$ $v_1=\alpha a_2+\beta b_2$

לכל $d\in\mathbb{R}$

$$d u_1+(1-d)v_1=d(\alpha a_1+\beta a_2)+(1-d)(\alpha b_1+\beta b_2)$$
$$=\alpha(\underbrace{d a_1+(1-d)b_1}_{\in C_1})+\beta(\underbrace{d a_2+(1-d)b_2}_{\in C_2})$$

2) לא נכון $f(x)=x^2$ קמורה

$g(x)=x^2-1$ קמורה

אך $(f\circ g)(x)=x^4-2x^2+1$ לא קמורה

3) לא נכון $f(x)=x^2$. ברור ש $g(x)=-f(x)$ לא קמורה כי הנגזרת של g היא $-2x$ והיא מונוטונית יורדת, לפי המשפט שראינו g לא ~~~~ קמורה.

4) לא נכון. $g(x)=x^2+2$, $f(x)=x^4$

5) לא נכון. $f(x)=x^2$, $g(x)=x^4$.

$(f-g)$ גזירה פעמיים אז היא ~~~~ קמורה רק אם

$(f-g)''\geq 0$ (נגזרת שנייה אי שלילית).

אבל נתבונן ב $x=1$ אז $(f-g)''(1)<0$.

6) נכון. נניח בשלילה שכן ליפשיץ, קיים $0 \le \rho$, $x,y \in \mathbb{R}$

$$|x^2-y^2| = |f(x)-f(y)| \le \rho|x-y|$$

נתבונן ב $y=0$

$$|x^2| \le \rho x \Rightarrow x \le \rho$$

אבל $x \in \mathbb{R}$ לכן $\rho \to \infty$.

<u>שאלה 2</u>

נסמן את פונקציית ה loss: $\ell(w,(x,y)) = (\langle w,x\rangle - y)^2$

ונניח A אלגו' לומד. נניח בשלילה שהבעיה למידה PAC, כלומר A מחזיר $\tilde{w}$ כך ש $L_D(\tilde{w}) - \min_w L_D(w) \le \varepsilon$. לאחר שראה $m_H(\varepsilon,\delta)$ דוגמאות.

נבחר $m \ge m_H(\varepsilon,\delta)$, $\delta = \frac{1}{2}$, $\varepsilon = \frac{1}{100}$, נגדיר $q = \frac{\log(1-\frac{1}{100})}{2m}$

נגדיר 2 התפלגויות D_1, D_2 כך ש עבור $d_1 = \binom{1}{0}$, $d_2 = q^{-1}$ כלומר

(התפלגות על d_1, d_2) $D_1(d_1) = q$ | $D_2(d_2) = 1$

$D_1(d_2) = 1-q$ | $D_2(d_1) = 0$

נסיק כי

$$p(d_2 \text{ רק } d_2) = (1-q)^m \ge e^{-2qm} = e^{-2\log(1-\frac{11}{100})\cdot\frac{1}{2m}\cdot m} =$$

$$= e^{\log(\frac{99}{100})} = 0.99$$

נניח כי A מקבל רק d_2. אזי $\hat{w} < -\frac{1}{2\epsilon}$ אז

$$L_D(\hat{w}) = \mathbb{E}_{z\sim D_1}[\ell(\hat{w}, z)] = \mathbb{E}_{z\sim D_1}[(\langle w, x\rangle - y)^2] =$$

$$= \epsilon(\hat{w}\cdot 1 - 0)^2 + \underbrace{(1-\epsilon)(\hat{w}\epsilon + 1)^2}_{\text{חיובי}} \geq \epsilon(\hat{w})^2 \geq \frac{1}{4\epsilon}$$

נשים לב ש-

$$\min_w L_{D_1}(w) \leq L_{D_1}(0) = \mathbb{E}_{z\sim D_1}[(0\cdot x - y)^2] = 1-\epsilon$$

$$L_{D_1}(\hat{w}) - \min_w L_{D_1}(w) \geq \frac{1}{4\epsilon} - (1-\epsilon) = \frac{1-4\epsilon+4\epsilon^2}{4\epsilon} > \frac{1}{100} = \varepsilon$$ לכן

לכן A נכשל.

אם $\hat{w} \geq -\frac{1}{2\epsilon}$

$$L_{D_1}(\hat{w}) = \mathbb{E}_{(x,y)=z\sim D_2}[(\langle w|x\rangle - y)^2] =$$

$$\geq 0\cdot(\hat{w}\cdot 1 - 0)^2 + 1(\hat{w}\epsilon + 1)^2 = (-\frac{1}{2}+1) = \frac{1}{4}$$

$$\min_w L_{D_2}(w) = \min_w \mathbb{E}_{z\sim D_2}[(wx-y)^2] = \min_w 0\cdot(w\cdot 1 - 0)^2 + 1\cdot(w\epsilon+1)^2 =$$

-!

$$\underset{w=-\frac{1}{\epsilon}}{=} 0$$

<u>שאלה 3</u>

נגדיר (H, Z, ℓ): $d=1$. ((נניח אותם מקסום))

1. $H = \{ w : E \to R \} \subseteq \mathbb{R}^d$
2. $Z = \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d$
3. $\ell(w,(x,y)) = (\sigma(w,x) - y)^2$ כאשר $\sigma(w,x) = \max\{0, \langle w | x \rangle\}$

נבחר $w_1 = \frac{y}{x}$, $w_2 = -\frac{y}{x}$.

נסמן ש $\alpha = \frac{1}{2}$

$$\ell(\alpha w_2 + (1-\alpha) w_1) = \ell\left(\frac{1}{2} \cdot -\frac{y}{x} + \frac{1}{2}\frac{y}{x}\right) = \ell(0) = y^2$$

אם $w_2 < 0$, $0 < y$

$$\alpha \ell(w_2) + (1-\alpha)\ell(w_1) = \frac{1}{2}(0 - y^2) + \frac{1}{2}\left(\frac{y}{x} \cdot x - y\right)^2 = \frac{1}{2} y^2$$

לכן

$$\ell(\alpha w_2 + (1-\alpha) w_1) > \alpha \ell(w_2) + (1-\alpha)\ell(w_1)$$

שאלה 4

-1	-1	-1
1	1	1
-1	-1	-1

נמקם את מרכז החלון על כל [illegible]

אם תוצאת הקונבולוציה היא 9 אזי

יש לנו את הדפוס שרצינו לחפש:

- 3 לבן
- 3 שחור
- 3 לבן

שאלה 5

יהי w.

נסמן

$$\mathbb{E}_{z\sim D}[u'_z] = u' = \sum_{z\sim D} D(z)\ell(w,z)$$ [illegible] u:

$$L_D(u) = \sum_{z\sim D} (D(z)\ell(w,z)) \geq \sum_{z\sim D} D(z)(\ell(w,z) + \langle u', u-w\rangle)$$

$$= L_D(w) + \sum_{z\sim D} D(z) \langle$$

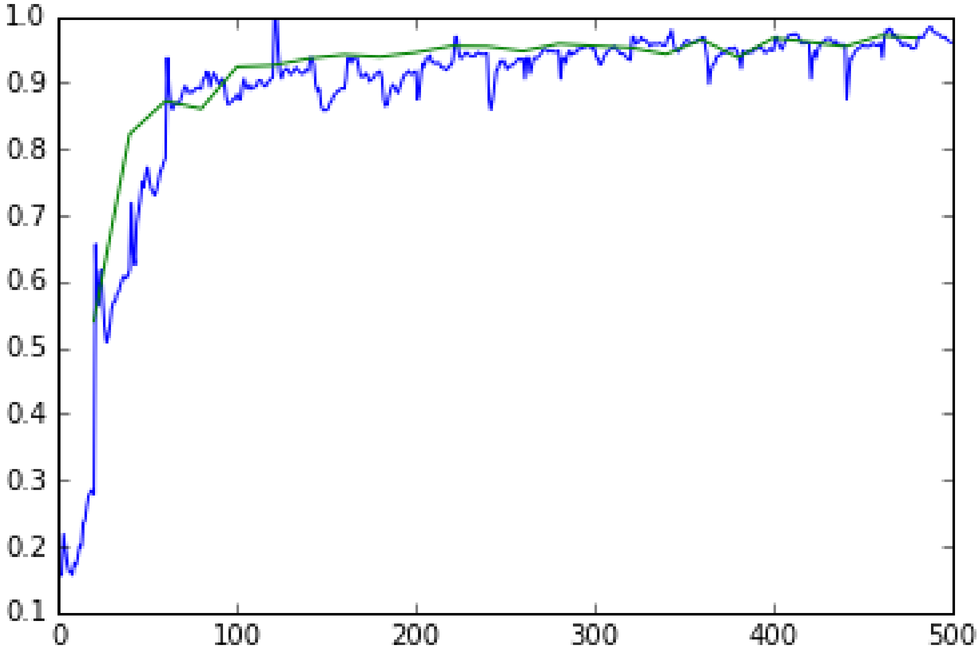
שאלה 6:

בירוק – test success

בכחול – training success

סעיף 1

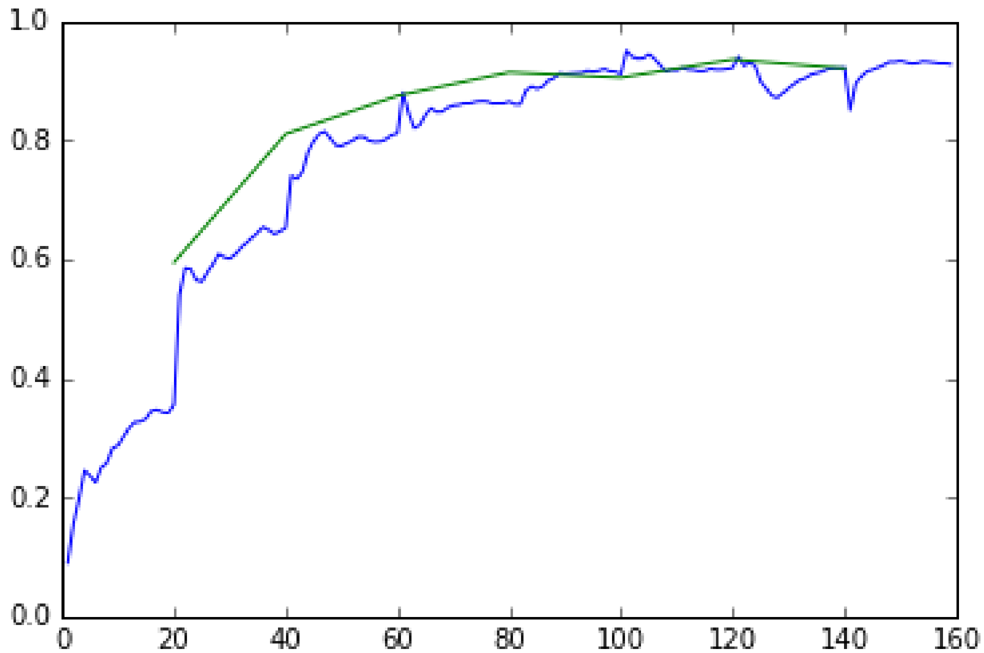
גרף עם הפרמטרים של הדוגמא שקיבלנו (את כל התוצאות נשווה אליו)

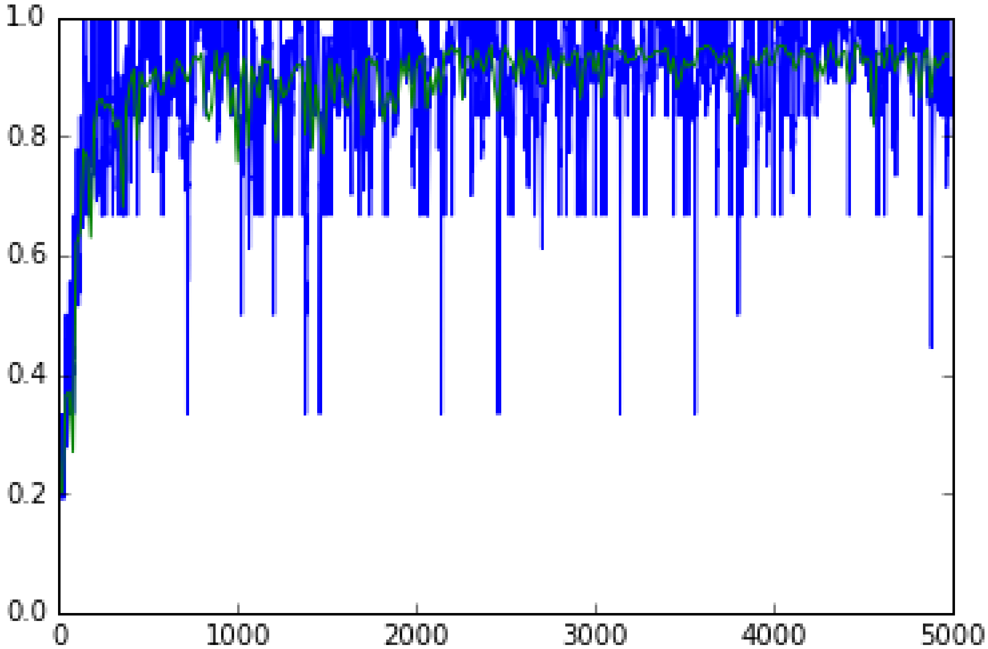


GD

100 batch

62 sec





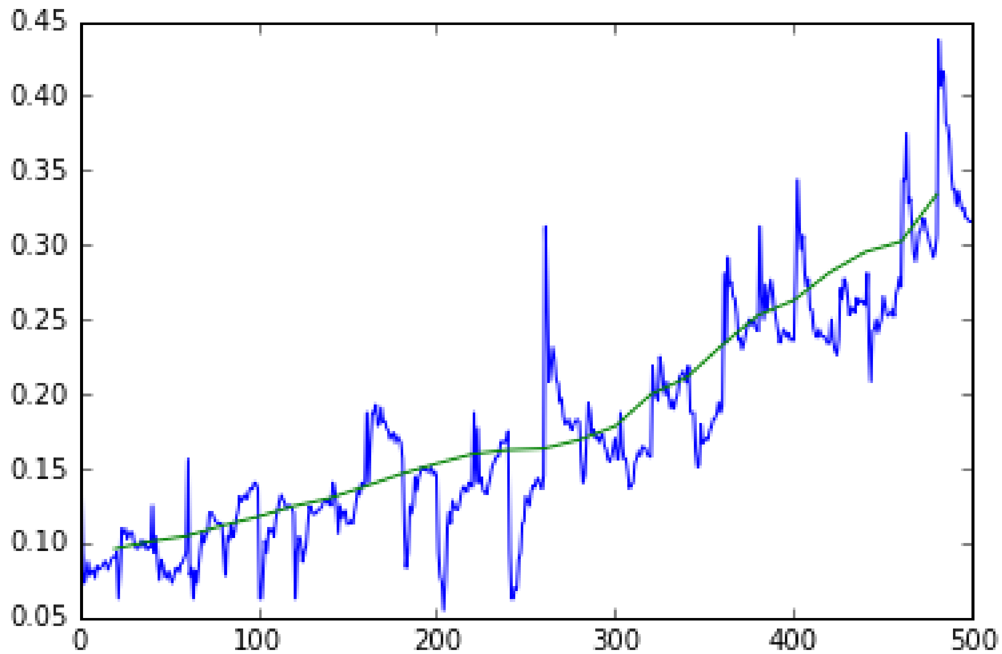
SGD

3 batch

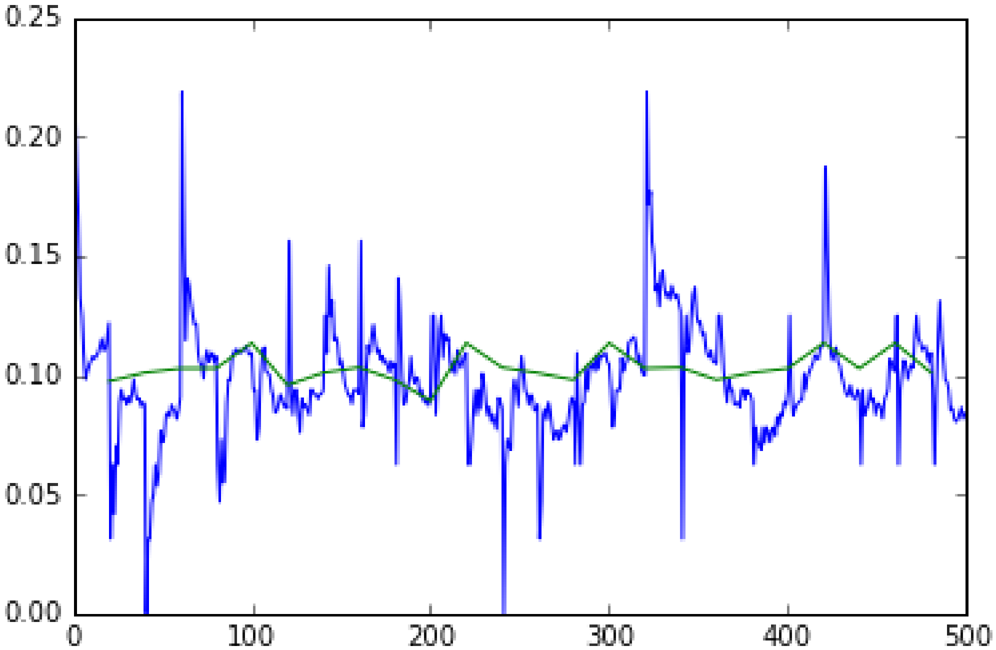
1180 sec

ככל שדומים יותר דוגמאות בכל איטרציה ההצלחה עולה (שגיאה יורדת) אבל המחיר הוא זמן ריצה ארוך כדי להגיע לתוצאות טובות.

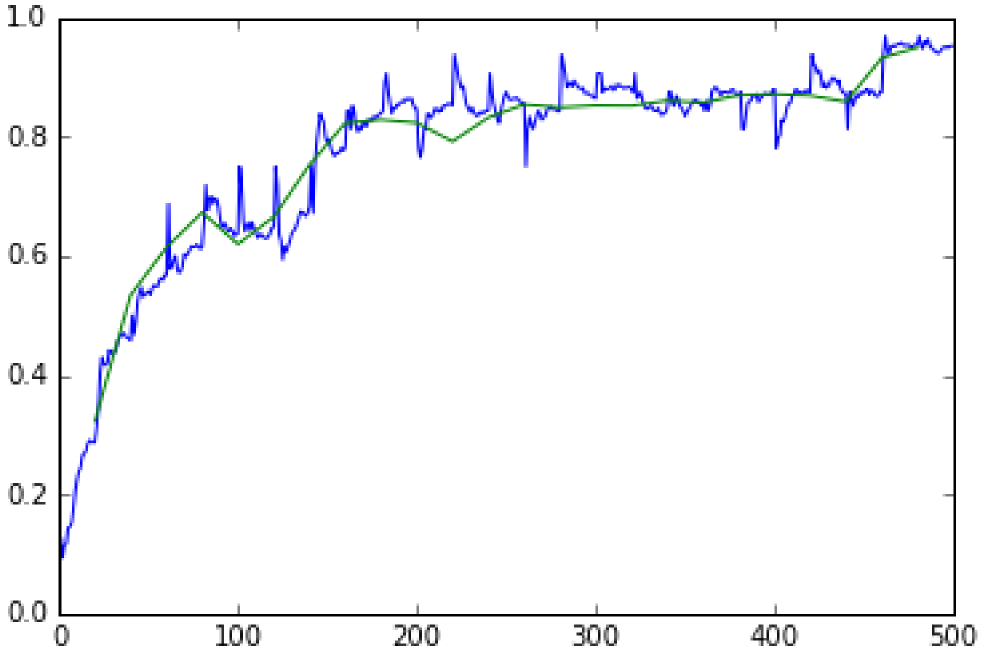
סעיף 2: הרצה עם קצב שגיאה 0.001 גרם לכך שלוקח הרבה מאוד זמן כדי להגיע לתוצאה טובה.



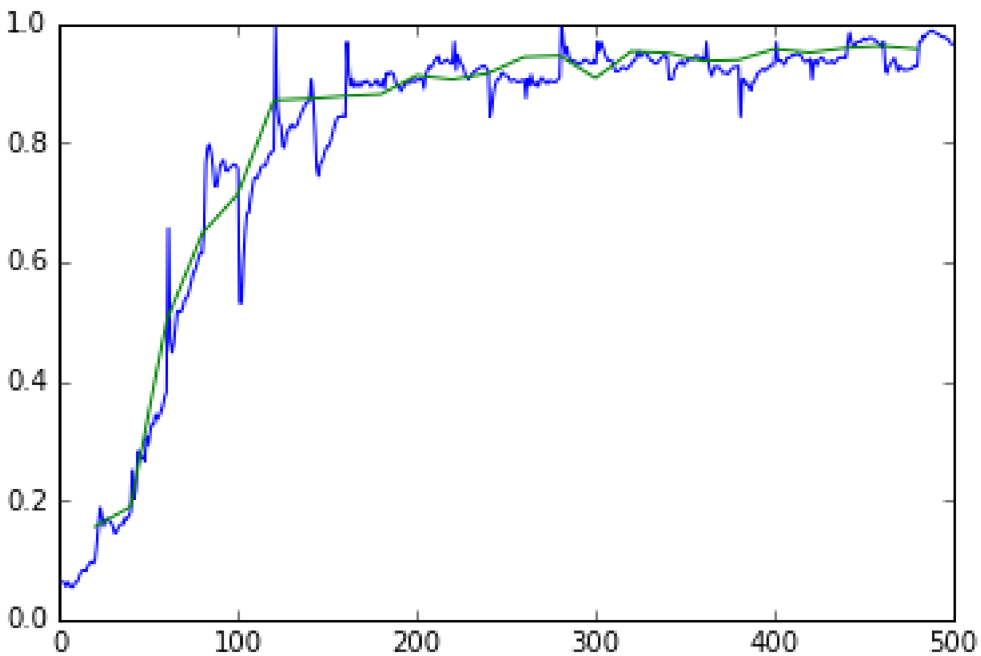
סעיף 3: אלגוריתם למידת ADAM לא מתאים לבעיית הלמידה הזו, השגיאה אינה קטנה.



סעיף 4: פונקציית הRELU אינה משפיעה ואף משבשת את האימון בהתחלה.



סעיף 5: כאשר מאתחלים את המקשלים בצורה נכונה קצב הלמידה הוא יותר מהיר.



סעיף 6: השינויים שנעשו בגדלים של החלונות רק הרעו את התוצאות (כל השינויים נמצאים בהערה בקובץ פייתון שהוגש)

net = tf.reshape(images, [-1, 28, 28, 1])

net = slim.conv2d(net, 32, **[7, 7],** scope='conv1')

net = slim.max_pool2d(net, [**4, 4**], 2, scope='pool1')

net = slim.conv2d(net, 64, [**5, 5**], scope='conv2')

net = slim.max_pool2d(net, [**4, 4**], 2, scope='pool2')