

## שאלה 1

### סעיף 1

במקרה הטוב ביותר, המערך יתחלק באופן שווה בשני צידי ה-pivot – partition כך שבכל פעם בקריאה הרקורסיבית הוא בעצם עובר על חצי מהפעמים בו עבר בקריאה הרקורסיבית הקודמת.

סדר הגודל:  $O(n \log(n))$

דוגמא לקלט: המערך 2,1,4,5,9,3,6

במקרה הגרוע ביותר, המערך כבר ממין כך שבעצם בכל קריאה רקורסיבית נעבור על איבר אחד פחות עד האיבר האחרון.

סדר הגודל:  $O(n^2)$

דוגמא לקלט: המערך 1, 2, 3, 4, 5, 6

### סעיף 2

הפונקציה למעשה מקטינה את טווח המיזן בלולאה לאחר כל קריאה רקורסיבית ובכך למעשה אנו מוחקים קריאות רקורסיביות שאינן מועילות לנו שכן אלו ממוינים מקריאות אחרות וכך למעשה אנו מוחקים קריאות כפולות ומיותרות. מכאן שאנו בכל פעם מצמצמים את הטווח שלנו כך שלמעשה במקרה הגרוע ביותר אנו נעבור ע"י הלולאה והקריאות הרקורסיביות בסדר גודל של  $O(\log(n))$

סדר הגודל:  $O(\log(n))$

## שאלה 2

### סעיף 1

ממוצע מספר החילופים בגירסא של ענת כאשר ההמוצע הוא כל הקלטים האפשריים הינו:  
(אציין כי ניתן לעשות את זה באמצעות סכום סדרה והתוצאה יוצאת אותו הדבר אך זוהי דרך קצרה יותר)  
במצב הטוב ביותר בלולאה יהיה חילוף אחד כאשר  $high - 1 = low$  וגם  $arr[low] \leq pivot$ .

לעומת זאת, במקרה הגרוע ביותר, יהיו  $n$  חילופים בלולאה ולכן ממוצע החילופים בלולאה הוא  $\frac{n+1}{2}$ .  
כאשר  $n$  מוגדר כ  $high - low$  ובנוסף, ישנו חילוף אחד קבוע עבור כל המקרים ולכן נוסיף לממוצע 1, כלומר:

ממוצע החילופים הוא  $1 + \frac{n+1}{2}$ .

### סעיף 2

ממוצע החילופים בגירסא של יוסי:

במקרה הטוב ביותר יהיה חילוף אחד שכן בתוך ה-if יש חזור. במקרה הגרוע ביותר יהיו חילופים בלולאה עד ש  $j \geq i$  יהיו שווים, ובכך כאשר נגדיר  $n = high - low$  יהיו  $\frac{n}{2}$  חילופים.  
ובכך מכאן נוכל להסיק שבממוצע, במימושו של יוסי מספר החילופים יהיה קטן יותר.

### סעיף 3

בפונקציה של יוסי –

נראה כי הלולאה בפונקציה בנויה בכך שלמעשה  $i$  יהיה המיקום הקטן ביותר של האיבר שקטן שווה ל pivot כך שבמערך הבנוי מאפסים אנו נגיע למקום האחרון במערך  $n$ , ובכך הפונקציה היא בעצם  $O(n)$  בפונקציה של ענת –

נראה כי הלולאה תעבור על כל איברי המערך, ותבצע פעולת חילוף  $O(1)$  פעמים ולכן הפונקציה היא בעצם  $O(n)$

כעת נתבונן ב-QuickSort הרי שזה מקרה בו המערך ממוין ולכן זהו המקרה הגרוע ביותר כפי שהוסבר. בפעם הראשונה רק  $\text{QuickSort}(\text{arr}, \text{low}, p-1)$  יקרא שכן ב- $\text{QuickSort}(\text{arr}, p+1, \text{high})$  ייווצר מצב בו  $\text{low} > \text{high}$  ולכן הקריאה הרקורסיבית תפסק. מצד שני, לאחר כל איטרציה של הקריאה הרקורסיבית הראשונית אנו בעצם מגדילים את מספר הקריאות שלנו ולכן בעצם נקבל קריאה רקורסיבית בעומק  $n$ . לכן בשני המקרים:

$$O(n^2)$$