Skilaverkefni 4 - Stærðfræðimynstur

ttb3@hi.is, gbt6@hi.is, dal17@hi.is

23. september 2021

Verkefni 1

a)

function SUMMA(n):
$x \leftarrow 0$
for $i \leftarrow 1$ *to* n **do**
    $x \leftarrow x + i^2$
return x

b)

function FIBONOTCCI(n)
if $n \leq 1$ **then**
    return 1
else
    return $2(n-1) + 3(n-2)$

Verkefni 2

a)

Leysum fyrir $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)} < \infty$, $f(x)$, $g(x)$ og stóra O eru eftirfarandi:

$$O(x)$$
$$g(x) = x$$
$$f(x) = \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^3}$$

Leysum:

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)} &= \frac{\frac{x^4+x^2+1}{x^3}}{x} \\
&= \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^4} \\
&= \frac{\frac{x^4}{x^4} + \frac{x^2}{x^4} + \frac{1}{x^4}}{\frac{x^4}{x^4}} \\
&= \frac{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4}}{1} \\
&= 1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} \\
&\to 1 + 0 + 0 \\
&= 1 \\
1 &< \infty
\end{aligned}$$

b)

Notum sömu aðferð til að sanna, $f(x)$, $g(x)$ og stóra O eru eftirfarandi:

$$O(1)$$
$$g(x) = x$$
$$f(x) = (1 + \frac{1}{x^2})(1 + \frac{5}{x^3})$$

Leysum:

$$\begin{aligned}
\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)} &= \frac{(1 + \frac{1}{x^2})(1 + \frac{5}{x^3})}{1} \\
&= (1 + \frac{1}{x^2})(1 + \frac{5}{x^3}) \\
&\to (1 + 0)(1 + 0) \\
&= 1 \\
1 &< \infty
\end{aligned}$$

c)

Notum sömu aðferð til að sanna en nýtum reglu l'Hospital til þess að leysa út, $f(x)$, $g(x)$ og stóra O eru eftirfarandi:

$$O(1)$$
$$g(x) = 1$$
$$f(x) = \frac{log(2x)}{log(x)}$$

Leysum:

$$\begin{aligned} \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)} &= \frac{log(2x)}{log(x)} \\ (Notuml'Hospital) &= \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} \\ &= \frac{1}{x * \frac{1}{x}} \\ &= 1 \\ &\to 1 \\ 1 &< \infty \end{aligned}$$

Verkefni 3

$$\begin{aligned} O(nlog(n)) \; nr. \; 7 \\ O(n^{-1/2}) \; nr. \; 6 \\ O(log(n)) \; nr. \; 9 \\ O(\pi^n) \; nr. \; 3 \\ O(n) \; nr. \; 8 \\ O(n^\pi) nr. \; 5 \\ O(n!) \; nr. \; 1 \\ O(n^{1000}) \; nr. \; 4 \\ O(5^n) \; nr. \; 2 \end{aligned}$$

Verkefni 4

a)

Ef stafur í leitarstreng er italic passar hann ekki við viðmiðunarstreng, ef stafur í leitarstreng er bold passar hann við staf í viðmiðunarstreng

<table>
<tr><td>|F|</td><td>|E|</td><td>| |</td><td>| |</td><td>| |</td><td>| |</td><td>| |</td><td>s=0</td></tr>
<tr><td>|C|</td><td>|O|</td><td>|V|</td><td>|F|</td><td>|E|</td><td>|F|</td><td>|E|</td><td>j=1</td></tr>
<tr><td>| |</td><td>|F|</td><td>|E|</td><td>| |</td><td>| |</td><td>| |</td><td>| |</td><td>s=1</td></tr>
<tr><td>|C|</td><td>|O|</td><td>|V|</td><td>|F|</td><td>|E|</td><td>|F|</td><td>|E|</td><td>j=1</td></tr>
<tr><td>| |</td><td>| |</td><td>|F|</td><td>|E|</td><td>| |</td><td>| |</td><td>| |</td><td>s=2</td></tr>
<tr><td>|C|</td><td>|O|</td><td>|V|</td><td>|F|</td><td>|E|</td><td>|F|</td><td>|E|</td><td>j=1</td></tr>
<tr><td>| |</td><td>| |</td><td>| |</td><td>|F|</td><td>|E|</td><td>| |</td><td>| |</td><td>s=3</td></tr>
<tr><td>|C|</td><td>|O|</td><td>|V|</td><td>|F|</td><td>|E|</td><td>|F|</td><td>|E|</td><td>j=2</td></tr>
<tr><td>| |</td><td>| |</td><td>| |</td><td>| |</td><td>|F|</td><td>|E|</td><td>| |</td><td>s=4</td></tr>
<tr><td>|C|</td><td>|O|</td><td>|V|</td><td>|F|</td><td>|E|</td><td>|F|</td><td>|E|</td><td>j=1</td></tr>
<tr><td>| |</td><td>| |</td><td>| |</td><td>| |</td><td>| |</td><td>|F|</td><td>|E|</td><td>s=5</td></tr>
<tr><td>|C|</td><td>|O|</td><td>|V|</td><td>|F|</td><td>|E|</td><td>|F|</td><td>|E|</td><td>j=2</td></tr>
</table>

b)

Fyrst að fyrsti stafur í p er ekki til í t þá er s það eina sem hækkar og það þarf ekki að fara í while loopið, tímalykkjan er þá lengd for lykkjunnar eða O(n).

Verkefni 5

Til að finna hvort tekur fleiri aðgerðir þarf að leggja saman fjölda margföldunaraðgerða og samlagningaraðgerða fylkjanna og bera þær saman fyrir (AB)C og A(BC)

$$\begin{aligned}
(AB)C &= 5*5*4 && \text{Fjöldi margfaldana A og B}\\
&+ 3*4*4 && \text{Fjöldi samlagnina A og B}\\
&+ 3*4*6 && \text{Fjöldi margfaldana AB og C}\\
&+ 3*3*6 && \text{Fjöldi samlagnina AB og C}\\
&= 234 && \text{Heildarfjöldi aðgerða}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A(BC) &= 5*4*6 && \text{Fjöldi margfaldana B og C}\\
&+ 5*4*6 && \text{Fjöldi samlagnina B og C}\\
&+ 3*5*6 && \text{Fjöldi margfaldana BC og A}\\
&+ 3*4*6 && \text{Fjöldi samlagnina BC og A}\\
&= 372 && \text{Heildarfjöldi aðgerða}
\end{aligned}$$

Þannig er hægt að sjá að (AB)C tekur færri aðgerðir en A(BC) og er þessvegna hraðara

Verkefni 6

Hægt er að nota sömu aðferð og notuð var í verkefni tvö til þess að sýna fram á að stóra O í $n^{10}2^n$ er $O(n^2)$ og þá er hægt að sjá auðveldlega að $10^n > 2^n$