

Skilaverkefni 4 - Stærðfræðimynstur

ttb3@hi.is, gbt6@hi.is, dal17@hi.is

23. september 2021

Verkefni 1

a)

```
function SUMMA(n):  
   $x \leftarrow 0$   
  for  $i \leftarrow 1$  to  $n$  do  
     $x \leftarrow x + i^2$   
  return  $x$ 
```

b)

```
function FIBONOTCCI(n)  
  if  $n \leq 1$  then  
    return 1  
  else  
    return  $2(n - 1) + 3(n - 2)$ 
```

Verkefni 2

a)

Leysum fyrir $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} < \infty$, $f(x)$, $g(x)$ og stóra O eru eftirfarandi:

$$O(x)$$

$$g(x) = x$$

$$f(x) = \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^3}$$

Leysum:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} &= \frac{\frac{x^4 + x^2 + 1}{x^3}}{x} \\&= \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^4} \\&= \frac{\frac{x^4}{x^4} + \frac{x^2}{x^4} + \frac{1}{x^4}}{\frac{x^4}{x^4}} \\&= \frac{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4}}{1} \\&= 1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} \\&\rightarrow 1 + 0 + 0 \\&= 1 \\1 &< \infty\end{aligned}$$

b)

Notum sömu aðferð til að sanna, $f(x)$, $g(x)$ og stóra O eru eftirfarandi:

$$O(1)$$

$$g(x) = x$$

$$f(x) = (1 + \frac{1}{x^2})(1 + \frac{5}{x^3})$$

Leysum:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} &= \frac{(1 + \frac{1}{x^2})(1 + \frac{5}{x^3})}{1} \\&= (1 + \frac{1}{x^2})(1 + \frac{5}{x^3}) \\&\rightarrow (1 + 0)(1 + 0) \\&= 1 \\1 &< \infty\end{aligned}$$

c)

Notum sömu aðferð til að sanna en nýtum reglu l'Hospital til þess að leysa út, $f(x)$, $g(x)$ og stóra O eru eftirfarandi:

$$\begin{aligned}O(1) \\ g(x) &= 1 \\ f(x) &= \frac{\log(2x)}{\log(x)}\end{aligned}$$

Leysum:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} &= \frac{\log(2x)}{\log(x)} \\ (Notuml'Hospital) &= \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}} \\ &= \frac{1}{x * \frac{1}{x}} \\ &= 1 \\ &\rightarrow 1 \\ 1 &< \infty\end{aligned}$$

Verkefni 3

$$\begin{aligned}O(n \log(n)) \text{ nr. } 7 \\ O(n^{-1/2}) \text{ nr. } 6 \\ O(\log(n)) \text{ nr. } 9 \\ O(\pi^n) \text{ nr. } 3 \\ O(n) \text{ nr. } 8 \\ O(n^\pi) \text{ nr. } 5 \\ O(n!) \text{ nr. } 1 \\ O(n^{1000}) \text{ nr. } 4 \\ O(5^n) \text{ nr. } 2\end{aligned}$$

Verkefni 4

a)

Ef stafur í leitarstreng er italic passar hann ekki við viðmiðunarstreng, ef stafur í leitarstreng er bold passar hann við staf í viðmiðunarstreng

F	E						s=0
C	O	V	F	E	F	E	j=1

	F	E					s=1
C	O	V	F	E	F	E	j=1

		F	E				s=2
C	O	V	F	E	F	E	j=1

			F	E			s=3
C	O	V	F	E	F	E	j=2

				F	E		s=4
C	O	V	F	E	F	E	j=1

					F	E	s=5
C	O	V	F	E	F	E	j=2

b)

Fyrst að fyrsti stafur í p er ekki til í t þá er s það eina sem hækkar og það þarf ekki að fara í while loopað, tímalýkkjan er þá lengd for lykkjunnar eða $O(n)$.

Verkefni 5

Til að finna hvort tekur fleiri aðgerðir þarf að leggja saman fjölda margföldun-
araðgerða og samlagningaraðgerða fylkjanna og bera þær saman fyrir $(AB)C$ og
 $A(BC)$

$(AB)C = 5 * 5 * 4$	Fjöldi margfaldana A og B
$+ 3 * 4 * 4$	Fjöldi samlagnina A og B
$+ 3 * 4 * 6$	Fjöldi margfaldana AB og C
$+ 3 * 3 * 6$	Fjöldi samlagnina AB og C
$= 234$	Heildarfjöldi aðgerða

$A(BC) = 5 * 4 * 6$	Fjöldi margfaldana B og C
$+ 5 * 4 * 6$	Fjöldi samlagnina B og C
$+ 3 * 5 * 6$	Fjöldi margfaldana BC og A
$+ 3 * 4 * 6$	Fjöldi samlagnina BC og A
$= 372$	Heildarfjöldi aðgerða

Þannig er hægt að sjá að $(AB)C$ tekur færri aðgerðir en $A(BC)$ og er þess-
vegna hraðara

Verkefni 6

Hægt er að nota sömu aðferð og notuð var í verkefni tvö til þess að sýna fram
á að stóra O í $n^{10}2^n$ er $O(n^2)$ og þá er hægt að sjá auðveldlega að $10^n > 2^n$