Skilaverkefni 3 - Stærðfræðimynstur

ttb3@hi.is

23. september 2021

Verkefni 1

Forritið tekur inn þessi gildi:

mkk = meðallaun karla fyrri skatt

mkvk = meðallaun kvenna fyrri skatt

ke = kyn einstaklings

me = mánaðarlaun einstaklings

og athugar hvort me sé hærra eða lægra en tilheyrandi meðallaun, þ.e.

a)

Bakmengi fallsins eru öll þau gildi sem myndmengi fallsins getur valið úr. Í þessu tilfelli er það output forritsins, þ.e.

$$\mathbb{Y} \equiv \{\text{"Yfir meðallaunum", "Undir meðallaunum"}\}$$

b)

Formengið er öll stök sem fallið getur tekið inn, það eru

$$\mathbb{X} = (mkk, mkvk, me, ke | mkk, mkvk, me \in \mathbb{R} \wedge ke \in \{"kona", "karl"\})$$

Verkefni 2

Með fylkjamargföldun fáum við tvær yrðingar

$$(a \wedge b) \vee (\neg b \wedge T) = T$$
$$(b \wedge b) \vee (b \wedge T) = \neg a$$

byrjum að vinna með seinni yrðinguna, notum *sjálfsvalsregluna* vinstra megin við eðun og *samsemdarregluna* hægra megin við eðun útkoman úr því er

$$b \vee b = \neg a$$

og þá er hægt að nota *sjálfsvalsregluna* á þá yrðingu og fá út að

$$b = \neg a$$

snúum okkur þá að fyrri yrðingunni og stingum $\neg a$ inn í staðinn fyrir b, yrðingin lítur þá svona út

$$(a \wedge \neg a) \vee (\neg b \wedge T) = T$$

þá er hægt að nota *samsemdarregluna* hægra megin og *neitunarregluna* vinstra megin til þess að fá

$$F \vee \neg b = T$$

þá beitir maður örsnöggri *samsemdarreglu* og er kominn með

$$\neg b = T$$

þá er hægt að setja upp lista yfir gildi

$$\neg b = T$$
$$b = F$$
$$b = \neg a$$
$$\neg a = F$$
$$a = T$$

Þá eru gildin á a og b þessi $a = 1$ og $b = 0$

Verkefni 3

Í hvert skipti sem maður þvær á sér hendurnar drepur maður 99.9% af bakteríum, það skilur eftir 0.1% baktería eða 0.001 sinnum upprunalega fjölda baktería. Þannig er hægt að finna út hversu oft þarf að þvo sér um hendur með því að leysa fyrir veldið n yfir 0.001 og það má sýna með þessari formúlu

$$10^9 * 0.001^n = 1 \tag{1}$$

$$0.001^n = \frac{1}{10^9} \tag{2}$$

$$log(0.001^n) = log(\frac{1}{10^9}) \tag{3}$$

$$n * log(0.001) = log(\frac{1}{10^9}) \tag{4}$$

$$n = \frac{log\frac{1}{10^9}}{log(0.001)} \tag{5}$$

$$n = 3 \tag{6}$$

Maður þarf að þvo sér þrisvar sinnum um hendurnar til þess að enda með aðeins 1 bakteríu á hvorri hendi.

Verkefni 4

a)

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n} 12k(k+4) &= \sum_{k=0}^{n} 12k^2 + 48k \\ &= 12\sum_{k=0}^{n} k^2 + 12\sum_{k=0}^{n} 4k \\ &= 12\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 48\frac{n(n+1)}{2}\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n} 4k^2(6+k) &= \sum_{k=1}^{n} 24k^2 + 4k^3 \\ &= 24\sum_{k=1}^{n} k^2 + 4\sum_{k=1}^{n} k^3 \\ &= 24\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 4\frac{n^2(n+1)^2}{4}\end{aligned}$$

Þar sem að útkoman á þessu falli minnkar hratt eftir því sem k stækkar, og k stækkar endalaust, er hægt að segja að útkoman úr þessu falli sé 0

$$\sum_{k=2}^{\infty} 0.5^k$$

$$\begin{aligned}0.5^2 &= \frac{1}{4} \\ 0.5^3 &= \frac{1}{8} \\ 0.5^4 &= \frac{1}{16} \\ 0.5^5 &= \frac{1}{32} \\ 0.5^{10} &= \frac{1}{1024} \\ 0.5^{20} &= \frac{1}{1048576} \\ 0.5^{25} &= \frac{1}{33554432}\end{aligned}$$

þessi veldisvöxtur heldur áfram og þegar k er komið upp í stærri tölur eins og 329 eða meir hætta reiknivélar að geta sýnt úttakið á nokkurn merkingalegan máta og sýna í staðinn bara 0