

March 28, 2022

1 VV4**1.1 C****1.1.1 a)**

BYRJUM ÞETTA * $D_x(x^2 + y)^6 + e^{y-x} * \frac{\delta}{\delta x}(e^{-x+y}) + \frac{\delta}{\delta x}(x^2 + y)^6$

KEDJUREGLAN * $\frac{\delta}{\delta x}(x^2 + y)^6 + (e^{-x+y}(\frac{\delta}{\delta x}(-x + y)))$

SKIPTA SAMLAGANINGU NÐUR Í BÚTA * $\frac{\delta}{\delta x}(x^2 + y)^6 + (-\frac{\delta}{\delta x}(x)) + \frac{\delta}{\delta x}(y) * \frac{\delta}{\delta x}(x^2 + y)^6 + (-1 + \frac{\delta}{\delta x}(y)) * \frac{\delta}{\delta x}(x^2 + y)^6 + (-1 + 0) * -e^{-x+y} + \frac{\delta}{\delta x}(x^2 + y)^6$

OKOK KEDJUREGLA AFTUR * $-e^{-x+y} + (6(x^2 + y)^5(\frac{\delta}{\delta x}(x^2 + y)))$

SKIPTA NIÐUR * $-e^{-x+y} + (6(x^2 + y)^5(\frac{\delta}{\delta x}(x^2) + \frac{\delta}{\delta x}(y))) * -e^{-x+y} + (6(x^2 + y)^5(2x + \frac{\delta}{\delta x}(y))) * -e^{-x+y} + (6(x^2 + y)^5(2x + 0))$

EINFALDA * $-e^{y-x} + 12(x^2 + y)^5$

LOKASVAR: $-e^{y-x} + 12(x^2 + y)^5$

1.1.2 b)

finnum fyrst f_x og f_y * $f_x : 3x^2 + y$ * $f_y : -3y^2 + x$

þá er ég með $\nabla f(x, y) = ((\frac{3x^2+y}{-3y^2+x}))$

1.1.3 c)

þar sem $f = x^3 + xy - y^3$ er auðvelt að finna að $f(1, 2) = 1 + 2 + 8 = 11$

nú vitum við líka $\nabla f(x, y) = ((\frac{3x^2+y}{-3y^2+x}))$ þannig $\nabla f(1, 2) = ((\frac{5}{11}))$

setjum inn í margvíðu Taylor-setninguna: $f(1, 2) + \nabla f(1, 2) * (x - (1, 2)) = 11 + (\frac{5}{11}) * (x_1 - 1, x_2 - 2) = 5x_1 + 11x_2$

1.2 D**1.2.1 a)**

$a = (1, 2, 3)$, $b = (4, 2, 0)$, $c = (1, 0, 1)$

$$c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$1. \quad c_1 + 4c_2 + c_3 = 0$$

$$2. \quad 2c_1 + 2c_2 = 0$$

3.

$$\mathbf{1.3} \quad 3c_1 + c_3 = 0$$

4. hér eru c_1 og c_3 andstæður og c_2 hlýtur þá að vera 0

5. þar sem c_2 er 0 þá getur c_1 ekki verið neitt nema 0

6. c_1 er 0 þannig c_3 verður að vera 0

öll c -in eru 0 þannig vigrarnir eru línulega óháðir

1.3.1 b)

```
[ ]: import numpy as np
import numpy.linalg as la
from math import acos, degrees

a = np.array([1,2,3])
b = np.array([4,2,0])
theta = degrees(acos(a@b/(la.norm(a)*la.norm(b))))
print(theta)
```

61.43917478218875

hornið á milli vigranna a og b er 61.44 gráður

1.3.2 c)

$$a = (1, 2, 3), \quad b = (4, 2, 0), \quad d = (x_1, x_2, x_3)$$

$$c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

$$1. \quad c_1 + 4c_2 + x_1c_3 = 0$$

$$2. \quad 2c_1 + 2c_2 + x_2c_3 = 0$$

3.

$$\mathbf{1.4} \quad 3c_1 + x_3c_3 = 0$$

4. byrjum á að láta x_1 vera -4 , þá vitum við að c_2 og c_3 eru andstæður og $c_1 = 0$

5. nú þar sem $c_1 = 0$ þá þarft x_2 að vera andstæðan við 2, þ.e. -2

6. núna þarf $0 + 1 * x_3 = 0$ og þá getur x_3 bara verið 0
þá endum við með vigurinn $d = (-4, -2, 0)$

1.4.1 d)

ef hlutur kostar x og aðilar sem leggja í púkk eru y þá myndu jöfnunar hljóða svona: $* x - 8y = -3$
 $* x - 7y = 4$

fylki jöfnunnar væri $\begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 1 & -7 \end{pmatrix}$ og lausnarfylkið væri $\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$

leysti dæmið með numpy fyrir neðan, bara til gamans

```
[ ]: import numpy as np
import numpy.linalg as la

A = np.array([[1,-8],[1,-7]])
b = np.array([-3,4])
sol = la.solve(A,b)
print(f'Gripurinn kostar {int(sol[0])} og það eru {int(sol[1])} kaupendur')
```

Gripurinn kostar 53 og það eru 7 kaupendur

1.5 E

1.5.1 a)

```
[ ]: import numpy as np
import numpy.linalg as la

upph = np.array([1000,600,400])
leslie = np.array([
    [0.2,0.6,0.8],
    [0.8,0.0,0.0],
    [0.0,0.5,0.0]
])
```

1.5.2 b)

```
[ ]: sea = sum(la.matrix_power(leslie,1)@upph) # stofn eftir ár
print(sea)
```

1980.0

1.5.3 c)

test nr. 1 fyrsta hugmyndin mín var að brute forcea þetta með while-lykkju, á meðan stofninn er stærri en 100, halda áfram. Lykkjan var ennþá að ganga eftir mínútu svo sú lausn gekk ekki upp.

```
[ ]: j = 1
while(sum(la.matrix_power(leslie,j)@upph) > 100): j+=1
```

test nr.2 önnur hugmyndin var byggð á útkomuni úr test nr. 1. Svo virðist vera sem stofninn minnki ekki niður fyrir 100 í býsna langann tíma afh er það?

```
[ ]: years = [sum(la.matrix_power(leslie,i)@upph) for i in range(1,1000,100)]
print(years)
```

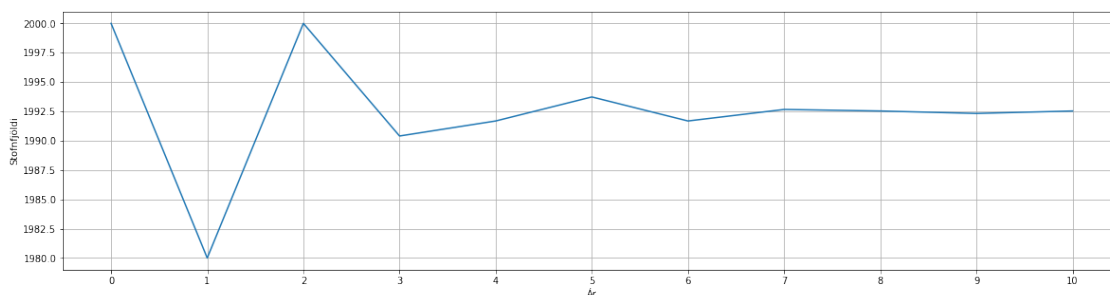
```
[1980.0, 1992.452830188685, 1992.4528301886908, 1992.4528301886962,
1992.4528301887021, 1992.4528301887076, 1992.4528301887133, 1992.452830188719,
1992.4528301887246, 1992.4528301887303]
```

Eins og sést, eftir fyrstu 100 árin er stofninn búinn að ná jafnvægi, ~1992.45 þá má með fullri vissu segja að stofninn mun ekki deyja út, bara til gamans þá plotta ég fyrstu 100 árin

```
[ ]: import matplotlib.pyplot as plt

stofn = [sum(la.matrix_power(leslie,i)@upph) for i in range (11)]
years = [j for j in range(11)]

plt.figure(figsize=(20,5))
plt.plot(years,stofn)
plt.xticks(years)
plt.grid(True)
plt.xlabel('Ár')
plt.ylabel('Stofnfjöldi')
plt.show()
```



upprunalega var grafið upp í 100 ár en fjöldinn var orðinn stöðill eftir 10 þannig ég stytta skalann til að gera lesanlegra