

## Механические колебания

**Механические колебания** - вид движения, при котором положение тела повторяется точно или почти точно за равные промежутки времени.

### Характеристики колебаний.

**Период** – время одного полного колебания.

$$T = \frac{t}{N} \quad (\text{где } N - \text{количество колебаний, } t - \text{время наблюдения}). \quad T = [\text{с}]$$

**Частота (собственная)** – количество полных колебаний за единицу времени.

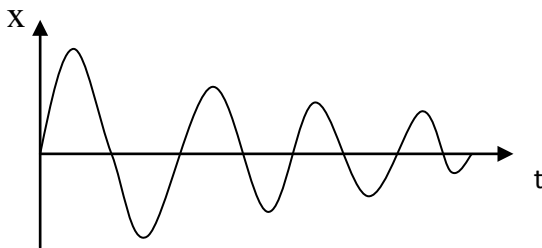
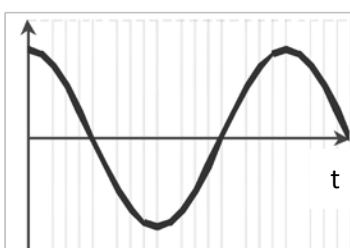
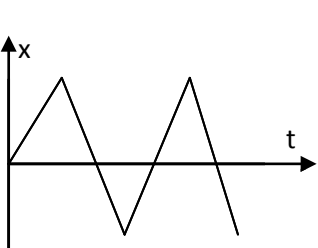
$$\nu = \frac{N}{t}; \quad \nu = \left[ \frac{1}{\text{с}} \right] = [\text{Гц}] \quad T = \frac{1}{\nu}; \quad \nu = \frac{1}{T};$$

**Циклическая частота**  $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad \omega = \left[ \frac{\text{рад}}{\text{с}} \right]$

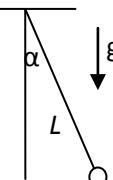
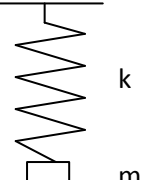
**Смещение** – отклонение тела от положения равновесия;  $x = [\text{м}]$

**Амплитуда** – максимальное отклонение тела от положения равновесия,  $x_m = [\text{м}]$

### Виды колебаний.

Свободные	Вынужденные
колебания, совершаемые в системе, выведенной из состояния равновесия и затем предоставленной самой себе. (Колебания, происходящие только за счёт первоначального запаса энергии)	колебания, происходящие под действием внешней периодически изменяющейся силы
затухающие (причина – сила трения)	не затухающие (причина – периодически действующая внешняя сила)
	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div>  <p>Гармонические (sin, cos)</p> </div> <div>  <p>Не гармонические</p> </div> </div>

### Механические колебательные системы – маятники.

Маятник на нити	Маятник на пружине.
 $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ $\nu = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}; \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$	 $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ $\nu = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

### Уравнения колебаний.

$x = X_m \cos(\omega t + \varphi_0)$  - уравнение координаты

$\varphi = \omega t + \varphi_0$  - фаза колебаний  $\Delta \varphi = \omega(t_2 - t_1)$  - разность фаз.

$v = x'$  и  $a = v' = x''$  - физический смысл производной

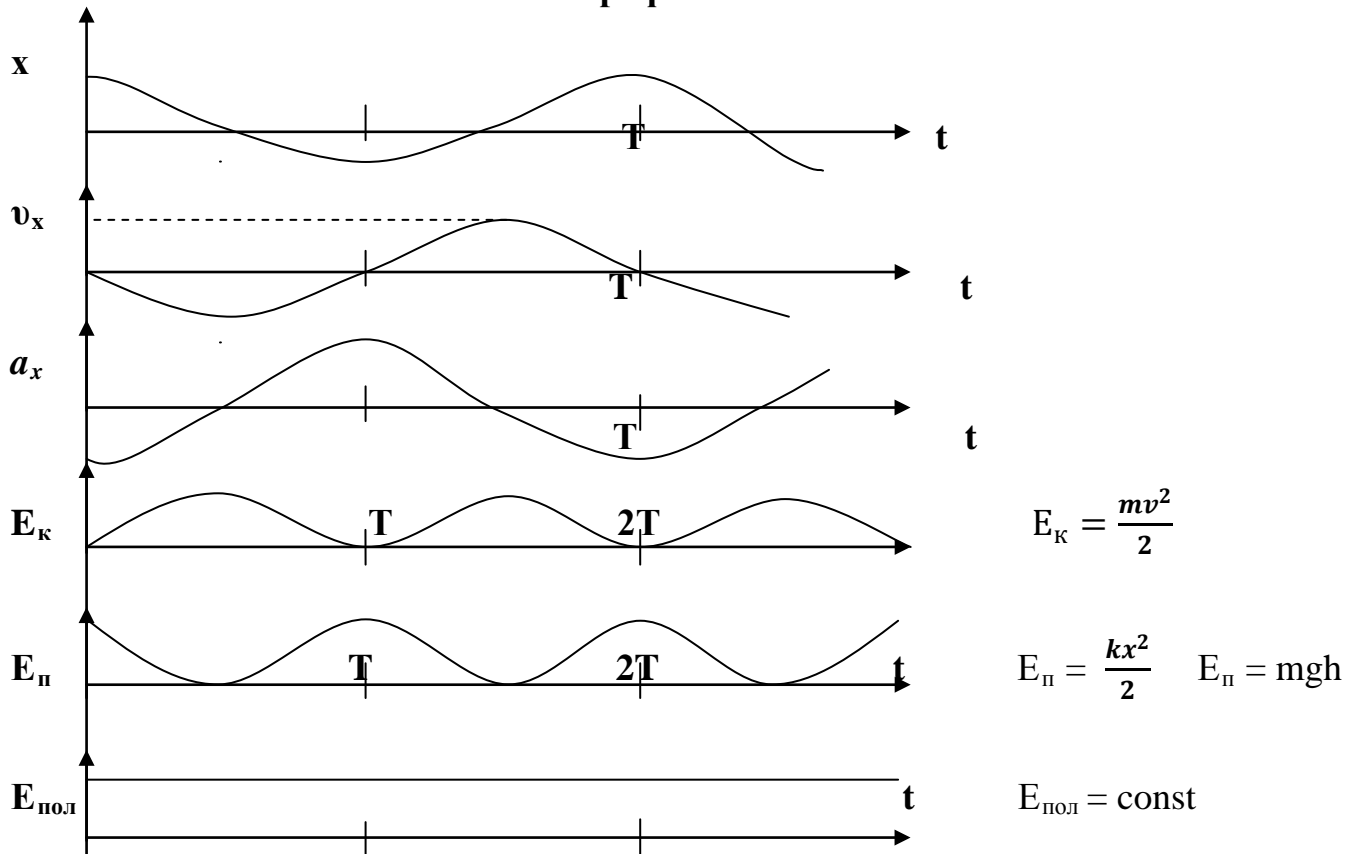
$v = -X_m \omega \sin(\omega t + \varphi_0) = -v_m \sin(\omega t + \varphi_0)$  уравнение скорости, где

$a = -X_m \omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = a_m \cos(\omega t + \varphi_0)$  уравнение ускорения, где

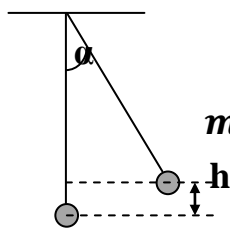
$$v_m = X_m \omega$$

$$a_m = X_m \omega^2$$

## Графики колебаний.



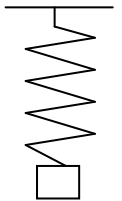
**Вывод:** при колебания маятника его  $x$ ,  $v$ ,  $a$  имеют *одинаковые* период и частоту, а  $E_{\text{пот}}$  и  $E_{\text{кин}}$  колеблются с периодом  $T/2$  и частотой  $2\nu$ .



## Энергия колебаний.

$$E_{\text{пол}} = E_{\text{п макс}} = E_{\text{к макс}} = E$$

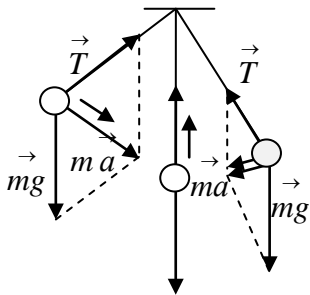
$$mgh_m = \frac{mv_m^2}{2} = mgh + \frac{mv^2}{2} \quad \text{или} \quad \frac{kx_m^2}{2} = \frac{mv_m^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$$



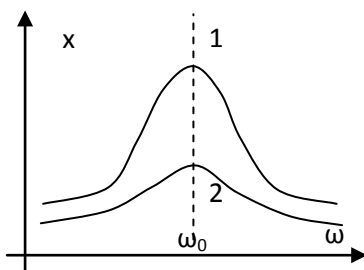
## Динамика колебаний.

$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}$  - равнодействующая – возвращающая сила - переменная величина  $\Rightarrow$  ускорение является величиной постоянно меняющейся по модулю и направлению

$$a = a(t) = x''$$



## Резонансная кривая при различных значениях силы трения.

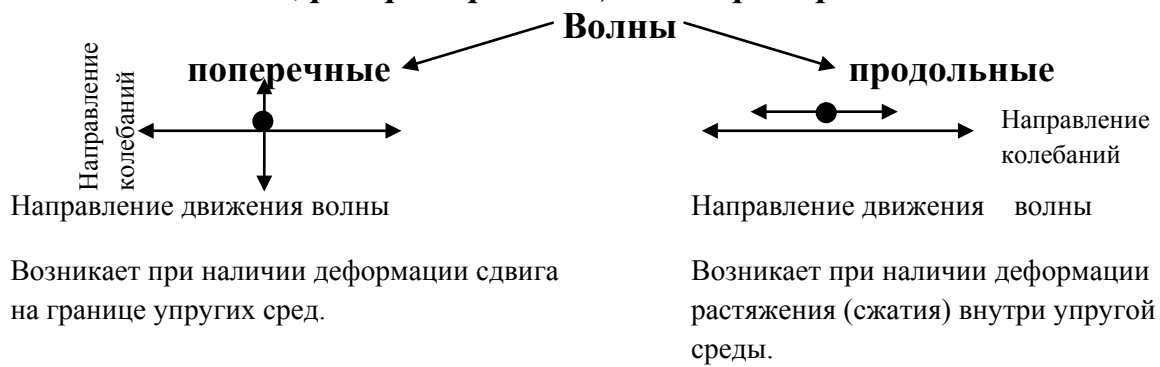


Резонанс – явление резкого возрастания амплитуды колебаний, при совпадении собственной частоты колебательной системы с частотой внешней силы.

Возрастание амплитуды при резонансе выражено тем отчетливее, чем меньше трение в системе.  $F_{\text{тр1}} < F_{\text{тр2}}$

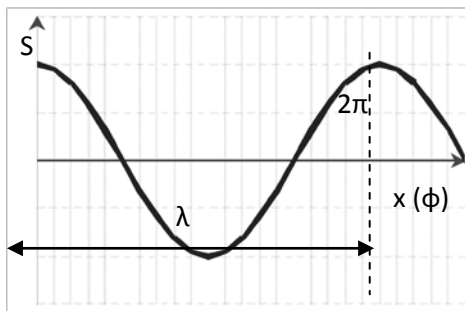
## Механические волны.

**Волна**- это колебания, распространяющиеся в пространстве с течением времени.



## Характеристики волн.

**Длина волны** – это расстояние, на которое распространяется волна за время равное периоду или расстояние между ближайшими точками, колеблющимися в одинаковой фазе.



$$\lambda = vT \quad \lambda = v/v$$

Волна переносит энергию и импульс, но не переносит вещество.

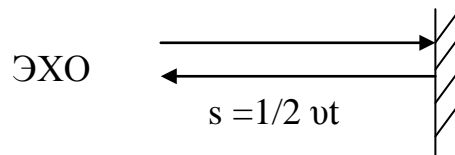
Примером механической продольной волны может являться звук. Человеческое ухо воспринимает колебания в интервале от 16 до 20000 Гц. Скорость звука в воздухе при нормальном атмосферном давлении равна 332 м/с.

Волны обладают двоякой периодичностью:

- периодичностью во времени
- периодичностью в пространстве

## Свойства механических волн:

1. Поглощение (не упругими средами)
2. Отражение (от упругих сред)
3. Дифракция (огибание препятствий)
4. Интерференция (сложение когерентных волн).



## Законы сохранения

**Импульс тела** (материальной точки) - физическая векторная величина, равная произведению массы тела на его скорость.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

$$[p] = \text{кг} \cdot \text{м/с}$$

$$\vec{p} \uparrow \uparrow \vec{v}$$

**Импульс силы** – векторная физическая величина, равная произведению среднего значения силы на время ее действия  $\vec{F} \cdot \Delta t$ .  $[F \cdot \Delta t] = \text{Н} \cdot \text{с}$ .

**Второй закон Ньютона** изменение импульса тела равно импульсу действующей на него силы:

$$\text{т.к. } \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p}$$

$$m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F} \cdot \Delta t$$

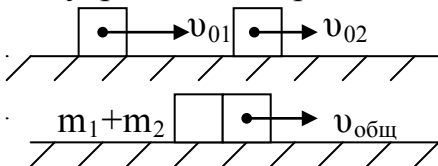
**Ударом** (или **столкновением**) принято называть кратковременное взаимодействие тел, в результате которого их скорости испытывают значительные изменения.

### Удар

#### Абсолютно неупругим ударом

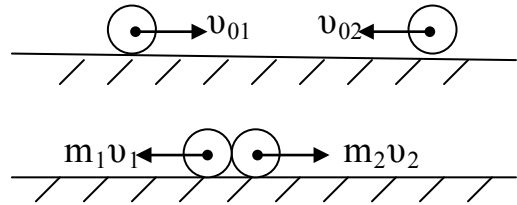
называют такое ударное взаимодействие, при котором тела соединяются друг с другом и механическая движется дальше как одно тело. системы тел.

Механическая энергия не сохраняется (она частично или полностью переходит во внутреннюю энергию тел)



#### Абсолютно упругим ударом

называется столкновение, в котором сохраняется энергия



### Закон сохранения импульса.

**Замкнутая (изолированная) система** – система тел, взаимодействующих только между собой и не взаимодействующих с телами, не входящими в эту систему.

**Закон сохранения импульса:** векторная сумма импульсов тел, составляющих замкнутую систему, не изменяется.

$$m\vec{v}_{01} + m\vec{v}_{02} + m\vec{v}_{03} + \dots = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2 + m\vec{v}_3 + \dots$$

**Энергия** – скалярная физическая величина, являющаяся мерой способности тела (или системы тел) совершить работу.

### Энергия

#### Кинетическая энергия –

энергия движущегося тела.

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

**Теорема о кинетической энергии** – изменение кинетической энергии тела при переходе из одного положения в другое равно работе всех сил, действующих на тело.

#### Потенциальная энергия тела

поднятого над землей

$$E = mgh$$

m-масса тела  
g-ускорение  
свободного падения

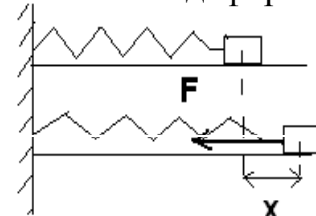
#### Потенциальная энергия –

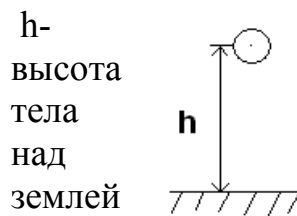
обусловлена взаимодействием различных тел или частей тела

#### Потенциальная энергия упругодеформированного тела

$$E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}$$

k - коэффициент жесткости пружины  
x- величина деформации





**Закон сохранения энергии в механических процессах** – сумма кинетической и потенциальной энергии тел, составляющих замкнутую систему и взаимодействующих между собой силами тяготения и силами упругости, остается неизменной.

$$E = E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2} = \text{const} \quad \text{при } F_{\text{тр}} = 0$$

Если  $F_{\text{тр}} \neq 0$ , механическая энергия переходит во внутреннюю (тепловую) энергию тела:

$$Q = E_2 - E_1, \text{ где } Q = A_{\text{тр}}$$

Понятие потенциальной энергии можно ввести только для сил, работа которых не зависит от траектории движения тела и определяется только начальным и конечным положениями. Такие силы называются **консервативными** (силы тяжести и силы упругости)

### Работа силы.

**Механической работой  $A$** , совершаемой постоянной силой, называется скалярная физическая величина, равная произведению модулей силы и перемещения, умноженному на косинус угла  $\alpha$  между векторами силы и перемещения.

$$A = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

$$[A] = \text{Дж}$$

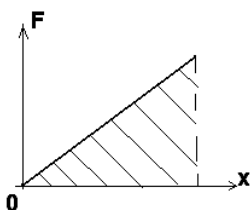
$$1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м}$$

**Работа в зависимости от угла  $\alpha$ :**

№	$\alpha$	формула	рисунок
1	$\alpha = 0^\circ$	$\cos \alpha = 1$ $A = F \cdot s \quad (v \uparrow)$	
2	$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	$\cos \alpha > 0$ $A = F \cdot s \cdot \cos \alpha > 0 \quad (v \uparrow)$	
3	$\alpha = 90^\circ$	$\cos \alpha = 0$ $A = 0 \quad v = 0$	
4	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$	$\cos \alpha < 0$ $A = F \cdot s \cdot \cos \alpha < 0 \quad (v \downarrow)$	
5	$\alpha = 180^\circ$	$\cos \alpha = -1$ $A = -F \cdot s < 0 \quad (v \downarrow)$	

Графически работа определяется по площади фигуры под графиком  $F_s(x)$ :  $A = S_{\text{фиг}}$

Работа силы равна изменению его кинетической или потенциальной энергии:  $A = |\Delta E_k| = |\Delta E_p|$



**Работа силы тяжести** не зависит от формы траектории и равна изменению потенциальной энергии тела, взятому с противоположным знаком.

$$A_{\text{тяж.}} = mg(h_1 - h_2) = - (mgh_1 - mgh_2) = - (E_{p2} - E_{p1})$$

Работа силы тяжести по замкнутой траектории равна нулю.

**Мощность** – скалярная физическая величина, равная отношению совершенной работы к промежутку времени, за который она совершена.

$$N = \frac{A}{t} \quad N = F \cdot v \quad [N] = \text{Вт} \quad 1 \text{ Вт} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ с}}$$

**Коэффициент полезного действия механизмов КПД** – величина, равная отношению полезной работы к полной работ, выраженная в процентах.  $\eta = \frac{A_{\text{полезная}}}{A_{\text{полная}}} 100\%$