

Exercice I (Extraits d'examen Session 2 (2016-2017))

Soit f la fonction réelle de la variable réelle définie par

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x - 2}$$

- 1) Quel est le domaine de définition de la fonction f ?
- 2) Donner une expression de la fonction dérivée de f et le domaine de dérivabilité.
- 3) Que valent $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $f(-2)$, $f(1)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$?
- 4) Montrer que pour tout réel x dans le domaine de définition de f on a $f(-1-x) = f(x)$.
quelle symétrie du graphe de f peut-on en déduire ? (on pourra remarquer que le milieu de x et de $-1-x$ est $\frac{-1}{2}$)
- 5) Donner le tableau des variations de f .
- 5) En utilisant la quantité conjuguée calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{x^2 + x - 2} - (x + \frac{1}{2})]$. Que peut-on en déduire?
- 6) Montrer que $\lim_{x \rightarrow 1+} f'(x) = +\infty$
- 7) Donner un tracé du graphe de f .

Exercice II (Contrôle continu 2014-2015)

Soit f la fonction réelle de la variable réelle définie par la formule

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1}}$$

- 1) Quel est le domaine de définition de la fonction f ?
- 2) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
- 3) Quel est le domaine de dérivabilité de f et calculer sa fonction dérivée.
- 4) Montrer que $\sqrt{6} > 2$. Montrer que $-1 + \sqrt{6}$ et $-1 - \sqrt{6}$ ne sont pas dans le domaine de définition de f .
- 5) Donner le tableau des variations de f .
- 6) Trouver le réel a tel que $\frac{x^2 - 3x + 2}{x + 1} = x - a + \frac{6}{x + 1}$
- 7) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - \sqrt{x - 4}$.
- 8) Que pouvez vous dire des graphes de la fonction f et de la fonction définie par la formule $g(x) = \sqrt{x - 4}$?
- 9) Donner la représentation graphique de f

Exercice III : Soit f la fonction réelle de la variable réelle définie par la formule

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$$

- a) Quel est le domaine de définition de f ? L'écrire sous forme de réunion d'intervalles.

- b) Montrer que pour tout réel h tel que $5/2 - h$ est dans le domaine de f le réel $5/2 + h$ est aussi dans le domaine de f et $f(5/2 - h) = f(5/2 + h)$. Quelle symétrie du graphe de f peut-on en déduire?
- c) Calculer une expression de la fonction dérivée de f .
- d) Calculer les limites de f aux bornes du domaine de définition.
- e) Etudier le comportement asymptotique de f .
- f) Donner le tableau des variations de f .
- g) Donner l'allure du graphe de f , on tracera et respectera les éventuelles asymptotes et symétrie du graphe.