

## Méthodes et techniques de calculs

Première session version A 2021-2022

### Exercice 1

Trouver les domaines de définition des fonctions définies par les fomules suivantes

a)  $\ln(-x^2 - x + 2)$

b)  $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

### Exercice 2

a) Trouver les réels  $a$  et  $b$  tels que pour tout réels  $x$  différents de 1 et  $-1$  on a

$$\frac{3x+1}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$$

b) Trouver les solutions sur l'intervalle  $] -1, 1[$  de l'équation différentielle

$$(E_1) : (x^2 - 1)y' - (3x + 1)y = 0$$

c) Trouver les solutions sur l'intervalle  $] -1, 1[$  de l'équation différentielle

$$(E_2) : (x^2 - 1)y' - (3x + 1)y = (x - 1)^3(x + 1)^2 \exp(x)$$

(On pourra rechercher une solution parmi les fonctions de la forme  $x \mapsto K(x)(x+1)(x-1)^2$  avec  $K$  une fonction dérivable à déterminer)

### Exercice 3

a) Résoudre l'équation du second degré

$$X^2 - X - 2 = 0$$

b) Résoudre l'équation différentielle du second ordre

$$(E_1) : y'' - y' - 2y = 0$$

c) Chercher une solution de l'équation

$$y'' - y' - 2y = x^2 + 1$$

parmi les fonctions polynômiales de degré 2.

d) Quelles sont les fonctions solution de l'équation

$$y'' - y' - 2y = x^2 + 1$$

### Exercice 4

a) En utilisant une "intégration par partie" calculer  $\int_0^1 x.e^{2x} dx$ .

b) Calculer  $\int_1^{e^{\pi/2}} \frac{\cos(\ln(x))}{x} dx$  (on pourra effectuer le changement de variable  $t = \ln(x)$ )

## Méthodes et techniques de calculs

Première session version B 2021-2022

### Exercice 1 ( 3 pt )

Trouver les domaines de définition des fonctions définies par les fomules suivantes

a)  $\sqrt{-x^2 - x + 2}$

b)  $\ln \frac{x-1}{x+1}$

### Exercice 2 ( 7 pt )

a) Trouver les réels  $a$  et  $b$  tels que pour tout réels  $x$  différents de 1 et  $-1$  on a

$$\frac{3x-1}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$$

b) Trouver les solutions sur l'intervalle  $]1, +\infty[$  de l'équation différentielle

$$(x^2 - 1)y' - (3x - 1)y = 0$$

c) Trouver les solutions sur l'intervalle  $]1, +\infty[$  de l'équation différentielle

$$(x^2 - 1)y' - (3x - 1)y = (x - 1)^2(x + 1)^3 \exp(x)$$

(On pourra rechercher une solution parmi les fonctions de la forme  $x \mapsto K(x)(x+1)^2(x-1)$  avec  $K$  une fonction dérivable à déterminer)

### Exercice 3 ( 5 pt )

a) Résoudre l'équation du second degré

$$X^2 + X - 2 = 0$$

b) Résoudre l'équation différentielle du second ordre

$$y'' + y' - 2y = 0$$

c) Chercher une solution de l'équation

$$y'' + y' - 2y = x^2 + 1$$

parmi les fonctions polynômiales de degré 2.

d) Quelles sont les fonctions solution de l'équation

$$y'' + y' - 2y = x^2 + 1$$

### Exercice 4 ( 5 pt )

a) Grâce à une intégrations "par partie" calculer l'intégrale

$$\int_0^{2\pi} (t+1) \cos t dt.$$

b) Calculer  $\int_1^{e^{\pi/2}} \frac{\sin(\ln(x))}{x} dx$  (on pourra effectuer le changement de variable  $t = \ln(x)$ )