

Feuille de TD 4 : Tracés de courbes**Exercice 1.** Tracé de l'astroïde d'équation

$$\alpha(t) = \begin{cases} x(t) = \cos^3 t, \\ y(t) = \sin^3(t). \end{cases}$$

1. Montrer que la courbe admet les axes (Ox) et (Oy) comme axes de symétrie et en déduire qu'on peut limiter l'étude à l'intervalle $[0, \frac{\pi}{2}]$.
2. Donner les tableaux de variations de x et y sur cet intervalle.
3. Déterminer les tangentes à la courbe en $\alpha(0)$ et $\alpha(\frac{\pi}{2})$.
4. Étudier la concavité de la courbe sur $[0, \frac{\pi}{2}]$.
5. Tracer la courbe.

Exercice 2. Tracé de la cardioïde d'équation

$$\gamma(t) = \begin{cases} x(t) = (1 + \cos t) \cos t, \\ y(t) = (1 + \cos t) \sin t. \end{cases}$$

1. Montrer que la courbe admet l'axe (Ox) comme axe de symétrie et en déduire qu'on peut limiter l'étude à l'intervalle $[0, \pi]$.
2. Donner les tableaux de variations de x et y sur cet intervalle.
3. Déterminer les tangente à la courbe en $\gamma(0), \gamma(\frac{\pi}{3}), \gamma(\frac{2\pi}{3})$ et $\gamma(\pi)$.
4. Étudier la concavité de la courbe sur $]0, \pi[$.
5. Tracer la courbe.

Exercice 3. Tracé de la courbe d'équation

$$\beta(t) = \begin{cases} x(t) = \sin 2t, \\ y(t) = \sin 3t. \end{cases}$$

1. Montrer que la courbe admet l'origine comme centre de symétrie et l'axe (Oy) comme axe de symétrie et en déduire qu'on peut limiter l'étude à l'intervalle $[0, \frac{\pi}{2}]$.
2. Donner les tableaux de variations de x et y sur cet intervalle.
3. Déterminer les tangente à la courbe en $\beta(0), \beta(\frac{\pi}{6}), \beta(\frac{\pi}{4})$ et $\beta(\frac{\pi}{2})$.
4. Étudier la concavité de la courbe sur $[0, \frac{\pi}{2}]$.
5. Tracer la courbe.

Exercice 4. Tracé de la courbe d'équation

$$\delta(t) = \begin{cases} x(t) = \frac{t^2}{t+1}, \\ y(t) = \frac{t^2}{t-1}. \end{cases}$$

1. Déterminer le domaine de définition de δ .
2. Montrer que la courbe admet une symétrie axiale. En déduire que l'on peut réduire l'intervalle d'étude à $\Delta := [0, 1[\cup]1, +\infty[$.
3. Donner les tableaux de variations de x et y sur ce domaine.
4. Déterminer les tangentes à la courbe en $\delta(0)$ et en $\delta(2)$.
5. Déterminer les éventuelles asymptotes.
6. Étudier la concavité de la courbe sur $[0, \frac{\pi}{2}]$.
7. Tracer la courbe.