

**Feuille de TD 5 : Longueur, paramétrage normal, courbure**

**Exercice 1.** On rappelle l'équation de l'astroïde :

$$\alpha(t) = \begin{cases} x(t) = \cos^3 t, \\ y(t) = \sin^3(t). \end{cases}$$

1. Calculer sa longueur, on pourra dans un premier temps calculer la longueur de la portion de courbe  $\alpha([0, \frac{\pi}{2}])$ .
2. Calculer la courbure de la courbe en tout point régulier.
3. Déterminer un paramétrage normal de la courbe.

**Exercice 2.** On rappelle l'équation de la cycloïde :

$$\gamma(t) = \begin{cases} x(t) = a(t - \sin(t)) \\ y(t) = a(1 - \cos(t)) \end{cases}$$

1. Calculer la longueur de la portion de la courbe  $\gamma([0, 2\pi])$ .
2. Déterminer un paramétrage normal de la courbe.

**Exercice 3.** Soit la courbe d'équation

$$\eta(t) = \begin{cases} x(t) = 2 \cos t + \cos 2t \\ y(t) = 2 \sin t - \sin 2t \end{cases}$$

1. Montrer que la courbe admet l'axe  $(0x)$  comme axe de symétrie
2. Déterminer les éventuels points singuliers de la courbe et préciser leur nature.
3. Déterminer la courbure de la courbe en tout point régulier.
4. Calculer la longueur de la portion de courbe  $\eta[0, \frac{2\pi}{3}]$  puis de la portion de courbe  $\eta([\frac{2\pi}{3}, \pi])$ .
5. En déduire la longueur totale de la courbe.