

# クイバーの表現上のホモロジー代数

つー (ogata-k)

## abstract

本文書の目的は有向グラフの表現における次の事実を理解できるように説明することである。以下この文書ではグラフ理論の有向グラフと区別するために有向グラフのことをクイバーと呼ぶことにする。

- クイバーの表現は多元環という代数系の表現と対応していること
- クイバーの表現から成る圏はそのクイバーから成る加群の圏と自然同型であること
- 先程の自然同型から考える表現の圏のホモロジー代数

これらをそれぞれ一章を使って説明していく。

# Contents

|                         |   |
|-------------------------|---|
| 1. クイバーの表現と多元環の対応 ..... | 1 |
| 1.1. クイバーの導入 .....      | 3 |
| 2. ある加群の圏との同型 .....     | 2 |
| 3. 表現の圏のホモロジー代数 .....   | 3 |

# Chapter 1

## クイバーの表現と多元環の対応

「クイバーの表現は多元環という代数系の表現と対応していること」を説明していく。そのためにまずクイバーについて説明していく。

### 1.1. クイバーの導入

**Definition 1.1.1** (クイバー). クイバーとは、集合（またはクラス） $Q_0, Q_1$  とそのあいだの写像  $s, t : Q_1 \rightarrow Q_0$  から成る組  $(Q_0, Q_1, s, t)$  のことである。

**Definition 1.1.2** (頂点、辺、始点、終点).  $Q = (Q_0, Q_1, s, t)$  をクイバーとする。このとき  $Q_0$  の元  $v$  を頂点、 $Q_1$  の元  $e : x \rightarrow y$  を始点  $x$  から終点  $y$  への辺と呼ぶ。そしてそれぞれ  $v \in Q, e : x \rightarrow y \text{ in } Q$  と略記する。

**Example 1.1.3**  $Q$  を  $Q_0 = \{1, 2, 3, 4\}, Q_1 = \{\alpha, \beta, \gamma, \lambda, \mu\}, s(\alpha) = 3, s(\beta) = 2, s(\gamma) = 3, s(\lambda) = 1, s(\mu) = 1$  で、 $t(\alpha) = 2, t(\beta) = 1, t(\gamma) = 3, t(\lambda) = 3, t(\mu) = 3$  のから成るクイバーとする。これを図示すると次のように成る。(画像なし)

## Chapter 2

### ある加群の圏との同型

## Chapter 3

### 表現の圏のホモロジー代数

# References

- [1] Ralf Schiffler. *Quiver Representations (CMS Books in Mathematics)*. Springer, 2014.
- [2] 中岡 宏行 . 圏論の技法 . 日本評論社 , 2015.