

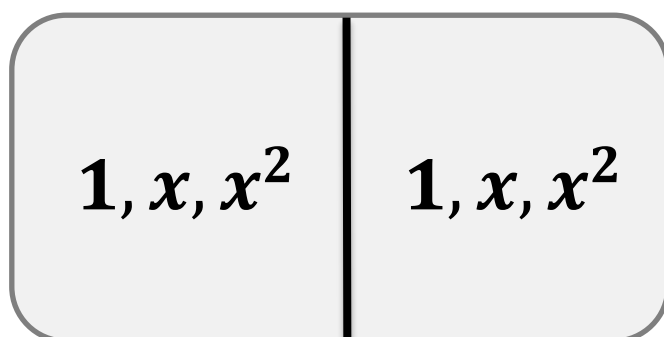
ナブラ演算子ゲーム 説明書

I. 必要なもの

- ・ナブラ演算子ゲーム (1 セット 80 枚)
- ・基底を書くもの (ノートでもよいが、ホワイトボード、黒板などの書き換えが容易なもの推奨)
- ・基本的な解析学 (高校数学レベル) を習得済みのプレイヤー 2 人

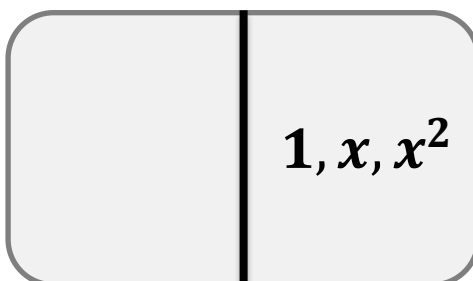
II. ゲームの流れ

1. “基底” (詳しくは IV. 基底 の項を参照) を書くものを線で半分に分け、それぞれの領域に $1, x, x^2$ を基底として書く. この基底の書かれた領域を本ゲーム内では“場”とよぶ.



2. カード全てをよく混ぜて裏にして重ね山札としたあと、両プレイヤーは山札からそれぞれ 7 枚ずつカードを引き手札とする.
3. 公平な方法 (ジャンケンなど) により先攻と後攻を決め、先攻になったプレイヤーから交互に場に対して一回だけ“操作” (詳しくは III. 操作 の項を参照) を行う. 操作後は使用したカードの枚数だけ山札から引き、使用したカードを山札と区別するため表にして重ねておく.
4. 先に相手の場の基底を全て消した方 (0 次元にした方) のプレイヤーの勝ちとなる.

負け



勝ち

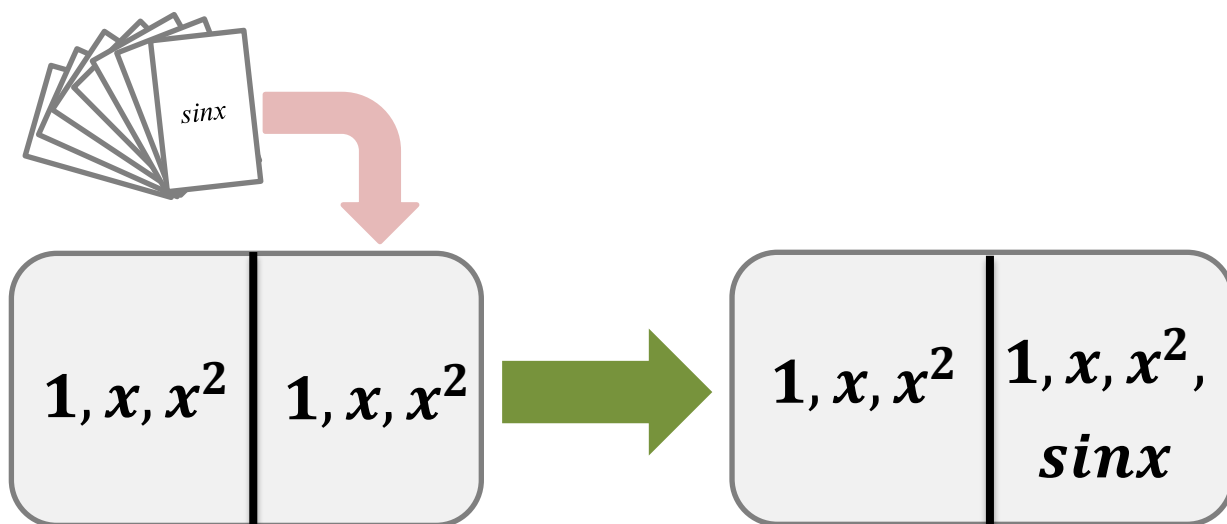
但しどちらのプレイヤーも0次元にならないまま山札が全て無くなった場合はその段階で（プレイヤーが山札から最後のカードを引いたときでありそのあとで操作はできない）次元の大きい方のプレイヤーの勝ちとし、次元が同じなら引き分けとする。

Ⅲ. 操作

ターンごとにプレイヤーが行える操作には大きく分けて“基底の追加”と“演算”の2種類がある。1ターンにプレイヤーは一度だけ操作をすることができる。

i. 基底の追加

手札の中に関数があった場合にはその中から任意の関数を一つだけ選んで自分か相手の場の基底に追加することができる。一回の操作で基底は一度しか追加できない。



関数として使えるカード一覧

$\cos x$	$\sin x$	e^x	x	0	1
----------	----------	-------	-----	-----	-----

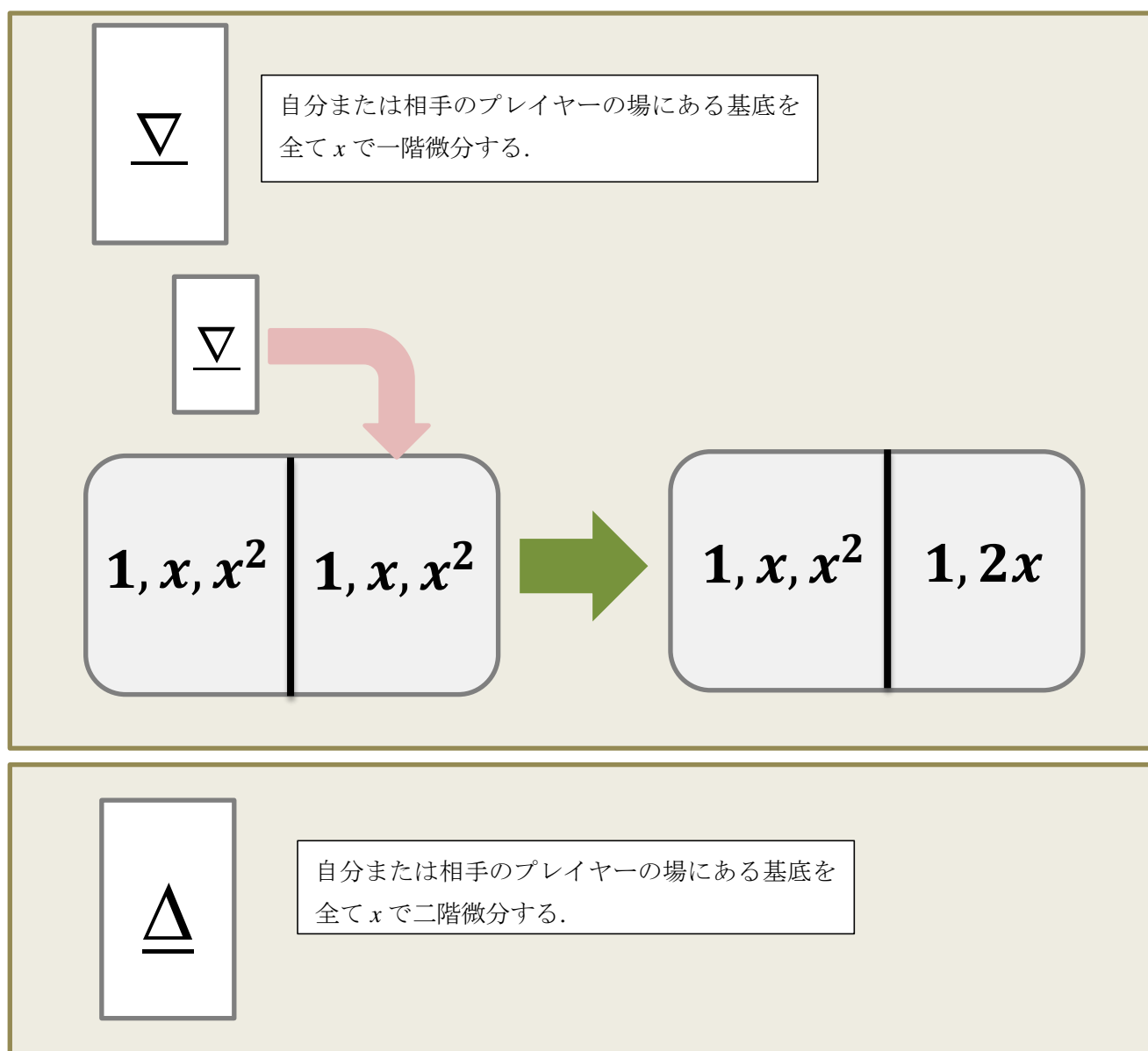
※これら6種類のカード以外は関数として使うことはできない（特に \log は初心者には紛らわしいが関数ではないので注意すること）。

ii. 演算

上で示した関数として使えるカード以外のカードは全て演算に用いられる。演算の仕方は個々のカードにより大きく異なるが、以下の2つは共通のルールおよびマナーである。

- ・一回の操作で行える演算は一度だけである。
- ・“反則行為”（※1 参照）を行った場合にはその演算をしたほうの負けとする。
- ・演算のための計算はその演算をした方が責任をもって行う。

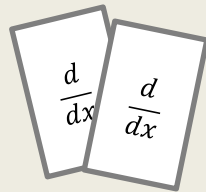
演算に使えるカード一覧



$$\frac{d}{dx}$$

基底の一つを x で一階微分する.

一つの基底に対してなら一度の演算でまとめて何枚でも使うことができ、
 n 枚使うとその基底は n 階微分される.



$1, x, x^2$	$1, x^2, x^5$
-------------	---------------



$1, x, x^2$	$1, x^2, 20x^3$
-------------	-----------------

$$\frac{d}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}$$

ただし、このように一回の操作で、異なった基底にそれぞれ使うことはできない.

$1, x, x^2$	$1, x^2, x^5$
-------------	---------------



$1, x, x^2$	$1, 2x, 5x^4$
-------------	---------------

\int

基底の一つを x で不定積分する（積分定数は無視する）．
一つの基底に対してなら一度の演算でまとめて何枚でも使うことができ、
 n 枚使うとその基底は n 重積分される．

 $\lim_{x \rightarrow +\infty}$

基底の一つに対し x を限りなく $+\infty$ に近づけたときの極限をとる．

 $\lim_{x \rightarrow -\infty}$

基底の一つに対し x を限りなく $-\infty$ に近づけたときの極限をとる．

 $\lim_{x \rightarrow 0}$

基底の一つに対し x を限りなく 0 に近づけたときの極限をとる．

 $\limsup_{x \rightarrow +\infty}$

基底の一つに対し x を限りなく $+\infty$ に近づけたときの
上極限をとる．

 $\liminf_{x \rightarrow +\infty}$

基底の一つに対し x を限りなく $+\infty$ に近づけたときの
下極限をとる．

 \log

基底の一つの自然対数をとる．
例) $x \rightarrow \log x$

$\sqrt{\quad}$

基底の一つの平方根をとる.

例) $x \rightarrow \sqrt{x}$

f^{-1}

基底の一つの逆関数をとる.

例) $x^3 \rightarrow \sqrt[3]{x}$

\times

基底の一つに対し手札の関数との乗法を行う.

一つの式で表すことができれば一度の演算でいくつでもかけられる.

\times

e^x

\times

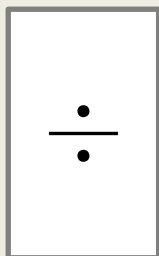
$\sin x$

$1, x, x^2$

$1, x, x^2$

$1, x, x^2$

$1, x^2,$
 $xe^x \sin x$

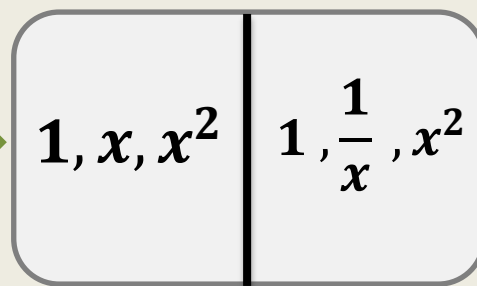
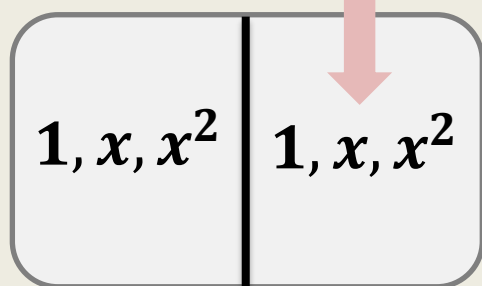
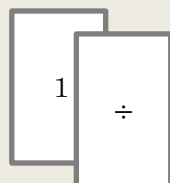


基底の一つに対し手札の関数との除法を行う.

(関数) \div (基底) でも (基底) \div (関数) でもよい.

一つの式で表すことができれば一度の演算でいくつでも使える.

(関数 1) \div (基底) \div (関数 2) のようにしてよい.



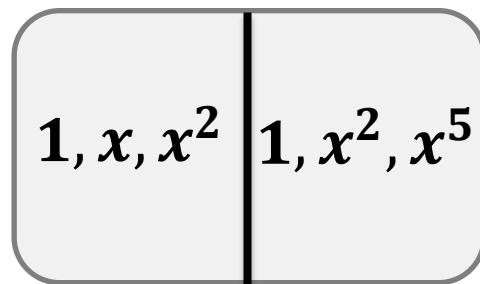
※ 1 以下の演算は反則行為とする.

- ・実数の範囲で定義できない値にする演算 ($\sqrt{\quad}$ の中を負にするなど).
- ・定義域に含まれない値に x を近づける極限をとる演算 ($\log x$ の x を限りなく $-\infty$ に近づける極限をとるなど).
- ・関数を振動させる極限をとる演算 ($\sin x$ の x を限りなく $+\infty$ に近づける極限をとるなど).

IV. 基底

本ゲームにおける“基底”とは場にかかれた個々の関数を示すものである（線形代数学などにおける基底とは異なっているので注意）。

※つまり下の図では、左の場に $1, x, x^2$ の 3 つの基底が、右の場に $1, x^2, x^5$ の 3 つの基底がそれぞれ存在している（左の場に 1 組、右の場に 1 組ではない）。



自分の場にある基底の数が n 個であるときそのプレイヤーは“ n 次元である”という。

以下のいずれかの条件を満たした基底は場から消える

- ・演算により値が 0 になった（1 に ∇ を使うなど）。
- ・演算により発散した（ e^x の x を限りなく大きくする極限をとるなど）。
- ・演算により同じ場の他の基底と“線形従属”（※2 参照）になった。

※2 線形従属

ある基底がその基底のある場と同じ場にある他の基底の定数倍の和で表されるとき、その基底は“線形従属”であるという（基底と同様に線形代数学などにおける線形従属とは微妙に異なるので注意すること）。

場の基底には線形従属であるものは存在できず、線形従属である基底が存在している場合には任意の基底を消すことで線形従属の基底をなくさなければならない。

例) 自分の場にある基底たちが $1, x^2, 3x^2$ となっている場合には $1, x^2$ 或は $1, 3x^2$ としなければならない。

V. 注意事項

- 本カードゲームを本来の用途以外で使用しないこと.
特に ∇ は基底以外の人や物に投げると対象を二次元化してしまう恐れがあり非常に危険なので十分に注意して取り扱うこと.
- 本カードゲームとそれに関連した全てのものの知的財産権はおそらくナブラ演算子ゲーム製作委員会が有する.
- 本カードゲームの使用は利用者個人の責任によるものとし、それにより生じたいかなる損害に対しても当製作委員会は責任を負わないが、理系でない人のいる公共の場で無闇に本カードゲームを行うと周囲に不愉快な思いをさせる、または周囲からの視線により利用者自身がいたたまれなくなることがあることを忠告しておく.