

# ゼミ論

小川慶将

平成 27 年 2 月 19 日

## 1 導入

本論文においては、複数材オークションの実験をもとにそれぞれのメカニズムへの評価付け、複数材オークションの実験プログラムの作成、そしてそのプログラムをもとに行う実験によるそれぞれのオークションメカニズムに対する評価付けを行う。

## 2 オークションの種類

オークションは2つの種類に大きく分類することができる。1つ目は買い手1人に対して売り手多数、又は、売り手1人に対して買い手多数の場合に使われるシングルオークションであり、2つ目は買い手・売り手ともに多数いる場合に使われるダブルオークションである。

シングルオークションは、イングリッシュオークション、ダッチオークション、ファーストプライス封印オークション、セカンドプライス封印オークションの4種に主に分類される。イングリッシュオークションとは公開型の価格上昇オークションのことを指し、ダッチオークションとは公開型の価格下落オークションのことを指す。それに対して、ファーストプライス封印オークションは非公開型（封印型）で入札競争に勝った人が自分の入札した値段を価格として決定するメカニズムで、セカンドプライス封印オークションは非公開型（封印型）で入札競争で勝った人が入札競争で負けた人の中で最も入札額の高かった値段を価格として決定するメカニズムである。

ダブルオークションは、売り手も買い手も複数人いる市場のことであり、日本においても株取引などで実際に使われている。ダブルオークションにおける均衡価格は需要曲線と供給曲線の交点で決定される。経済学ではしばしば他人の指摘情報を知りうる様な完全情報が完全競争の必要条件とされているが、チェンバリン実験やスミス実験を経て、他の参加者の私的情報を知り得なくても全ての買値・売値を公開しながら取引を行うことによって均衡価格に容易に近づくことが明らかとなった。

## 3 補完性のあるオークション

また、オークションは扱う財の性質により分類することもできる。つまり、同質の財を扱う場合と異質の財を扱う場合でオークションの効果は異なり、利用すべきオークションも財の性質に合ったものを選んでいかなければならない。

今回は異質の財の中でも補完性のある財のオークションについての分析を行う。補完性のある財とは、2つまとめて財を得る効用の方が1方のみを得た時の効用を足し合わせたものより大きくなる財のことを指す。例えば、机と椅子や、ズボンとシャツなどが補完性のある財の1種である。

今、財1と財2の2財が存在し、これらは相互に補完性のあるものとする。この2財をオークションで取引するが、買い手にはどちらか一方のみの財を欲する I-type（財1のみを欲する I-type

の買い手を I1、財 2 のみを欲する I-type の買い手を I2 と呼ぶ) と、どちらの財も欲する J-type が存在する。このような補完性のある財をオークションを行う際にはどのような制度が優れているのだろうか。今回は The First Price Auction, Vickrey Auction, The Vickrey Nearest Rule, The Reference Rule Auction の 4 つのオークションデザインを比較検討してみる。

## 4 The First Price Auction

FP(The First Price Auction) は自分が出したビッド額がそのまま自分が払う価格になるという特徴がある。

数式で表すと以下の通りとなる。

(I1 のビッド額を  $b_{i1}$ 、I2 のビッド額を  $b_{i2}$ 、J のビッド額を  $b_j$  とし、 $P(b_{i1}, b_{i2}, b_j)$  は I1, I2, J がそれぞれ  $b_{i1}$ ,  $b_{i2}$ ,  $b_j$  をビッドした時に決定される価格を指し、左から順に I1, I2, J の落札価格とする。また落札価格が 0 の場合は落札出来なかったことを意味する。)

$$P^{FP}(b_{i1}, b_{i2}, b_j) = \begin{cases} (b_{i1}, b_{i2}, 0) & (b_{i1} + b_{i2} \geq b_j) \\ (0, 0, b_j) & (b_{i1} + b_{i2} < b_j) \end{cases} \quad (1)$$

例えば (200, 300, 400) のとき、 $P^{FP}(b_{i1}, b_{i2}, b_j) = (200, 300, 0)$  となり I1 が 200 円、I2 が 300 円で落札する。それぞれのプレイヤーの最適反応は相手のビッド額のちよつと上をビッドすることになり、プレイヤー自身の財への評価額を適切に反映しうるものとならないことがこのオークションにおける欠点である。

## 5 Vickrey Auction

VA(Vickrey Auction) は自分のビッド額から自分がビッドすることによって生れた余剰の増加分を引いた価格が自分の払う価格になる。例えば (200, 300, 400) のとき I1 が存在していなければ (0, 300, 400) で 400 円分の余剰が生まれるが、I1 の存在で 500 円分の余剰が生まれて 100 円分増える。この 100 円分の余剰は I1 の存在のおかげであるから I1 の利益にしてよいとして、自分のビッド額から余剰の増加分を差し引いた値、つまり  $200 - 100 = 100$  円が価格となる。

数式で表すと以下の通りとなる。

$$P^{VA}(b_{i1}, b_{i2}, b_j) = \begin{cases} (VP_{i1}, VP_{i2}, 0) & (b_{i1} + b_{i2} \geq b_j) \\ (0, 0, b_{i1} + b_{i2}) & (b_{i1} + b_{i2} < b_j) \end{cases} \quad (2)$$

$$VP_{i1} = \max[(b_j - b_{i2}, 0)] \quad (3)$$

$$VP_{i2} = \max[(b_j - b_{i1}, 0)] \quad (4)$$

VA で決定される価格は自分のビッド額に依存しないので理論上真の評価額を明らかにさせうる。しかし、収入減少 (outside the core) や連携の可能性もありうる点が欠点である。

### 5.1 Core

例えば (200, 300, 400) のとき価格は VA において (100, 200, 0) で決まる。J-type が 400 円で買いたいと言っているのに、売り手は I1-type と I2-type に売り 300 円しか得ていない。この状況において、売り手が J-type に 350 円払うなら財 1・2 を売ってあげると密約を交わすと、売り手は

50 円の得、J-type も 50 円の得をすることが出来る。このように誰かが結託することにより結託したメンバー全員の利潤が増える価格状態をコアの外にあるという。

コアに含まれる価格を数式で表すと以下の通りとなる。

$$(p_{i1}, p_{i2}) \in \{(x, y) | x + y \geq b_j, x \in [0, b_{i1}], y \in [0, b_{i2}]\} \quad (5)$$

また、コアの中で最も低い価格の組、最も収入の小さくなる部分を MRC(minimum revenue core) とよび、下図の線分となる。

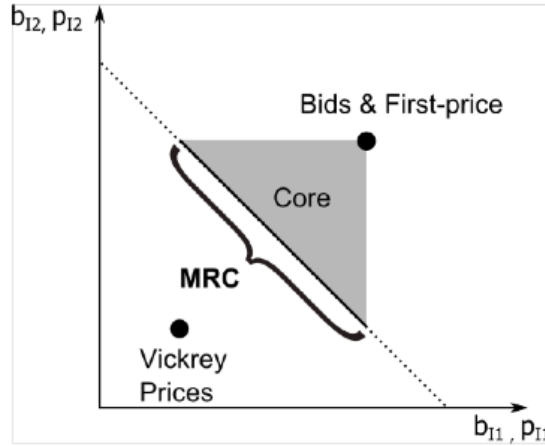


Figure 1. Vickrey prices, First-price payments and the MRC

## 6 The Vickrey Nearest Rule

VNR(The Vickrey Nearest Rule) は、VA によって決められた価格に最も近い MRC 上の点を価格としてする。これにより参加者の真の評価額を引き出し耐戦略性を満たしつつコアに属する価格決定を行う。

数式で表すと以下の通り。

$$P^{VNR}(b_{i1}, b_{i2}, b_j) = \begin{cases} (s_{i1}, s_{i2}, 0) & (b_{i1} + b_{i2} \geq b_j, \text{ and } s_{i1}, s_{i2} > 0) \\ (b_j, 0, 0) & (b_{i1} \leq b_j + b_{i2}) \\ (0, b_j, 0) & (b_{i2} \leq b_j + b_{i1}) \\ (0, 0, b_{i1} + b_{i2}) & (b_{i1} + b_{i2} < b_j) \end{cases} \quad (6)$$

$$s_{i1} = (1/2)(b_{i1} + b_j - b_{i2}) \quad (7)$$

$$s_{i2} = (1/2)(b_{i2} + b_j - b_{i1}) \quad (8)$$

## 7 The Reference Rule Auction

RR(The Reference Rule Auction) は、パラメーター  $\alpha$  によって MRC 上で価格を決める。これも VNR と同じく耐戦略性を持ちながらコアに属する価格を決定することができる仕組みをもつ。

数式で表すと以下の通り。

$$P^{RR}(b_{i1}, b_{i2}, b_j) = \begin{cases} (r_{i1}, r_{i2}, 0) & (b_{i1} + b_{i2} \geq b_j, \text{ and } r_{i1} < b_{i1}, \text{ and, } r_{i2} < b_{i2}) \\ (b_j - b_{i2}, b_{i2}, 0) & (b_{i1} + b_{i2} \geq b_j, \text{ and } r_{i1} < b_{i1}, \text{ and, } r_{i2} > b_{i2}) \\ (b_{i1}, b_j - b_{i1}, 0) & (b_{i1} + b_{i2} \geq b_j, \text{ and } r_{i1} > b_{i1}, \text{ and, } r_{i2} < b_{i2}) \\ (0, 0, b_{i1} + b_{i2}) & (b_{i1} + b_{i2} < b_j) \end{cases} \quad (9)$$

$$r_{i1} = \alpha b_j \quad (10)$$

$$r_{i2} = (1 - \alpha) b_j \quad (11)$$

また、VNR, RR により決定される価格を図で表すと以下のようになり、実際にコアに属していることがわかる。

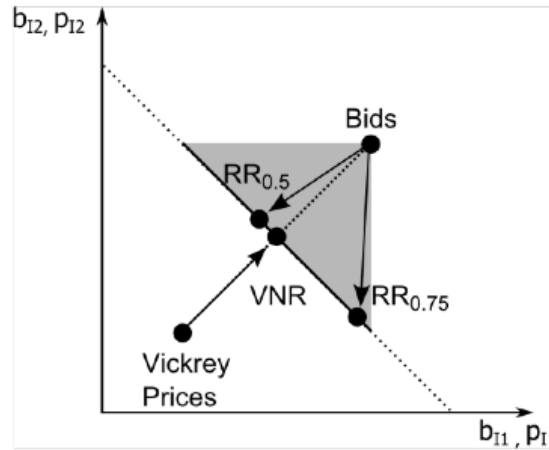


Figure 2. Vickrey Nearest, and Reference Rule with  $\alpha = 0.5$  and  $\alpha = 0.75$

## 8 オークション制度の比較

FP, VA, VNR, RR の4つのオークション制度を紹介したが実際にどのオークションが優れていると言えるだろうか。Revenue, Surplus, Efficiency の3つの観点からオークションが優れているかどうかを判断してみる。(ここで実際にゼミで行った実験で得られたデータをもとに論証できるように、しっかりと実験プログラムを作成しゼミ中にエラーを吐いて時間が足りなくなるような事態は避けなければならない。要反省)

Daniel Marszalec(2014) はこれらと比較する実験を行い以下のような結果を得た。

これは Revenue の観点から見ると FP が1位となり、2位以下を大きく引き離している。現実においてもオークション制度はFPが採用されることが多く、多くの収入を得たい売り手側にとって最適な制度とも言える。しかし他のオークション制度より多くの収入を得ることができルール

Table 1: Revenue, Efficiency and Surplus Summary

	Vickrey [N=140]	FirstPrice [N=140]	VNR [N=140]	RR(0.50) [N=140]	RR(0.75) [N=140]
revenue	67.6 (56.9)	91.5 (37.1)	68.2 (41.2)	77.0 (42.3)	71.1 (46.3)
surplus	44.1 (67.6)	29.8 (28.1)	57.9 (39.1)	48.9 (49.3)	46.7 (49.6)
efficiency	88.9 (22.2)	97.5 (8.4)	97.7 (9.1)	94.9 (13.8)	95.1 (12.8)
Means reported, standard deviation below.					

も簡単な FP であるが、それ故にもっと複雑な制度の方が効率性が良いのではないか等の懸念もあり、価格の高いオークションにおいては FP の導入が躊躇われることも多々あった。しかし、上の図を Efficiency の観点から見ると FP は 2 位となり、さらに 1 位の VNR と有意に差があるとは言えないことから、効率面からみても FP は実は優れた制度であるといえることができる。

## 9 今学期の振り返りと今後の展望

今学期は単発の実験プログラムを多数つくり willow についての理解を深めることはできたが、研究テーマを 1 つ絞りそれについてゼミ論として書けるレベルにまで深掘りするという作業が怠っていたとゼミ論を書くにあたり気づきました。来学期はこの反省を活かし、オークションやメカニズムデザインという分野に絞って研究をしていこうと思います。具体的には実験プログラムを書く際には何か検定したい仮説を提起した上でそれにあったプログラムを書くようにしたいと思います。(単なる実験の追体験はなるべく減らす。)

オークションやメカニズムデザインにおいては Daniel Marszalec(2014) に書かれているような理論を学ぶと同時に、周波数や空港発着枠など実務においてオークションをどう活かせるのかという面も重視して研究を進めていきたいと思っています。

## 10 参考文献

『Auction For Complements - An Experimental Analysis』(Daniel Marszalec,2014)  
 URL : <http://www.cirje.e.u-tokyo.ac.jp/research/workshops/micro/micropaper14/micro1021.pdf>