ゼミ選考制度改革

小川 慶将

November 16, 2015

Agenda

1. 目的と背景
   - ゼミ選考の現状
   - 人気ゼミ定員割れ問題
   - 少人数講義化問題
2. マッチング理論
   - 一般的アルゴリズム
   - DA アルゴリズム
   - ゼミ選考制度への応用
3. 制度比較分析
   - 制度の概要と評価軸
   - シミュレーション
   - 実験
4. まとめ
   - 今後の課題
   - 参考文献

ゼミ選考制度の現状

- 学部生 3 年がゼミに入るために選考が毎年行われる。
- 生徒数

入進学年度	H.27		H.26		H.25	
	男	女	男	女	男	女
経済学部	286	59	282	63	47	12
合計	345		345		59	

- 演習数：38
- 少人数講義：7
- さらにノンゼミ生やダブゼミ生が何人いるのかなど教務課に聞いてみた。
  →ダメでした。。

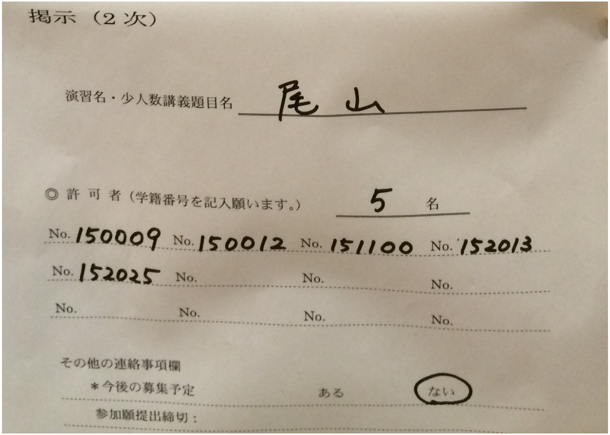
ゼミ選考制度の現状

- 学部生 3 年がゼミに入るために選考が毎年行われる。
- 生徒数

入進学年度	H.27		H.26		H.25	
	男	女	男	女	男	女
経済学部	286	59	282	63	47	12
合計	345		345		59	

- 演習数：38
- 少人数講義 : 7
- さらにノンゼミ生やダブゼミ生が何人いるのかなど教務課に聞いてみた。
  →ダメでした。。

ゼミ選考制度の現状


掲示（2次）

演習名・少人数講義題目名 尾山

◎ 許 可 者（学籍番号を記入願います。） 5 名

No. 150009 No. 150012 No. 151100 No. 152013
No. 152025 No. No. No.
No. No. No. No.

その他の連絡事項欄
＊今後の募集予定 ある ない
参加願提出締切：

Figure : 未だにあるアレ

ゼミ選考制度の現状

```
data = pd.read_csv("zemi.csv")
data = data[data['junior'] > 0]
data.head()
```

	id	name	12	13	14	15_1	15_2	15_3	all	junior	...	s7	s8	s9
0	1	aoki	0	0	9	6	5	0	20	11	...	118	1103	11
1	2	ishihara	0	0	9	6	8	0	23	14	...	31	42	10
2	3	itou	0	0	12	13	0	0	25	13	...	174	109	99
3	4	ueda	0	0	10	13	0	0	23	13	...	173	1075	10
4	5	oohashi	0	1	4	2	9	0	16	11	...	1009	1034	70

5 rows × 29 columns

Figure : Pandas で加工分析

ゼミ選考制度の現状

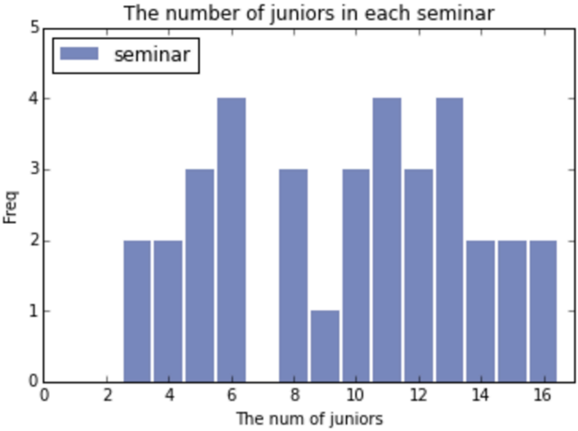


Figure : 「演習」に所属する３年生の数

ゼミ選考制度の現状

- 合計 338 枠あり、3 年生におけるダブゼミ生 51 人、シングルゼミ生 236 人、ノンゼミ生 58 人でした。
- そんなゼミ選考制度にも実は主に２つの問題が生じてきている。
    - 人気ゼミ底割れ問題
    - 少人数講義化問題

人気ゼミ定員割れ問題

- ゼミの学習分野や雰囲気の好みは生徒によって異なる一方で、先生のゼミへの意識やイベント量は普遍的に生徒のゼミに対する効用に影響を与えうると考えられる。
  →人気度が生じる。
- しかし、人気の高いゼミの選考では倍率も高くなってしまうため、行きたいと思っている人でも高倍率のゼミ選考リスクを回避して別のゼミに応募してしまうこともある。
  →人気ゼミが底割れをおこしてしまう。

人気ゼミ定員割れ問題

- **生徒 (3 人) とゼミ (3 つ) のマッチング**
- **生徒とゼミの選好表が以下のように与えられるとする。**

	1 位	2 位	3 位
生徒 0	0	1	2
生徒 1	0	2	1
生徒 2	2	0	1

	1 位	2 位	3 位
ゼミ 0	2	0	1
ゼミ 1	2	0	1
ゼミ 2	1	2	0

人気ゼミ定員割れ問題

- **生徒 0 と生徒 1 のもとに、「ゼミ 0 は今年も人気度高くて倍率超高くなりそうらしい。」って情報が入ると ⋯**

Table : 真の選好

	1 位	2 位	3 位
生徒 0	0	1	2
生徒 1	0	2	1
生徒 2	2	0	1

Table : 提出される選好

	1 位	2 位	3 位
生徒 0	1	0	2
生徒 1	2	0	1
生徒 2	2	0	1

	1 位	2 位	3 位
ゼミ 0	2	0	1
ゼミ 1	2	0	1
ゼミ 2	1	2	0

少人数講義化問題

- 第一段階、第二段階、第三段階それぞれ一つのゼミにしか応募できないが、「演習」ではなく「少人数講義」であれば併願が可能となる。
- メリット：質の高い生徒が集まる。
- デメリット：特になし。
- もしこのまま少人数講義化が進み、全ゼミが少人数講義になってしまったら？

少人数講義化問題

- **生徒 (3 人) とゼミ (3 つ) のマッチング**
- **先ほどと同じ選好表。少人数講義マッチングは大幅なロスにつながる。**

	1 位	2 位	3 位
生徒 0	0	1	2
生徒 1	0	2	1
生徒 2	2	0	1

	1 位	2 位	3 位
ゼミ 0	2	0	1
ゼミ 1	2	0	1
ゼミ 2	1	2	0

マッチング理論

- **これらの問題を解決するためにマッチング理論の応用を試みる。**
- **鍵となる概念は** Gale and Shapley(1962) **によって考案された受入保留アルゴリズム** (DA: Deffered Acceptance)。

安定結婚問題

- 3 対 3 の合コンを例にとって考えてみる！
- お互いの好きな人は以下のとおり。
- 出来るだけ好みの相手同士とマッチングさせるためにはどうすれば良いだろうか？

	1 位	2 位	3 位
M0	F0	F1	F2
M1	F0	F2	F1
M2	F2	F0	F1

	1 位	2 位	3 位
F0	M2	M0	M1
F1	M2	M0	M1
F2	M1	M2	M0

一般的アルゴリズム

- **ありがちなルール**:
  「男性側から告白しよう。女性はその中から最も好きな人を選ぶ。」
- **しかし、**M1 **と** F2 **の間には「正当な不満** (justified envy)**」が残り、駆け落ちするインセンティブが生じる。**
- **このようなマッチングは「不安定** (unstable)**」である。**

	1 位	2 位	3 位
M0	F0	F1	F2
M1	F0	F2	F1
M2	F2	F0	F1

	1 位	2 位	3 位
F0	M2	M0	M1
F1	M2	M0	M1
F2	M1	M2	M0

一般的アルゴリズム

- M1「F0 は可愛いけど俺は告ってもダメかもしれない。先に F2 に告白してみよう。」
- 戦略的に操作可能なルールとなっている。

Table：真の選好

	1位	2位	3位
M0	F0	F1	F2
M1	F0	F2	F1
M2	F2	F0	F1

Table：提出される選好

	1位	2位	3位
M0	F0	F1	F2
M1	F2	F0	F1
M2	F2	F0	F1

	1位	2位	3位
F0	M2	M0	M1
F1	M2	M0	M1
F2	M1	M2	M0

一般的アルゴリズム

- **一般的なアルゴリズムの問題点**
  - **マッチング結果が安定的** (stable) **ではない。**
  - **戦略的に操作不可能** (strategy-proof) **ではない。**
- **では、安定的で正直申告が最適となるマッチングを導くメカニズムは存在するのか？**

DA アルゴリズム

- DA **アルゴリズム：**
  ペアの決定を暫定的なものに留め、後からアプローチしてきた男性にペアを変えることを許す。
- **安定マッチングが導かれる！**

	1 位	2 位	3 位
M0	F0	F1	F2
M1	F0	F2	F1
M2	F2	F0	F1

	1 位	2 位	3 位
F0	M2	M0	M1
F1	M2	M0	M1
F2	M1	M2	M0

DA アルゴリズム

- DA **アルゴリズムの特徴**
  - **安定的** (stable) **なマッチングを生む。**
  - **提案側** (**男性**) **は誰一人として嘘をついても得できない。** (strategy-proof)
  - **受入側** (**女性**) **は場合によっては嘘が得になるときもある。**
- **しかし、結果が安定マッチングになるようなどんなメカニズムを考えても、嘘をつくインセンティブを完全に無くすことはできない。**

ゼミ選考制度への応用

- 現在のゼミ選考制度は不安定かつ嘘をつくインセンティブも大きく生じている。
    - 嘘の申告→人気ゼミ定員割れ問題
    - 不安定性→少人数講義化問題
- DA アルゴリズムをゼミ選考にも適応させてみよう。

ゼミ選考制度への応用

- **男女のマッチングは、男性は 1 人の女性を選び、女性は 1 人の男性を選ぶ。→一対一マッチング**
- **ゼミ選考は、生徒は複数のゼミを選び、ゼミも複数の生徒を選ぶ。→多対多マッチング**
- **面接コストを考慮すると応募するゼミに限りがあり、全てのゼミに応募できない。→制約付き**
- **ゼミ選考制度は制約付き多対多マッチングと呼べる。**

多対多マッチング

- 「安定性 (Stability)」の多対多マッチングへの拡張。
  - ペア安定 (pairwise-stable)
  - セット安定 (setwise-stable)
- 一対一や多対一の文脈ではペア安定の概念はセット安定と一致していた。
- しかし、多対多になるとそれらは異なるものとなり、ペア安定よりセット安定の方が条件の厳しい安定性の概念となる。

多対多マッチング

- P, Q を代替可能なプレイヤーの有限集合とおき、それぞれ m 人、n 人の要素をもつとする。
- 各プレイヤー $i \in P$ は r_i の、$j \in Q$ は s_j のキャパシティをもつ。
- 選好は a_{ij}, b_{ij} で判断し、前者は i の j に対する利得、後者は j の i に対する利得を示す。
- マッチング x を m 行 n 列の行列で表し、各要素 x_{ij} には 0 か 1 が入る。$x_{ij} = 1$ のとき i と j はマッチしていることを意味する。またこのとき $\sum_{q \in Q} x_{iq} \leq r_i \ \forall i \in P$、$\sum_{p \in P} x_{pj} \leq s_j \ \forall j \in Q$ が成り立つ。
- また、$C(i, x)$ は $x_{ij} = 1$ となる $j \in Q$ の集合を表し、$C(j, x)$ は $x_{ij} = 1$ となる $i \in P$ の集合を表すとする。

多対多マッチング

セット安定 (setwise-stable)

あるマッチング x がセット安定であるとは、全ての $i \in R,\ j \in S$ に対して以下のような条件を満たす非空の $R \subseteq P$ と $S \subseteq Q$ との提携によるマッチング x' が存在しないときのことをいう。

(1)if $x'_{iq} = 1$ then $q \in S \bigcup C(i,x)$ and if $x'_{pj} = 1$ then $p \in R \bigcup C(j,x)$

(2)$\sum_{q \in Q} a_{iq} x'_{iq} > \sum_{q \in Q} a_{iq} x_{iq}$ and $\sum_{p \in P} b_{pj} x'_{pj} > \sum_{p \in P} b_{pj} x_{pj}$

ペア安定 (pairwise-stable)

お互いがマッチすることで現在マッチしているペアよりも効用が上がるようなペア (i, j) が存在しないとき、マッチングはペア安定的であるという。

多対多マッチング

- P3 と P4 はマッチングを離れるインセンティブはない。P1 は Q1 とブロックしようとしてもダメ。P2 は Q2 とブロックしようとしてもダメ。
  →ペア安定
- P1, P2 は (Q3, Q4) より (Q1, Q2) のセットの方が効用があがる。Q1, Q2 は (P3, P4) より (P1, P2) のセットの方が効用があがる。
  →セット不安定

	Q1	Q2	Q3	Q4
P1	(10, 1)	(1, 10)	**(4, 10)**	**(2, 10)**
P2	(1, 10)	(10, 1)	**(4, 4)**	**(2, 4)**
P3	**(10, 4)**	**(4, 4)**	(2, 2)	(1, 2)
P4	**(10, 2)**	**(4, 2)**	(2, 1)	(1, 1)

多対多マッチング

- **一対一や多対一においては、セット安定とペア安定は実質上等しくなり、安定となるマッチングが必ず存在した。**
- **しかし、多対多においてはセット安定となるマッチングが必ず存在するとは限らない。**

多対多マッチング

- 今回のゼミ選考制度を考える上ではどうするか？
- 選考において面接を経ない限り、ゼミは応募してこなかった学生に対して利得を明示することは難しいため、ゼミが応募をしなかった生徒とセットとなり提携するのは極めて困難であると考える。
- 応募をしてきた学生に対して提携を結ぶ場合はペアで十分である。
- よって、提携はペアのみに生ずると仮定をおいて考えても、現実から大幅に乖離しないだろう。
→ペア安定を安定性の概念として利用する。

制度の概要と評価軸

- **以下の３つの制度を考え比較検討してみる。**
- 1. **一般アルゴ** (3 **回**)
- 2. DA **アルゴ** (**制約数** 2) + **一般アルゴ** (1 **回**)
- 3. DA **アルゴ** (**制約無し**)

制度の概要と評価軸

- 1. **安定性** (Stability)
  →**正当な不満** (justified envy) **を持つ人数**
- 2. **戦略的操作不可能性** (Strategy-proof)
  →**正直申告** (truth-telling) **を行った人数**
- 3. **効率性** (Efficiency)
  →**生徒、ゼミの平均順位**
- 4. **公平性** (Fairness)
  →**ノンゼミの数、残ってしまった定員の枠の数**
- 5. **実現可能性** (Feasibility)
  →**面接回数**

シミュレーション

- 学生 5 人ゼミ３つで各選好とキャパをランダムに発生させて比べてみた。→詳細な分析は github に載せてます。

	BOS	DAAdd	DA
Stability	1	0	0
Truth-telling	5	5	5
Efficiency	0.733, 2.167	0.9, 1.333	0.9, 1.333
Fairness	0, 0	0, 0	0, 0
Feasibility	9	13	15

Figure：正直申告下での比較

シミュレーション

	BOS	DAAdd	DA
Nash	2768	3136	3672
Stability	1.236	0.737	0.0
Truth-telling	1.116	1.083	1.02
Efficiency	0.769, 1.854	0.807, 1.626	0.923, 1.333
Fairness	0.0, 0.501	0.0, 0.25	0.0, 0.0
Feasibility	8.696	12.319	15.0

Figure : ナッシュ均衡における平均比較

実験デザイン

- **前回までは、学生** 9 **人** (**キャパ** [2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1]) vs **ゼミ** 4 **つ** (**キャパ** [2, 2, 4, 4])
- **新案：学生** 4 **人** (**キャパ** [1, 1, 2, 2]) vs **ゼミ４つ** (**キャパ** [1, 1, 2, 2])
- **学生数を減らすメリット**
  - otree **が重くなりすぎない。**
  - **人数が集まりやすい。**
- **学生数を減らすデメリット**
  - **実験と現実との乖離が増す。**
- **最低限、制度** 1(**現制度**) **と制度** 2(**新制度**) **の比較をしたい。**
  → 4 **人** x 5 **グループ** x 2 **制度** = 40 **人**
  →**友達もお金もないので** 40 **人実験できたらいい方**

今後の課題

- **制約付きマッチング問題に関する先行研究を読みこむ。**
  - Flip Klijin(2008), “Constrained School Choice.”
- **実験デザインを考え直し、11 月までに実験データ収集を行う。**

参考文献

- D. Gale and L.S. Shapley, "College Admissions and the Stability of Marriage," American Mathematical Monthly 69 (1962), 9-15
- Sotomayor, Marilda. "Three remarks on the many-to-many stable matching problem." Mathematical social sciences 38.1 (1999): 55-70.
- Calsamiglia, Caterina, Guillaume Haeringer, and Flip Klijn. "Constrained school choice: An experimental study." The American Economic Review (2010): 1860-1874.
- Toshiji Kawagoe, Taisuke Matsubae, and Hirokazu Takizawa. "Truth-telling and stability in school choice problme with affirmative action: theory and experiment," ESA European meeting 2015