# MOTOR ELÉCTRICO DE CORRIENTE CONTINUA E IMANES PERMANENTES Oscar G. Duarte

Modelo de un motor eléctrico de corriente continua y campo permanente acoplado a una carga mecánica sin fricción. El modelo permite calcular las principales variables eléctricas y mecánicas, así como las potencias en distintos elementos del sistema.

Se presenta la implementación muy conocida del modelo de un motor eléctrico de corriente continua de imanes permanentes. Está basada en implementaciones populares que se emplean en varios tutoriales de Modelica y OpenModelica.

Es un ejemplo típico de modelamiento de un sistema multidominio, pues incluye elementos del dominio eléctrico y mecánico. El modelo corresponde a un sistema lineal invariante en el tiempo de segundo orden, que no incluye fenómenos de fricción mecánica ni pérdidas magnéticas.

El modelo se ha seleccionado por su simplicidad como el sistema mínimo de ejemplo que acompaña la instalación de UN-VirtualLab



Figura 1: Rotor de un motor DC de imanes permanentes. Tomada de 🖰 con licencia de Creative Commons.

# Índice

1.	$\mathbf{El} \mathbf{n}$	nodelo		1
	1.1.	Princip	pios físicos	1
	1.2.	Forma	constructiva y principio de operación	2
	1.3.	Model	o matemático	5
		1.3.1.	Ecuación diferencial	5
		1.3.2.	Función de transferencia	6
			Estabilidad	
			Estado estacionario	
		1.3.5.	Comportamiento transitorio	7
2.	Plai	ntas de	e experimentación	8
3.	Exp	erimei	ntos sugeridos 1	1
		-	n <mark>entación</mark> o de Archivos	14 15

# 1. El modelo

# 1.1. Principios físicos

Los motores eléctricos aprovechan el fenómeno físico conocido como *Fuerza de Lorentz*. Este fenómeno puede enunciarse de la siguiente forma (véase, por ejemplo, [1], pag. 33):

Una carga  $\mathbf{q}$  que se mueve con velocidad  $\mathbf{v}$  en presencia de un campo magnético cuya densidad de flujo magnético es  $\mathbf{B}$ , experimenta una fuerza  $\mathbf{f}$  causada por dicho campo, calculada como<sup>1</sup>:

$$\mathbf{f} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{1}$$

Si en lugar de una carga eléctrica en movimiento lo que se tiene es una corriente eléctrica  $\mathbf{I}$  que circula a lo largo de un hilo de longitud L (y elemento diferencial  $d\mathbf{l}$ ), la ecuación  $\mathbf{1}$  se convierte en:

$$\mathbf{f} = \int_{L} (\mathbf{I} \cdot d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \tag{2}$$

Otro de los fenómenos involucrados en el funcionamiento del motor eléctrico es la *inducción electromagnética*. Este fenómeno se explica por la Ley de Faraday, que puede enunciarse como (véase, por ejemplo, [1], pag. 35):

La variación de flujo magnético al interior de un circuito cerrado induce una fuerza electromotriz igual al negativo de la rata de cambio del flujo magnético. En el caso de una espira atravesada por un flujo magnético  $\psi$ , la tensión inducida  $v_e$  se calcula como:

$$v_e = -\frac{d\psi}{dt} \tag{3}$$

En particular, cuando un hilo conductor de longitud L (y vector de dirección l) que forma parte de un circuito cerrado atraviesa un campo magnético de densidad de flujo  $\mathbf{B}$  a una velocidad  $\mathbf{v}$ , experimenta entre sus extremos una diferencia de tensión  $v_e$ 

$$v_e = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{l} \tag{4}$$

# 1.2. Forma constructiva y principio de operación

La figura 2 muestra el esquema de una forma constructiva posible para un motor DC de imanes permanentes que tiene las siguientes características principales<sup>2</sup>:

- $\blacksquare$  Existe un elemento fijo denominado *estator*. Adosado al estator se encuentra un iman que provee un campo magnético de densidad  $\mathbf{B}$ , cuya magnitud es B.
- Existe un elemento móvil denominado rotor. El rotor puede girar alrededor de un eje x-x'
- La figura 3 muestra el efecto que tiene el rotor sobre las líneas de campo magnético. En la figura 3(c) se destaca que las líneas de campo magnético son prácticamente radiales en el entrehierro, es decir perpendiculares al eje de rotación del motor.
- Adosado al rotor hay un arrollamiento que consta de N espiras. El largo de cada espira es L y el ancho es r, y por tanto tiene un área A = 2rL. La figura 4 ilustra la geometría de una espira.
- $\blacksquare$  A través del arrollamiento circula la corriente I, cuya magnitud es i.
- La corriente ingresa (y sale) del arrollamiento a través de un juego de escobillas y colector. Este elemento realiza una conmutación, de tal forma que el sentido de la corriente por el lado cercano a cada polo no se altera aunque la espira gire.

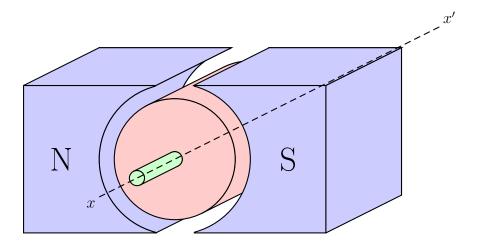


Figura 2: Esquema de una forma constructiva de un motor DC de imanes permanentes

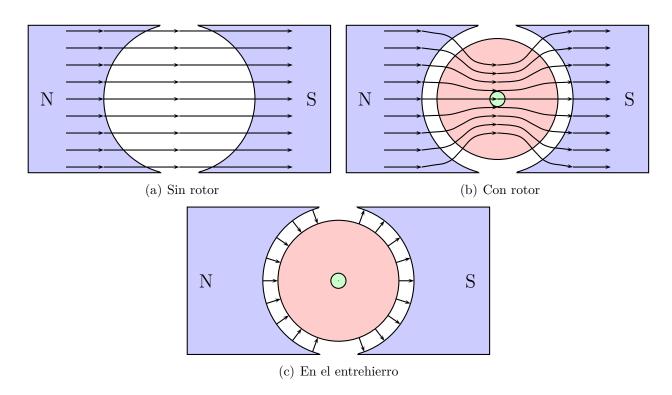
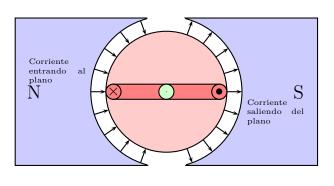
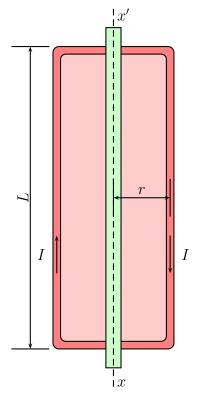


Figura 3: Líneas de campo magnético en un motor DC de imanes permanentes





(a) Una espira. Vista de frente

(b) Una espira. Vista de planta

Figura 4: Geometría de una espira

La corriente que circula por el lado derecho de la espira interactúa con el campo magnético produciendo una fuerza de Lorentz hacia arriba de valor f (ver figura 5). Al pasar por el lado izquierdo se produce otra fuerza de Lorentz del mismo valor f, pero hacia abajo. El valor de f se puede calcular como:

$$f = iLB \tag{5}$$

Cada una de esas fuerzas genera un par rotacional  $\tau = fr$  en el sentido antihorario. El par total recibido por el arrollamiento es T:

$$T = 2N\tau$$

$$T = 2NriLB$$

$$T = NABi$$

$$T = Ki$$
(6)

En donde se ha definido K = NAB, que resulta ser una constante que depende de aspectos constructivos del motor. La ecuación 6 muestra que el par rotacional es directamente proporcional a la corriente que circula en el arrollamiento.

El par generado produce una aceleración angular  $\alpha$  en el rotor. Si el momento de inercia total del rotor y su carga mecánica acoplada es J la segunda ley de newton de la rotación establece que

$$T = J\alpha \tag{7}$$

Por otra parte, en cada uno de los dos segmentos de las espiras que son paralelos al eje de rotación se induce una tensión  $V_e$  (ver figura 6). La tensión en cada espira será  $2V_e$ , y la tensión en el arrollamiento

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Las expresiones en las ecuaciones 1 y 2 son vectoriales; el operador × representa el producto vectorial.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Una descripción más extensa puede encontrarse en el capítulo 9 de [1]

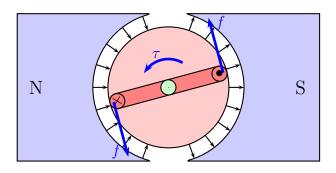


Figura 5: Fuerzas y torques en una espira

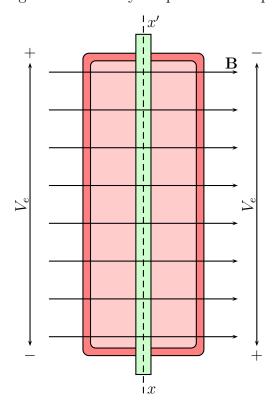


Figura 6: Fuerza electromotriz inducida en una espira

completo será la fuerza electromotriz  $fem=2NV_e$ . Si el rotor gira a una velocidad angular  $\omega$  la magnitud de la velocidad tangencial será  $v=\omega r$ . En esas condiciones:

$$fem = 2NV_e$$

$$fem = -2NvBL$$

$$fem = -2N\omega r L B$$

$$fem = -NAB\omega$$

$$fem = -K\omega$$
(8)

## 1.3. Modelo matemático

#### 1.3.1. Ecuación diferencial

La figura 7 muestra el diagrama del sistema modelado. Una fuente de tensión de valor  $v_s(t)$  suministra la energía al sistema. El circuito eléctrico del motor se ha modelado como un arreglo serie de tres

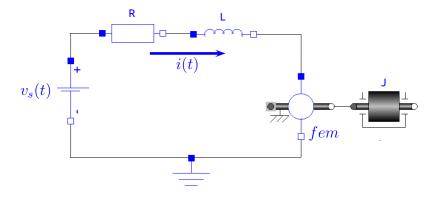


Figura 7: Diagrama de un motor DC de imanes permanentes acoplado a una carga mecánica

#### elementos:

- $\blacksquare$  Un resistor lineal cuya resistencia es R.
- Un inductor lineal cuya inductancia es L.
- ullet Una fuerza electromotriz fem de constante K. La tensión en la fem se representa por  $V_{fem}$

Utilizando la ley de tensiones de Kirchhoff, y haciendo uso de la ecuación 5 se puede escribir la ecuación del circuito eléctrico:

$$v_s(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + V_{fem}$$

$$v_s(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + K\omega(t)$$
(9)

A partir de las ecuaciones 6 y 7 se puede escribir:

$$Ki(t) = J\alpha(t)$$

$$Ki(t) = J\frac{d\omega(t)}{dt}$$

$$i(t) = \frac{J}{K}\frac{d\omega(t)}{dt}$$
(10)

Lo que permite reescribir la ecuación 9 como

$$v_s(t) = \frac{RJ}{K} \frac{d\omega(t)}{dt} + \frac{LJ}{K} \frac{d^2\omega(t)}{dt^2} + K\omega(t)$$

$$v_s(t) = \frac{LJ}{K} \frac{d^2\omega(t)}{dt^2} + \frac{RJ}{K} \frac{d\omega(t)}{dt} + K\omega(t)$$
(11)

#### 1.3.2. Función de transferencia

La ecuación 11 corresponde a un sistema lineal de segundo orden. Para realizar un análisis en el dominio de Laplace, podemos tomar la velocidad angular  $\omega(t)$  como la salida del sistema (véase, por ejemplo [2], pag.47). En esas condiciones, la función de transferencia resulta ser  $F(s) = \frac{W(s)}{V_s(s)}$  y puede

obtenerse de la siguiente forma:

$$V_{s}(s) = \frac{LJ}{K}W(s)s^{2} + \frac{RJ}{K}W(s)s + KW(s)$$

$$V_{s}(s) = \left(\frac{LJ}{K}s^{2} + \frac{RJ}{K}s + K\right)W(s)$$

$$V_{s}(s) = \frac{LJs^{2} + RJs + K^{2}}{K}W(s)$$

$$\frac{W(s)}{V_{s}(s)} = \frac{K}{LJs^{2} + RJs + K^{2}}$$

$$\frac{W(s)}{V_{s}(s)} = \frac{K}{LJs^{2} + RJs + K^{2}}$$

$$F(s) = \frac{K}{LJs^{2} + RJs + K^{2}}$$

$$F(s) = \frac{K}{LJs^{2} + RJs + K^{2}}$$

$$F(s) = \frac{K/LJ}{s^{2} + R/Ls + K^{2}/LJ}$$
(12)

#### 1.3.3. Estabilidad

Los polos de la función de transferencia obtenida en la ecuación 12 son

$$p_{1,2} = -\frac{R}{L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{L^2} - \frac{4K^2}{LJ}} \tag{13}$$

De la ecuación 13 se desprende que el sistema no puede tener polos con parte real positiva, y por tanto su comportamiento es estable (véase, por ejemplo [2], pag.71).

#### 1.3.4. Estado estacionario

A partir de la ecuación 12 es posible conocer la velocidad angular de estado estacionario ( $w_{ee}$ ) ante una entrada de tensión escalón de altura V (véase, por ejemplo [2], pag.93):

$$w_{ee} = \lim_{s \to 0} s \frac{V}{s} F(s)$$

$$w_{ee} = \lim_{s \to 0} s \frac{V}{s} \frac{K/LJ}{s^2 + R/Ls + K^2/LJ}$$

$$w_{ee} = V \frac{K/LJ}{0^2 + R/L0 + K^2/LJ}$$

$$w_{ee} = V \frac{K/LJ}{K^2/LJ}$$

$$w_{ee} = \frac{V}{K}$$

$$(14)$$

#### 1.3.5. Comportamiento transitorio

De la ecuación 13 se desprende que el comportamiento transitorio del sistema puede ser subamortiguado, sobreamortiguado o en amortiguamiento crítico (véase, por ejemplo [2], pag.73). La condición

de subamortiguamiento resulta ser:

$$\frac{4K^2}{LJ} > \frac{R^2}{L^2}$$

$$\frac{4K^2}{J} > \frac{R^2}{L}$$

$$K^2 > \frac{JR^2}{4L}$$

$$K > \frac{R}{2}\sqrt{\frac{J}{L}}$$
(15)

# 2. Plantas de experimentación

Planta de experim	entación I. Motor electrico DC de imanes permanentes	8
Experimento 1.1.	Segunda ley de Newton de la rotación	9
Experimento 1.2.	Tiempo de asentamiento de la velocidad angular	9
Experimento 1.3.	Velocidad angular estacionaria	9
Experimento 1.4.	Efectos de la carga mecánica en el circuito eléctrico	9
Experimento 1.5.	Simulación de dispositivos	9
Experimento 1.6.	Suma de potencias	9
Planta de experim	nentación 2. Motor eléctrico DC de imanes permanentes	11
Experimento 2.1.	Segunda ley de Newton de la rotación	12
Experimento 2.2.	Tiempo de asentamiento de la velocidad angular	12
Experimento 2.3.	Velocidad angular estacionaria	12
Experimento 2.4.	Efectos de la carga mecánica en el circuito eléctrico	12
Experimento 2.5.	Simulación de dispositivos	12
Experimento 2.6.	Suma de potencias	13

## Planta de experimentación 1 (Motor eléctrico DC de imanes permanentes)

**Presentación** Esta planta implementa el modelo de un motor eléctrico de corriente contínua y campo permanente acoplado a una carga mecánica sin fricción. La planta permite modificar los parámetros eléctricos y mecánicos principales, y visualizar el comportamiento de las variables mecánicas, eléctricas y las potencias en los diferentes elementos del sistema.

**Instrumentación** El modelo cuenta con 6 parámetros ajustables organizados en 3 grupos de controles (Ver tabla 5). Como resultado del experimento, el programa despliega:

- 11 curvas organizadas en 4 gráficos (Ver tabla 6).
- 1 animaciones en 2D (Ver tabla 7).
- Una tabla de datos del comportamiento de 11 variables (Ver tabla 8).

Experimentos sugeridos La siguiente es el listado de experimentos sugeridos:

#### Experimento 1.1 (Segunda ley de Newton de la rotación)

**Verifique el cumplimiento de la segunda Ley de Newton de la Rotación.** Analice qué tipo de relación hay entre el par mecánico y la aceleración angular. Pruebe para distintos valores del momento de inercia.

#### Experimento 1.2 (Tiempo de asentamiento de la velocidad angular)

¿Cuál es el tiempo de asentamiento de la velocidad angular? ¿Qué relación tiene con el momento de inercia? ¿Con la resistencia eléctrica? ¿con la inductancia eléctrica? Obtenga el tiempo en el que la velocidad angular llega al 95 % de su valor final. Realice el cálculo para diferentes condiciones de Momento de Inercia, Resistencia eléctrica e Inductancia Eléctrica.

#### Experimento 1.3 (Velocidad angular estacionaria)

¿Qué relación hay entre el valor estacionario de la velocidad angular y la tensión de alimentación? Encuentre el efecto que tiene el cambio en la tensión de alimentación sobre la velocidad angular estacionaria. Utilice el modelo matemático para deducir una expresión sobre esta relación y contrástela con el comportamiento del modelo.

#### Experimento 1.4 (Efectos de la carga mecánica en el circuito eléctrico)

¿Cómo incide la carga mecánica sobre las variables eléctricas del motor? Explore la relación entre la carga mecánica y las diferentes variables de tipo eléctrico que intervienen en el motor.

#### Experimento 1.5 (Simulación de dispositivos)

**Aplique el modelo para el diseño de un elemento rotacional activado por un motorDC.** Obtenga un modelo de software para simular el comportamiento de un dispositivo real que emplee un motor DC.

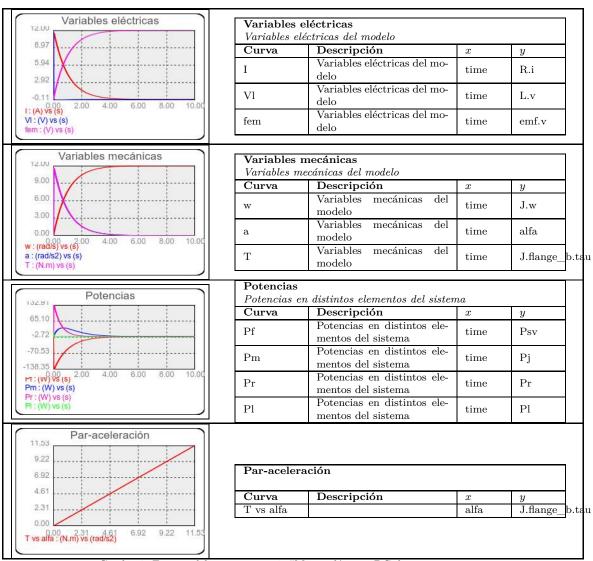
#### Experimento 1.6 (Suma de potencias)

Verifique que la suma total de potencias en el sistema es nula. Utilice la tabla de datos para verificar en una hoja electrónica cuánto suman las potencias en los diferentes elementos del sistema. Repita el ejercicio para diferentes condiciones de simulación.

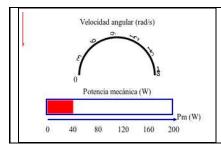
Título:	Motor DC
Descripción:	Motor eléctrico de corriente contínua y campo permanente acoplado
	a una carga mecánica sin fricción.

	Implementación	Oscar Germán Duarte V	Velasco Velasco
Créditos	e-mail	ail ogduartev@unal.edu.co	
	Parámetros		
Grupo	nombre Modelica	nombre	$descripci\'on$
Parámetros mecánicos	J.J	Inercia	Momento de inercia de la carga mecánica (kg.m2)
Parámetros eléctricos	R.R	Resistencia	Resistencia eléctrica del motor (Ohm)
rarametros electricos	L.L	Inductancia	Inductancia del motor (H)
	emf.k	Constante de conver- sión	Constante de conversión electromagnética (N.m/A)
	step.height	Alimentación	Tensión de alimenta- ción (V)
Parámetros de simulación	stopTime	Tiempo de parada	Tiempo de parada de la simulación

Cuadro 1: Parámetros del experimento 2, "Motor eléctrico DC de imanes permanentes"



Cuadro 2: Figuras del experimento 2, "Motor eléctrico DC de imanes permanentes"



Sensores Animación con sensores de variables del modelo			
	Efectos	8	
Nombre	Description	Tipo	Variable
Aguja-w	Sensor de velocidad angular	single	J.w
Barra-Pm	Sensor de potencia mecánica	single	Pj

Cuadro 3: Animaciones del experimento 2, "Motor eléctrico DC de imanes permanentes"

Variable	Descripción	Unidades
time	time	S
R.i	Current flowing from pin p to pin n	A
L.v	Voltage drop between the two pins (= p.v - n.v)	V
emf.v	Voltage drop between the two pins	V
J.w	Absolute angular velocity of component (= der(phi))	rad/s
alfa		rad/s2
J.flange_b.tau	Cut torque in the flange	N.m
Psv		W
Pj		W
Pr		W
Pl		W

Cuadro 4: Variables en la tabla de resultados del experimento 2, "Motor eléctrico DC de imanes permanentes"

# 3. Experimentos sugeridos

Planta de experim	nentación 1. Motor eléctrico DC de imanes permanentes	8
Experimento 1.1.	Segunda ley de Newton de la rotación	9
Experimento 1.2.	Tiempo de asentamiento de la velocidad angular	9
Experimento 1.3.	Velocidad angular estacionaria	9
Experimento 1.4.	Efectos de la carga mecánica en el circuito eléctrico	9
Experimento 1.5.	Simulación de dispositivos	9
Experimento 1.6.	Suma de potencias	9
Planta de experim	nentación 2. Motor eléctrico DC de imanes permanentes	. 1
Experimento 2.1.	Segunda ley de Newton de la rotación	2
Experimento 2.2.	Tiempo de asentamiento de la velocidad angular	2
Experimento 2.3.	Velocidad angular estacionaria	2
Experimento 2.4.	Efectos de la carga mecánica en el circuito eléctrico	2
Experimento 2.5.	Simulación de dispositivos	.2
Experimento 2.6	Suma de potencias	3

## Planta de experimentación 2 (Motor eléctrico DC de imanes permanentes)

**Presentación** Esta planta implementa el modelo de un motor eléctrico de corriente contínua y campo permanente acoplado a una carga mecánica sin fricción. La planta permite modificar los parámetros eléctricos

y mecánicos principales, y visualizar el comportamiento de las variables mecánicas, eléctricas y las potencias en los diferentes elementos del sistema.

**Instrumentación** El modelo cuenta con 6 parámetros ajustables organizados en 3 grupos de controles (Ver tabla 5). Como resultado del experimento, el programa despliega:

- 11 curvas organizadas en 4 gráficos (Ver tabla 6).
- 1 animaciones en 2D (Ver tabla 7).
- Una tabla de datos del comportamiento de 11 variables (Ver tabla 8).

Experimentos sugeridos La siguiente es el listado de experimentos sugeridos:

### Experimento 2.1 (Segunda ley de Newton de la rotación)

**Verifique el cumplimiento de la segunda Ley de Newton de la Rotación.** Analice qué tipo de relación hay entre el par mecánico y la aceleración angular. Pruebe para distintos valores del momento de inercia.

#### Experimento 2.2 (Tiempo de asentamiento de la velocidad angular)

¿Cuál es el tiempo de asentamiento de la velocidad angular? ¿Qué relación tiene con el momento de inercia? ¿Con la resistencia eléctrica? ¿con la inductancia eléctrica? Obtenga el tiempo en el que la velocidad angular llega al 95 % de su valor final. Realice el cálculo para diferentes condiciones de Momento de Inercia, Resistencia eléctrica e Inductancia Eléctrica.

#### Experimento 2.3 (Velocidad angular estacionaria)

¿Qué relación hay entre el valor estacionario de la velocidad angular y la tensión de alimentación? Encuentre el efecto que tiene el cambio en la tensión de alimentación sobre la velocidad angular estacionaria. Utilice el modelo matemático para deducir una expresión sobre esta relación y contrástela con el comportamiento del modelo.

#### Experimento 2.4 (Efectos de la carga mecánica en el circuito eléctrico)

¿Cómo incide la carga mecánica sobre las variables eléctricas del motor? Explore la relación entre la carga mecánica y las diferentes variables de tipo eléctrico que intervienen en el motor.

#### Experimento 2.5 (Simulación de dispositivos)

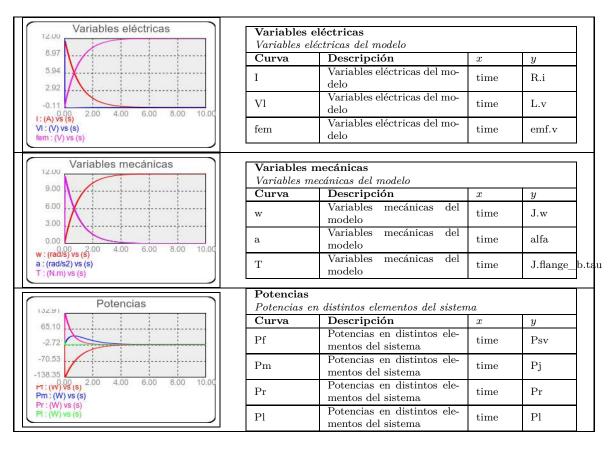
Aplique el modelo para el diseño de un elemento rotacional activado por un motorDC. Obtenga un modelo de software para simular el comportamiento de un dispositivo real que emplee un motor DC.

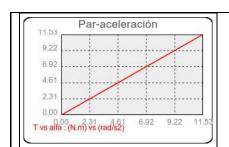
#### Experimento 2.6 (Suma de potencias)

**Verifique que la suma total de potencias en el sistema es nula.** Utilice la tabla de datos para verificar en una hoja electrónica cuánto suman las potencias en los diferentes elementos del sistema. Repita el ejercicio para diferentes condiciones de simulación.

Título:	Motor DC	_		
Descripción:	Motor eléctrico de corriente contínua y campo permanente acoplado			
	a una carga mecánica	sin fricción.		
	Implementación	Oscar Germán Duarte V	/elasco	
Créditos	e-mail	ogduartev@unal.edu.co		
	Parámetros			
Grupo	nombre Modelica	nombre	$descripci\'on$	
Parámetros mecánicos	J.J	Inercia	Momento de inercia de la carga mecánica (kg.m2)	
Danámatnas alástricas	R.R	Resistencia	Resistencia eléctrica del motor (Ohm)	
Parámetros eléctricos	L.L	Inductancia	Inductancia del motor (H)	
	emf.k	Constante de conver- sión	Constante de conversión electromagnética (N.m/A)	
	step.height	Alimentación	Tensión de alimenta- ción (V)	
Parámetros de simulación	stopTime	Tiempo de parada	Tiempo de parada de la simulación	

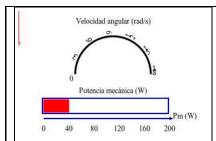
Cuadro 5: Parámetros del experimento 2, "Motor eléctrico DC de imanes permanentes"





Par-aceler	ación		
Curva	Descripción	x	y
T vs alfa		alfa	J.flange_b.ta

Cuadro 6: Figuras del experimento 2, "Motor eléctrico DC de imanes permanentes"



Sensores Animación con sensores de variables del modelo				
	Efectos	S		
Nombre	Description	Tipo	Variable	
Aguja-w	Sensor de velocidad angular	single	J.w	
Barra-Pm	Sensor de potencia mecánica	single	Pj	

Cuadro 7: Animaciones del experimento 2, "Motor eléctrico DC de imanes permanentes"

Variable	Descripción	Unidades
time	time	s
R.i	Current flowing from pin p to pin n	A
L.v	Voltage drop between the two pins (= p.v - n.v)	V
emf.v	Voltage drop between the two pins	V
J.w	Absolute angular velocity of component (= der(phi))	rad/s
alfa		rad/s2
J.flange_b.tau	Cut torque in the flange	N.m
Psv		W
Pj		W
Pr		W
Pl		W

Cuadro 8: Variables en la tabla de resultados del experimento 2, "Motor eléctrico DC de imanes permanentes"

# 4. La implementación

La implementación del modelo se basa en la implementación propuesta en [3] (pag. 18); a este modelo se la han adicionado las variables de aceleración angular y la potencia transformada en varios elementos del sistema.

El modelo utiliza una única clase DCmotor, que se construye interconectando elementos disponibles en la *Modelica Standard Library* (MSL). El archivo DCmotor.mo muestra el código fuente de la implementación.

No se ha hecho uso de los elementos del paquete *Electrical.Machines* de la *Modelica Standard Library*, pese a que allí se incluye una implementación más detallada de las máquinas de corriente contínua en general. Esta decisión se ha tomado para que el ejemplo resulte más ilustrativo en relación con el uso

#### 4.1. Listado de Archivos

El cuadro 9 Muestra el listado de los archivos fuente de la implementación del modelo.

Cuadro 9: Archivos del modelo

Número	Archivo
1	DCmotor.mo

Archivo 1: DCmotor.mo

```
model DCmotor
  Modelica. Electrical. Analog. Basic. Resistor R(R = 1);
  Modelica . Electrical . Analog . Basic . Inductor L(L = 0.01);
  Modelica. Electrical. Analog. Basic. EMF emf(k = 1);
  Modelica. Electrical. Analog. Basic. Ground g;
  Modelica. Blocks. Sources. Step_step(height = 12);
  Modelica. Mechanics. Rotational. Components. Inertia J(J=1);
  Modelica. Electrical. Analog. Sources. Signal Voltage SV;
  Modelica. SIunits. Power Psv "Potencia en la fuente";
  Modelica. SIunits. Power Pr "Potencia en la resistencia";
  Modelica. SIunits. Power Pl "Potencia en la inductancia";
  Modelica. SIunits. Power Pj "Potencia en la carga mecánica";
  Modelica. SIunits. Power PT "Potencia total";
  Modelica. SIunits. Angular Acceleration alfa "Aceleración angular";
equation
  connect(L.n,emf.p);
  connect (R.n,L.p);
  connect (SV.p,R.p);
  connect (SV.n,g.p);
  connect (emf.n,g.p);
  connect(step.y,SV.v);
  connect (emf. flange, J. flange_b);
        = SV.v
                   * SV.i;
  Psv
  Pr
        = R.v
                   * R. i:
  P1
        = L.v
                   * L.i;
  Ρi
        = J.flange b.tau
                             * J.w;
 PT=Psv+Pr+Pl+Pj+PT;
  alfa=der(J.w);
end DCmotor;
```

# Referencias

- [1] Stephen Chapman. Máquinas eléctricas. McGrawHill, 2005.
- [2] Oscar Duarte. Análisis de sistemas dinámicos lineales. Universidad Nacional de Colombia, 2005.
- [3] Peter Fritzson, Adrian Pop, Adeel Asghar, Willi Braun, Jens Frenkel, Lennart Ochel, Martin Sjölund, Per Östlund, Olena Rogovchenko, Peter Aronsson, Mikael Axin, Bernhard Bachmann, Vasile Baluta, Robert Braun, David Broman, Stefan Brus, Francesco Casella, Filippo Donida, Anand Ganeson, Mahder Gebremedhin, Pavel Grozman, Daniel Hedberg, Michael Hanke, Alf Isaksson, Kim Jansson,

Daniel Kanth, Tommi Karhela, Juha Kortelainen, Abhinn Kothari, Petter Krus, Alexey Lebedev, Oliver Lenord, Ariel Liebman, Rickard Lindberg, Håkan Lundvall, Abhi Raj Metkar, Eric Meyers, Tuomas Miettinen, Afshin Moghadam, Maroun Nemer, Hannu Niemistö, Peter Nordin, Kristoffer Norling, Arunkumar Palanisamy, Karl Pettersson, Pavol Privitzer, Jhansi Reddy, Reino Ruusu, Per Sahlin, Wladimir Schamai, Gerhard Schmitz, Alachew Shitahun, Anton Sodja, Ingo Staack, Kristian Stavåker, Sonia Tariq, Mohsen Torabzadeh-Tari, Parham Vasaiely, Niklas Worschech, Robert Wotzlaw, Björn Zackrisson, and Azam Zia. Openmodelica users guide for openmodelica 1.9.0 beta3. version 2013-01-28. Technical report, Open Source Modelica Consortium, 2013.