Minta zh az anyag számelmélet részéből

A rendelkezésre álló idő 120 perc. Minden segédeszköz használható, mindaddig, amíg a munkát a hallgató önállóan végzi.

1. [papíron, 9 pont]
A bővített euklideszi algoritmus segítségével
keressük meg az alábbi (a,b) számpárok legnagyobb közös osztóját, *d*-t. A bővített változatot használjuk, tehát olyan *s, t* egészeket is adjunk meg, melyekkel d = as + bt.

A) a = 29, b = 12
B) a = 110, b = 28
C) a = 55, b = 34

2. [papíron, 9 = 4 + 2 + 3 pont]
Az alábbi problémák megoldását adjuk meg a tanult alakban, vagy adjunk meg indoklást arra, miért nincs megoldás. Az előző feladatban kapott *d, s, t* értékeket is használhatjuk.

A) Oldjuk meg az egészek körében a 29x + 12y = 500 egyenletet. Mik a pozitív megoldások?

B) Oldjuk meg a következő kongruenciát:

$$28x \equiv 33 \pmod{110}$$

C) A kínai maradéktétel segítségével adjuk meg az alábbi kongruenciarendszer megoldását:

$$x \equiv 7 \pmod{55}$$
$$x \equiv 5 \pmod{34}$$

3. [számítógéppel, 9 pont]
Legyen p prímszám. Azt mondjuk, hogy egy S egy egész szám „négyzetszém mod p", ha van olyan x egész, melyre:

x^2 = S (mod p)

Például 2 négyzetszám mod 7, mert 3^2 ≡ 2 (mod 7).
Keressük meg programmal a legkisebb olyan páratlan pozitív p prímet, melyre létezik 8 egymást követő szomszédos négyzetszám mod p.

4. [papíron vagy géppel vagy vegyesen, 9 pont]

Számítsuk ki a 2023^2025^2027 hatvány maradékát
A) modulo 100,
B) modulo 37,
C) modulo 1001.

5. [gépen, 9 pont]

Létezik egy kétjegyű K szám, melyre a következő teljesül:
Ha LNKO(x, 187) = 1, és y ≡x^7 (mod 187), akkor y^K ≡ x (mod 187).
Keressük meg ezt a K számot.