

1. Az $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ paraméterektől függően jellemezze az alábbi függvény folytonosságát és szakadási helyeit, adja meg a szakadási helyek típusait.

$$f(x) = \begin{cases} \alpha, & \text{ha } x \leq 0; \\ \frac{1-x^2}{\sqrt{x}-\sqrt{2-x}}, & \text{ha } x \in (0, 1); \\ 3\beta x^2 + \beta^2, & \text{ha } x \geq 1. \end{cases}$$

2. Számítsa ki az alábbi határértékeket:

a) $\lim_{x \rightarrow 0+0} (\sqrt{x})^{\sin x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 5x - 3}{x(e^x - 1)}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x \sin(x) - 6 \sin(x^2) + x^4}{x^5(e^x - 1)}$

3. Írja fel az

$$f(x) = \sqrt[4]{1+x}, \quad (x \geq -1)$$

függvény 0 középpontú, harmadfokú Taylor polinomját. Adjon hibabecslést a $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ intervallumon. Közelítse $\sqrt[4]{20}$ értékét a polinom $x = \frac{1}{4}$ helyen felvett értékének felhasználásával, és adjon becslést a közelítés hibájára.

4. Végezzen teljes függvényvizsgálatot, majd vázolja az alábbi f függvény grafikonját.

$$f(x) = x - \frac{x}{(x+1)^2}, \quad (x \neq -1).$$