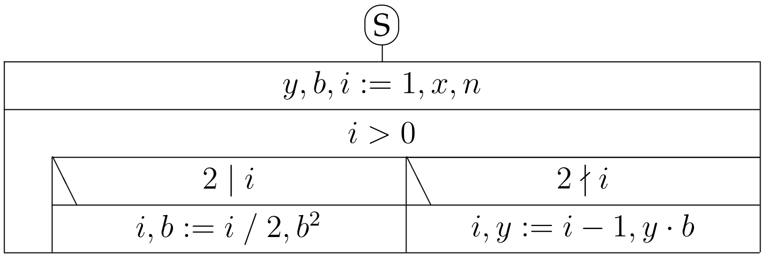
Programozáselmélet - minta 2. ZH

1. $A = (x{:}\mathbb{N}, n{:}\mathbb{N}, y{:}\mathbb{N})$
   $B = (x'{:}\mathbb{N}, n'{:}\mathbb{N})$
   $Q = (x = x' \wedge n = n' \wedge x > 0)$
   $R = (Q \wedge y = x^n)$
   Az S program alap-állapottere $(x{:}\mathbb{N}, n{:}\mathbb{N}, y{:}\mathbb{N})$. $b{:}\mathbb{N}$ és $i{:}\mathbb{N}$ segédváltozói a programnak.



   Legyen $Q' = (Q \wedge y = 1 \wedge b = x \wedge i = n)$ a szekvencia közbülső állítása, $P = (Q \wedge y \cdot b^i = x^n)$ ciklusinvariáns és $t : i$ terminálófüggvény.
   Bizonyítsd be hogy az S program megoldja a specifikált feladatot.

2. Legyen $A = [1..6]$ és legyenek $S_1, S_2 \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{fail\})^{**}$ a következő programok:

$$S_1 = \begin{Bmatrix} 1 \to <1,4,3> & 1 \to <1,2,4> & 2 \to <2,2,\dots> \\ 2 \to <2,1,4,6> & 3 \to <3,5,1> & 4 \to <4,5,3> \\ 5 \to <5,1,fail> & 6 \to <6,3,1,5> & \end{Bmatrix}$$

$$S_2 = \begin{Bmatrix} 1 \to <1,3,2> & 1 \to <1,2,4> & 2 \to <2,6> \\ 3 \to <3,4> & 4 \to <4,fail> & 4 \to <4,5,1> \\ 5 \to <5> & 6 \to <6,4,3,2> & \end{Bmatrix}$$

   – Határozd meg az $(S_1; S_2)$ szekvenciát.
   – Legyenek $\pi_1, \pi_2 \in A \to \mathbb{L}$ logikai függvények, úgy hogy
     $\pi_1 = \{(1, igaz), (2, igaz), (4, igaz), (5, hamis), (6, hamis)\}$ és
     $\pi_2 = \{(1, igaz), (2, hamis), (3, igaz), (4, igaz), (5, hamis)\}$.
     Határozd meg a $(\pi_1{:}S_1, \pi_2{:}S_2)$ elágazást.

3. Legyen $A = [1..5]$, $S_0 \subseteq A \times (\bar{A} \cup \{fail\})^{**}$ program, továbbá $\pi\colon A \to \mathbb{L}$ úgy hogy $\lceil \pi \rceil = \{1, 2, 3, 4\}$.

$$S_0 = \begin{Bmatrix} 1 \to <1,2,4> & 2 \to <2> & 3 \to <3,4,2> \\ 3 \to <3,5> & 3 \to <3,3,3,\dots> & 4 \to <4,5,3,4> \\ 4 \to <4,1,3> & 5 \to <5,5,\dots> & \end{Bmatrix}$$

   Határozd meg a (π, S_0) ciklust.

4. $A = (x{:}\mathbb{N}, n{:}\mathbb{N}, z{:}\mathbb{N})$
$B = (x'{:}\mathbb{N}, n'{:}\mathbb{N})$
$Q = (x = x' \wedge n = n' \wedge x > 0)$
$R = (z = x'^{n'})$

Jelölje S a következő programot:

$\{x > 0\}$
$z := 1;$
$\{Inv\}$
parbegin $S_1 \| S_2$ **parend**
$\{z = x'^{n'}\}$

$S_1:$

$\{Inv\}$
```
while n ≠ 0 do
```
$\{Inv \wedge n \neq 0\}$
```
   n,z := n−1,z·x
od
```
$\{z = x'^{n'} \wedge n = 0\}$

$S_2:$

$\{Inv\}$
```
while n ≠ 0 do
```
$\{Inv\}$
```
   await even(n) then
      x,n := x·x,n/2
   ta
od
```
$\{z = x'^{n'} \wedge n = 0\}$

Inv jelöli a ciklusok invariánsát: $Inv = (z \cdot x^n = x'^{n'})$
A ciklusok termináló függvénye: $t\colon n$

Bizonyítsd be hogy az S program megoldja a specifikált feladatot.