Analízis II F ZH 1 2020.10.21

1. Keresse meg azokat az $a, b \in \mathbb{R}$ paramétereket, hogy differenciálható legyen az alábbi függvény minden $x \in \mathbb{R}$ esetén! (10 pont)

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot \operatorname{arc\,tg}(bx) + (x+a)e^x, & \text{ha } x \le 0, \\ x^2 + 2x + 3a - \dfrac{b}{x+1}, & \text{ha } x > 0. \end{cases}$$

2. Keresse meg azt a maximális területű téglalapot amelynek egyik oldala az x tengelyen fekszik, és két csúcsa az

$$f(x) := \frac{1}{1+x^2} \qquad (x \in \mathbb{R})$$

függvény grafikonján helyezkedik el! (10 pont)

3. L'Hospital-szabály segítségével számítsuk ki az alábbi határértékeket!(4+6 pont)

$$a)\ \lim_{x \to 0} \frac{\cos(\frac{\pi}{2} - x)}{x^2 + \sin(2x)}, \qquad b)\ \lim_{x \to 0+0} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}.$$

4. Teljes függvényvizsgálat végzése után vázolja az

$$f(x) := \frac{x}{2} + \frac{2}{x^2} - \frac{3}{2} \qquad \big(x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}\big)$$

függvény grafikonját! (12 pont)

5. Írja fel az alábbi függvény 0 középpontú másodfokú Taylor-polinomját, és adjon becslést a közelítés hibájára a $[0, \frac{1}{8}]$ intervallumon! (8 pont)

$$f(x) := \sqrt[3]{1+4x} \qquad \left(x > -\frac{1}{4}\right).$$