**1. [paper based, 9 points]**

Végezzünk maradékos osztást az alábbi polinomokkal (Azaz adjuk meg azokat a Q és R polinomkat, melyekkel f = gQ + R, és R foka kisebb, mint g foka).

A) f = x^4 + 3x^3 + 2x^2 + 6x - 5, g = x - 2, racionális együtthatók

B) f = x^3 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 1, g = x + 2, modulo 5 együtthatók

C) f = x^7 + x^5 + x^2 + 1, g = x^2 + x + 1, modulo 2 együtthatók

**2. [paper based, 9 = 4 + 4 + 1 points]**

Az alábbi feladat racionális együtthatós polinomokra vonatkozik.

A) Mely P és Q értkekre igaz, hogy az f = x^4 + 3x^3 + Px^2 - x + Q

polinom maradéka 7, ha a g = x-2 polinommal osztjuk?

B) Mely P és Q értkekre igaz, hogy az f = x^3 + 2x^2 + Px - 2Q

polinom maradéka 0, ha a g = x-3 polinommal osztjuk?.

C) Mely P, Q értékpárokra teljesül mindkét fenti feltétel?

**3. [computer+paper based, 3 + 3 + 3 points]**

A) Keressük meg az a legfeljebb negyedfokú racionális együtthatós G polinomot, melyre of G(0) =1, G(1) = 2, G(2) = 4, G(3) = 8, és G(4) = 16. Mennyi G(5), illetve G(6)? Használhatjuk a beépített interpoláció függvényt sage-ben.

B) Keressük meg az a legfeljebb negyedfokú modulo 7 együtthatós G polinomot, melyre of G(0) =1, G(1) = 2, G(2) = 4, G(3) = 8, és G(4) = 16. Mennyi G(5), illetve G(6)? Használhatjuk a beépített interpoláció függvényt sage-ben.

C) (Indokoljunk szavakkal, de előtte kísérletezhetünk géppel.) Van-e olyan modulo 4 polinom, G(0) =1, G(1) = 2, G(2) = 4, G(3) = 8, és G(4) = 16?

**4. [paper or computer based, 9 points]**

Milyen p, q és m értékekre igaz, hogy az x^4 + px + q polinom maradék nélkül osztható az x^2 + mx + 1 polinommal? Mindkét polinom együtthatói a modulo 13 értendők.

**5. [computer based, 9 points]**

Egy kódban a kódszavak képzési szabálya az, hogy egy tetszőleges 3 hosszúságú modulo 5 (a, b, c) sorozatot veszünk, és a hozzá kapcsolódó kódszó az (a, b, c, a+b+c, a+2b+abc). Mennyi ennek a kódnak a távolsága? Megjegyzés: összesen 125 kódszó van, mert ennyi eleme van az {(a,b,c) | a, b, c = 0, 1, 2, 3 or 4} halmaznak.

Próbáljuk meg a kód távolságát növelni úgy, hogy néhány kódszót törlünk belőle. Próbáljunk meg minél kevesebbet elhagyni.