

Név: NEPTUN: Pont:

Jegy:

A számításelmélet alapjai 1 – mintavizsga

0-23: elégtelen(1), 24-32: elégséges(2), 33-41: közepes(3), 42-50: jó(4), 51-60: jeles(5)

1. Igaz vagy hamis? (Írjuk az I=igaz, H=hamis betűk egyikét a négyzetbe.) (20x1 pont)



Legyen V tetszőleges ábécé és $L \subseteq V^*$ tetszőleges nyelv. Ekkor $L^3 = \{uuu \mid u \in L\}$.



$|\{a, aa\}^2| = 4$



Az $(ab)^*$ és az a^*b^* reguláris kifejezések ugyanazt a nyelvet írják le.



Minden h homomorfizmusra $h(\varepsilon) = \varepsilon$.



Minden 2-típusú nyelv leírható reguláris kifejezéssel.



Minden ballineáris grammatika egyben lineáris grammatika is.



Ha a $G = (N, T, P, S)$ grammatika 3-as normálformájú, akkor minden egyes szabályának alakja $A \rightarrow aB$ ($A, B \in N, a \in T$) vagy $A \rightarrow a$ ($A \in N, a \in T$).



Ha a $G = (N, T, P, S)$ grammatika minden egyes szabályának alakja $A \rightarrow aB$ ($A, B \in N, a \in T$) vagy $A \rightarrow a$ ($A \in N, a \in T$), akkor G 3-as normálformájú.



Legyen $A = (Q, T, \delta, Q_0, F)$ tetszőleges nemdeterminisztikus véges automata. Ekkor megadható olyan A' determinisztikus véges automata, amelyre $L(A') = L(A)$ teljesül.



Ha L -nek véges sok páronként különböző maradéknyelve van, akkor reguláris.



Tegyük fel, hogy egy $A = (Q, \{a, b\}, \delta, q_0, F)$ véges determinisztikus automatában az $r \in F$ állapotra $\delta(r, a) = r$ és $\delta(r, b) = s$. Ekkor $L(A, r) = \{a\}L(A, r) \cup \{b\}L(A, s)$.



A 2-típusú grammatikák elérhető nemterminálisai aktívak.



Minden Chomsky normálformájú grammatika környezetfüggő grammatika is egyben.



A reguláris nyelvek zártak a tükrökép (megfordítás) műveletre.



Legyen $A = (Z, Q, T, \delta, z_0, q_0, F)$ tetszőleges veremautomata. Ekkor $N(A)$ 1-típusú nyelv.



Legyen $A = (Z, Q, T, \delta, z_0, q_0, F)$ egy veremautomata. Ekkor a $(z, q) \in \delta(z, q, \varepsilon)$ átmenet szerinti egylépéses redukció hatására a verem eggyel több betűt fog tartalmazni, mint előtte ($z \in Z, q \in Q$).



Legyen $A = (Z, Q, T, \delta, z_0, q_0, F)$ tetszőleges veremautomata. Ekkor megadható olyan A' determinisztikus veremautomata, amelyre $L(A') = L(A)$ teljesül.



Legyen $G = (N, T, P, S)$ egy tetszőleges környezetfüggetlen grammatika. Ha egy levezetési fában egy 2-gyerekes, A címkéjű csúcsnak a baloldali gyereke B , a jobboldali C , akkor az $A \rightarrow BC$ szabály P -beli.





Minden Kuroda normálformájú grammatika hossznemcsökkentő grammatika is egyben.



Bármely környezetfüggő grammatika 0-típusú nyelvet generál.

2. Adjuk meg a választ! Indoklás nem kell.

(10x2 pont)

- (a) $\emptyset^0 = \dots$ 
- (b) Legyen $G = (N, T, P, S)$ egy grammatika és $u, v \in (N \cup T)^*$. Definiálja, hogy mit jelent az, hogy v u -ból egy lépésben levezethető. ($u \Rightarrow_A v$)
-
- (c) Legyenek $G_1 = (\{A\}, \{a, b\}, \{A \rightarrow abA \mid b\}, A)$ és $G_2 = (\{B\}, \{a, b\}, \{B \rightarrow baB \mid b\}, B)$ reguláris grammatikák. Adjunk meg egy $L(G_1)L(G_2)$ -t generáló reguláris grammatikát a zártsági tételben tanult konstrukció alapján (a kezdőszimbólumát is mondjuk meg!):
-
- (d) Legyen $A = (Q, T, \delta, Q_0, F)$ egy nemdeterminisztikus véges automata. Adja meg a δ állapot-átmenet függvényének definícióját!
- 
-
- (e) Legyen A egy véges nemdeterminisztikus automata 4 állapottal, melyek közül 3 elfogadó. A tanult konstrukció szerint létezik olyan A -val ekvivalens A' determinisztikus automata, melynek állapothalmaza A állapothalmazának hatványhalmaza. Mekkora méretű ebben a konstrukcióban A' elfogadó állapothalmaza?
- (f) Tekintsük az alábbi grammatikát. (S a kezdőszimbólum, a, b a terminálisok)
- $$S \rightarrow SA \mid CX, \quad A \rightarrow \varepsilon \mid XY, \quad B \rightarrow AA, \quad C \rightarrow AX, \quad X \rightarrow a, \quad Y \rightarrow b$$
- Mi lesz a Chomsky normálformára alakítás algoritmusának ε -mentesítési lépése során a szabályrendszer átalakításához meghatározandó U halmaz?
-
- (g) Tegyük fel, hogy a CYK algoritmus egy bemenetére a
- $$H_{33} = \{A, C\}, \quad H_{44} = \{B\}, \quad H_{55} = \emptyset \text{ valamint a } H_{34} = \{B\}, \quad H_{45} = \{C\}$$
- értékeket már ismerjük. Tegyük fel továbbá, hogy a G grammatika azon szabályai, amelyek csak A, B, C -t tartalmaznak a jobboldalukon a következők:
- $$S \rightarrow CA \mid BC, \quad D \rightarrow AC, \quad E \rightarrow AC \mid BB.$$
- Ekkor $H_{35} = \dots$
- (h) Adjuk meg azt a veremautomata szabályt, amelyik egy ε átmenet hatására kitörli a veremből a b szimbólumot és a q állapotból az r állapotba lép.
-
- (i) Egy $G = (N, T, P, S)$ környezetfüggetlen grammatika aktív nemterminálisainak definíciója:
-
- (j) Egy $A = (Z, Q, T, \delta, z_0, q_0, F)$ veremautomata által üres veremmel elfogadott $N(A)$ nyelv definíciója:
-

3. (4+6+6+4 pont)

(a) Legyen $G = (N, T, P, S)$ egy 3-típusú grammatika. Ismertesse a zártsági tételben tanultak alapján egy $L(G)^*$ -t generáló 3-típusú grammatika konstrukcióját!

(b) Ismertesse, hogy hogyan készíthető egy 3-as normálformájú $G = (N, T, P, S)$ grammatikához $L(G)$ -t leíró reguláris kifejezés ($E_{i,j}^k$ halmazok rekurzív konstrukciója).



(c) Mutassa be a környezetfüggetlen grammatikák láncmentesítési eljárását. ($H(A)$ halmazok és algoritmikus előállításuk, valamint a grammatika átalakítása.)

(d) Mondja ki a Nagy Bar Hillel Lemmát!