Gyakorló kérdések a 3. előadás anyagához

1. Mi a lineáris leképezés definíciója?

2. Mik a projektív és affin transzformációk? Milyen algebrai struktúrát alkotnak a konkatenáció (transzformáció kompozíció) műveletével?

3. Bizonyítsd be, hogy a baricentrikus koordináták affin invariánsak!

4. Ismertesd az eltolás transzformációját! (Definíció, inverz, algebrai struktúra)

5. Ismertesd a forgatás transzformációját! (Definíció, inverz, algebrai struktúra)

6. Ismertesd a méretezés transzformációját! (Definíció, inverz, algebrai struktúra) Milyen speciális esetei vannak, hogyan hatnak ezek a sodrásirányra, van-e minden esetben inverz?

7. Mi a merőleges vetítés transzformációs mátrixának inverze?

8. Az $\mathbf{R}_X(\alpha), \mathbf{R}_Y(\beta), \mathbf{R}_Z(\gamma)$, X, Y és Z tengely körüli elforgatások és a $\mathbf{T}(x, y, z)$ transzlációs mátrixok felhasználásával hogyan lehet felírni egy $\begin{bmatrix}5\\0\\4\end{bmatrix}$ középpontú, XZ síkban fekvő, 3 sugarú kör mentén történő forgatás transzformációs mátrixát?

9. Vezesd le az $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ ortonormált bázisból az $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ ortonormált bázisba való áttérés transzformációs mátrixát!

10. Hogyan kell felületi normálisokat (normálvektorokat) transzformálni?

11. Legyen adott egy felületi pont és a hozzá tartozó modell (világ) transzformációnk:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 2 & 0\\0 & 0 & 4\end{bmatrix}$$

    A felületi normális az adott pontban a modell saját koordinátarendszerében $\mathbf{n} = \begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}$.

    Mi lesz transzformált felületi normális a világ-koordinátarendszerben?

12. Mik lesznek a $\begin{bmatrix}3\\4\\4\end{bmatrix}$ pont koordinátái a $\begin{bmatrix}2\\2\\2\end{bmatrix}$ origójú, $\mathbf{i} = \begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$, $\mathbf{j} = \begin{bmatrix}0\\-1\\0\end{bmatrix}$, $\mathbf{k} = \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$ tengelyű bázisban?

13. Tegyük fel, hogy oszlopvektorkat használunk és a mátrixokhoz jobbról szorozzuk a vektorok. Ekkor a következő 4x4-es mátrixoknak mi a legszűkebb transzformációs osztálya, azaz lineáris, affin vagy projektív transzformációkat azonosítanak-e? Mik lesznek ezek

a legszűkebb transzformációs osztályok, ha vektoraink sorvektorok és a mátrixokhoz a vektorokat balról szorozzuk?

(A) $\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (B) $\begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ (C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 6 \\ 4 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$