

Gyakorló kérdések a 2. előadás anyagához

1. Mi a pont és a vektor? Milyen műveleteket végezhetünk el a pontokon és vektorokon?
2. Hogyan néz ki egy térbeli jobbsodrású illetve balsodrású koordináta-rendszer?
3. Legyen adott egy balsodrású koordináta-rendszer,  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  bázisvektorokkal. Ugyanebből az origóból az  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, -\mathbf{k}$  vektorokkal képezzünk egy jobbsodrású rendszert (rajzold le)! Mik lesznek a balsodrású rendszerben  $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$  koordinátákkal azonosított pontok koordinátái a jobbsodrásúban?
4. Mi a síkbeli polárkoordináta-rendszer definíciója? Hogyan számíthatóak egy Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszerben adott pont polárkoordinátái? Hogyan számíthatóak egy polárkoordinátákkal adott pont Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszerbeli koordinátái?
5. Mik a következő Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszerben adott  $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  pontok  $(r, \phi)$  polárkoordinátái ?  

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -3 \\ -3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ -4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix}.$$
Emlékeztető: nevezetes szögek és szögfüggvényeik a koordináták által meghatározott derékszögű háromszögekben!
6. Mik a következő  $(r, \phi)$  polárkoordinátákkal adott pontok  $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  koordinátái Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszerben?  
 $(r, \phi) = (1, 0), (2, \frac{\pi}{2}), (3, \pi), (4, \frac{3\pi}{2}), (\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}), (\sqrt{8}, \frac{3\pi}{4}), (\sqrt{18}, \frac{5\pi}{4}), (\sqrt{32}, \frac{7\pi}{4}), (2, \frac{\pi}{3}).$
7. Mi a gömbi/térbeli polárkoordináta-rendszer definíciója? Hogyan számíthatóak egy Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszerben adott pont gömbi koordinátái? Hogyan számíthatóak egy térbeli polárkoordinátákkal adott pont Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszerbeli koordinátái?
8. Mik a következő Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszerben adott  $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$  pontok  $(r, \phi, \theta)$  gömbi koordinátái ?  

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$
9. Mik a következő  $(r, \phi, \theta)$  gömbi koordinátákkal adott pontok  $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$  koordinátái Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszerben?  
 $(r, \phi, \theta) = (1, 0, 0), (1, \pi, 0), (1, 0, \pi), (1, 0, \frac{\pi}{2}), (1, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (1, 0, \frac{3\pi}{4}), (2, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}).$

10. Hány pontot kell rögzítenünk a síkban, ha a teljes euklideszi síkot (annak összes pontját) le akarjuk írni baricentrikus koordináták segítségével? Ebben az esetben mit jelent a definíció "nem egy  $n - 1$  dimenziós altérbe esnek" kitétele, milyen geometriai megkötést ad a rögzített pontokra?
11. Hány pontot kell rögzítenünk a síkban, ha a teljes euklideszi teret (annak összes pontját) le akarjuk írni baricentrikus koordináták segítségével? Ebben az esetben mit jelent a definíció "nem egy  $n - 1$  dimenziós altérbe esnek" kitétele, milyen geometriai megkötést ad a rögzített pontokra?
12. Legyenek adottak az  $\mathbf{a} = (-1, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (2, 4)$ ,  $\mathbf{c} = (5, -2)$  pontok a síkban. Mik lesznek a következő,  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  pontokra vonatkoztatott baricentrikus koordináták által meghatározott síkbeli pontok Descartes koordinátái?  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$ ,  $(0, 0, 1)$ ,  $(-1, 1, 1)$ ,  $(1, -1, 1)$ ,  $(1, 1, -1)$ ,  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ ,  $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4})$
13. Mik lesznek az  $\mathbf{a} = (0, 0)$ ,  $\mathbf{b} = (4, 0)$ ,  $\mathbf{c} = (2, 4)$  pontokra vonatkoztatott baricentrikus koordinátái a következő pontoknak?  $(0, 0)$ ,  $(4, 0)$ ,  $(2, 4)$ ,  $(2, 2)$ ,  $(0, 4)$ ,  $(8, 0)$ ,  $(2, -4)$ ,  $(-2, -2)$ .
14. Hogyan bővítettük ki az euklideszi síkot és teret? Mik  $\mathbb{E}^2$  és  $\mathbb{E}^3$  projektív lezárásainak definíciói?
15. Hogyan rendeltünk homogén koordinátákat az euklideszi tér pontjaihoz és vektoraihoz? Egy projektív síkbeli [térbeli] koordináta számhármass [számnégyes] mit ábrázol az euklideszi térben (az értékek függvényében)?
16. Mik lesznek a  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ -5 \end{bmatrix}$  pontok homogén koordinátái? Mik lesznek a  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ -5 \end{bmatrix}$  vektorok homogén koordinátái?
17. Mik az origó, az  $x$  tengely, az  $y$  tengely és a  $z$  tengely homogén koordinátás alakjai?
18. Mik lesznek euklideszi térben a következő homogén koordinátákkal adott elemek? Mik lesznek a koordinátáik?  
 $\begin{bmatrix} 6 \\ 15 \\ 9 \\ 3 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 8 \\ -2 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ .
19. Milyen megadási módjait ismered az egyenesnek a síkban?
20. Adott egy egyenes a síkban a  $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  pontjával és  $\mathbf{n} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  normálvektorával. Mi lesz az egyenes egy homogén implicit egyenlete a síkban? Mi lesz a Hesse-féle normalizált alakja az egyenletnek?
21. Milyen megadási módjait ismered az egyenesnek a térben?
22. Milyen megadási módjait ismered a síknak a térben?

23. Legyen adott egy sík  $\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$ ,  $\begin{bmatrix} 2 \\ 9 \\ 5 \end{bmatrix}$  pontjaival. Mi lesz a sík egy parametrikus egyenlete kifeszítő vektorokkal?
24. Legyen adva a  $3x+4y+5=0$  egyenletű egyenes a síkon. Mi az egyenes egy normálvektora? Add meg az egyenes egyik pontját!
25. Legyen adva az  $x+5y+3z-9=0$  egyenletű sík a térben. Mi a sík egy normálvektora? Add meg a sík egyik pontját!