Számítógépes Grafika

Bán Róbert robert.ban102+cg@gmail.com

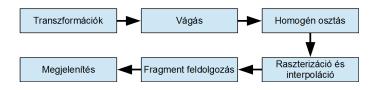
Eötvös Loránd Tudományegyetem Informatikai Kar

2021-2022. őszi félév

Tartalom

- Emlékeztető
- Vágás
 - Vágás 2D-ben
 - Vágás 3D-ben
- Raszterizálás
 - Szakasz raszterizálása
 - Háromszög raszterizálása
 - Poligon raszterizáció

Grafikus szerelőszalag



Inkrementális képszintézis

Inkrementális elv

Inkrementális képszintézis

- Inkrementális elv
- A transzformációk szemszögéből végignéztük a grafikus szerelőszalagot illetve a láthatósági probléma egy képtér alapú megoldását is megnéztük

Inkrementális képszintézis

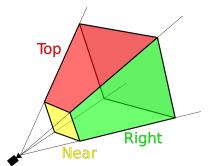
- Inkrementális elv
- A transzformációk szemszögéből végignéztük a grafikus szerelőszalagot illetve a láthatósági probléma egy képtér alapú megoldását is megnéztük
- Most pedig a vágás és raszterizáció témakörével fogunk foglalkozni

• Láttuk, hogy a vágásra két okból is szükségünk lesz:

- Láttuk, hogy a vágásra két okból is szükségünk lesz:
 - Degenerált esetek kiszűrése (ld. pl. múlt óra középpontos vetítés)

- Láttuk, hogy a vágásra két okból is szükségünk lesz:
 - Degenerált esetek kiszűrése (ld. pl. múlt óra középpontos vetítés)
 - Ne számoljunk feleslegesen (amit úgyse látunk, ne számoljuk sokat)

- Láttuk, hogy a vágásra két okból is szükségünk lesz:
 - Degenerált esetek kiszűrése (ld. pl. múlt óra középpontos vetítés)
 - Ne számoljunk feleslegesen (amit úgyse látunk, ne számoljuk sokat)
- Vágás során a nézeti csonkagúlán kívül geometriai elemeket szűrjük ki



Tartalom

- Emlékeztető
- Vágás
 - Vágás 2D-ben
 - Vágás 3D-ben
- Raszterizálás
 - Szakasz raszterizálása
 - Háromszög raszterizálása
 - Poligon raszterizáció

Vágás 2D-ben

• Egyszerű geometriai elemek (pontok és szakaszok) vágását vizsgáljuk most a síkban

Vágás 2D-ben

- Egyszerű geometriai elemek (pontok és szakaszok) vágását vizsgáljuk most a síkban
- Kell egy tartományra amire vágunk az egyszerűtől (tengelyillesztett téglalap) az általános felé (konvex poligon) haladunk

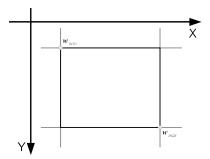
Vágás 2D-ben

- Egyszerű geometriai elemek (pontok és szakaszok) vágását vizsgáljuk most a síkban
- Kell egy tartományra amire vágunk az egyszerűtől (tengelyillesztett téglalap) az általános felé (konvex poligon) haladunk
- Először pontok vágásával foglalkozunk, majd az itteni eredményeket felhasználva próbálunk meg szakaszokat vágni

• El kell döntenünk egy $\mathbf{x} = [x, y]^T$ pontról, hogy a vágási tartományon belül vagy kívül van-e

- El kell döntenünk egy $\mathbf{x} = [x, y]^T$ pontról, hogy a vágási tartományon belül vagy kívül van-e
- A legegyszerűbb esetben a vágási tartományunk egy tengelyekkel párhuzamos oldalú téglalap

- El kell döntenünk egy $\mathbf{x} = [x, y]^T$ pontról, hogy a vágási tartományon belül vagy kívül van-e
- A legegyszerűbb esetben a vágási tartományunk egy tengelyekkel párhuzamos oldalú téglalap
- Ezt egy átlójának két végpontjával könnyen reprezentálhatjuk: $\mathbf{w}_{min} = [x_{min}, y_{min}]^T, \ \mathbf{w}_{max} = [x_{max}, y_{max}]^T$



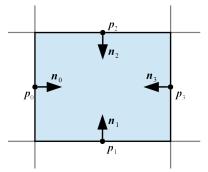
• Ekkor az x pontosan akkor van a tengelyillesztett téglalapon belül van, ha

$$x \in [x_{min}, x_{max}] \land y \in [y_{min}, y_{max}]$$

• Legyen most a vágási tartományunk egy konvex négyszög

- Legyen most a vágási tartományunk egy konvex négyszög
- Ez felírható négy félsík metszeteként: a határoló egyeneseinek befelé irányított normálvektorai által meghatározott félterekkel

- Legyen most a vágási tartományunk egy konvex négyszög
- Ez felírható négy félsík metszeteként: a határoló egyeneseinek befelé irányított normálvektorai által meghatározott félterekkel
- Azaz ekkor a vágási tartományunkat $(\mathbf{p}_i, \mathbf{n}_i), i = 0, ..., 3$ pont-normális párrál tudjuk reprezentálni, ahol most legyen minden normális befelé irányított



• Ekkor $\mathbf{x} = [x, y]^T$ pontosan akkor van a vágási tartományon belül, ha

$$\langle {\bf x} - {\bf p}_i, {\bf n}_i \rangle \ge 0 \ , \ i = 0, 1, 2, 3$$

• Ekkor $\mathbf{x} = [x, y]^T$ pontosan akkor van a vágási tartományon belül, ha

$$\langle \mathbf{x} - \mathbf{p}_i, \mathbf{n}_i \rangle \ge 0 , i = 0, 1, 2, 3$$

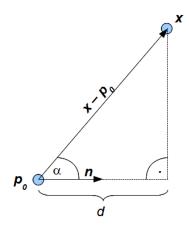
• Ebben az esetben minden $(\mathbf{p}_i; \mathbf{n}_i)$ által meghatározott félsík tartalmazza x-et (vagy a határoló egyenesen van, vagy pedig attól normális irányban)

• Ekkor $\mathbf{x} = [x, y]^T$ pontosan akkor van a vágási tartományon belül, ha

$$\langle {\bf x} - {\bf p}_i, {\bf n}_i \rangle \ge 0 \ , \ i = 0, 1, 2, 3$$

- Ebben az esetben minden $(\mathbf{p}_i; \mathbf{n}_i)$ által meghatározott félsík tartalmazza x-et (vagy a határoló egyenesen van, vagy pedig attól normális irányban)
- Azaz egyszerűen az $\mathbf{x} \mathbf{p}_i$ vektorok \mathbf{n}_i normálisokra vett előjeles merőleges vetületeinek előjelét kell vizsgálni

Előjeles merőleges vetület

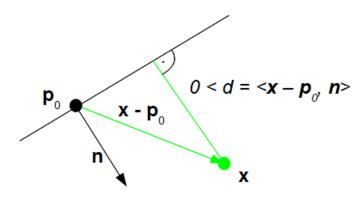


$$\cos\alpha = d/|\mathbf{x} - \mathbf{p}_o|$$

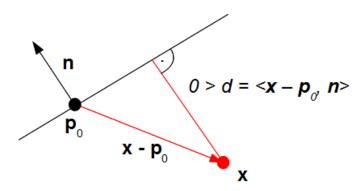
$$d = |\mathbf{x} - \mathbf{p}_o| \cos\alpha$$

$$= \langle \mathbf{x} - \mathbf{p}_o, \mathbf{n} \rangle, |\mathbf{n}| = 1$$

Előjeles merőleges vetület – pont a félsíkon belül



Előjeles merőleges vetület – pont a félsíkon kívül



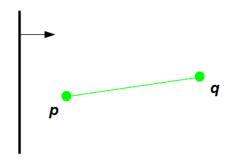
• Vágjuk a szakasz két végpontját a félsíkra

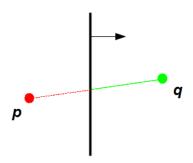
- Vágjuk a szakasz két végpontját a félsíkra
 - Ha mindkettő belül van, akkor megtartjuk a szakaszt

- Vágjuk a szakasz két végpontját a félsíkra
 - Ha mindkettő belül van, akkor megtartjuk a szakaszt
 - Ha mindkettő kívül van, akkor eldobjuk a szakaszt

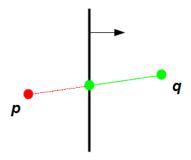
- Vágjuk a szakasz két végpontját a félsíkra
 - Ha mindkettő belül van, akkor megtartjuk a szakaszt
 - Ha mindkettő kívül van, akkor eldobjuk a szakaszt
 - Ha az egyik kívül a másik pedig belül van, akkor megtartjuk a bent lévő végpontot, a kiesőt pedig lecseréljük a szakasz és a félsík határolóegyenesének metszéspontjára



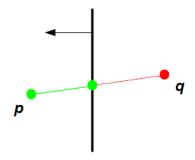




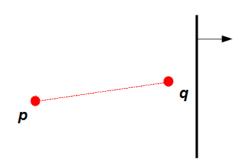
Szakasz vágása félsíkra – új végpont!



Szakasz vágása félsíkra – új végpont!



Szakasz vágása félsíkra



Minden egyes határoló félsíkra:

Vágjuk a szakasz két végpontját a félsíkra

Minden egyes határoló félsíkra:

- Vágjuk a szakasz két végpontját a félsíkra
 - Ha mindkettő belül van, akkor nem módosítjuk a végpontot és megyünk tovább

Minden egyes határoló félsíkra:

- Vágjuk a szakasz két végpontját a félsíkra
 - Ha mindkettő belül van, akkor nem módosítjuk a végpontot és megyünk tovább
 - Ha mindkettő kívül van, akkor eldobjuk a szakaszt és befejeztük

Minden egyes határoló félsíkra:

- Vágjuk a szakasz két végpontját a félsíkra
 - Ha mindkettő belül van, akkor nem módosítjuk a végpontot és megyünk tovább
 - Ha mindkettő kívül van, akkor eldobjuk a szakaszt és befejeztük
 - Ha az egyik kívül a másik pedig belül van, akkor megtartjuk a bent lévő végpontot, a kiesőt pedig lecseréljük a szakasz és a félsík határolóegyenesének metszéspontjára és megyünk tovább

 Amikor a harmadik Ha teljesül (azaz amikor metszéspontot kell számítani), tengelyillesztett esetben egyszerű a dolgunk

- Amikor a harmadik Ha teljesül (azaz amikor metszéspontot kell számítani), tengelyillesztett esetben egyszerű a dolgunk
- Például tekintsük a bal oldali határra történő vágást ⇒ ekkor kell egy olyan t, amelyre $\mathbf{x}(t)$ x-koordinátája x_{min}

- Amikor a harmadik Ha teljesül (azaz amikor metszéspontot kell számítani), tengelyillesztett esetben egyszerű a dolgunk
- Például tekintsük a bal oldali határra történő vágást ⇒ ekkor kell egy olyan t, amelyre $\mathbf{x}(t)$ x-koordinátája x_{min}
- Azaz $x_{min} = x_1 + t(x_2 x_1)$ -ből $t = \frac{x_{min} x_1}{x_2 x_1}$

- Amikor a harmadik Ha teljesül (azaz amikor metszéspontot kell számítani), tengelyillesztett esetben egyszerű a dolgunk
- Például tekintsük a bal oldali határra történő vágást ⇒ ekkor kell egy olyan t, amelyre $\mathbf{x}(t)$ x-koordinátája x_{min}
- Azaz $x_{min} = x_1 + t(x_2 x_1)$ -ből $t = \frac{x_{min} x_1}{x_2 x_1}$
- Ekkor az új végpont koordinátái

$$\mathbf{x}(\frac{x_{min}-x_1}{x_2-x_1}) = \begin{bmatrix} x_{min} \\ y_1 + \frac{x_{min}-x_1}{x_2-x_1}(y_2-y_1) \end{bmatrix}$$

• A korábban látottaknak megfelelően kell a végpontokat vágni az aktuális félsíkra

- A korábban látottaknak megfelelően kell a végpontokat vágni az aktuális félsíkra
- Ha új végpontot kell számolni, akkor egyszerűen be kell helyettesíteni a szakasz (aktuális) paramterikus egyenletét az adott félsíkot határoló egyenes implicit egyenletébe

- A korábban látottaknak megfelelően kell a végpontokat vágni az aktuális félsíkra
- Ha új végpontot kell számolni, akkor egyszerűen be kell helyettesíteni a szakasz (aktuális) paramterikus egyenletét az adott félsíkot határoló egyenes implicit egyenletébe
- Azaz, meg kell oldani az aktuális $i \in \{0, 1, 2, 3\}$ -re az

$$\langle \mathbf{x}(t) - \mathbf{p}_i, \mathbf{n}_i \rangle = 0$$

egyenletet, ahol $t \in [0,1]$ mellett

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_1 + t(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)$$

- A korábban látottaknak megfelelően kell a végpontokat vágni az aktuális félsíkra
- Ha új végpontot kell számolni, akkor egyszerűen be kell helyettesíteni a szakasz (aktuális) paramterikus egyenletét az adott félsíkot határoló egyenes implicit egyenletébe
- Azaz, meg kell oldani az aktuális $i \in \{0, 1, 2, 3\}$ -re az

$$\langle \mathbf{x}(t) - \mathbf{p}_i, \mathbf{n}_i \rangle = 0$$

egyenletet, ahol $t \in [0,1]$ mellett

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_1 + t(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)$$

• A metszéspont paramétere ekkor $t = \frac{\langle \mathbf{p}_i - \mathbf{x}_1, \mathbf{n}_i \rangle}{\langle \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1, \mathbf{n}_i \rangle}$



Szakasz vágása konvex sokszögre

• Ugyanúgy működik, mint konvex négyszögre

Szakasz vágása konvex sokszögre

- Ugyanúgy működik, mint konvex négyszögre
- Az egyetlen különbség, hogy nem négy, hanem több (vagy csak három) határoló egyenes van

Szakasz vágása konvex sokszögre

- Ugyanúgy működik, mint konvex négyszögre
- Az egyetlen különbség, hogy nem négy, hanem több (vagy) csak három) határoló egyenes van
- A normálisok irányítása legyen konzisztens

Szakaszok vágása

• A fentiek szerint tehát a szakaszt minden egyes félsíkra vágni kell

Szakaszok vágása

- A fentiek szerint tehát a szakaszt minden egyes félsíkra vágni kell
- Viszont elég sokféle lehetőség van (négy félsík négyszögeknél, két végpont – bármelyik végpont eshet bárhová)

Szakaszok vágása

- A fentiek szerint tehát a szakaszt minden egyes félsíkra vágni kell
- Viszont elég sokféle lehetőség van (négy félsík négyszögeknél, két végpont – bármelyik végpont eshet bárhová)
- A Cohen-Sutherland algoritmussal rendszerezni tudjuk, hogy mely oldalakra kell vágást végezni

• Tengelyillesztett téglalapokra vágásnál használják (de működik konvex négyszögekre is)

- Tengelyillesztett téglalapokra vágásnál használják (de működik konvex négyszögekre is)
- Rendeljünk hozzá egy-egy 4 bites (úgynevezett TBRL) kódot a két végponthoz:

- Tengelyillesztett téglalapokra vágásnál használják (de működik konvex négyszögekre is)
- Rendeljünk hozzá egy-egy 4 bites (úgynevezett TBRL) kódot a két végponthoz:
 - \bullet T = 1 ha a pont az ablak felett van, különben 0

- Tengelyillesztett téglalapokra vágásnál használják (de működik konvex négyszögekre is)
- Rendeljünk hozzá egy-egy 4 bites (úgynevezett TBRL) kódot a két végponthoz:
 - \bullet T = 1 ha a pont az ablak felett van, különben 0
 - ullet B = 1 ha a pont az ablak alatt van, különben 0

- Tengelyillesztett téglalapokra vágásnál használják (de működik konvex négyszögekre is)
- Rendeljünk hozzá egy-egy 4 bites (úgynevezett TBRL) kódot a két végponthoz:
 - \bullet T = 1 ha a pont az ablak felett van, különben 0
 - ullet B = 1 ha a pont az ablak alatt van, különben 0
 - ullet R = 1 ha a pont az ablaktól jobbra van, különben 0

- Tengelyillesztett téglalapokra vágásnál használják (de működik konvex négyszögekre is)
- Rendeljünk hozzá egy-egy 4 bites (úgynevezett TBRL) kódot a két végponthoz:
 - \bullet T = 1 ha a pont az ablak felett van, különben 0
 - ullet B = 1 ha a pont az ablak alatt van, különben 0
 - ullet R = 1 ha a pont az ablaktól jobbra van, különben 0
 - ullet L = 1 ha a pont az ablaktól balra van, különben 0

code = Top, Bottom, Right, Left

1001	1000	1010
0001	0000	0010
0101	0100	0110

• Tengelyillesztett esetben könnyen számítható a TBRL kód: $code = (y > y_{max}, y < y_{min}, x > x_{max}, x < x_{min})$

- Tengelyillesztett esetben könnyen számítható a TBRL kód: $code = (y > y_{max}, y < y_{min}, x > x_{max}, x < x_{min})$
- Legyen a két végpont TBRL kódja code, és code,

- Tengelyillesztett esetben könnyen számítható a TBRL kód: $code = (y > y_{max}, y < y_{min}, x > x_{max}, x < x_{min})$
- Legyen a két végpont TBRL kódja code, és code,
 - **Ha** code, OR code, == 0 akkor mindkét végpont az ablakon belül van ⇒ megtartjuk a szakaszt

- Tengelyillesztett esetben könnyen számítható a TBRL kód: $code = (y > y_{max}, y < y_{min}, x > x_{max}, x < x_{min})$
- Legyen a két végpont TBRL kódja code, és code,
 - **Ha** code, OR code, == 0 akkor mindkét végpont az ablakon belül van ⇒ megtartjuk a szakaszt
 - Ha code, AND code, != 0 akkor mindként végpont az ablakon kívül van egy közös oldal mentén ⇒ eldobjuk a szakaszt

- Tengelyillesztett esetben könnyen számítható a TBRL kód: $code = (y > y_{max}, y < y_{min}, x > x_{max}, x < x_{min})$
- Legyen a két végpont TBRL kódja code, és code,
 - **Ha** code, OR code, == 0 akkor mindkét végpont az ablakon belül van ⇒ megtartjuk a szakaszt
 - Ha code, AND code, != 0 akkor mindként végpont az ablakon kívül van egy közös oldal mentén ⇒ eldobjuk a szakaszt
 - Különben: vágnunk kell a szakaszt (a TBRL-beli 1-esek mondják meg, hogy melyik oldalra lehet). Újraszámítjuk a vágott végpont kódját és ismét összehasonlítjuk őket a fentieknek megfelelően.

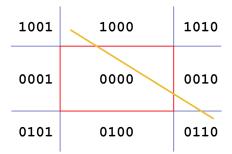
 $code_a OR code_b == 0$:

1001	1000	1010
0001	0000	0010
0101	0100	0110

 $code_a$ AND $code_b != 0$:

1001	1000	1010
0001	0000	0010
0101	0100	0110

Különben:



Poligon vágása konvex poligonra

 Egy poligont eltárolhatunk a csúcspontjainak tömbjével, ha a bejárási irányt rögzítjük

Poligon vágása konvex poligonra

- Egy poligont eltárolhatunk a csúcspontjainak tömbjével, ha a bejárási irányt rögzítjük
- Legyen a vágási tartományunk egy konvex poligon

Poligon vágása konvex poligonra

- Egy poligont eltárolhatunk a csúcspontjainak tömbjével, ha a bejárási irányt rögzítjük
- Legyen a vágási tartományunk egy konvex poligon
- Nézzük meg, hogy miképp tudunk egy poligon egy konvex poligonra vágni

• Egy oldalra vágás: legyen **p**[] a vágandó poligon csúcspontjainak tömbje, a q[] pedig a kimeneti poligon tömbje (azaz a vágott poligoné)

- Egy oldalra vágás: legyen p[] a vágandó poligon csúcspontjainak tömbje, a **q**[] pedig a kimeneti poligon tömbje (azaz a vágott poligoné)
- Legyen n a csúcspontok száma, továbbá tegyük fel, hogy p[0] = p[n]

- Egy oldalra vágás: legyen p[] a vágandó poligon csúcspontjainak tömbje, a **q**[] pedig a kimeneti poligon tömbje (azaz a vágott poligoné)
- Legyen n a csúcspontok száma, továbbá tegyük fel, hogy p[0] = p[n]
- Menjünk végig a vágandó poligon élein:
 - Ha p[i] és p[i+1] belül van akkor
 - \Rightarrow adjuk hozzá a $\mathbf{p}[i]$ pontot a $\mathbf{q}[]$ kimeneti poligonhoz

- Egy oldalra vágás: legyen p[] a vágandó poligon csúcspontjainak tömbje, a **q**[] pedig a kimeneti poligon tömbje (azaz a vágott poligoné)
- Legven n a csúcspontok száma, továbbá tegyük fel, hogy p[0] = p[n]
- Menjünk végig a vágandó poligon élein:
 - Ha p[i] és p[i+1] belül van akkor \Rightarrow adjuk hozzá a $\mathbf{p}[i]$ pontot a $\mathbf{q}[]$ kimeneti poligonhoz
 - Ha p[i] belül és p[i+1] kívül van akkor \Rightarrow adjuk hozzá $\mathbf{p}[i]$ -t a $\mathbf{q}[]$ kimeneti poligonhoz és adjuk hozzá $\mathbf{q}[]$ -hoz a $\mathbf{p}[i]$, $\mathbf{p}[i+1]$ által meghatározott szakasz és az aktuális oldal egyenesének metszéspontját is

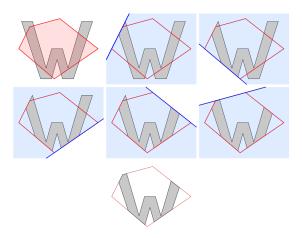
- Egy oldalra vágás: legyen p[] a vágandó poligon csúcspontjainak tömbje, a q[] pedig a kimeneti poligon tömbje (azaz a vágott poligoné)
- Legven n a csúcspontok száma, továbbá tegyük fel, hogy p[0] = p[n]
- Menjünk végig a vágandó poligon élein:
 - Ha p[i] és p[i+1] belül van akkor \Rightarrow adjuk hozzá a $\mathbf{p}[i]$ pontot a $\mathbf{q}[]$ kimeneti poligonhoz
 - Ha p[i] belül és p[i+1] kívül van akkor \Rightarrow adjuk hozzá $\mathbf{p}[i]$ -t a $\mathbf{q}[]$ kimeneti poligonhoz és adjuk hozzá $\mathbf{q}[]$ -hoz a $\mathbf{p}[i]$, $\mathbf{p}[i+1]$ által meghatározott szakasz és az aktuális oldal egyenesének metszéspontját is
 - Ha $\mathbf{p}[i]$ kívül és $\mathbf{p}[i+1]$ belül van akkor \Rightarrow adjuk hozzá **q**[]-hoz a p[i], p[i+1] által meghatározott szakasz és az aktuális oldal egyenesének metszéspontját

- Egy oldalra vágás: legyen p[] a vágandó poligon csúcspontjainak tömbje, a q[] pedig a kimeneti poligon tömbje (azaz a vágott poligoné)
- Legven n a csúcspontok száma, továbbá tegyük fel, hogy p[0] = p[n]
- Menjünk végig a vágandó poligon élein:
 - Ha p[i] és p[i+1] belül van akkor \Rightarrow adjuk hozzá a $\mathbf{p}[i]$ pontot a $\mathbf{q}[]$ kimeneti poligonhoz
 - Ha p[i] belül és p[i+1] kívül van akkor \Rightarrow adjuk hozzá $\mathbf{p}[i]$ -t a $\mathbf{q}[]$ kimeneti poligonhoz és adjuk hozzá $\mathbf{q}[]$ -hoz a $\mathbf{p}[i]$, $\mathbf{p}[i+1]$ által meghatározott szakasz és az aktuális oldal egyenesének metszéspontját is
 - Ha $\mathbf{p}[i]$ kívül és $\mathbf{p}[i+1]$ belül van akkor \Rightarrow adjuk hozzá **q**[]-hoz a p[i], p[i+1] által meghatározott szakasz és az aktuális oldal egyenesének metszéspontját
 - Ha p[i] és p[i+1] is kívül van akkor $\Rightarrow SKIP$

- Egy oldalra vágás: legyen p[] a vágandó poligon csúcspontjainak tömbje, a q[] pedig a kimeneti poligon tömbje (azaz a vágott poligoné)
- Legyen n a csúcspontok száma, továbbá tegyük fel, hogy p[0] = p[n]
- Menjünk végig a vágandó poligon élein:
 - Ha p[i] és p[i+1] belül van akkor \Rightarrow adjuk hozzá a $\mathbf{p}[i]$ pontot a $\mathbf{q}[]$ kimeneti poligonhoz
 - Ha p[i] belül és p[i+1] kívül van akkor \Rightarrow adjuk hozzá $\mathbf{p}[i]$ -t a $\mathbf{q}[]$ kimeneti poligonhoz és adjuk hozzá $\mathbf{q}[]$ -hoz a $\mathbf{p}[i]$, $\mathbf{p}[i+1]$ által meghatározott szakasz és az aktuális oldal egyenesének metszéspontját is
 - Ha $\mathbf{p}[i]$ kívül és $\mathbf{p}[i+1]$ belül van akkor \Rightarrow adjuk hozzá **q**[]-hoz a p[i], p[i+1] által meghatározott szakasz és az aktuális oldal egyenesének metszéspontját
 - Ha p[i] és p[i+1] is kívül van akkor $\Rightarrow SKIP$
- Ezt ismételjük el a vágó poligon minden oldalára (az előző oldal vágásának az eredménye a következő vágás bemenete)

```
PolygonClip(in p[n], out q[m], in line) {
 m = 0;
  for( i=0; i < n; i++) {
    if (IsInside(p[i])) {
      q[m++] = p[i];
      if (!IsInside(p[i+1]))
        q[m++] = Intersect(p[i], p[i+1], line);
    } else {
      if (IsInside(p[i+1]))
        q[m++] = Intersect(p[i], p[i+1], line);
```

A vágást elvégezzük a vágó poligon minden élére





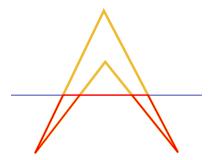


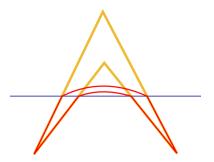






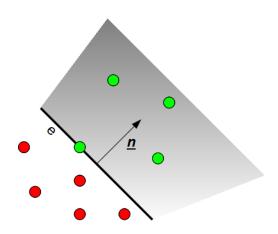


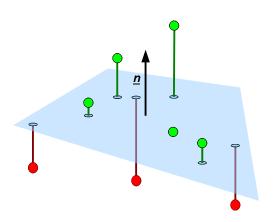




Tartalom

- Vágás
 - Vágás 2D-ben
 - Vágás 3D-ben
- - Szakasz raszterizálása
 - Háromszög raszterizálása
 - Poligon raszterizáció

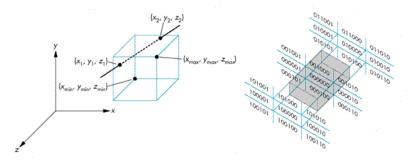




 Lényegében ugyanúgy működik, mint korábban, csak most az $\langle \mathbf{x} - \mathbf{p}, \mathbf{n} \rangle \ge 0$ típusú implicit egyenletek *féltereket* határoznak meg

- Lényegében ugyanúgy működik, mint korábban, csak most az $\langle \mathbf{x} - \mathbf{p}, \mathbf{n} \rangle \geq 0$ típusú implicit egyenletek *féltereket* határoznak meg
- Térben még inkább megéri tengelyillesztett téglatestekre vágni

- Lényegében ugyanúgy működik, mint korábban, csak most az $\langle \mathbf{x} - \mathbf{p}, \mathbf{n} \rangle \geq 0$ típusú implicit egyenletek *féltereket* határoznak meg
- Térben még inkább megéri tengelyillesztett téglatestekre vágni
- A Cohen-Sutherland bitkódok most már 6 hosszúak: in front, behind, top, bottom, right, left



Tartalom

- - Vágás 2D-ben
 - Vágás 3D-ben
- Raszterizálás
 - Szakasz raszterizálása
 - Háromszög raszterizálása
 - Poligon raszterizáció

• Egyik leggyakrabban használt primitív

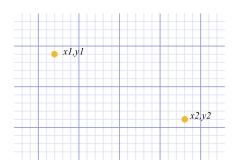
- Egyik leggyakrabban használt primitív
- Fontos, hogy szépen tudjuk rajzolni

- Egyik leggyakrabban használt primitív
- Fontos, hogy szépen tudjuk rajzolni
- Még jobb, ha gyorsan is

- Egyik leggyakrabban használt primitív
- Fontos, hogy szépen tudjuk rajzolni
- Még jobb, ha gyorsan is

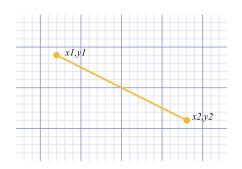


Adott a két végpont.



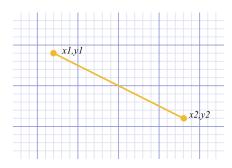
Hogyan rajzolunk szakaszt?

- Adott a két végpont.
- Hogyan tudjuk összekötni őket?



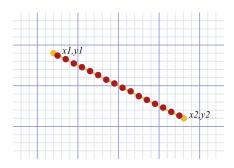
Adott a két végpont.

- Hogyan tudjuk összekötni őket?
- Csak miniatűr téglalapjaink vannak (amiket pixelnek nevezünk).

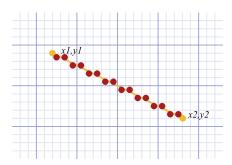


Hogyan rajzolunk szakaszt?

- Adott a két végpont.
- Hogyan tudjuk összekötni őket?
- Csak miniatűr téglalapjaink vannak (amiket pixelnek nevezünk).



- Adott a két végpont.
- Hogyan tudjuk összekötni őket?
- Csak miniatűr téglalapjaink vannak (amiket pixelnek nevezünk).



Szakasz megadása (sokadszor)

• Végpontok: $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$

Szakasz megadása (sokadszor)

- Végpontok: $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$
- Tfh. nem függőleges: $x_1 \neq x_2$.

Szakasz megadása (sokadszor)

- Végpontok: $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$
- Tfh. nem függőleges: $x_1 \neq x_2$.
- Szakasz egyenlete:

Szakasz megadása (sokadszor)

- Végpontok: $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$
- Tfh. nem függőleges: $x_1 \neq x_2$.
- Szakasz egyenlete:

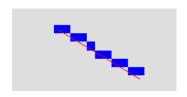
$$y = mx + b, x \in [x_1, x_2]$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

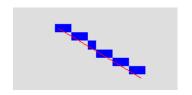
$$b = y_1 - mx_1$$

```
def line1(x1,y1,x2,y2, draw):
    m = float(y2-y1)/(x2-x1)
    x = x1
    y = float(y1)
    while x<=x2:
        draw.point((x,y))
        x += 1
        y += m</pre>
```

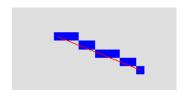
 kerekítések miatt egy fél pixellel "el van csúszva" a számolás



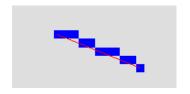
- kerekítések miatt egy fél pixellel "el van csúszva" a számolás
- draw.point((x,y)) → int-eket vár, lassú a konverzió



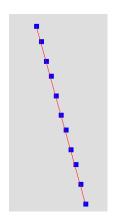
- kerekítések miatt egy fél pixellel "el van csúszva" a számolás
- draw.point((x,y)) \rightarrow int-eket vár. lassú a konverzió
- m = float(y2-y1)/(x2-x1) nem pontos



- kerekítések miatt egy fél pixellel "el van csúszva" a számolás
- draw.point((x,y)) → int-eket vár, lassú a konverzió
- m = float(y2-y1)/(x2-x1) nem
 pontos
- y += m \rightarrow a hiba gyűlik *y*-ban



- kerekítések miatt egy fél pixellel "el van csúszva" a számolás
- draw.point((x,y)) \rightarrow int-eket vár, lassú a konverzió
- m = float(y2-y1)/(x2-x1) nem pontos
- y += m \rightarrow a hiba gyűlik y-ban
- csak |m| < 1-re működik helyesen



```
def line2(x1,y1,x2,y2, draw):
 m = float(y2-y1)/(x2-x1)
  x = x1
  y = y1
  e = 0.0
  while x \le x2:
    draw.point((x,y))
    x += 1
    e += m
    if e >= 0.5:
      y += 1
      e = 1.0
```

 Jó: Mindig "eltalálja" a végpontokat

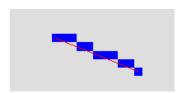
- Jó: Mindig "eltalálja" a végpontokat
- Jó: Egyenletesebben lép az *y* irányban.

- Jó: Mindig "eltalálja" a végpontokat
- Jó: Egyenletesebben lép az y irányban.
- Rossz: Még mindig használunk float-okat

2.100011 22 21,601111100 21

- Jó: Mindig "eltalálja" a végpontokat
- Jó: Egyenletesebben lép az y irányban.
- Rossz: Még mindig használunk float-okat

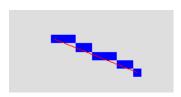
Naiv:



Jó: Mindig "eltalálja" a végpontokat

- Jó: Egyenletesebben lép az y irányban.
- Rossz: Még mindig használunk float-okat

Naiv:



Javítás:



```
def line3(x1,y1,x2,y2, draw):
  x = x1
  v = v1
  e = -0.5 \leftarrow
  while x \le x2:
    draw.point((x,y))
    x += 1
    e += float(y2-y1)/(x2-x1) \leftarrow
     if e >= 0.0:\leftarrow
       y += 1
       e = 1.0
```

```
def line4(x1,y1,x2,y2, draw):
  x = x1
  v = v1
  e = -0.5*(x2-x1) \leftarrow
  while x \le x2:
     draw.point((x,y))
     x += 1
     e += y2-y1\longleftarrow
     if e >= 0.0:
       y += 1
       e = (x2-x1) \leftarrow
```

```
def line5(x1,y1,x2,y2, draw):
  x = x1
  v = v1
  e = -(x2-x1) \leftarrow
  while x \le x2:
    draw.point((x,y))
    x += 1
    e += 2*(y2-y1) \leftarrow
     if e >= 0:
       y += 1
       e = 2*(x2-x1) \leftarrow
```

• Ez a *Bresenham* algoritmus (egyik speciális esete)

- Ez a *Bresenham* algoritmus (egyik speciális esete)
- Külön gyűjtjük a hibát e-ben

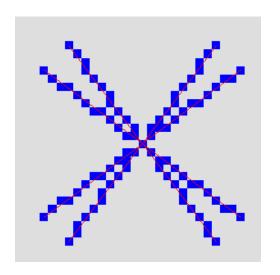
- Ez a *Bresenham* algoritmus (egyik speciális esete)
- Külön gyűjtjük a hibát e-ben
- Nem használunk float-okat

- Ez a *Bresenham* algoritmus (egyik speciális esete)
- Külön gyűjtjük a hibát e-ben
- Nem használunk float-okat
- Tetszőleges meredekségű szakaszokra általánosítható.

Bresenham algoritmus

- Nyolcadokra kéne felbontani a síkot, mindegyik külön eset.
- (Előzők végig: jobbra-le)
- El kell döntenünk, hogy $|x_2 x_1|$ vagy $|y_2 y_1|$ a nagyobb (merre meredekebb a szakasz).
- Ha $|y_2 y_1|$ a nagyobb, cseréljük fel $x_i \leftrightarrow y_i$, és rajzolásnál is fordítva használjuk!
- Ha $x_1 > x_2$, akkor csere: $x_1 \leftrightarrow x_2$, $y_1 \leftrightarrow y_2$.
- Az e hibatagot $|y_2 y_1|$ -nal növeljük minden lépésben
- y-nal $y_2 y_1$ előjele szerint haladunk.

Bresenham algoritmus



```
def Bresenham(x1,y1,x2,y2, draw):
  steep = abs(y2-y1)>abs(x2-x1)
  if steep:
    x1, y1 = y1, x1
    x2, y2 = y2, x2
  if x1>x2:
    x1 . x2 = x2 . x1
    v1. v2 = v2. v1
  Dy = abs(y2-y1)
  if y1 < y2:
   Sv = 1
  else:
    Sy = -1
```

Teljes Bresenham algoritmus 2.

```
x = x1
y = y1
e = -(x2-x1)
while x \le x2:
  if steep:
    draw.point((y,x))
  else:
    draw.point((x,y))
  x += 1
  e += 2*Dv
  if e >= 0:
    v += Sv
    e = 2*(x2-x1)
```

Tartalom

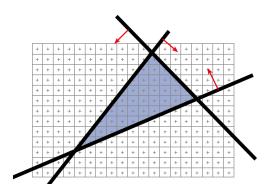
- - Vágás 2D-ben
 - Vágás 3D-ben
- Raszterizálás
 - Szakasz raszterizálása
 - Háromszög raszterizálása
 - Poligon raszterizáció

• A háromszög oldalait tudjuk vágni – most töltsük ki a belsejét!

- A háromszög oldalait tudjuk vágni most töltsük ki a belsejét!
- Ha egy meghatározott bejárási irányban adtuk meg az összes háromszög csúcsát, tudunk félsíkokat adni (tudjuk irányítani az éleket)

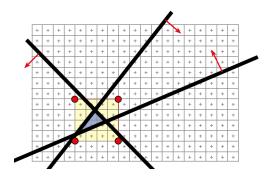
- A háromszög oldalait tudjuk vágni most töltsük ki a belsejét!
- Ha egy meghatározott bejárási irányban adtuk meg az összes háromszög csúcsát, tudunk félsíkokat adni (tudjuk irányítani az éleket) \rightarrow u.i. ha (t_x, t_y) az irányvektora az oldalnak, akkor $(-t_v, t_x)$ egy normális lesz

- A háromszög oldalait tudjuk vágni most töltsük ki a belsejét!
- Ha egy meghatározott bejárási irányban adtuk meg az összes háromszög csúcsát, tudunk félsíkokat adni (tudjuk irányítani az éleket) \rightarrow u.i. ha (t_x, t_y) az irányvektora az oldalnak, akkor $(-t_y, t_x)$ egy normális lesz
- Minden pixelre menjünk végig a képernyőn és nézzük meg, hogy a háromszög oldalai által meghatározott síkok jó oldalán van-e!



Emlékeztető Vágás Raszterizálás Szakasz raszterizálása Háromszög raszterizálása Poligon raszter

Háromszög raszterizáció – okosabban



• Lehetne még okosabban is csinálni, de: gyakorlatban ez a brute-force megközelítés nagyon jól alkalmazható!

• Nem egy rögzített értékkel akarunk kitölteni, a hanem a csúcsokban adott értékeket akarjuk interpolálni.

- Nem egy rögzített értékkel akarunk kitölteni, a hanem a csúcsokban adott értékeket akarjuk interpolálni.
- Felhasználásai: szín (Gouraud-árnyalás), textúra koordinták, normálvektorok

- Nem egy rögzített értékkel akarunk kitölteni, a hanem a csúcsokban adott értékeket akarjuk interpolálni.
- Felhasználásai: szín (Gouraud-árnyalás), textúra koordinták, normályektorok
- Legyen a felület egy pontja $p = \alpha p_1 + \beta p_2 + \gamma p_3$, az α, β, γ baricentrikus koordinátákkal adott.

Háromszög raszterizáció

- Nem egy rögzített értékkel akarunk kitölteni, a hanem a csúcsokban adott értékeket akarjuk interpolálni.
- Felhasználásai: szín (Gouraud-árnyalás), textúra koordinták, normályektorok
- Legyen a felület egy pontja $p = \alpha p_1 + \beta p_2 + \gamma p_3$, az α, β, γ baricentrikus koordinátákkal adott.
- Ekkor bármilyen más értéket is végig tudunk interpolálni ugyan így:

$$c = \alpha c_1 + \beta c_2 + \gamma c_3$$

- Nem egy rögzített értékkel akarunk kitölteni, a hanem a csúcsokban adott értékeket akarjuk interpolálni.
- Felhasználásai: szín (Gouraud-árnyalás), textúra koordinták, normálvektorok
- Legyen a felület egy pontja $p = \alpha p_1 + \beta p_2 + \gamma p_3$, az α, β, γ baricentrikus koordinátákkal adott.
- Ekkor bármilyen más értéket is végig tudunk interpolálni ugyan így:

$$c = \alpha c_1 + \beta c_2 + \gamma c_3$$

• Ez az úgy nevezett Gouraud interpoláció (nem véletlenül)

```
for all x: for all y: \alpha,\beta,\gamma = \text{barycentric}(\texttt{x},\texttt{y}) \\ \text{if } \alpha \in [0,1] \text{ and } \beta \in [0,1] \text{ and } \gamma \in [0,1] \text{:} \\ \text{c} = \alpha \text{c\_1} + \beta \text{c\_2} + \gamma \text{c\_3} \\ \text{draw.point}((\texttt{x},\texttt{y}),\texttt{c})
```

Baricentrikus koordináták

 A baricentrikus koordináták számíthatók a következő képletek segítségével:

$$f_{01}(x, y) = (y_0 - y_1)x + (x_1 - x_0)y + x_0y_1 - x_1y_0$$

$$f_{12}(x, y) = (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y + x_1y_2 - x_2y_1$$

$$f_{20}(x, y) = (y_2 - y_0)x + (x_0 - x_2)y + x_2y_0 - x_0y_2$$

• Ekkor az x, y ponthoz tartozó baricentrikus koordináták:

$$\alpha = f_{12}(x, y) / f_{12}(x_0, y_0)$$

$$\beta = f_{20}(x, y) / f_{20}(x_1, y_1)$$

$$\gamma = f_{01}(x, y) / f_{01}(x_2, y_2)$$

```
x min = min(floor(x i))
x_max = max(ceiling(x i))
y min = min(floor(y i))
y_max = max(ceiling(y_i))
for y in [y min..y max]:
   for x in [x_min..x_max]:
     \alpha = f_{12}(x, y)/f_{12}(x_0, y_0)
     \beta = f_{20}(x, y)/f_{20}(x_1, y_1)
     \gamma = f_{01}(x, y)/f_{01}(x_2, y_2)
      if \alpha > 0 and \beta > 0 and \gamma > 0:
        c = \alpha c + \beta c + \gamma c + 3
        draw.point((x,y),c)
```

• Gyorsítás: felesleges minden x, y-t vizsgálni, elég a háromszöget tartalazó téglalapon végig menni.

- Gyorsítás: felesleges minden x, y-t vizsgálni, elég a háromszöget tartalazó téglalapon végig menni.
- Inkrementálissá tétel:
 - Most még lassú, nem használjuk, ki hogy sorban megyünk x-en, y-on.

- Gyorsítás: felesleges minden x, y-t vizsgálni, elég a háromszöget tartalazó téglalapon végig menni.
- Inkrementálissá tétel:
 - Most még lassú, nem használjuk, ki hogy sorban megyünk x-en, y-on.
 - Milyenek is ezek az f-ek?

- Gyorsítás: felesleges minden x, y-t vizsgálni, elég a háromszöget tartalazó téglalapon végig menni.
- Inkrementálissá tétel:
 - Most még lassú, nem használjuk, ki hogy sorban megyünk x-en, y-on.
 - Milyenek is ezek az f-ek?
 - Mind f(x, y) = Ax + By + C alakú.

- Gyorsítás: felesleges minden x, y-t vizsgálni, elég a háromszöget tartalazó téglalapon végig menni.
- Inkrementálissá tétel.
 - Most még lassú, nem használjuk, ki hogy sorban megyünk x-en, y-on.
 - Milyenek is ezek az f-ek?
 - Mind f(x, y) = Ax + By + C alakú.
 - Ekkor f(x+1, y) = f(x, y) + A, ill.
 - f(x, y + 1) = f(x, y) + B

- Gyorsítás: felesleges minden x, y-t vizsgálni, elég a háromszöget tartalazó téglalapon végig menni.
- Inkrementálissá tétel.
 - Most még lassú, nem használjuk, ki hogy sorban megyünk x-en, y-on.
 - Milyenek is ezek az f-ek?
 - Mind f(x, y) = Ax + By + C alakú.
 - Ekkor f(x+1, y) = f(x, y) + A, ill.
 - f(x, y + 1) = f(x, y) + B
- Megvalósítás: házi feladat

Tartalom

- - Vágás 2D-ben
 - Vágás 3D-ben
- Raszterizálás
 - Szakasz raszterizálása
 - Háromszög raszterizálása
 - Poligon raszterizáció

Tetszőleges, már raszterizált poligon kitöltésére alkalmas.

- Tetszőleges, már raszterizált poligon kitöltésére alkalmas.
- Bemenet: raszter kép + annak egy pontja

- Tetszőleges, már raszterizált poligon kitöltésére alkalmas.
- Bemenet: raszter kép + annak egy pontja
- Brute-force: a megadott pontból kiindulva rekurzívan haladunk:
 - Az aktuális pont színe megegyezik a kiindulási pont színével?

- Tetszőleges, már raszterizált poligon kitöltésére alkalmas.
- Bemenet: raszter kép + annak egy pontja
- Brute-force: a megadott pontból kiindulva rekurzívan haladunk:
 - Az aktuális pont színe megegyezik a kiindulási pont színével? nem megállunk igen átszínezzük, és

- Tetszőleges, már raszterizált poligon kitöltésére alkalmas.
- Bemenet: raszter kép + annak egy pontja
- Brute-force: a megadott pontból kiindulva rekurzívan haladunk:
 - Az aktuális pont színe megegyezik a kiindulási pont színével? nem megállunk igen átszínezzük, és
 - minden szomszédra újrakezdjük az algoritmust.

Flood-fill – szomszédásgok

• Négy szomszéd: fent, lent, jobbra, balra

Flood-fill – szomszédásgok

- Négy szomszéd: fent, lent, jobbra, balra
- ullet Nyolc szomszéd: az előző négy + a sarkak

Flood-fill – szomszédásgok

- Négy szomszéd: fent, lent, jobbra, balra
- Nyolc szomszéd: az előző négy + a sarkak
- Rekurzió nagyon durva: gyakorlatban ennél okosabb algoritmusok is vannak

- Négy szomszéd: fent, lent, jobbra, balra
- Nyolc szomszéd: az előző négy + a sarkak
- Rekurzió nagyon durva: gyakorlatban ennél okosabb algoritmusok is vannak → aktív éllista stb.