

Logika első minta ZH

1 Rövid kérdések

1.1

Tegyük fel, hogy teljesül az $F1, \dots, Fn \models_0 B$ következmény. Melyik állítás NEM teljesül?

- a) Ha a közös igazságtábla egy sorában B igaz, akkor $F1, \dots, Fn$ mindegyike igaz.
- b) Ha egy közös igazságtábla egy sorában B hamis, akkor $F1, \dots, Fn$ valamelyike is hamis.
- c) Lehet olyan sor a közös igazságtáblában, hogy $F1, \dots, Fn$ valamelyike hamis és B igaz.
- d) Lehet olyan sor a közös igazságtáblában, hogy $F1, \dots, Fn$ valamelyike hamis és B hamis.

1.2

Add meg az igazságértékelés függvény pontos típusát (milyen halmazról, milyen halmazra képez)!

1.3

Ha egy F ítéletlogika formulát vizsgálunk igazságértékelés függvényt használva, akkor a lentiek közül melyik eredmények adnák meg, hogy a formula kielégíthetetlen? (Több helyes válasz is lehetséges.)

- A $\varphi(F)^i$ -ből számítható igazsághalmazban minden interpretáció benne van.
- A $\varphi(F)^h$ -hoz készített igazságértékelés fa minden ága elentmondásra vezet.
- A $\varphi(F)^i$ által megadott feltételek nem igazak egyetlen interpretációra sem.
- Van olyan interpretáció amely benne van a $\varphi(F)^h$ alapján felírt halmazban.
- A $\varphi(F)^i$ -hoz készített igazságértékelés fa minden ágára teljesül, hogy szerepel benne legalább egy ítéletváltozó és annak negáltja is.

1.4

Adott a következő formula: $\neg \exists x P(x) \wedge \forall x (P(x) \vee Q(x, \bar{a})) \supset P(z)$, ahol \bar{a} konstans.

Mik lesznek a formula prímkomponensei? Mi lesz a formulához tartozó értéktábla első sora?

2 Kifejtős rész

2.1 Igazságtábla

a) Formalizáljuk a következő állításokat, az ítéletváltozók jelentéseit is adjuk meg! Mivel a mondatok összefüggnek, így ügyeljünk arra, hogy az azonos állításokat azonos ítéletváltozóval jelöljük!

1. Csak akkor eszek fagyit, amikor odakint meleg van.
2. Ha elmegyek a boltba, akkor eszek egy fagyit.
3. Meleg van odakint, de nem megyek el a boltba.

K. Nem eszek fagyit.

b) Közös, **teljesen kitöltött** igazságtábla segítségével vizsgáljuk meg, hogy az első három formulának szemantikus következménye-e a 4. formula? Válaszunkat részletesen indokoljuk!

2.2 Igazságértékelés függvény

Mutassuk meg **igazságértékelés függvény** segítségével, hogy a következő szemantikus következmény teljesül-e.

$$\{\neg(X \vee \neg Y), (Y \supset Z)\} \models \neg X \vee Z$$

2.3 Elsőrendű értéktábla

a) Adott a következő interpretáció, adjuk meg a formula prímkomponenseit és készítsük el a formula **teljesen kitöltött** elsőrendű értéktábláját!

$U = \{1, 2, 3, 4\}$
 $|P(x)|^I$ - x páratlan
 $|Q(x, y)|^I$ - $x > y$
 $|f(x)|^I$ - x rákövetkezője, ahol $f(4) = 1$
 $|g(x)|^I$ - $(x \bmod 2) + 1$
 $|\bar{d}|^I$ - '1'

$$Q(z, \bar{d}) \supset \forall x(Q(z, x) \wedge P(g(x))) \supset \neg \forall y \exists x Q(f(x), g(y))$$

b) Mit tudunk mondani a formula szemantikus tulajdonságairól az értéktábla alapján!