

Численные методы решения СЛАУ

Мерзляков Б01-303

27 октября 2025 г.

Постановка задачи

Исследуются численные методы для приближённого вычисления решения СЛАУ $Ax = b$, где

$$a_{ii} = 1; a_{ij} = 1/(i + j); b_i = 1/i$$

Выполнено сравнение следующих методов:

- (1) : метод Гаусса с выбором главного элемента
- (2) : метод LU-разложения
- (3) : метод Якоби
- (4) : метод Зейделя
- (5) : метод верхней релаксации
- (6) : метод градиентного спуска
- (7) : метод минимальных невязок
- (8) : метод сопряженных градиентов

Для итерационных методов (3-8) построен график зависимости невязки от итерации

Реализация

Представлена в файле 2.py. Запуск: `python3 2.py` (или просто `python`)

Результаты

В результате получился такой график:

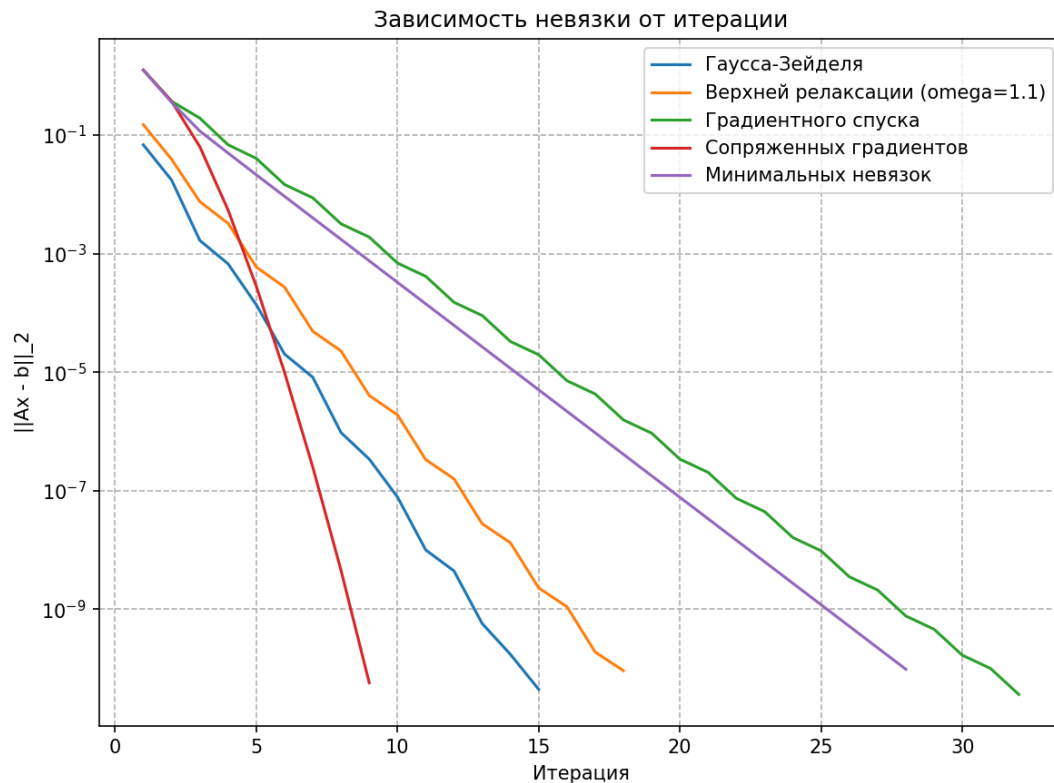


Рис. 1: Зависимость невязки от итерации

Результаты всех методов:

- (1) : метод Гаусса с выбором главного элемента
0.9191 0.1755 0.0639 0.0273 0.0114 0.0035 -0.0008 -0.0033 -0.0047 -0.0056
Невязка 5.1925927263190304e-17
- (2) : метод LU-разложения
0.9191 0.1755 0.0639 0.0273 0.0114 0.0035 -0.0008 -0.0033 -0.0047 -0.0056
Невязка 1.0103182026100663e-16
- (3) : метод Якоби
Этот метод не сошелся. Одним из собственных чисел является 2.05, что больше 1. Соответственно не выполнено достаточное и необходимое условие, и метод расходится.
- (4) : метод Зейделя
0.9191 0.1755 0.0639 0.0273 0.0114 0.0035 -0.0008 -0.0033 -0.0047 -0.0056
Невязка 4.474134580663595e-11
- (5) : метод верхней релаксации
0.9191 0.1755 0.0639 0.0273 0.0114 0.0035 -0.0008 -0.0033 -0.0047 -0.0056
Невязка 9.236662974170578e-11

- (6) : метод градиентного спуска

0.9191 0.1755 0.0639 0.0273 0.0114 0.0035 -0.0008 -0.0033 -0.0047 -0.0056

Невязка 3.67321393888044e-11

- (7) : метод минимальных невязок

0.9191 0.1755 0.0639 0.0273 0.0114 0.0035 -0.0008 -0.0033 -0.0047 -0.0056

Невязка 9.758855377423917e-11

- (8) : метод сопряженных градиентов

0.9191 0.1755 0.0639 0.0273 0.0114 0.0035 -0.0008 -0.0033 -0.0047 -0.0056

Невязка 5.7608781685743025e-11