

Численные методы решения нелинейных уравнений и систем

Мерзляков Б01-303

18 ноября 2025 г.

Постановка задачи

Исследуются численные методы для приближённого вычисления решения нелинейных уравнений:

- 1) $x^2 = 20 \sin(x)$
- 2) $x 2^x = 1$

А также систем:

$$1) \begin{cases} \cos(x - 1) + y = 0.5 \\ x - \cos(y) = 3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} (x - 1.4)^2 - (y - 0.6)^2 = 1 \\ 4.2x^2 + 8.8y^2 = 1.42 \end{cases}$$

Реализованы следующие методы:

- (1) : метод половинного деления
- (2) : метод простой итерации
- (3) : метод Ньютона
- (4) : модифицированный метод Ньютона

Реализация

Представлена в файлах 3 1.py и 3 2.py. Запуск: python3 3 1.py python3 3 2.py (или просто python)

Результаты

Уравнения

1. $x^2 = 20 \sin(x)$

- (1) : метод половинного деления

$x = 2.7529, f(x) = 10^{-11}, 39$ итераций

- (2) : метод простой итерации

Не сошелся (начинает выходить за ОДЗ)

- (3) : метод Ньютона

$$x = 2.7529, f(x) = 10^{-15}, 5 \text{ итераций}$$

- (4) : модифицированный метод Ньютона

$$x = 2.7529, f(x) = 10^{-13}, 10 \text{ итераций}$$

2. $x2^x = 1$

- (1) : метод половинного деления

$$x = 0.6412, f(x) = 10^{-13}, 39 \text{ итераций}$$

- (2) : метод простой итерации

$$x = 0.6412, f(x) = 10^{-16}, 50 \text{ итераций}$$

- (3) : метод Ньютона

$$x = 0.6412, f(x) = 0, 5 \text{ итераций}$$

- (4) : модифицированный метод Ньютона

$$x = 0.6412, f(x) = 10^{-13}, 14 \text{ итераций}$$

Системы уравнений

1. $\begin{cases} \cos(x - 1) + y = 0.5 \\ x - \cos(y) = 3 \end{cases}$

- (1) : метод половинного деления

$$x = 3.3559, y = 1.2069, \|F\| = 10^{-13}, 39 \text{ итераций}$$

- (2) : метод простой итерации

$$x = 3.3559, y = 1.2069, \|F\| = 10^{-11}, 112 \text{ итераций}$$

- (3) : метод Ньютона

$$x = 3.3559, y = 1.2069, \|F\| = 0, 5 \text{ итераций}$$

- (4) : модифицированный метод Ньютона

$$x = 3.3559, y = 1.2069, \|F\| = 10^{-14}, 14 \text{ итераций}$$

2. $\begin{cases} (x - 1.4)^2 - (y - 0.6)^2 = 1 \\ 4.2x^2 + 8.8y^2 = 1.42 \end{cases}$

- (1) : метод половинного деления

$$x = 0.3602, y = 0.3153, \|F\| = 10^{-13}, 36 \text{ итераций}$$

- (2) : метод простой итерации

Не сошелся (начинает выходить за ОДЗ)

- (3) : метод Ньютона

$x = 0.3602, y = 0.3153, \|F\| = 0, 6$ итераций

- (4) : модифицированный метод Ньютона

$x = 0.3602, y = 0.3153, \|F\| = 10^{-12}, 25$ итераций

Выводы

- 1) Эффективнее всего метод Ньютона: он сходится за минимальное число итераций. Модифицированный метод Ньютона ведет себя хуже, однако немного проще в реализации.
- 2) Менее эффективен метод половинного деления
- 3) Худший из этих методов - метод простой итерации. Он сходится медленнее всего, а также может выходить за ОДЗ и в целом не сходиться.