<u>Лястовички върху жица</u>

Жица с дължина L е опъната между две стени. Една по една долитат лястовички, всяка с ширина 1, и кацат върху жицата. „Точка на кацане“ ще наричаме точката от жицата, над която се намира средата на кацналата лястовичка. Първата лястовичка избира с равна вероятност произволна точка за кацане от достъпната ѝ дължина $L-1$ (стените ѝ пречат да кацне по-близо до тях). Втората избира също с равна вероятност произволна точка за кацане от достъпната ѝ дължина, която вече е между $L-3$ и $L-2$ и т.н. Всяка лястовичка каца не по-близо от 0,5 от стените и не по-близо от 1 от точката на кацане на коя да е друга лястовичка (не могат да кацат една върху друга).

Когато вече няма къде да кацне нито една лястовичка повече, броят на накацалите лястовички е n. Ще бележим с F математическото очакване на n: $F = \mathrm{E}(n)$.

1. Какви са минималната и максималната стойност на n за дадена дължина $L \in \mathbf{R}$?

2. Намерете формула за зависимостта $F(L)$.

3. Пресметнете с висока точност (8 значещи десетични цифри) стойностите на L, за които $F(L)$ е точно 2, 3 и 4.

4. Ще наричаме „степен на запълване на жицата“ отношението $w = F/L$. Намерете границата $\lim_{L\to\infty} w(L)$.

5. Празнините между лястовичките g са всички в интервала $g \in [0,1)$. Намерете плътността на разпределението им при $L \to \infty$.

6. Намерете формула за плътността на разпределението на g при произволно L.

Ето как изглеждат някои зависимости при малки дължини L: