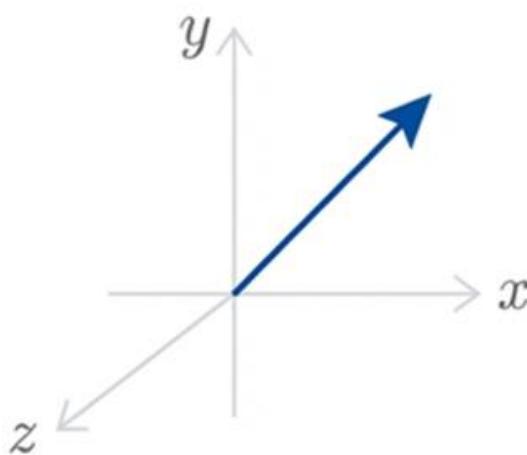


Temel Lineer Cebir: Vektörler ve Matrislerle Düşünmek

Veriyi bir “tablo” olarak değil, matematiksel bir nesne olarak görmek.



VEKTÖR

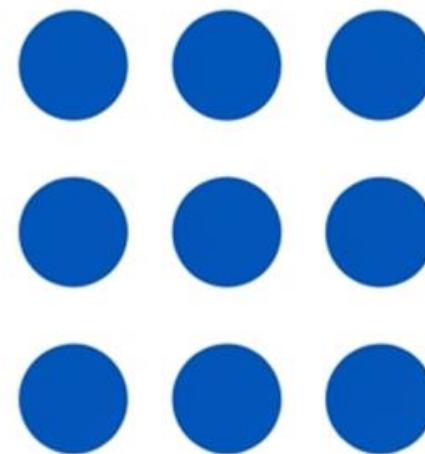
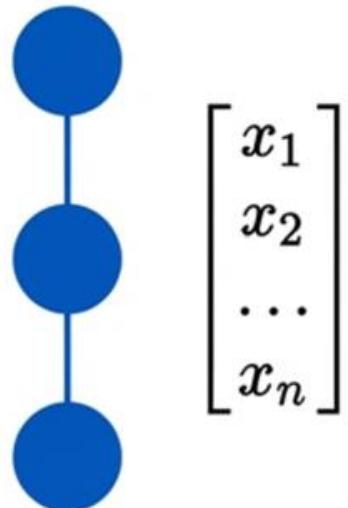
MATRİS ÇARPIM

BOYUT DÖNÜŞÜM

ÇÖZÜM

Skaler, Vektör ve Matris Hiyerarşisi

5



$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Skaler

Tek sayı.

Vektör

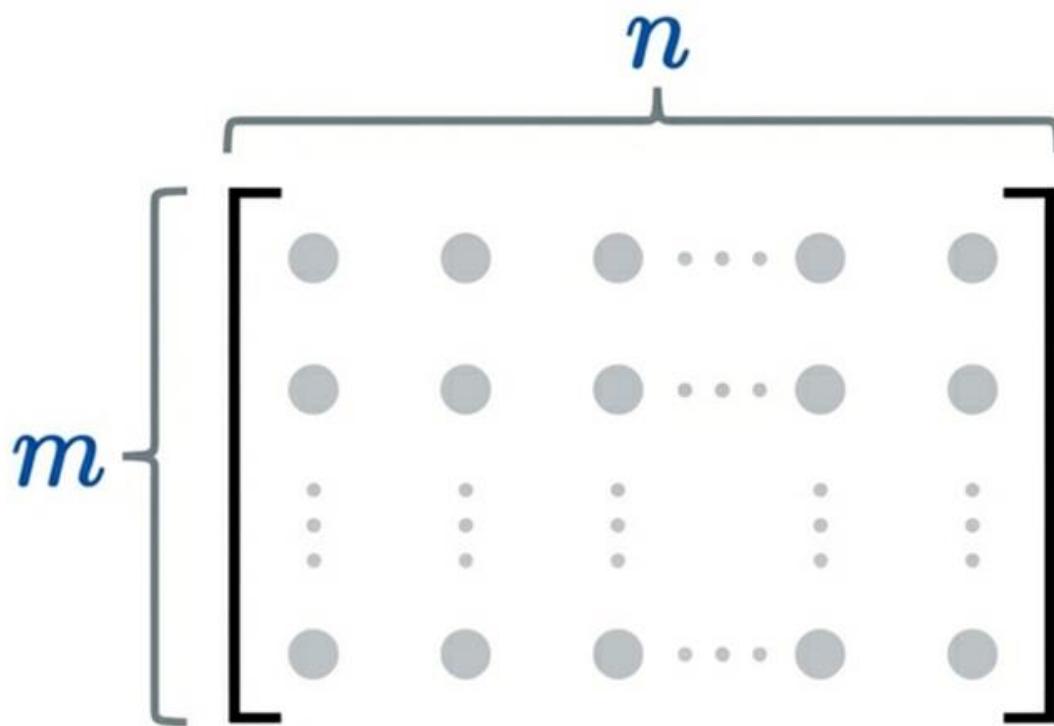
1 boyutlu liste.

Matris

2 boyutlu tablo.

Vektör ve matris, ‘çok sayıyı’ düzenli şekilde taşır.

Boyut (Dimension) Mantığı



$m \times n$

Tanımlar

Vektör Boyutu: n (Kaç eleman?)

Matris Boyutu: $m \times n$ (Satır × Sütun)

Örnek: 3×4 matris = 3 satır, 4 sütun.

Boyut kontrolü, işlemlerde en kritik adımdır.

Matrisin Satır ve Sütun Yorumu

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Satır: Bir gözlemin tüm özelliklerini temsil eder.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Sütun: Tek bir özelliğin tüm gözlemler boyunca değerlerini temsil eder.

Bir matris, birçok vektörün birleşimi gibidir.

Toplama ve Çıkarma

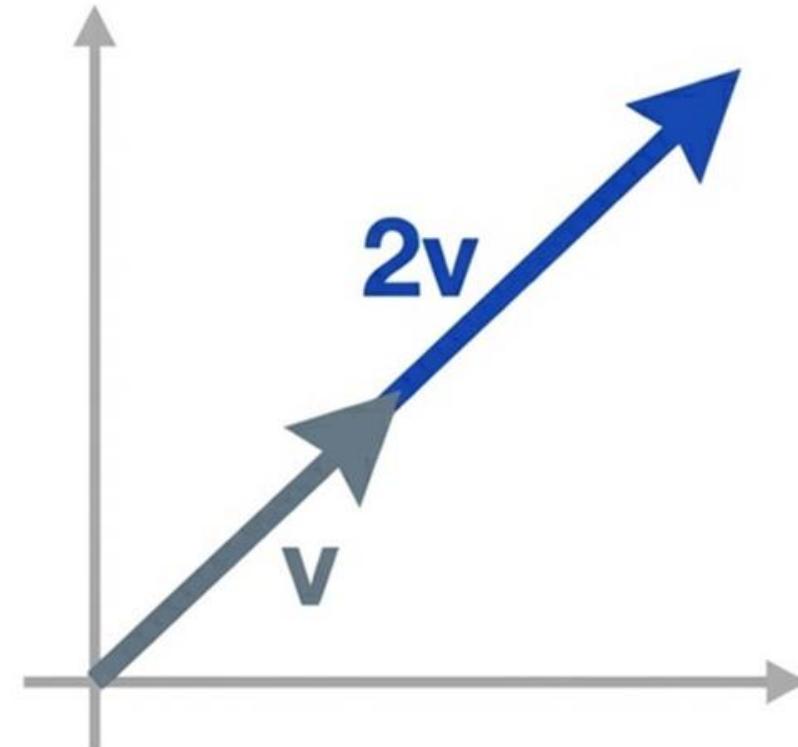
$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Kural: Sadece aynı boyuttaki vektör ve matrisler toplanabilir.

Yöntem: İşlem eleman eleman yapılır.

Skalerle Çarpma: Ölçekleme

$$2 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 10 \end{bmatrix}$$

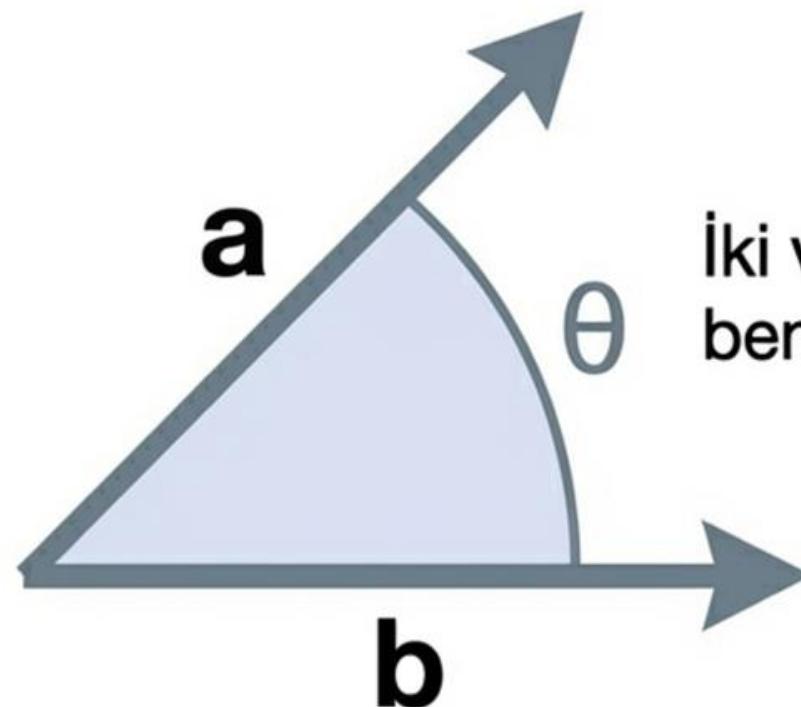


Bir sayıyla çarpmak tüm elemanları ölçekler.
Bu işlem "büyütme/küçültme" anlamına gelir.

Nokta Çarpımı (Dot Product)

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \sum a_i b_i$$

$$[1, 2] \cdot [3, 4] = \\ (1 \cdot 3) + (2 \cdot 4) = 11$$

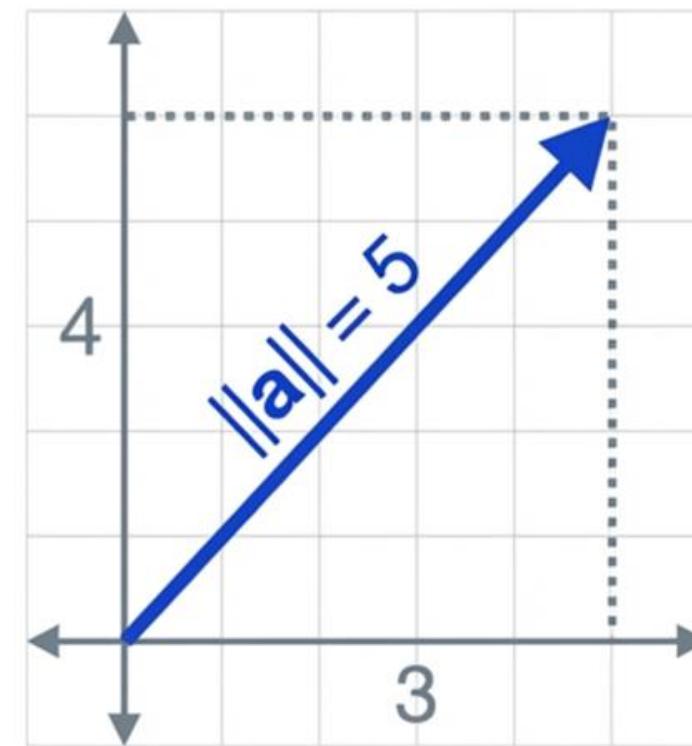


İki vektör arasındaki benzerlik hissini verir.

Norm (Vektör Uzunluğu)

$$\|\mathbf{a}\| = \sqrt{\sum a_i^2}$$

$$\|[3, 4]\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

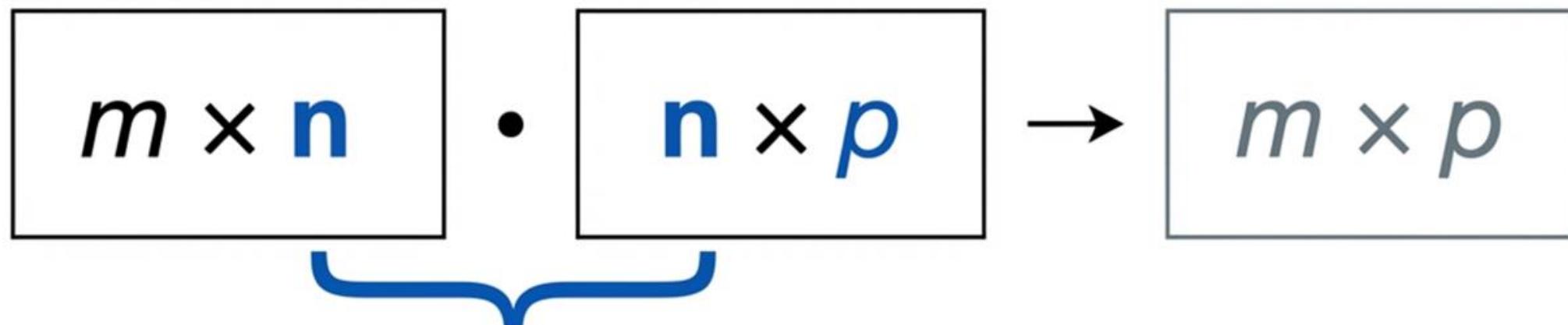


UZAKLIK

ŞİDDET

BÜYÜKLÜK

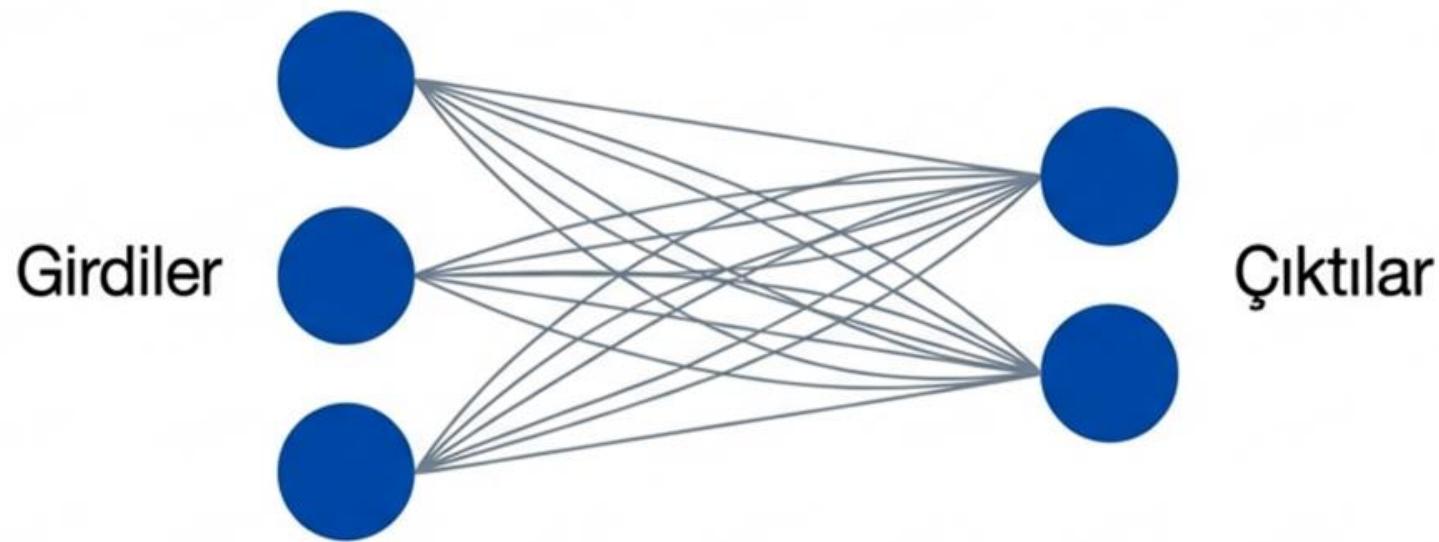
Matris Çarpımı Mekanizması



Şart: İç boyutlar eşit olmalı

$$C_{ij} = \sum A_{ik}B_{kj}$$

Çarpımın Anlamı: Bilgiyi Karıştırmak



Her bir çıktı elemanı, “satır” ile “sütun”的 nokta çarpımıdır (dot product).

Matris çarpımı, bilgiyi karıştırıp yeniden üretme ve dönüştürme işlemidir.

Araçlar: Birim Matris ve Transpoz

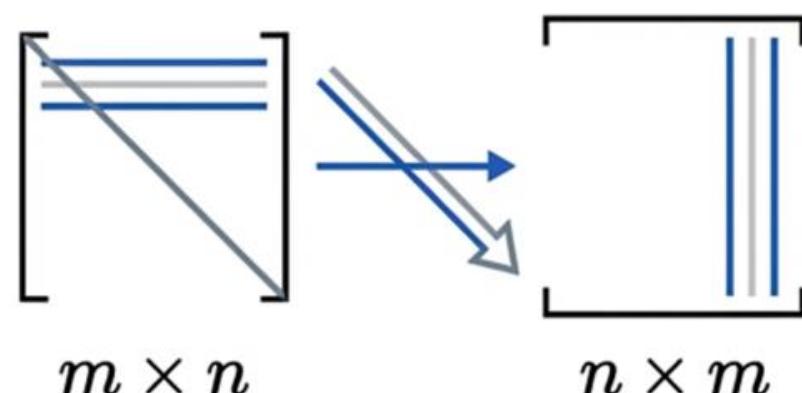
Birim Matris (I)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot I = A$$

Etkisiz eleman (Matrislerin '1'i).

Transpoz (A^T)



Satır \leftrightarrow Sütun

$$m \times n \rightarrow n \times m$$

Temel Denklem Sistemi

Katsayılar matrisi

Bilinmeyenler vektörü

$$Ax = b$$

Sonuç vektörü

x ne olmalı ki bu eşitlik sağlanınsın?

Ters Matris (Inversion) ve Gerçekler

$$x = A^{-1}b$$



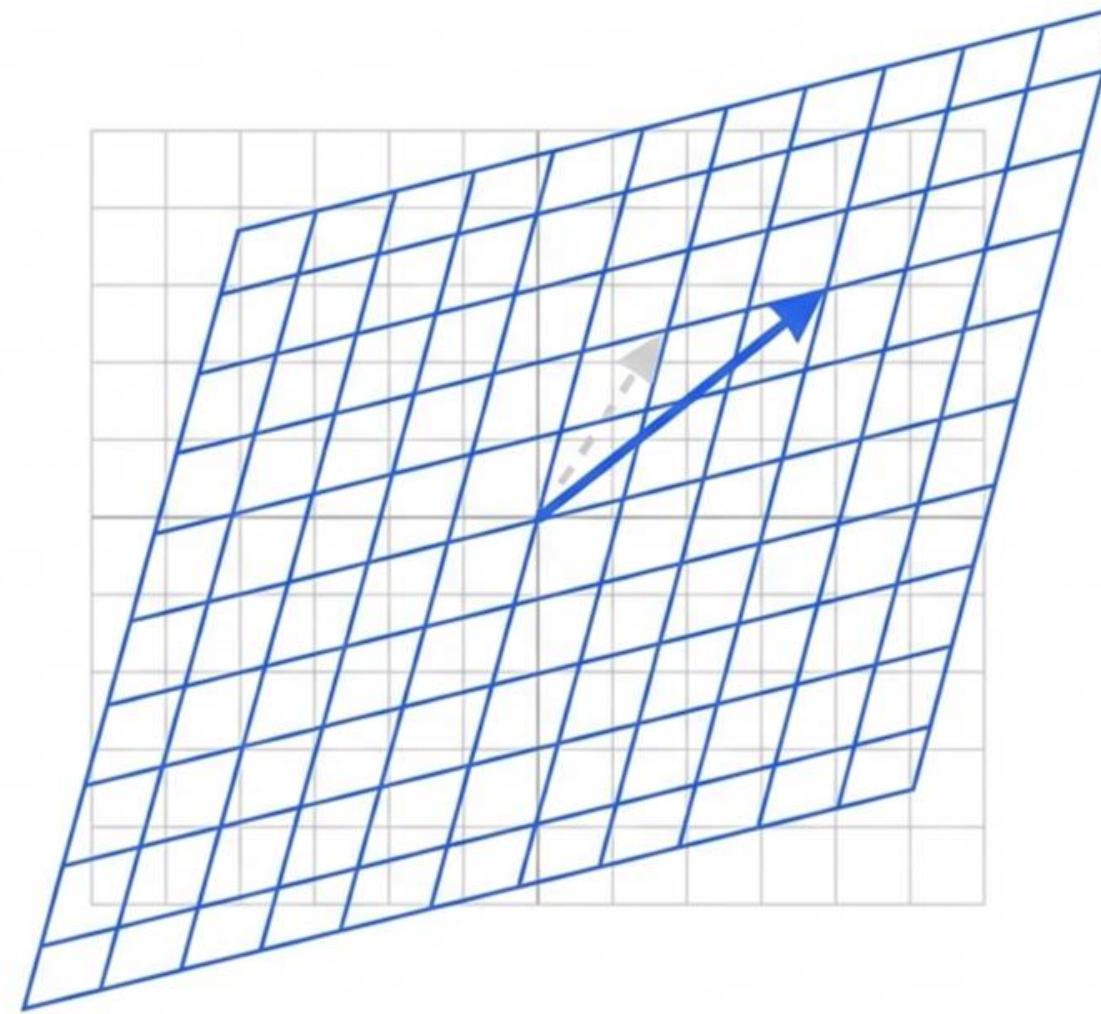
- Her matrisin tersi yoktur.
- Ters almak hesaplama açısından ‘pahalı’ ve kararsız olabilir.
- Pratikte genellikle doğrudan ters almak yerine ‘çözüm yöntemleri’ kullanılır.

Geometrik Yorum: Uzayı Dönüştürmek

Ölçekleme (Scaling)

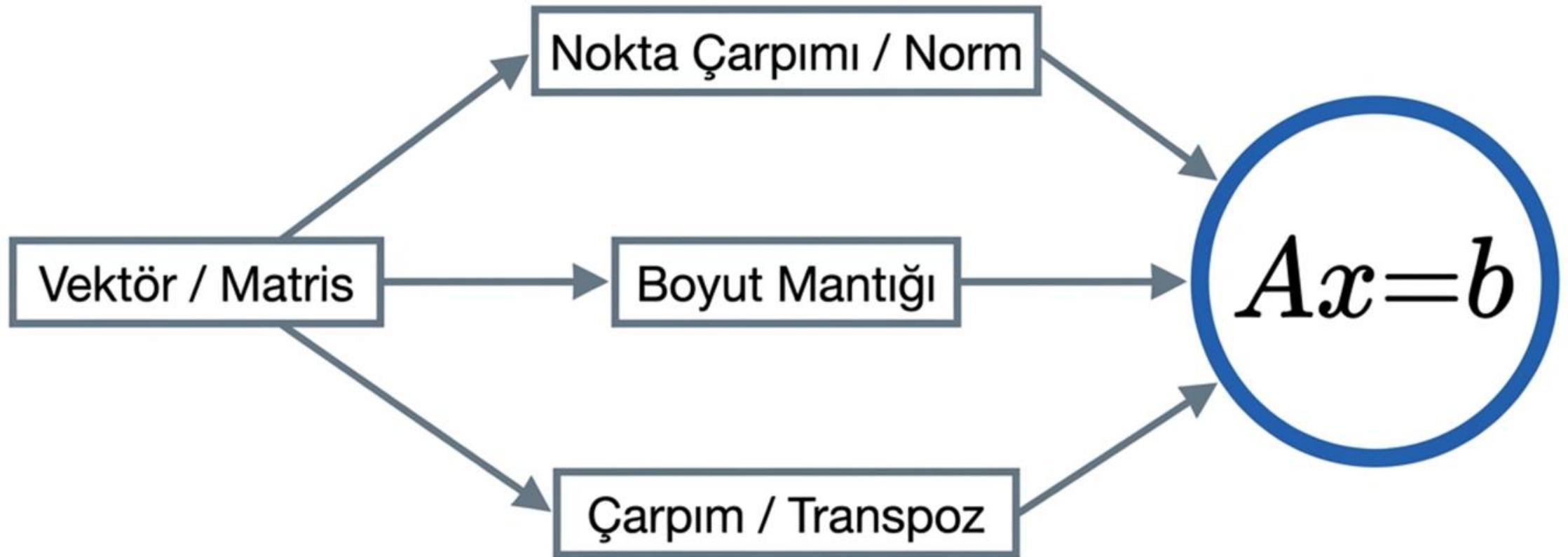
Döndürme (Rotation)

Eğme (Shear)



$$y = Ax$$

Özet: Kavram Haritası



Bu yapılar, modern veri biliminin temel dilidir.