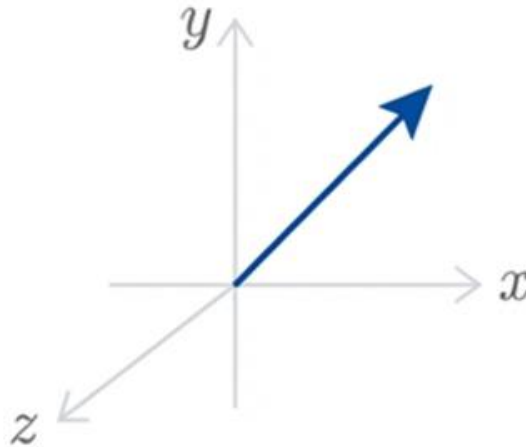


# Temel Lineer Cebir: Vektörler ve Matrislerle Düşünmek

Veriyi bir “tablo” olarak değil, matematiksel bir nesne olarak görmek.



VEKTÖR

MATRİS ÇARPIM

BOYUT DÖNÜŞÜM

ÇÖZÜM

# Skaler, Vektör ve Matris Hiyerarşisi



5

**Skaler**

Tek sayı.



$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}$$

**Vektör**

1 boyutlu liste.



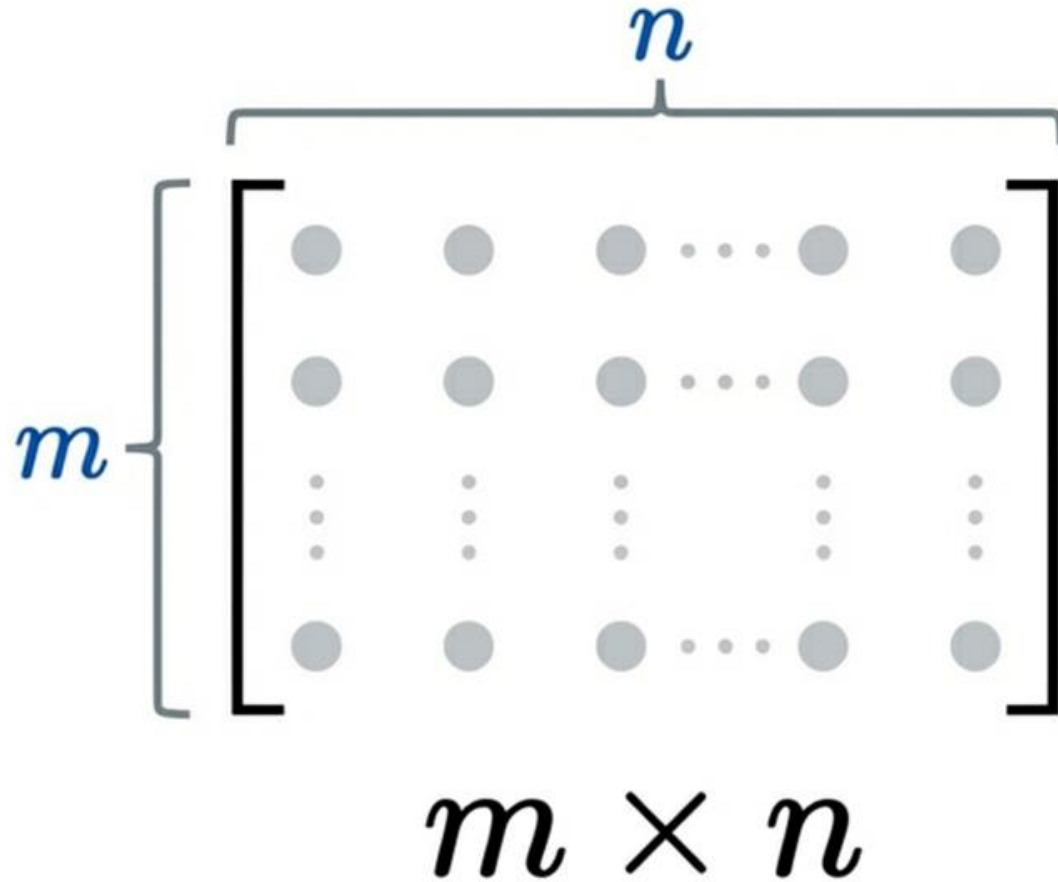
$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

**Matris**

2 boyutlu tablo.

Vektör ve matris, 'çok sayısı' düzenli şekilde taşır.

# Boyut (Dimension) Mantığı



## Tanımlar

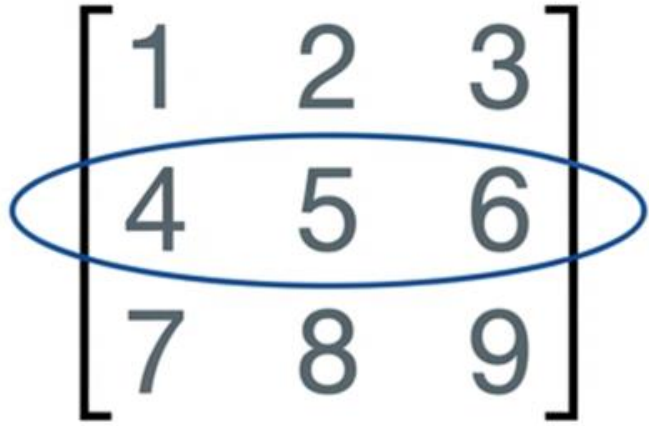
**Vektör Boyutu:**  $n$  (Kaç eleman?)

**Matris Boyutu:**  $m \times n$  (Satır  $\times$  Sütun)

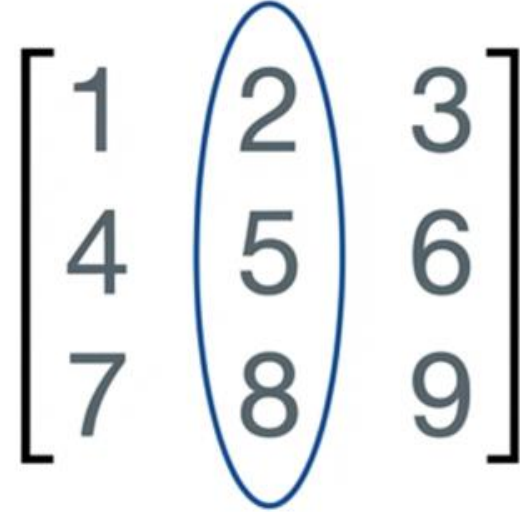
Örnek:  $3 \times 4$  matris = 3 satır, 4 sütun.

Boyut kontrolü, işlemlerde en kritik adımdır.

# Matrisin Satır ve Sütun Yorumu

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$


**Satır:** Bir gözlemin tüm özellikleri.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$


**Sütun:** Tek bir özelliğin tüm gözlemler boyunca değerleri.

Bir matris, birçok vektörün birleşimi gibidir.

# Toplama ve Çıkarma

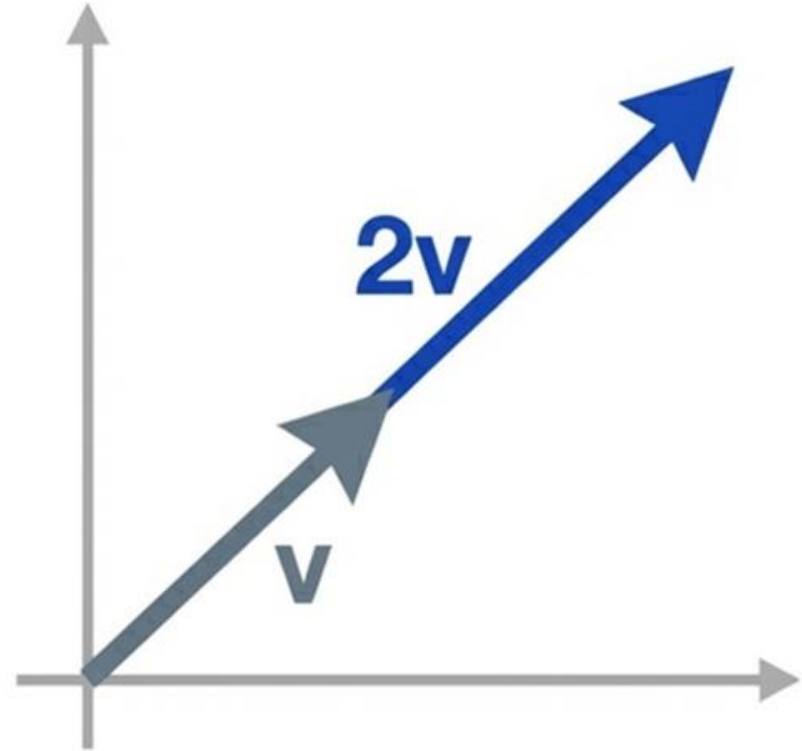
$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

**Kural:** Sadece aynı boyuttaki vektör ve matrisler toplanabilir.

**Yöntem:** İşlem eleman eleman yapılır.

# Skalerle Çarpma: Ölçekleme

$$2 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 10 \end{bmatrix}$$

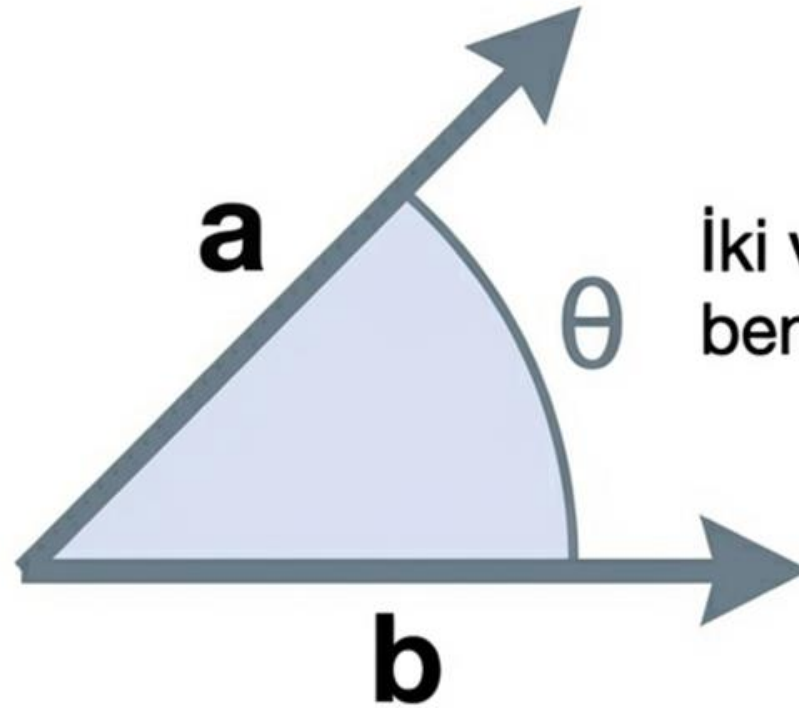


Bir sayıyla çarpmak tüm elemanları ölçekler.  
Bu işlem "büyütme/küçültme" anlamına gelir.

# Nokta Çarpımı (Dot Product)

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \sum a_i b_i$$

$$\begin{aligned} [1, 2] \cdot [3, 4] &= \\ (1 \cdot 3) + (2 \cdot 4) &= 11 \end{aligned}$$



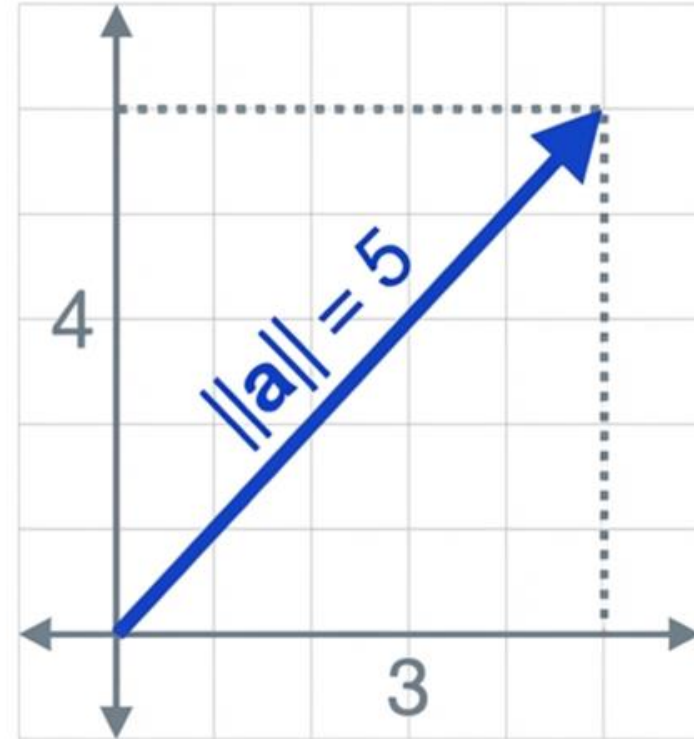
İki vektör arasındaki benzerlik hissini verir.



# Norm (Vektör Uzunluğu)

$$\|\mathbf{a}\| = \sqrt{\sum a_i^2}$$

$$\|[3, 4]\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$



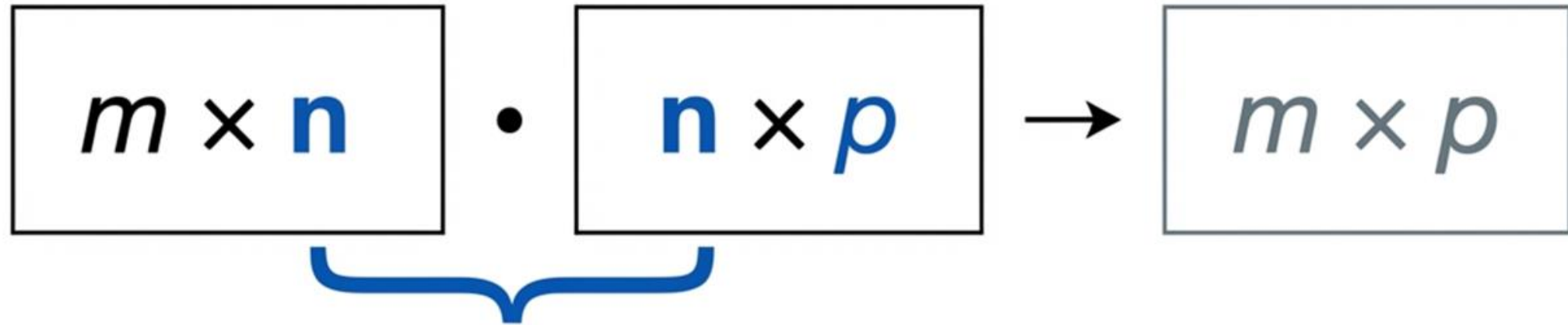
UZAKLIK

ŞİDDET

BÜYÜKLÜK



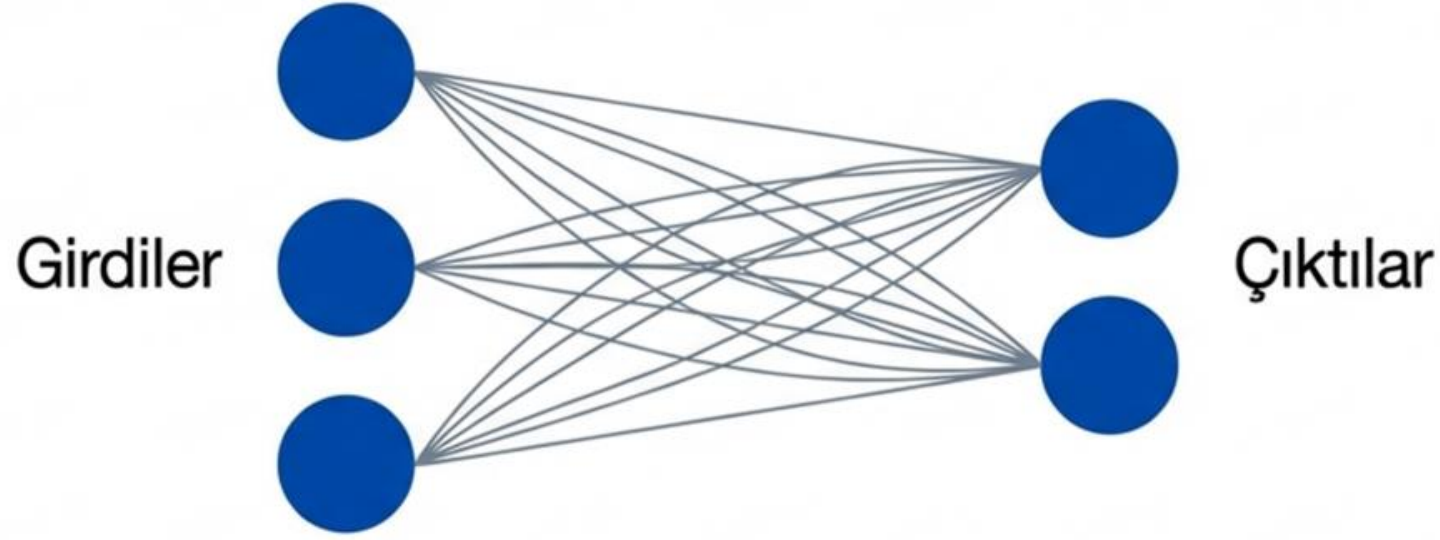
# Matris Çarpımı Mekanizması



**Şart:** İç boyutlar eşit olmalı

$$C_{ij} = \sum A_{ik} B_{kj}$$

# Çarpımın Anlamı: Bilgiyi Karıştırmak



Her bir çıktı elemanı, “satır” ile “sütun”un nokta çarpımıdır (dot product).

Matris çarpımı, bilgiyi karıştırıp yeniden üretme ve dönüştürme işlemidir.

# Araçlar: Birim Matris ve Transpoz

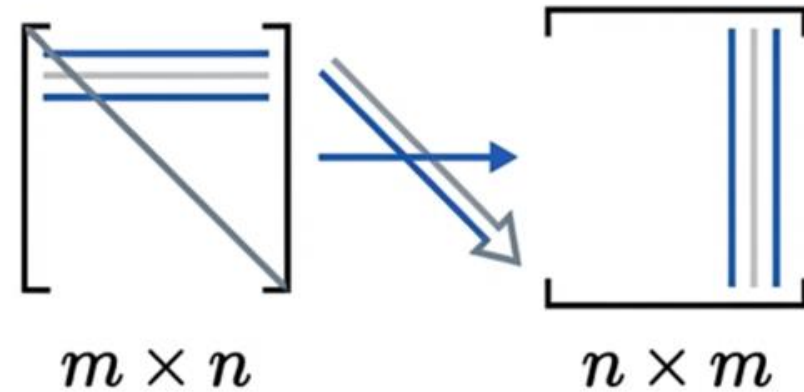
## Birim Matris ( $I$ )

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

$$A \cdot I = A$$

Etkisiz eleman (Matrislerin '1'i).

## Transpoz ( $A^T$ )



Satır  $\leftrightarrow$  Sütun

$$m \times n \rightarrow n \times m$$

# Temel Denklem Sistemi

Katsayılar matrisi

**Bilinmeyenler** vektörü

$$Ax = b$$

Sonuç vektörü

$x$  ne olmalı ki bu eşitlik sağlansın?

# Ters Matris (Inversion) ve Gerçekler

$$x = A^{-1}b$$



- Her matrisin tersi yoktur.
- Ters almak hesaplama açısından ‘pahalı’ ve kararsız olabilir.
- Pratikte genellikle doğrudan ters almak yerine ‘çözüm yöntemleri’ kullanılır.

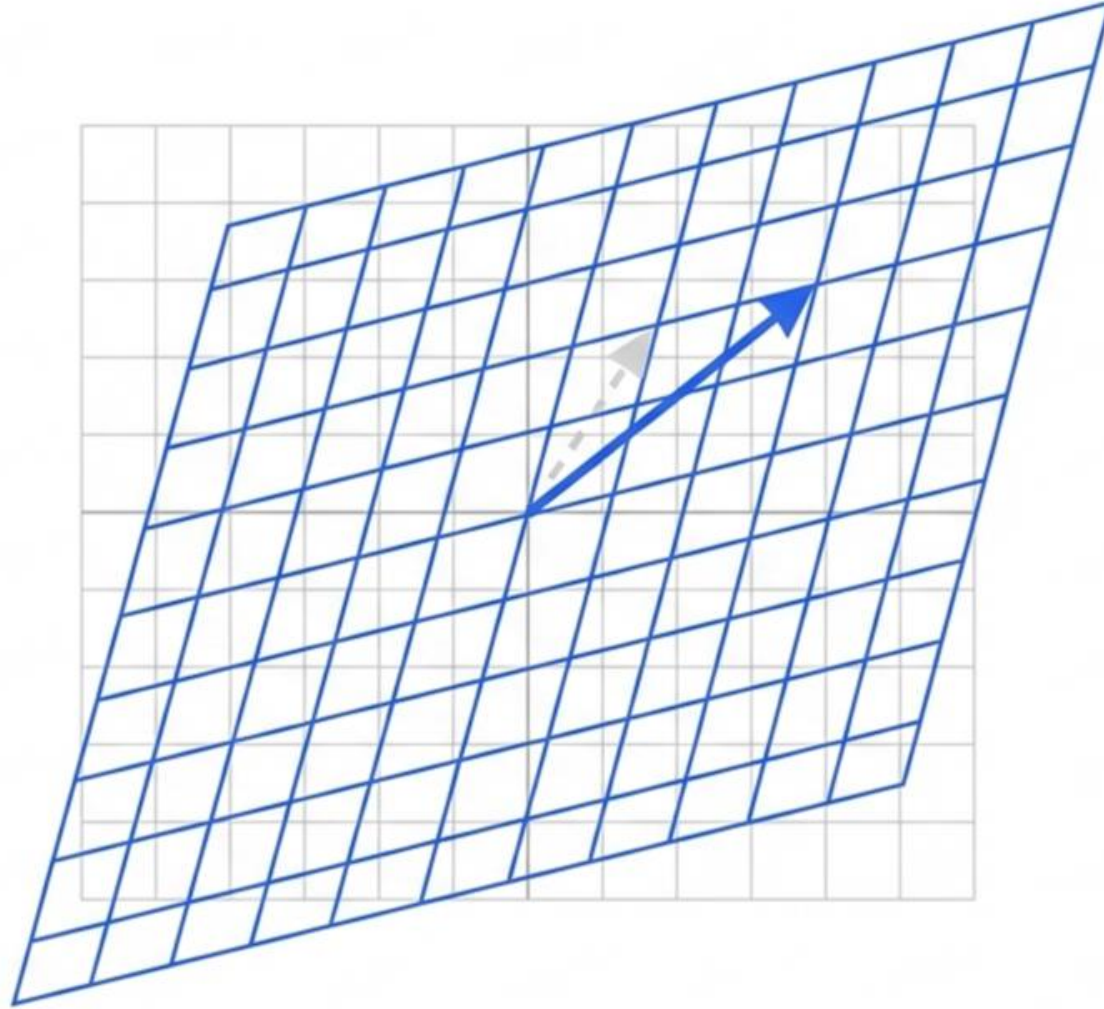


# Geometrik Yorum: Uzayı Dönüştürmek

Ölçekleme (Scaling)

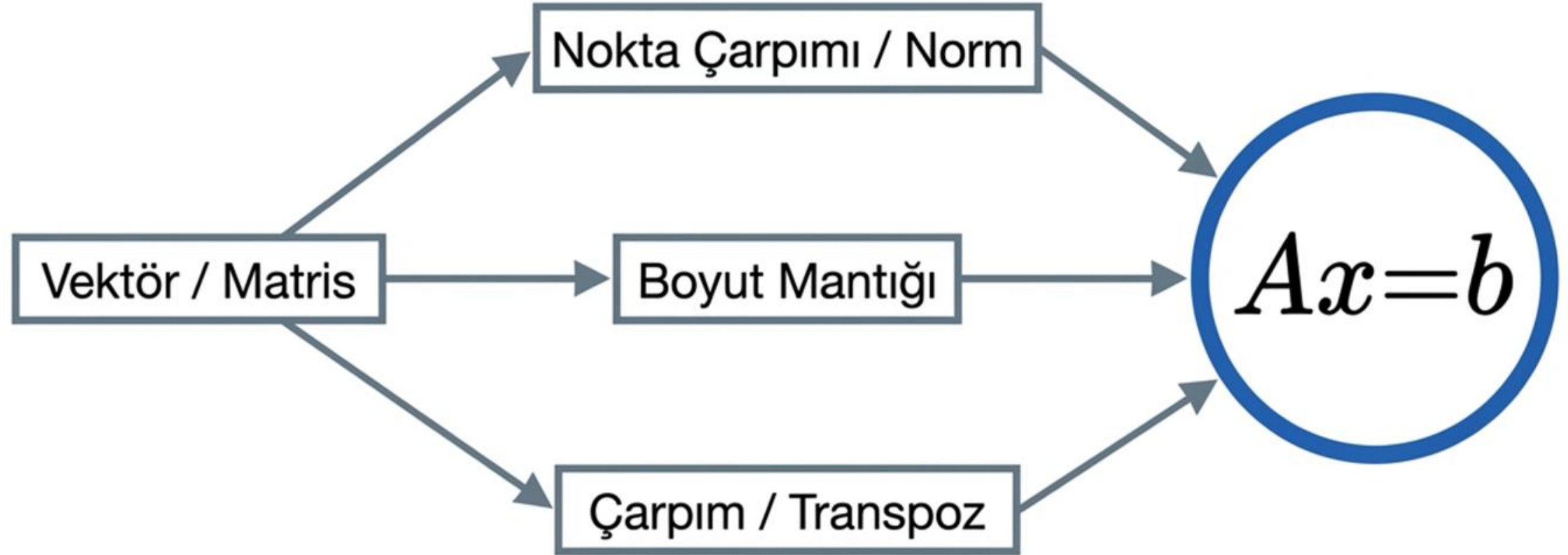
Döndürme (Rotation)

Eğme (Shear)



$$y = Ax$$

# Özet: Kavram Haritası



Bu yapılar, modern veri biliminin temel dilidir.