# Арапов Степан , М8О-208б-19
# Лабораторная работа 2. Третья часть.

**Задание:**

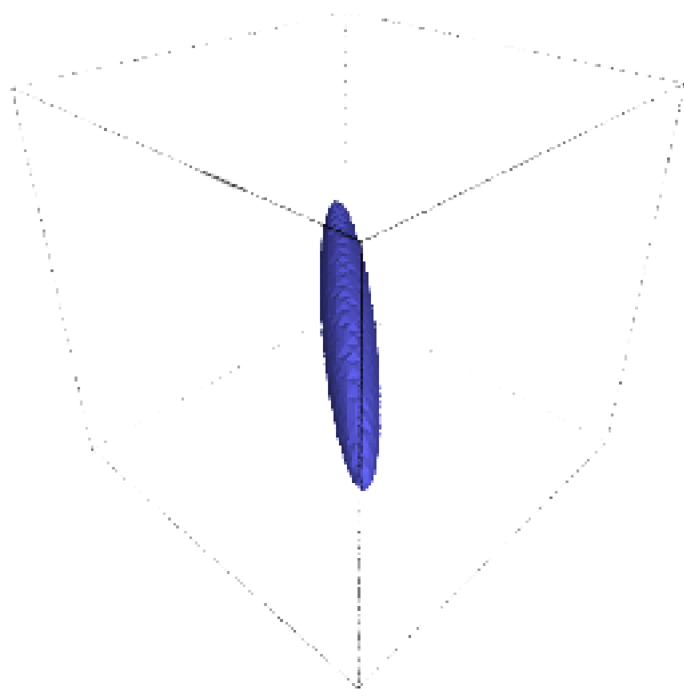
1. Привести поверхность, заданную уравнением, к каноническому виду.
2. Построить исходную поверхность и поверхность в каноническом виде.
3. Собственные числа и вектора рассчитать вручную, сравнить с результатом встроенных функций.

По списку 2, Вариант 2: $f(x, y, z) = 6x^2 + 12xy + 7y^2 + 2xz + 3z^2 + 5x + 5y + 5z - 18$

**Построение исходной поверхности.**

```
f(x, y, z) = 6*x^2 + 12*x*y + 7*y^2 + 2*x*z + 3*z^2 + 5*x + 5*y + 5*z - 18
```

Вот так теперь выглядит наша функция: $(x, y, z) \mapsto 6\,x^2 + 12\,xy + 7\,y^2 + 2\,xz + 3\,z^2 + 5\,x + 5\,y + 5\,z - 18$
Построим исходную поверхность.



**Приведение поверхности к каноническому виду.**
Создадим две матрицы: матрица $A$ для квадратичной формы, матрица $B$ из коэффициентов квадратичной и линейной формы и из свободного члена.

```
A = matrix([
    [6, 6, 1],
    [6, 7, 0],
    [1, 0, 3]
```

```
])

B = matrix([
    [6, 6, 1, 2.5],
    [6, 7, 0, 2.5],
    [1, 0, 3, 2.5],
    [2.5, 2.5, 2.5, -18]
])
```

Посчитаем ортогональные инварианты.

```
t1 = A.trace()
t2 = A[0:2, 0:2].det() + A[[0, 2], [0, 2]].det() + A[1:3, 1:3].det()
d = A.det()
delta = B.det()
```

Результаты вычислений: $t1 = 16, t2 = 44, d = 11, delta = -235.500000000000$
Найдём собственные значения матрицы A.

```
E = matrix.identity(3)
eigenvalues = []

var("lmbda")
for eigenvalue in solve((A - lmbda * E).det() == 0, lmbda):
    show(n(eigenvalue.rhs()))
    eigenvalues.append(eigenvalue.rhs())
```

Результат в символьном и численном виде:

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}i\sqrt{4103}+\frac{2153}{54}\right)^{\frac{1}{3}}\left(i\sqrt{3}+1\right)-\frac{62\left(-i\sqrt{3}+1\right)}{9\left(\frac{1}{2}i\sqrt{4103}+\frac{2153}{54}\right)^{\frac{1}{3}}}+\frac{16}{3} == 3.15354361582362$$

$$-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}i\sqrt{4103}+\frac{2153}{54}\right)^{\frac{1}{3}}\left(-i\sqrt{3}+1\right)-\frac{62\left(i\sqrt{3}+1\right)}{9\left(\frac{1}{2}i\sqrt{4103}+\frac{2153}{54}\right)^{\frac{1}{3}}}+\frac{16}{3} == 0.277520671882518$$

$$\left(\frac{1}{2}i\sqrt{4103}+\frac{2153}{54}\right)^{\frac{1}{3}}+\frac{124}{9\left(\frac{1}{2}i\sqrt{4103}+\frac{2153}{54}\right)^{\frac{1}{3}}}+\frac{16}{3} == 12.5689357122939 - 1.11022302462516\times 10^{-16}i$$

Или другой способ:

```
A.eigenvalues()
```

$$0.2775206718825174?, 3.153543615823624?, 12.568935712293860?$$

Получили одинаковые значения (с незначительной погрешностью), значит посчитано верно.
Перейдём к последнему шагу, а именно к построениею поверхности в каноническом виде. Для начала нужно составить каноническое уравнение.

```
f_canonical(x,y,z) = x**2 * A.eigenvalues()[0] +
  y**2 * A.eigenvalues()[1] + z**2 * A.eigenvalues()[2]  + delta / d
```

Получили уравнение:

$$(x, y, z) \mapsto 0.2775206718825174?\, x^2 + 3.153543615823624?\, y^2 + 12.568935712293860?\, z^2 - 21.4090909090909$$

Наконец изобразим: