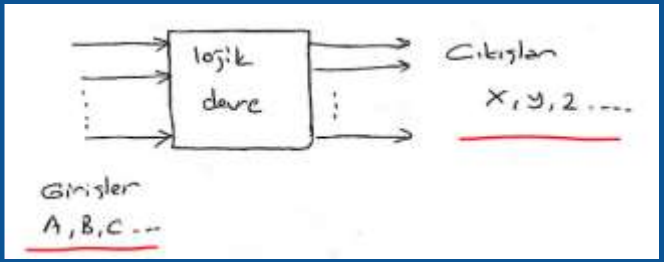
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİNE GİRİŞ

DERS II
BOOLE CEBİRİ

Boole Cebri

- Boole Cebri, 1850'li yıllarda matematikçi George Boole tarafından Aristo' nun mantık bilimine sembolik şekil verme isteği sonucunda ortaya çıkmıştır.
- Doğru – Yanlış,
- Evet – Hayır,
- Açık – Kapalı,
- 1 – 0 vb.



- *Boole Cebri, VE (AND, · veya ^), VEYA (OR, + veya v) ve DEĞİL (NOT, ¯ veya ´) temel mantıksal işlemlerinden oluşan sembolik bir sistemdir.*
- *Bilgisayarlarda kullanılan devrelerin tasarımı için gerekli temeli Boole Cebri oluşturur.*
- *değişken olarak cebirdeki gibi sayısal nicelikleri değil, doğruluk değeri 1 (bir) ya da yanlışlık değeri 0 (sıfır) girişlerini kullanır ve önermelerle işlem yapılmasına olanak sağlar.*
- *Boolean cebri sayısal devrelerin çıkış ifadelerinin giriş değişkenleri cinsinden ifade edilmesini ve elde edilen ifadenin en basit haline ulaşması için kullanılır.*

- *Türkiye'nin başkenti Konya'dır. (Yanlış - 0)*
- *• Türkiye'nin başkenti Ankara'dır. (Doğru - 1)*

Boole Cebri

- Sayısal devre tasarımının matematiksel temelini oluşturan “Boole Cebri, önermeler ya da nesneler arasındaki ilişkileri betimleyen simgesel matematiksel bir mantık sistemidir.

- Sayısal bilgisayarlarda kullanılan devrelerin tasarımı için gerekli temelini Boole Cebri oluşturur. Değişken olarak cebirdeki gibi sayısal nicelikleri değil, doğruluk değeri 1 (bir) ya da yanlışlık değeri 0 (sıfır) girişlerini kullanır ve önermelerle işlem yapılmasına olanak sağlar.

- x ve y iki önerme olsun. Doğru önermeleri *1 (bir)*, yanlış önermeleri *0 (sıfır)* ile gösterelim. Buna göre:

<table>
<tr><th>x</th><th>y</th><th>x.y</th><th>x ^ y</th><th>x+y</th><th>x v y</th><th>x'</th><th>y'</th></tr>
<tr><td>Doğru, 1</td><td>Doğru, 1</td><td colspan="2">1</td><td colspan="2">1</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>Doğru, 1</td><td>Yanlış, 0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">1</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>Yanlış, 0</td><td>Doğru, 1</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>Yanlış, 0</td><td>Yanlış, 0</td><td colspan="2">0</td><td colspan="2">0</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table>

Boole Cebrinin Esasları

Değişme Kuralı

A+B=B+A

A.B=B.A

Birleşme Kuralı

A+B+C=(A+B)+C=A+(B+C)

A.B.C=(A.B).C=A.(B.C)

Özdeşlik (Sabit kuvvetlilik) kanunu

A.A.A=A

A+A+A=A

Ve kanunu

A.1=A (Etkisiz eleman 1)

A.0=0 (Yutan eleman 0)

VEYA kanunu

A+1=1 (Birim eleman 1)

A+0=A (Etkisiz eleman 0)

Ters eleman

A=0 → A’=1 veya $\bar{A}$=1

$\overline{\overline{A}} = A$

Yutma Kuralı

A.(A+B)=A → İspat A.A+AB=A+AB=A(1+B)=A

A+AB=A → İspat A(1+B)=A

Tamamlayıcı Kural

A.A'=0

A'+A=1

Dağılma Kuralı

A(B+C)=AB+AC

A+B.C=(A+B)(A+C)

Tersin Tersi Kuralı

(A')'=A

[(A+B)']'=A+B

[(A.B)']'=A.B

De Morgan Kuralı (VEDEĞİL, VEYADEĞİL)

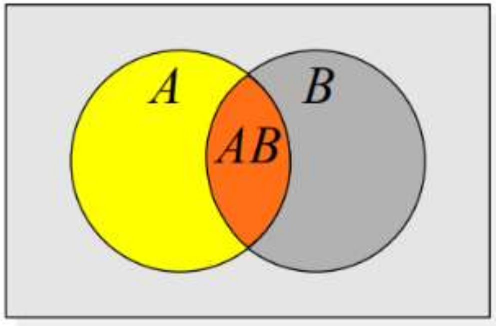
(A.B)'=A'+B'

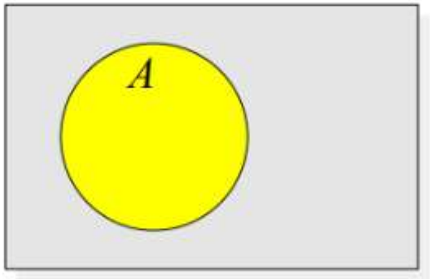
(A+B)'=A'.B'

Boole Cebrinin Esasları

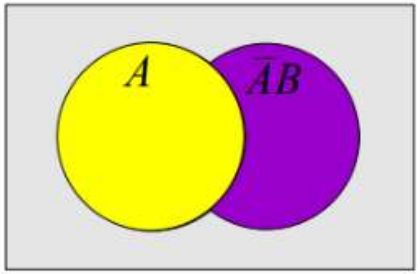
– Venn şemaları gösterimi

$A + AB = A$





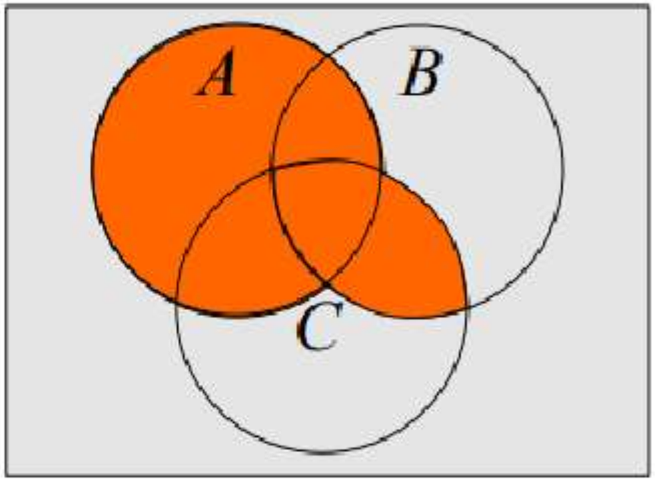
$A + \overline{A}B = A + B$

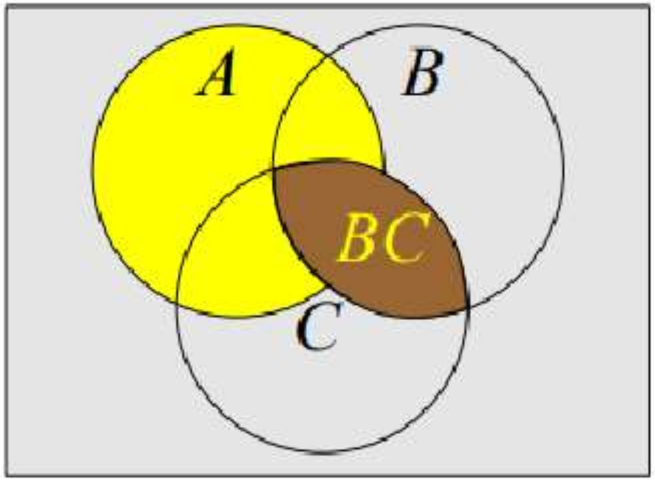


Boole Cebrinin Esasları

— Venn şemaları gösterimi

$$(A + B)(A + C) = A + BC$$





Boole Cebri Örnekleri

Dağılma Özelliğinin Tablo Kullanılarak İspatı

X	Y	Z	Y+Z	X.(Y+Z)	X.Y	X.Z	(X.Y)+(X.Z)
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

X	Y	Z	Y.Z	X+(Y.Z)	X+Y	X+Z	(X+Y).(X+Z)
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Boole Cebri Örnekleri

ÖRNEK 4: $Z = (AB+C)(B'D+C'E')+(AB+C)'$

Lojik İfadesini basitleştirin.

Çözüm:

$X=AB+C$ ve $Y=B'D+C'E'$ yazarsak:

$Z=XY+X' = X'+XY = (X'+X)(X'+Y)$, $X+X'=1$,

$Z=Y+X'$ Elde edilir.

X ve Y nin ifadeleri yerlerine yazılırsa:

$Z=B'D+C'E'+(AB+C)'$ olur.

Boole Cebri Örnekleri

ÖRN

$$F = \bar{A}.B + A + AB$$

$$= \bar{A}B + A(\underbrace{1+B}_{1})$$

$$F = \bar{A}B + A$$

$$\bar{\bar{F}} = \overline{\overline{A + \bar{A}B}} \quad {}^{2}_{1}$$

$$= \overline{\bar{A} \,.\, \overline{\bar{A}B}} \quad {}^{3}$$

$$= \overline{\bar{A} \,.\, (\underbrace{\bar{\bar{A}}}_{A} + \bar{B})} \quad {}^{2}$$

$$= \overline{\bar{A} \,.\, (A+\bar{B})}$$

$$= \overline{\underbrace{\bar{A}\,.\,A}_{0} + \bar{A}\bar{B}} \quad {}^{2}$$

$$= \overline{\bar{A}\bar{B}} \qquad \bar{\bar{A}} + \bar{\bar{B}}$$

$$A + B$$

$$= A + B$$

Boole Cebri Örnekleri

Örn

$$F = xy + \bar{x}z + yz \qquad \begin{smallmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{smallmatrix} = 1$$

$$= xy + \bar{x}z + yz(x + \bar{x})$$

$$= xy + \bar{x}z + xyz + \bar{x}yz$$

$$= xy(\underbrace{1+z}_{1}) + \bar{x}z(\underbrace{1+y}_{1})$$

$$= xy + \bar{x}z$$

Boole Cebri Örnekleri

$XY + XY' = X$	(3.12)	
$(X + Y)(X + Y') = X$	(3.2D)	
$X + XY = X$	(3.13)	(3.13) ün ispatı: $X+XY=X.1+XY=X(1+Y)=X.1=X$
$X(X + Y) = X$	(3.13D)	(3.13D) ın ispatı: $X(X+Y)=XX+XY=X+XY=X(1+Y)=X$
$(X + Y')Y = XY$	(3.14)	
$XY' + Y = X + Y$	(3.14D)	(3.14D) ispatı: $Y+XY'=(Y+X)(Y+Y')=(Y+X).1=Y+X$

Boole Cebri Örnekleri

Örnek: $Q = B.C+B.(C+A) +C.(B+A)$ ifadesini Boolean teoremleri yardımı ile sadeleştiriniz

Çözüm:

Sadeleştirme işlemini çeşitli adımlarla gösterelim

Iradım: Dağılma kanununu ikinci ve üçüncü terimlere uygularsak ifade aşağıdaki gibi olacaktır.

$Q = B.C+B.C+ A.B + B.C+ A.C$

IImadım: Birinci ve ikinci terimi "B" değişkeni ortak parantezine alırsak

ifade $Q = B.(C+C) + A.B + B.C+ A.C$

III.Adım: VEYA özdeşlikleri ile $(C+C=C)$

$Q = B.C + A.B + B.C + A.C$

IV.Adım: Birinci ve üçüncü terimi "C" değişkeni ortak parantezine alırsak $Q = C(B + B) + A.B + A.C$

V.Adım: VEYA özdeşlikleri ile $(B + B = 1)$

$Q= C + A.B + A.C$

VI.Adım: Birinci ve üçüncü terimi "C" ile ortak paranteze alırsak

$Q= C(1 + A) + A.B$

VII.Adım: VEYA özdeşlikleri yardımı ile $(1+A=1)$

$Q= C + A.B$

Boole Cebri Örnekleri

Örnek: $F(A,B,C) = ABC' + \underline{A'B'C} + A'BC + \underline{A'B'C'}$ ifadesini sadeleştirelim.

İfadedeki 2. ve 4. terimler *A'B'* parantezine alınırsa;

$$F(A,B,C) = ABC' + A'B'\underline{(C+C')} + A'BC$$ *A+A'=1 kuralından*

$$= ABC' + A'B' + A'BC$$

$$= ABC' + A'\underline{(B'+BC)}$$ *A+A'B = A+B kuralından*

$$= ABC' + A'(B'+C)$$

$$= ABC' + A'B' + A'C$$

Boole Cebri Örnekleri

Örnek: $F(A,B,C) = A.B + A'.C + B.C$ ifadesini sadeleştirelim

B.C terimini (A+A') ile genişletebiliriz;

$$F(A,B,C) = A.B + A'.C + B.C.(A+A')$$
$$= \underline{A.B} + A'.C + \underline{A.B}.C + A'.B.C$$
$$= A.B.(1+C) + A'.C.(1+B) = \boxed{A.B + A'.C}$$

Örnek: $F(A,B,C) = AB' + A(B+C)' + B(B+C)'$ ifadesini sadeleştirelim.

İfadedeki 2. ve 3. terim için DeMorgan kuralını uygularsak;

$(A.B)'=A'+B'$ $(A+B)'=A'.B'$

$F(A,B,C) = AB'+A(B'C')+B(B'C')$ *B.B'= 0'dır.*

$= \underline{AB'}+\underline{AB'}C'$ AB' parantezine alınırsa;

$= AB'(1+C')$ 1+C'=1 olduğundan;

$= AB'$

Boole Cebri Örnekleri

$$A + \overline{A}\,B = A + B$$

(1) Algebraically:

$$\begin{aligned}
A + \overline{A}\,B &= A\,1 + \overline{A}\,B && \text{T7(a)}\\
&= A\,(1 + B) + \overline{A}\,B && \text{T7(c)}\\
&= A + A\,B + \overline{A}\,B && \text{T3(a)}\\
&= A + B\,(A + \overline{A}) && \text{T3(a)}\\
&= A + B && \text{T(8)}
\end{aligned}$$

(2) Using the truth table:

A	B	$A+B$	$\overline{A}\,B$	$A+\overline{A}\,B$
0	0	**0**	0	**0**
0	1	**1**	1	**1**
1	0	**1**	0	**1**
1	1	**1**	0	**1**

$$Z = (A + \overline{B} + \overline{C})(A + \overline{B}C)$$
$$Z = AA + A\overline{B}C + A\overline{B} + \overline{B}\overline{B}C + A\overline{C} + \overline{B}C\overline{C}$$
$$Z = A(1 + \overline{B}C + \overline{B} + \overline{C}) + \overline{B}C + \overline{B}C\overline{C}$$
$$Z = A + \overline{B}C$$

(a)
$$\begin{aligned}
A(\overline{A} + B) &= A\overline{A} + AB && T3(a)\\
&= 0 + AB && T9(a)\\
&= AB && T7(a)
\end{aligned}$$

(b)

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A+B$	$\overline{A+B}$	$\overline{A}\,\overline{B}$	$A\,B$	$\overline{A\,B}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	1	1	0	**1**	**1**	0	**1**	**1**
0	1	1	0	1	**0**	**0**	0	**1**	**1**
1	0	0	1	1	**0**	**0**	0	**1**	**1**
1	1	0	0	1	**0**	**0**	1	**0**	**0**

Boole Cebri
Toplamların Çarpımı (POS Product Of Sums)
Çarpımların Toplamı (SOP Sum OF Products)

. POS (Product Of Sums) Toplamların Çarpımı Örnekleri:

(A + B')(C + D' + E)(A + C' + E‘)
veya
B(A+B’+C’+E)(A+D’+ E)

SOP (Sum Of Product) Çarpımlar ın Toplamlamı Örnekleri:

AB’C+CD+ABD
Veya
A+CDE+ACE +D

Boole Cebri
Toplamların Çarpımı (POS Product Of Sums)
Çarpımların Toplamı (SOP Sum OF Products)

Örnek 5: ***A + B'CD ifadesini faktörlerine ayırınız (POS: Toplamların çarpımı şeklinde yazınız)***

Çözüm: Verilen Lojik ifade X + *YZ* şeklindedir. Burada X = *A*, *Y* = *B'*, ve Z = *CD*, Dolayısiyle:

$A + B'CD = (X + Y)(X + Z) = (A + B')(A + CD)$

A + CD ifadesi ikinci dağılım kuralı uygulanarak faktörlerine ayrılabilir ve **sonuç olarak**

$A + B'CD = (A + B')(A + C)(A + D)$ ***elde edilir.***

SOP formunda verilen lojik ifade (fonksiyon) POS formuna dönüştürülmüş oldu.

Boole Cebri
Toplamların Çarpımı (POS Product Of Sums)
Çarpımların Toplamı (SOP Sum OF Products)

Örnek 6: $AB' + C'D$ lojik ifadesini faktörlere ayırınız (SOP formundan POS formuna dönüştürünüz).

ÇÖZÜM:

$X + YZ = (X + Y)(X + Z)$ kuralını (ikinci dağılma kuralı) arka arkaya uygulanırsa:

$$AB' + C'D = (AB' + C')(AB' + D)$$

$$= (A + C')(B' + C')(A + D)(B' + D)$$

elde edilir.

Boole Cebri
Toplamların Çarpımı (POS Product Of Sums)
Çarpımların Toplamı (SOP Sum OF Products)

ÖRNEK 7:

$F = C'D + C'E' + G'H$ SOP ifadesini POS formuna dönüştürünüz.

Çözüm:

Önce birinci dağılma kuralını uygulayalım:

$F=C'(D+E')+G'H$ elde edilir.

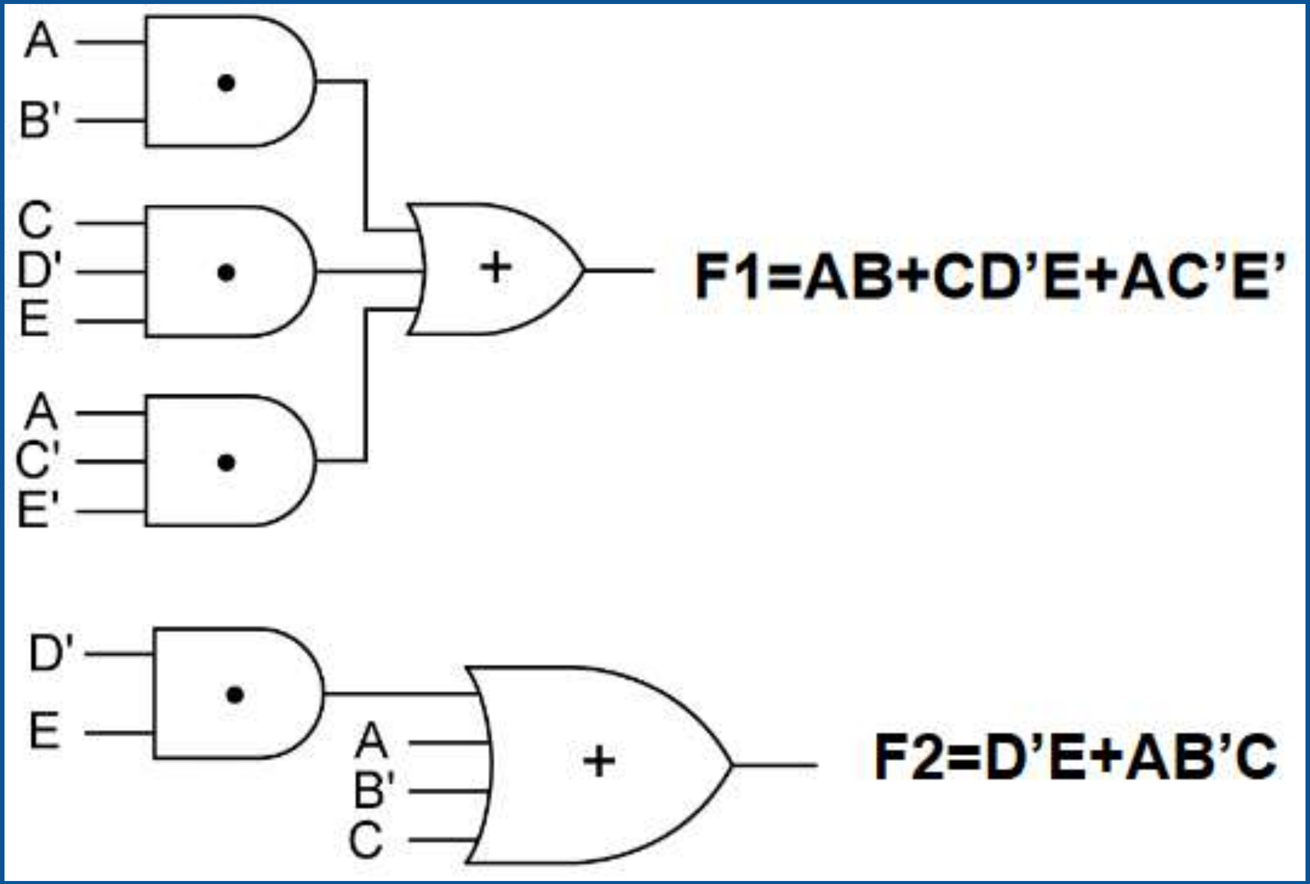
Şimdi ikinci dağılma kuralını arka arkaya uygulayalım:

$$F = (C' + G'H)(D + E' + G'H)$$

$$F = (C' + G')(C + H)(D + E' + G')(D + E' + H)$$

elde edilir.

Boole Cebri
Toplamların Çarpımı (POS Product Of Sums)
Çarpımların Toplamı (SOP Sum OF Products)



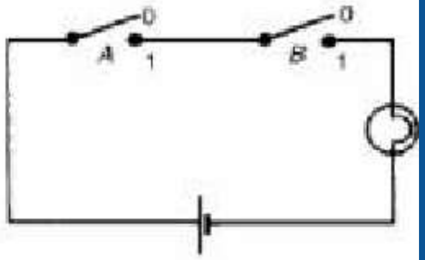
Lojik Kapılar ve Doğruluk Tabloları

Sayısal entegrelerin temelini oluşturan lojik kapılar, diyot, transistör, direnç, kondansatör gibi çeşitli elemanlar içerir. Entegre devreler, az güçle ama yüksek hızla çalışan, küçük boyutlu ve harici kablo bağlantısı oldukça az olan sistemlerdir. Aşağıda lojik kapıları ve bu kapılara ilişkin doğruluk tabloları gösterilmiştir.

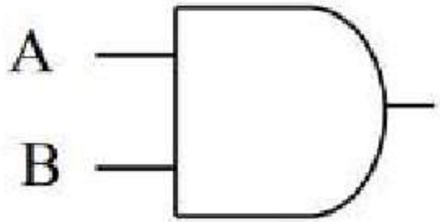
- Lojik Kapılar :Sayısal entegrelerin temelini oluşturan kapılardır:
- VE(AND),
- VEYA(OR),
- DEĞİL(NOT),
- AYRICALIKLI VEYA(YADA) (EXCLUSIVE OR)(XOR)
- VEDEĞİL(NAND)
- VEYADEĞİL(NOR),
- YADADEĞİL(XNOR)
- TAMPON(BUFFER)

Lojik Kapılar ve Doğruluk Tabloları
AND Gate (VE Kapısı)

VE İŞLEMİ



- Elektrik devresinde seri bağlı anahtarlar ile gösterilir.
- Matematikte çarpma işlemine karşılık gelir.



DOĞRULUK TABLOSU

A	B	Q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

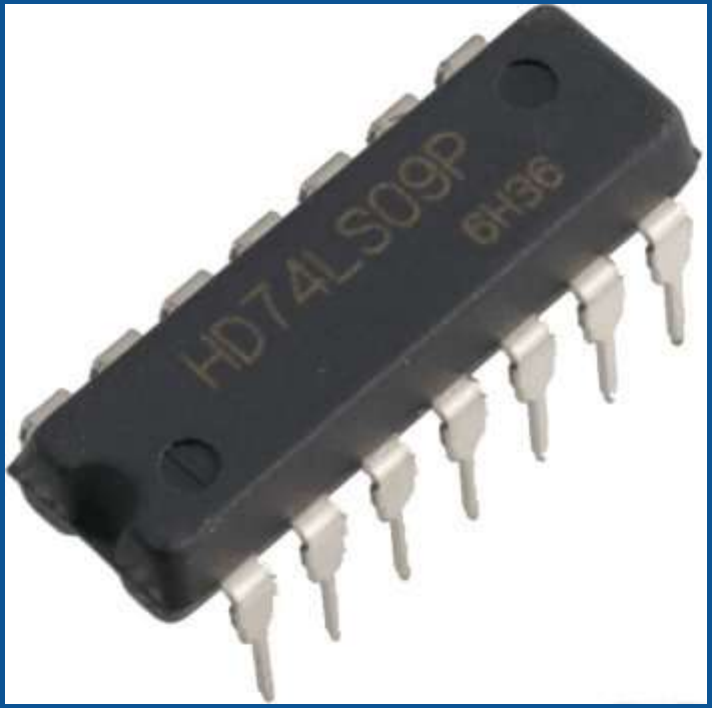
$$Q = A \cdot B$$

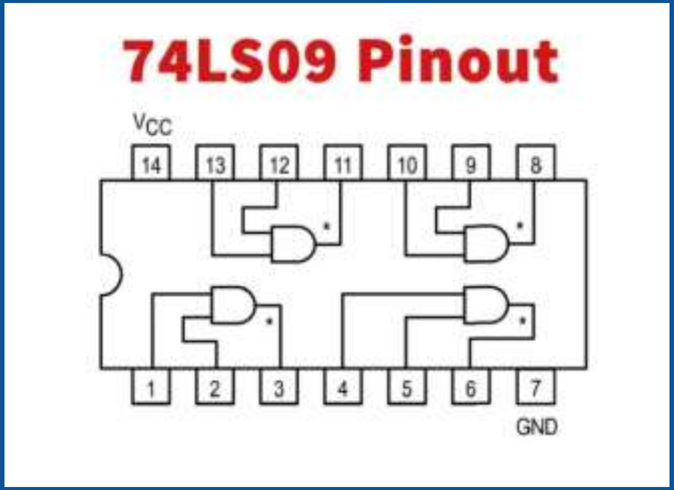
$0 \cdot 0 = 0$ $\quad$ $0 \cdot 1 = 0$

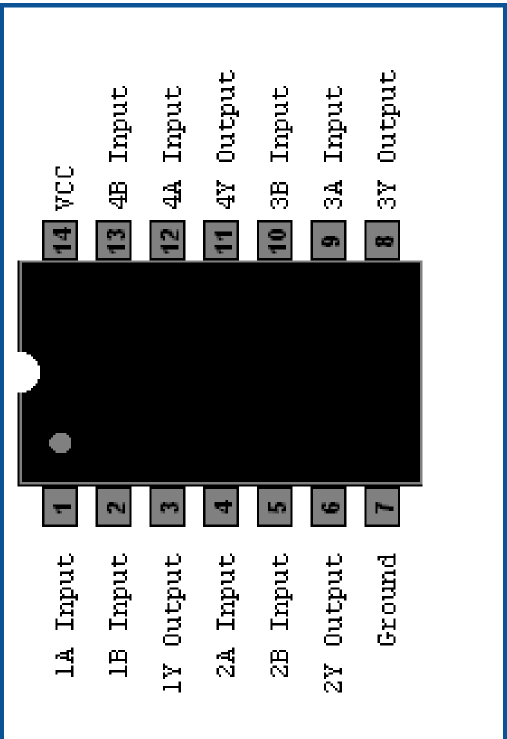
$1 \cdot 0 = 0$ $\quad$ $1 \cdot 1 = 1$

- A **VE** B **1** ise sonuç **1**
- Diğer durumlarda sonuç **0**

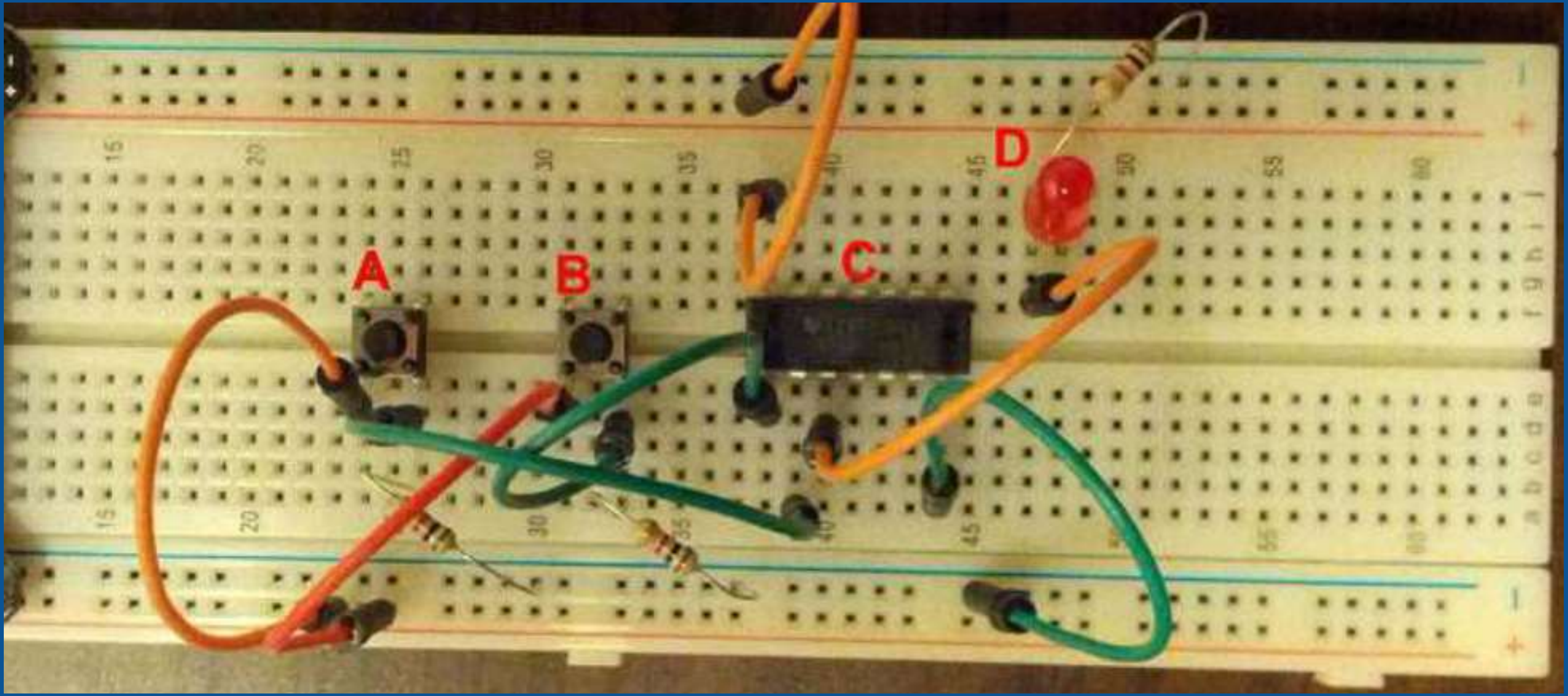
Lojik Kapılar ve Doğruluk Tabloları (AND Gate)







Lojik Kapılar ve Doğruluk Tabloları (AND Gate)

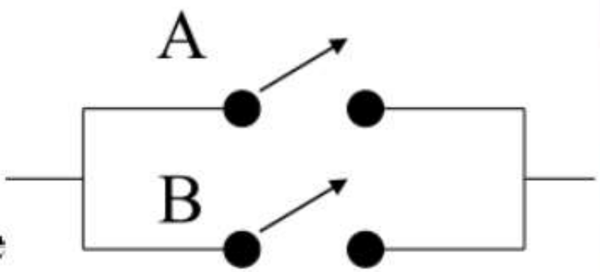


Lojik Kapılar ve Doğruluk Tabloları
OR Gate (VEYA Kapısı)

Boolean Algebra: VEYA İşlemi

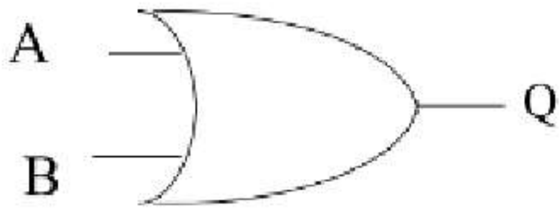
VEYA İşlemi

- **VEYA İşlemi matematikteki toplama işlemine karşılık gelmektedir.**
- **Elektrik devresi olarak birbirine parale bağlı anahtarlar ile gösterilebilir.**



$0 + 0 = 0, \qquad 0 + 1 = 1,$

$1 + 0 = 1, \qquad 1 + 1 = 1$



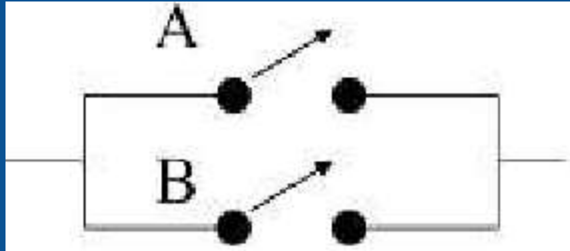
$Q = A + B$

DOĞRULUK TABLOSU

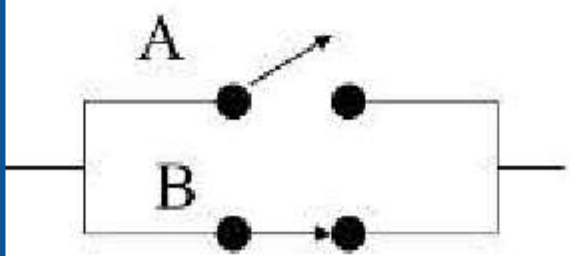
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- A VEYA B **1** ise sonuç **1**
- Her ikisi **0 ise Sonuç 0**

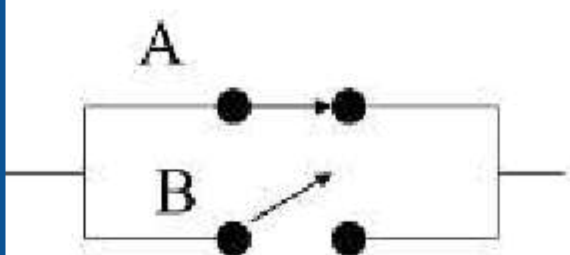
Lojik Kapılar ve Doğruluk Tabloları
OR Gate (VEYA Kapısı)



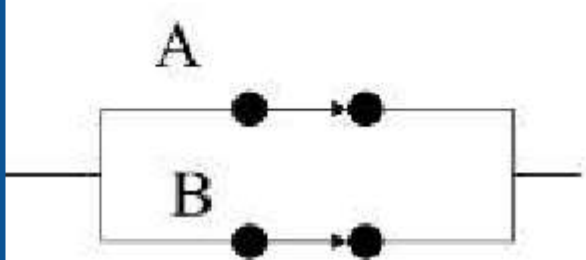
A veya B anahtarları kapalı değil, devre açık (0)



B anahtarı kapalı (1), Devre kapalı (1)

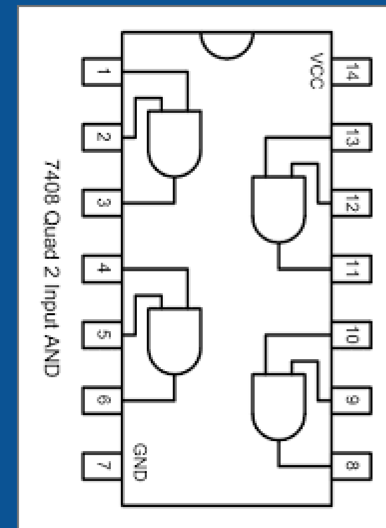


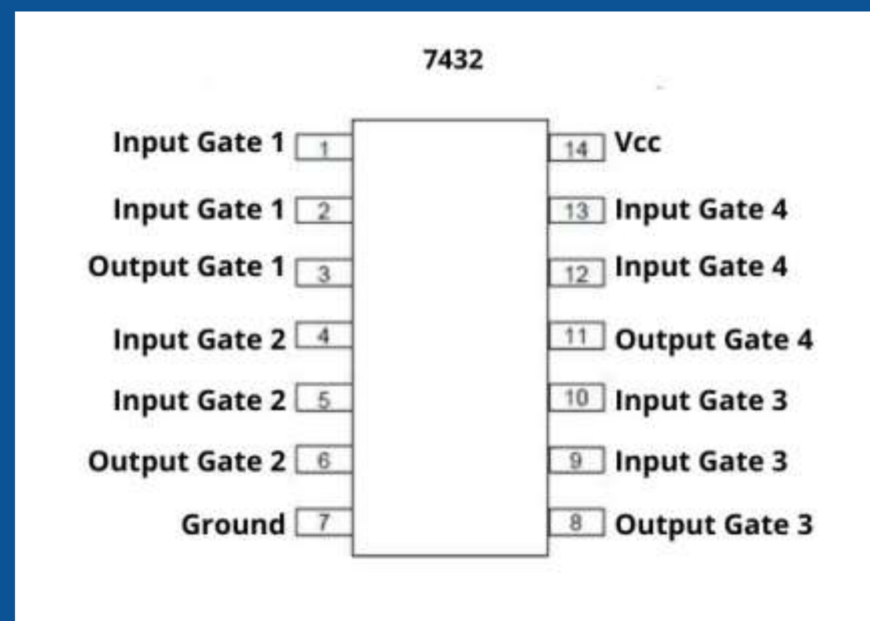
A anahtarı kapalı (1), Devre kapalı (1)



A ve B anahtarı kapalı (1), Devre kapalı (1)

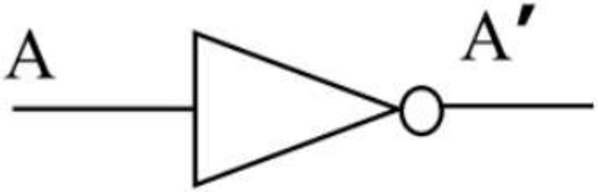
Lojik Kapılar ve Doğruluk Tabloları
OR Gate (VEYA Kapısı)



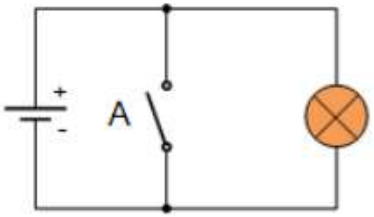


Lojik Kapılar ve Doğruluk Tabloları
NOT Gate (DEĞİL Kapısı)

DEĞİL İŞLEMİ



- A değişkeninin DEĞİL'i **A'** veya $\bar{A}$ ile gösterilir ve A'nın tersine Eşittir.
- DEĞİL, Tümleyen ya da Tersi de denir.

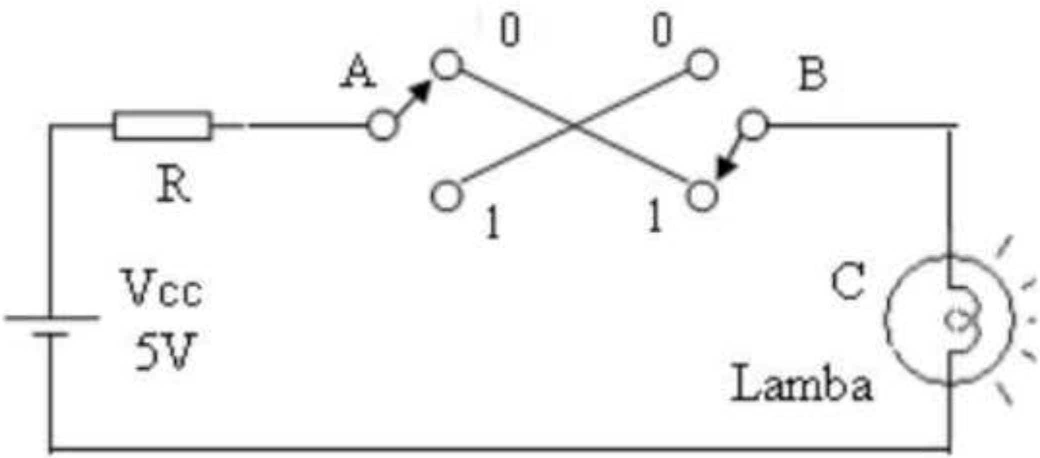


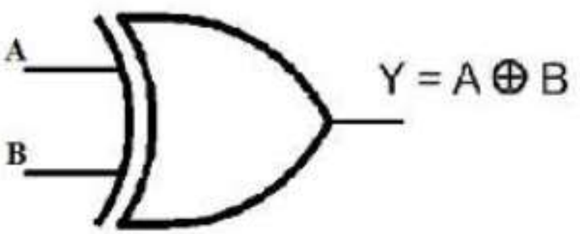
DOĞRULUK TABLOSU (Truth Table)

A	A'
0	1
1	0

Lojik Kapılar ve Doğruluk Tabloları
XOR Gate (YADA, ÖZEL VEYA Kapısı)

Özel Veya kapısı iki girişi bir çıkışı olan bir kapıdır. Bu kapı XOR diye de gösterilebilir. Bu kapının özelliği eğer girişlerin ikisi de aynı ise yani A= B= 0 veya A= B = 1 olduğunda çıkış lojik 0 olmaktadır. Eğer girişlerin ikisi de farklı ise yani A= 1, B= 0 veya A= 0, B = 1 olduğunda çıkış lojik 1 olmaktadır.

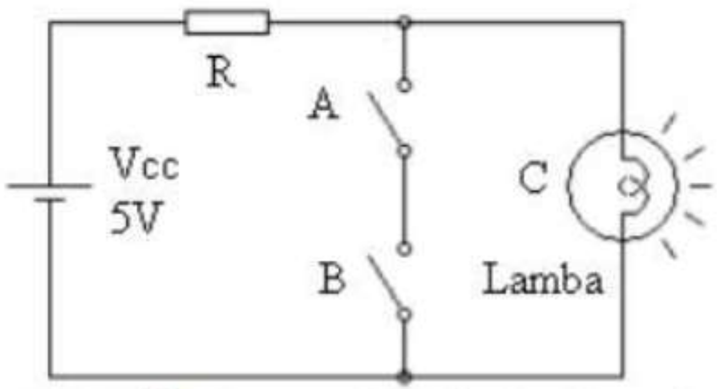




Girişler		Çıkış
A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

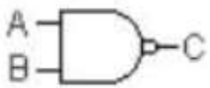
Lojik Kapılar ve Doğruluk Tabloları
NAND Gate (VE DEĞİL Kapısı)

Elektriksel eşdeğer devresinde görüldüğü gibi VEDEĞİL kapısında lambaya DEĞİL (NAND) kapısındaki gibi anahtar bağlanmış olup anahtar sayısı ikiye(A ve B) çıkmıştır. Lambanın sönmesi için A ve B anahtarlarının ikisinin de kapalı (lojik 1) olması gerekir. Anahtarların diğer durumlarında lamba (lojik 1) yanacaktır. Bu durum doğruluk tablosunda görülmektedir.



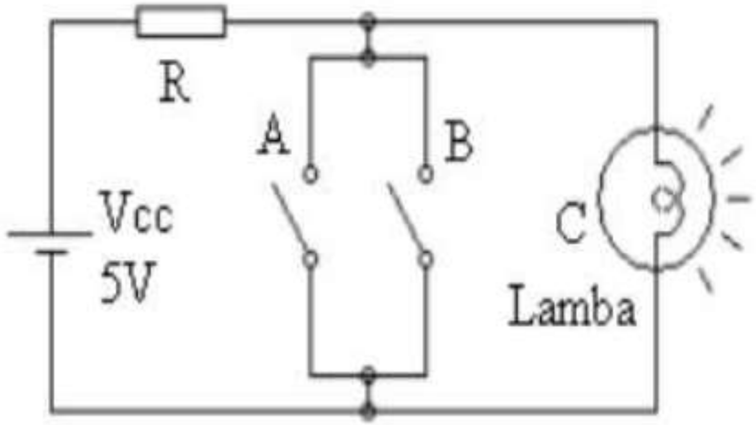
VEDEĞİL kapısı elektriksel eşdeğeri

VE DEĞİL kapısı iki girişi bir çıkışı vardır. Bu kapı aslında bir VE kapısı ile bir DEĞİL kapısının birleşmiş hâlidir. Sembolde görüldüğü gibi VE kapısının çıkışına bir adet küçük daire eklenmiştir.



Girişler		Çıkış
A	B	C
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Lojik Kapılar ve Doğruluk Tabloları
NOR Gate (VEYA DEĞİL Kapısı)



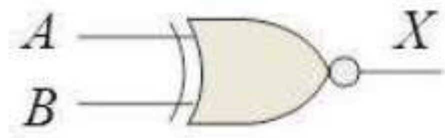
Şekilde 2.18'de VEYA DEĞİL (NOR) kapısının elektriksel eşdeğeri görülmektedir. Dikkat edilirse Veya değil kapısının elektriksel eşdeğerinde A ve B anahtarları lambaya yani çıkışa paralel bağlı iki anahtardır. Lambanın yanması yani çıkışın lojik 1 olması için her iki anahtarın açık (lojik 0) olması gerekir. Diğer durumlarda ise lamba sönük olacaktır.Bu durum tablod görülmektedir.

Şekil 2.18: VEYA DEĞİL kapısı elektriksel eşdeğeri

Veya Değil kapısının sembolü Veya kapısının çıkışına küçük bir daire ekleyerek gösterilir. Çıkış ifadesi ise girişine uygulanan lojik değerin ikisini toplayarak tersler.

Girişler		Çıkış
A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

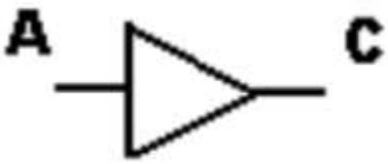
XNOR Gate (YADADEĞİL, ÖZEL VEYA DEĞİL Kapısı)



XNOR kapısı yalnızca girişleri aynı değerdeyken çıkışı **1** üretir. Doğruluk tablosu ;

Inputs		Output
A	*B*	*X*
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Lojik Kapılar ve Doğruluk Tabloları
BUFFER Gate (TAMPON Kapısı)



Tampon (buffer) sembolü

Giriş	Çıkış
A	C
0	0
1	1

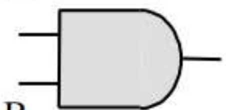
doğruluk tablosu

Lojik Kapılar ve Doğruluk Tabloları

Sayısal entegrelerin temelini oluşturan lojik kapılar, diyot, transistör, direnç, kondansatör gibi çeşitli elemanlar içerir. Entegre devreler, az güçle ama yüksek hızla çalışan, küçük boyutlu ve harici kablo bağlantısı oldukça az olan sistemlerdir. Aşağıda lojik kapıları ve bu kapılara ilişkin doğruluk tabloları gösterilmiştir. Doğruluk tablosu, bir lojik devredeki giriş değişkenlerinin alabilecekleri tüm değerlere karşılık gelen çıkışları gösterir. Doğruluk tablosundaki durum sayısı, n giriş değişkeni için 2^n dir.

İşlemin Adı — Sembolü — Yaptığı İşlem — Doğruluk Tablosu

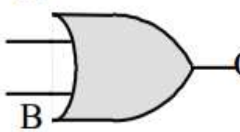
VE (AND) KAPISI



$Q=A.B$

A	B	Q
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

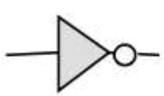
VEYA (OR) KAPISI



$Q=A+B$

A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

DEGİL (NOT) KAPISI

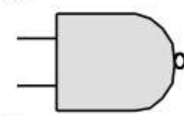


$Q=A'$

A	Q
0	1
1	0

İşlemin Adı — Sembolü — Yaptığı İşlem — Doğruluk Tablosu

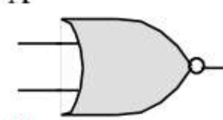
VEDEGİL (NAND) KAPISI



$Q=\overline{A\,.\,B}$

A	B	Q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

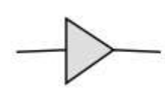
VEYADEGİL (NOR) KAPISI



$Q=\overline{A+B}$

A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

SÜRÜCÜ (BUFFER) KAPISI

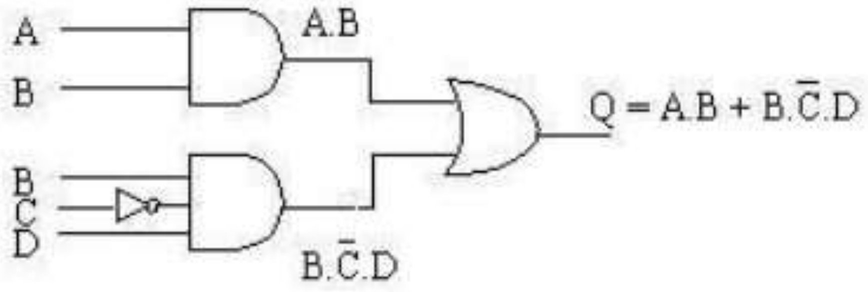


$Q=A$

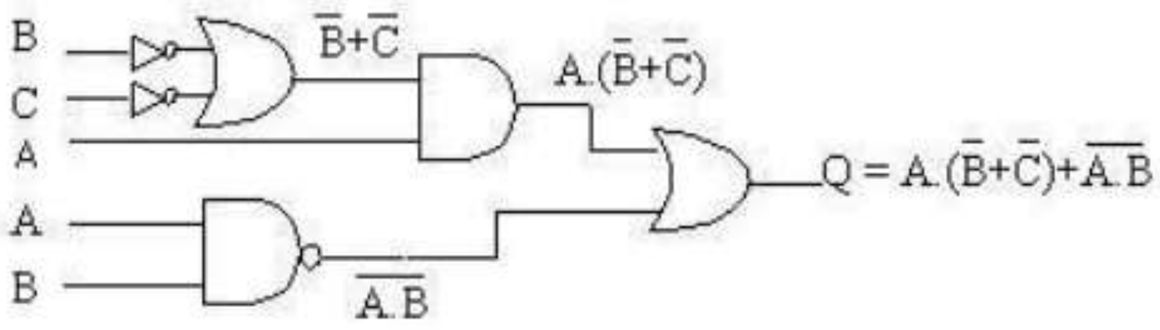
A	Q
0	0
1	1

Lojik Diyagram Tasarımı

$Q = A.B + B.\overline{C}.D$ ifadesinin lojik diyagramını çiziniz.

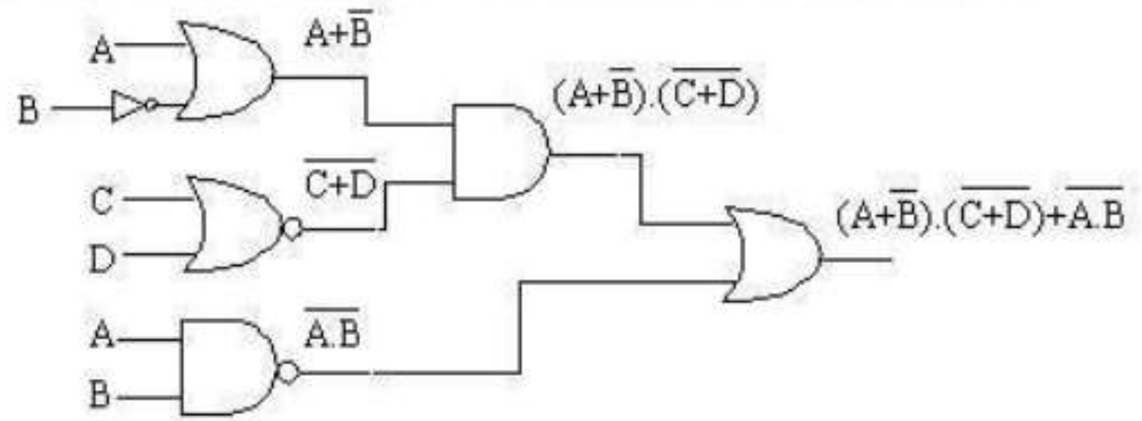


$Q = [A.(\overline{B} + \overline{C})]+\overline{A.B}$ ifadesinin lojik diyagramını çiziniz.

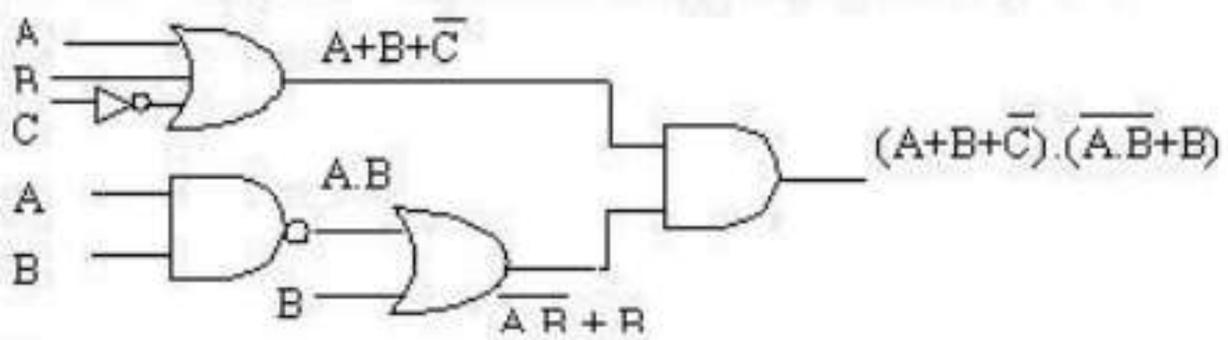


Lojik Diyagram Tasarımı

$Q = (A+\overline{B}).(\overline{C+D})+\overline{A.B}$ ifadesinin lojik diyagramını çiziniz.

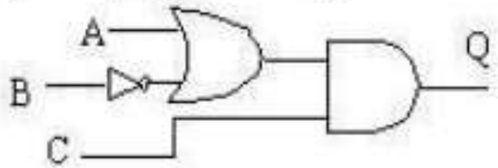


$Q = (A+B+\overline{C}).(\overline{A.B}+B)$ ifadesinin lojik diyagramını çiziniz.

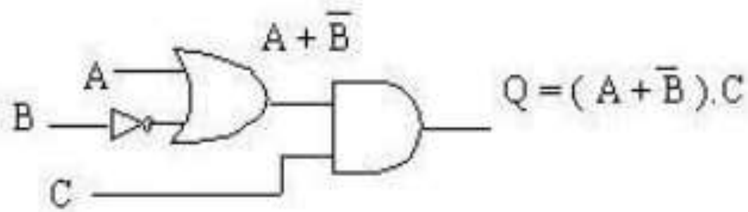


Lojik Diyagramdan Lojik İfadelerin Elde Edilmesi

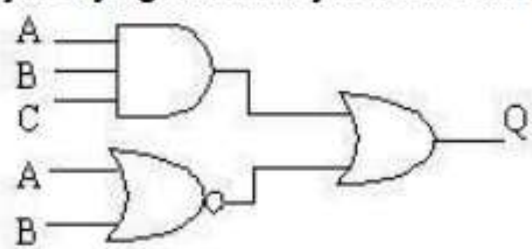
Aşağıdaki lojik diyagramın lojik ifadesini yazınız.

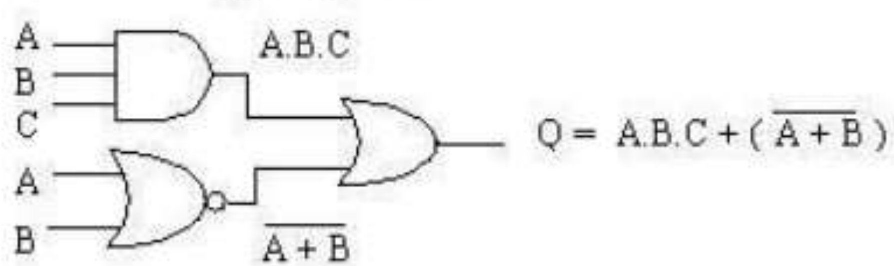


Çözüm:



Aşağıdaki lojik diyagramın lojik ifadesini yazınız.





Doğruluk Tablosundan Lojik İfadelerin Çıkarımı

Decimal Value	A	B	C	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

$$f(A, B, C) = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C} + \bar{A}\,B\,\bar{C} + \bar{A}\,B\,C + A\,B\,C \text{......(1)}$$

$$f(A, B, C) = 000 + 010 + 011 + 111$$

$$f(A, B, C) = \sum(000, 010, 011, 111)$$

$$f(A, B, C) = \sum(0,2,3,7) \text{......(2)}$$

POS Toplamların Çarpımı için De Morgan Kuralları

$$\bar{f}(A, B, C) = \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + AB\bar{C} \;\ldots\ldots(3)$$

$$\bar{\bar{f}}(A, B, C) = f(A, B, C) = \overline{\bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + AB\bar{C}}$$

$$f(A, B, C) = \overline{(\bar{A}\bar{B}C)} \,.\, \overline{(A\bar{B}\,\bar{C})} \,.\, \overline{(A\bar{B}C)} \,.\, \overline{(AB\bar{C})}$$

$$f(A, B, C) = (A + B + \bar{C})(\bar{A} + B + C)(\bar{A} + B + \bar{C})(\bar{A} + \bar{B} + C) \;\ldots\ldots(4)$$

Doğruluk Tablosundan Lojik İfadelerin Çıkarımı

$$f(A,B,C,D) = \bar{A}B\bar{C}D + A\bar{B}CD + AB\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}BCD$$

In binary form: $f(A, B, C, D) = \sum (0101, 1011, 1100, 0000, 1010, 0111)$

In decimal form: $f(A, B, C, D) = \sum (5, 11, 12, 0, 10, 7)$

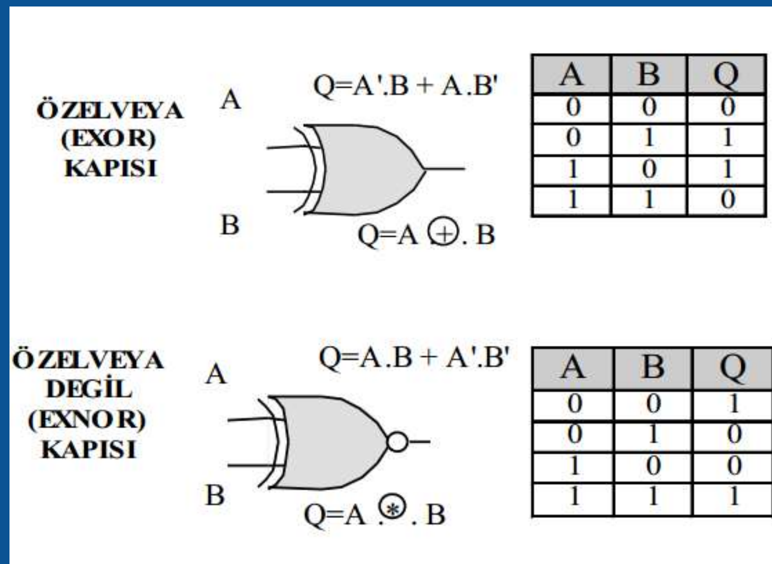
Doğruluk Tabloları ve İşlemi Basitleştirme

X	Y	X.Y(VE)	X+Y(VEYA)	X` (DEĞİL)
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	0

Örnek: X.Y+X fonksiyonunun doğruluk tablosu aşağıdaki gibidir.
X= 0, Y=0 ise X.Y= 0 olur. X.Y+X= 0+0= 0
X= 0, Y=1 ise X.Y= 0 olur. X.Y+X= 0+0= 0
X= 1, Y=0 ise X.Y= 0 olur. X.Y+X= 1+0= 1
X= 1, Y=1 ise X.Y= 1 olur. X.Y+X= 1+1= 1

X	Y	X.Y	X.Y+X
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

Lojik Kapılar ve Doğruluk Tabloları

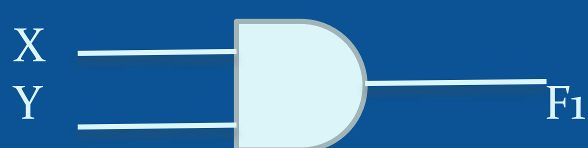


A	B	Q
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

A	B	Q
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Örnek:

F devresinin matematiksel karşılığı:



F1= X.Y

F= F1+Z

F= F1+Z= (X.Y)+Z elde edilir.