

COGNOME..... NOME..... N. MATRICOLA.....

o

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- Ti sono stati consegnati 7 fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.
- Nella tabella sottostante sono riportati i punteggi corrispondenti alla domanda in caso di risposta completamente corretta; l'ultimo riquadro di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se si deve cambiare qualche risposta che si è già scritta sul foglio, si faccia in modo che sia chiaro per chi correggerà il compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, si chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che sono state date.
- Al termine della prova devono consegnare unicamente i fogli che sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.

Esercizio	Parte	Pmax	Pcom
Esercizio 1	a	2	
	b	2	
Esercizio 2	a	3	
	b	2	
	c	2	
Esercizio 3	a	2	
	b	2	
	c	3	
Esercizio 4	a	2	
	b	2	
	c	3	
Esercizio 5	a	2	
	b	3	
Esercizio 6	a	2	
	b	2	
	c	2	
	d	2	

Esercizio 1

Data una matrice C simmetrica, per la quale risulta $C^2=C$. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false motivando brevemente la risposta:

- a) $A=2C-I$ verifica la relazione $AA^t=I$;
b) $\text{Det}(A^2)=1$

Esercizio 2

Si consideri la matrice:

$$A_k = \begin{pmatrix} 1-l & 1 & 1 \\ 2 & 2-l & 2 \\ 3 & 3 & 3-l \end{pmatrix}$$

Siano inoltre:

$$X = \begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}^t \quad Y = \begin{pmatrix} 1 & m-1 & m \end{pmatrix}^t$$

- a) Discutere al variare di l , m , le soluzioni del sistema $AX = Y$.
b) Posto $l=0$, $m=3$, determinare le soluzioni.
c) Posto $l=2$ dire se la matrice A_2 è invertibile ed eventualmente trovare l'inversa.

Esercizio 3

COGNOME..... NOME.....N. MATRICOLA.....

Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^3

$$V = \text{Span}\{(1 \ 1 \ 2), (0 \ 1 \ -1), (1 \ 0 \ 0), (0 \ 1 \ 5)\}$$

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x - y = 0 \right\}$$

- a) Determinare una base di V e di W .
- b) Determinare una base ortogonale di V .
- c) Determinare $V \cap W$ e $V + W$ in forma parametrica e le rispettive basi e dimensioni.

Esercizio 4

Si consideri il seguente omomorfismo $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow M(2,2,\mathbb{R})$ definito da:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} x_2 + x_3 & x_1 \\ -x_1 + x_2 & x_2 - x_3 \end{pmatrix}$$

- a) Scrivere la matrice associata ad f rispetto alla base canonica
- b) Determinare $\text{Ker}(f)$, $\text{Im}(f)$ e rispettive basi e dimensioni
- c) Determinare la dimensione e una base dell'immagine $f(V)$ del sottospazio vettoriale:

$$V = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 - x_2 + x_3 = 0\}$$

Esercizio 5

Sia $B = \{e_1, e_2, e_3\}$ la base canonica di \mathbb{R}^3 , ed $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un endomorfismo definito da:

$$\begin{aligned} f(e_1) &= e_1 - e_3 \\ f(e_2) &= e_2 - e_3 \\ f(e_3) &= -e_1 - e_2 + e_3 \end{aligned}$$

- a) Dimostrare la linearità di f ;
- b) Dire se f è diagonalizzabile ortogonalmente ed eventualmente determinare la matrice diagonale D e la matrice diagonalizzante ortogonale M tale che $D = M^{-1}AM$.

Esercizio 6

Dati in \mathbb{R}^5 i punti $A(-1, -1, -1, -1, -1)$, $B(0, 1, 0, 1, 0)$, $C(1, 0, -1, 0, 1)$, $D(0, 0, 0, 0, 1)$, $E(k, 0, k, 0, k)$:

- a) Determinare la retta per A, B ;
- b) Dimostrare che i punti A, B, C non sono allineati e trovare il piano che li contiene;
- c) Determinare k affinché E sia complanare con A, C, D ;
- d) Determinare l'iperpiano per D ortogonale alla retta per AB ;

COGNOME..... NOME.....N. MATRICOLA.....

Esercizio 1

a)

--

Esercizio 1

b)

--

COGNOME..... NOME..... N. MATRICOLA.....

Esercizio 2

a)

--

COGNOME..... NOME..... N. MATRICOLA.....

Esercizio2

b)

--

Esercizio2

c)

--

COGNOME..... NOME.....N. MATRICOLA.....

Esercizio 3

a)

--

Esercizio3

b)

--

COGNOME..... NOME..... N. MATRICOLA.....

Esercizio 3

c)

--

Esercizio 4

a)

--

COGNOME..... NOME..... N. MATRICOLA.....

Esercizio 4

b)

--

Esercizio 4

c)

--

COGNOME..... NOME..... N. MATRICOLA.....

Esercizio 5

a)

--

Esercizio 5

b)

--


22 gennaio 2021 - Esame di geometria - 12 crediti
Ingegneria Gestionale - a.a. 2020-2021 (B)

COGNOME..... NOME..... N. MATRICOLA.....

COGNOME..... NOME.....N. MATRICOLA.....

Esercizio 6

a)



Esercizio 6

b)



COGNOME..... NOME..... N. MATRICOLA.....

Esercizio 6

c)

--

Esercizio 6

d)

--

22 gennaio 2021 - Esame di geometria - 12 crediti
Ingegneria Gestionale - a.a. 2020-2021 (B)

COGNOME..... NOME.....N. MATRICOLA.....

EVENTUALI APPENDICI AGLI ESERCIZI

22 gennaio 2021 - Esame di geometria - 12 crediti
Ingegneria Gestionale - a.a. 2020-2021 (B)

COGNOME..... NOME..... N. MATRICOLA.....