11 giugno 2021 - Esame di geometria - 12 crediti
Ingegneria Gestionale - a.a. 2020-2021 Remoto

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

o

ISTRUZIONI

•La prova dura 3 ore.
•Ti sono stati consegnate 12 pagine. Come prima cosa stampali e poi scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.
•Nella tabella sottostante sono riportati i punteggi corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; l'ultimo riquadro di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
•I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
•Per le risposte utilizza unicamente gli spazi già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
•Se si deve cambiare qualche risposta che si è già scritta sul foglio, si faccia in modo che sia chiaro per chi correggerà il compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, si chieda al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che sono state date.
•Al termine della prova devono consegnare con exam.net, unicamente i fogli che sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.

Esercizio	Parte	Pmax	Pcom
Esercizio 1	a	2	
	b	3	
Esercizio 2	a	2	
Esercizio 3	a	2	
	b	3	
	c	2	
Esercizio 4	a	2	
	b	2	
	c	2	
	d	3	
Esercizio 5	a	3	
	b	2	
	c	2	
Esercizio 6	a	2	
	b	2	
	c	2	

Esercizio 1
Dimostrare se le seguenti affermazioni sono vere o false.

a) *Sia A una matrice quadrata di ordine n. Si supponga che $A^2=I$ e che $A \neq \mp I$. Risulta:*

$$(A+I)(A-I)=O$$

$$(A-I)(A+I)=I$$

b) *Dati in un sistema di riferimento cartesiano 3-dimensionale quattro punti $P_i=(x_i,y_i,z_i)$ con $i=1,2,3,4$ essi appartengono ad uno stesso piano se:*

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & z_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & z_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & z_4 \end{vmatrix} = 0$$

Esercizio 2
Date le matrici:

11 giugno 2021 - Esame di geometria - 12 crediti
Ingegneria Gestionale - a.a. 2020-2021 Remoto

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA………………….

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2+a^2 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ a \end{pmatrix},$$

Determinare le soluzioni del sistema lineare AX=B, al variare di a in R.

Esercizio 3

Si considerino i seguenti polinomi nello spazio vettoriale $P^2(x)$ (dei polinomi di grado minore o uguale a 2)

$$p_1 = 1 + t, \qquad p_2 = 1 + 2t + t^2, \qquad p_3 = -t + t^2$$

a)Dimostrare che essi costituiscono una base di $P^2(x)$
b)Determinare le coordinate di $q_1=2-t-t^2$ rispetto alla base del punto a)
Sia inoltre:

$$W = span\{1 - t^2, 1 + t^2\}$$

Detto V lo spazio vettoriale generato da p_1,p_2,p_3, determinare:
c) $V \cap W$ e $V + W$ e le rispettive basi e dimensioni.
d)Dire se V+W è somma diretta

Esercizio 4

Dato il seguente endomorfismo $f: R^3 \to R^3$ definito da:

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3x \\ 3kz \\ 3y \end{pmatrix}$$

a)Determinare per quali valori di k, f è simmetrico
Nel caso di simmetria, posto k=1:
b)Determinare gli autovalori e una base di ciascun autospazio.
c)Determinare una matrice diagonale e una matrice P non necessariamente ortogonale, tale che $P^{-1}AP=D$, con A matrice associata all'endomorfismo.
d)Determinare inoltre una matrice ortogonale Q tale che ${}^tQAQ=D$. Dire se tale matrice è unica.

Esercizio 5

Data il piano π di equazione:

$$x - 3z + 10 = 0$$

E la retta r di equazioni:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix} t$$

a)Determinare, se esiste, il piano π' parallelo a π e passante per la retta.
b)Determinare la distanza della retta r dal piano
c)Determinare l'equazione di una circonferenza sul piano π di raggio 1.

Esercizio 6

In R^4 si considerino il punto O=(0,0,0,0) e il vettore v=(1,1,1,1).
a)Determinare l'equazione cartesiana e parametrica dell'iperpiano Π di R^4 passante per il punto O=(0,0,0,0) e ortogonale al vettore v.
b)Determinare l'iperpiano Σ passante per B=(2,2,2,2) e ortogonale al vettore w=(0,1,0,1)
c)Discutere le caratteristiche dello spazio intersezione tra Π ed Σ.

COGNOME………………………... NOME……..………………N. MATRICOLA…………………..

Esercizio 1
a)

Esercizio1
b)

COGNOME……………………….... NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

Esercizio 2

a)

Esercizio3

a)

COGNOME……………………….... NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

Esercizio 3
b)

Esercizio3
c)

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

Esercizio 4
a)

Esercizio 4
b)

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

Esercizio 4
c)

Esercizio 4
d)

COGNOME……………………….... NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

Esercizio 5
a)

Esercizio 5
b)

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

Esercizio 5

c)

Esercizio 6

a)

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

Esercizio 6
b)

Esercizio 6
c)

COGNOME………………………... NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

EVENTUALI APPENDICI AGLI ESERCIZI

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..