

FONDAMENTI DI ALGEBRA E GEOMETRIA

COGNOME.....NOME.....MATRICOLA

GRIGLIA DI VALUTAZIONE

ESERCIZIO	1	2	3	4	5	6	TOTALE
PUNTEGGIO							



TEMPO A DISPOSIZIONE: 2,5 ore

1. Siano

$$U := \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & a \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\} \quad W := \left\{ \begin{pmatrix} 0 & a \\ -a & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}.$$

Verifica che U e W sono sottospazi vettoriali di $M_2(\mathbb{R})$ e calcola le dimensioni di U , W , $U + W$ e $U \cap W$.

2. Calcolare il determinante di ordine n

$$B_n = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 \end{vmatrix}$$

3. Stabilisci se il seguente sistema lineare Σ è compatibile e, in caso affermativo, calcola le soluzioni

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 - 9x_5 = 17 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 - 5x_5 = 8 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 - 8x_5 = 14 \end{cases}$$

4. Stabilire se la seguente matrice è diagonalizzabile in \mathbb{R}

$$\mathcal{A} = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{3} & 0 \\ 1 & \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

[FACOLTATIVO]¹ In caso affermativo, trovare una base di autovettori.5. Determinare una possibile forma canonica di Jordan dell'endomorfismo Φ di $M_2(\mathbb{R})$ definito da

$$\Phi(A) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot A - A^T, \quad A \in M_2(\mathbb{R})$$

6. Prodotto scalare, prodotto vettoriale, prodotto misto tra vettori geometrici di \mathbb{R}^3 : definizioni, proprietà, applicazioni.

Ogni esercizio vale 5 punti

¹ Vale 2 punti in più oltre al valore dell'esercizio.