COGNOME	NOME	.N. MATRICOLA

0

### **ISTRUZIONI**

- •La prova dura 3 ore.
- •Ti sono stati consegnati 7 fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.
- •Nella tabella sottostante sono riportati i punteggi corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; l'ultimo riquadro di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- •I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- •Per le risposte utilizza unicamente gli spazi già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- •Se si deve cambiare qualche risposta che si è già scritta sul foglio, si faccia in modo che sia chiaro per chi correggerà il compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, si chieda al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che sono state date.
- •Al termine della prova devono consegnare unicamente i fogli che sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.

Esercizio	Parte	Pmax	Pcom
Esercizio 1	a	2	
	b	2	
Esercizio 2	a	3	
	b	2	
	c	2	
Esercizio 3	a	2	
	b	2	
	С	3	
Esercizio 4	a	2	
	b	2	
	c	3	
Esercizio 5	a	2	
	b	3	
Esercizio 6	a	2	
	b	2	
	c	2	
	d	2	

### Esercizio 1

Data una matrice C simmetrica, per la quale risulta  $C^2$ =C. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false motivando brevemente la risposta:

a)A=3C-I è ortogonale;

 $\dot{b})A^3=I$ 

### Esercizio 2

Si consideri la matrice:

$$A_k = \begin{pmatrix} 1 - l & 1 & 1 \\ 2 & 2 - l & 2 \\ 0 & 3 & 3 - l \end{pmatrix}$$

Siano inoltre:

$$X = (x \quad y \quad z)^t \quad Y = (m \quad m-1 \quad m-2)^t$$

- a) Discutere al variare di l, m, le soluzioni del sistema AX = Y.
- b) Posto l=0, m=-1, determinare le soluzioni.
- c)Posto l=2 dire se la matrice  $A_2$  è invertibile ed eventualmente trovare l'inversa.

#### Esercizio 3

COGNOME......N. MATRICOLA.....

Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di R<sup>3</sup>

$$V = Span\{(2 \ 0 \ 0), (3 \ 0 \ 0), (1 \ 1 \ 3), (0 \ 1 \ 5)\}$$

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in R^3 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ t \\ u \end{pmatrix} : t, u \in R \right\}$$

- a)Determinare una base di V e di W.
- b)Determinare una base ortogonale di V.
- c)Determinare  $V \cap W$  e V + W in forma parametrica e le rispettive basi e dimensioni.

#### Esercizio 4

Si consideri il seguente omomorfismo f:  $R^3 \rightarrow M(2,2,R)$  definito da:

$$f(x_1, x_2, x_3) = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_1 + x_2 & x_2 \end{pmatrix}$$

- a)Scrivere la matrice associata ad f rispetto alla base canonica
- b)Determinare Ker(f), Im(f) e rispettive basi e dimensioni
- c)Determinare la dimensione e una base dell'immagine f(V) del sottospazio vettoriale:

$$V = \{(x_1, x_2, x_3) \in R^3 : x_1 - 2x_2 + x_3 = 0\}$$

### Esercizio 5

Sia  $B = \{e_1, e_2, e_3\}$  la base canonica di  $R^3$ , ed f:  $R^3 \rightarrow R^3$  un endomorfismo definito da:

$$f(e_1) = e_1 - 2e_2$$
  

$$f(e_2) = -2e_1 + e_2 - 2e_3$$
  

$$f(e_3) = -2e_2 + e_3$$

a)Dimostrare la linearità di f;

b)Dire se f è diagonalizzabile ortogonalmente ed eventualmente determinare la matrice diagonale D e la matrice diagonalizzante ortogonale M tale che  $D=M^{-1}AM$ .

#### Esercizio 6

 $Dati\ in\ R^6\ i\ punti\ A(1,1,1,1,0,0),\ B=(0,1,0,1,1,0),\ C=(1,0,-1,0,1,0),\ D=(0,0,0,0,1,0),\ E=(k,k+1,k+2,k+3,k,k):$ 

- a)Determinare la retta per A,B;
- b)Dimosrtare che i punti A,B,C non sono allineati e trovare il piano che li contiene;
- c)Determinare k affinchè E sia complanare con A,C,D;
- d)Determinare l'iperpiano per D ortogonale alla retta per AB;

COGNOME	No	OME	N. MATRICOLA	
Esercizio 1				
- \				
Esercizio1				
1.\				

COGNOME	NOME	N. MATRICOLA	
Esercizio 2			
a)			

	COGNOME	NOME	N. MATRICOLA
Eserciz	io?		
b)	102		
F			
Eserciz c)	102		

COGNOME	NOME	N. MATRICOLA	
Esercizio 3			
a)			
1			
Esercizio3			
b)			

	COGNOME	NOME	N. MATRICOLA
Eserciz	zio 3		
c)	zio 3		
Eserciz	zio 4		
a)			

	COGNOME	NOME	N. MATRICOLA
Eserci	zio 4		
b)			
Eserci	zio 4		
c)			

C	COGNOME	NOME	N. MATRICOLA	
Esercizio	5			
a)				
,				
Esercizio	5			
b)				
				-

COGNOMEN. MATRICOLA	
---------------------	--

COGNO	OME	NOME	E	N. MATRICO	DLA	
Esercizio 6						
a)						
Esercizio 6						
<u>b)</u>						

COGNOME	NOME	N. MATRICOLA	
Esercizio 6			
\			
Esercizio6			
d)			

COGNOME	NOME	N. MATRICOLA	
EVETUALI APPENDICI AGLI ESI	ERCIZI		

COGNOMEN. MATRICOLA	
---------------------	--