08 giugno 2021 - Esame di geometria - 12 crediti
Ingegneria Gestionale - a.a. 2020-2021

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

°

ISTRUZIONI

•La prova dura 3 ore.
•Ti sono stati consegnati 7 fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.
•Nella tabella sottostante sono riportati i punteggi corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; l'ultimo riquadro di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
•I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
•Per le risposte utilizza unicamente gli spazi già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
•Se si deve cambiare qualche risposta che si è già scritta sul foglio, si faccia in modo che sia chiaro per chi correggerà il compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, si chieda al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che sono state date.
•Al termine della prova devono consegnare unicamente i fogli che sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.

Esercizio	Parte	Pmax	Pcom
Esercizio 1	a	2	
	b	2	
Esercizio 2	a	2	
	b	2	
Esercizio 3	a	2	
	b	2	
	c	2	
	d	2	
Esercizio 4	a	2	
	b	2	
	c	2	
	d	3	
Esercizio 5	a	3	
	b	2	
Esercizio 6	a	2	
	b	2	
	c	2	

Esercizio 1
Dire e giustificare quale delle seguenti affermazioni è vera o falsa.
a)Date due matrici di ordine n, vale la proprietà commutativa del prodotto;
b)L'inversa di una matrice ortogonale è ortogonale.

Esercizio 2
Data la seguente matrice:

$$A_k = \begin{pmatrix} \lambda & \lambda & \lambda & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & \lambda & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Studiarne il rango al variare di λ:
b) Posto λ=0 scrivere la quarta colonna della matrice come combinazione lineare delle colonne linearmente indipendenti.

Esercizio 3
Dati i seguenti sottospazi vettoriali di M(2,2,R):

COGNOME……………………... NOME…….………………N. MATRICOLA………………..

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \in M(2,2,R) : \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & \lambda+\mu \\ \lambda & \lambda \end{pmatrix} \ \lambda,\mu \in R \right\}$$

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \in M(2,2,R) : \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} \ k \in R \right\}$$

a)Determinare una base di V e di W e le rispettive dimensioni.
b)Determinare una base ortogonale di V.
c)Determinare $V \cap W$ *e* $V + W$ *e le rispettive basi e dimensioni.*
d)Determinare $W^{\perp}$.

Esercizio 4
Si consideri il seguente endomorfismo f: M(2,2,R) →M(2,2,R) *definito da:*

$$f\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+kt & y \\ 0 & x+t \end{pmatrix}$$

Con k reale.
a)Determinare per quali valori di k, f è simmetrico
b)Determinare Ker(f), Im(f) e rispettive basi e dimensioni
c)Studiare la diagonalizzabilità di f per k=1
d)Determinare, se esiste una matrice ortogonale diagonalizzante ed eventualmente determinarla.

Esercizio 5
Data la sfera di equazione:

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 2$$

E il piano π' di equazioni:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \\ 1+\mu \\ 2+\lambda \end{pmatrix} : \lambda,\mu \in R$$

a)Determinare piani che contengono l'asse x la cui intersezione con la sfera determina circonferenze di raggio 1
b)Determinare il piano π'' ortogonale a π' che contiene l'esse y.

Esercizio 6
In R^6 *si consideri la retta di equazioni:*

$$r: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \\ u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Con a reale

a)Determinare una retta s che passa per l'origine e parallela alla retta r;
b)Dire se r ed s rappresentano due spazi vettoriali. In caso affermativo dimostrare che verificano le proprietà caratterizzanti uno spazio vettoriale.
c)Determinare l'iperpiano passante per l'origine e perpendicolare alla retta r.

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

Esercizio 1
a)

Esercizio1
b)

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

Esercizio 2
a)

Esercizio2
b)

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA………………..

Esercizio3
a)

Esercizio 3
b)

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

Esercizio3
c)

Esercizio 3
d)

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

Esercizio 4
a)

Esercizio 4
b)

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

Esercizio 4
c)

Esercizio 4
d)

COGNOME……………………….. NOME……..………………N. MATRICOLA…………………..

Esercizio 5
a)

Esercizio 5
b)

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

Esercizio 6
a)

Esercizio 6
b)

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

Esercizio 6
c)

Esercizio6
d)

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..

EVENTUALI APPENDICI AGLI ESERCIZI

COGNOME……………………….. NOME…….………………N. MATRICOLA…………………..