

COGNOME..... NOME..... N. MATRICOLA.....

o

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- Ti sono stati consegnati 7 fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.
- Nella tabella sottostante sono riportati i punteggi corrispondenti alla domanda in caso di risposta completamente corretta; l'ultimo riquadro di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se si deve cambiare qualche risposta che si è già scritta sul foglio, si faccia in modo che sia chiaro per chi correggerà il compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, si chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che sono state date.
- Al termine della prova devono consegnare unicamente i fogli che sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.

Esercizio	Parte	Pmax	Pcom
Esercizio 1	a	2	
	b	2	
Esercizio 2	a	3	
	b	2	
Esercizio 3	a	2	
	b	2	
	c	3	
Esercizio 4	a	2	
	b	2	
	c	3	
Esercizio 5	a	2	
	b	3	
	c	4	
Esercizio 6	a	2	
	b	2	
	c	2	

Esercizio 1

- a) Si consideri l'endomorfismo $f: V \rightarrow V$. Sia λ un autovalore reale di f . Sia $g = f^n$ con n intero dire se la seguente affermazione è vera o falsa motivando la risposta: se m è un autovalore di g risulta vera la relazione: $m = \lambda^n$
- b) Se una matrice A è simile ad una matrice A' allora vale anche il viceversa.

Esercizio 2

$$\begin{cases} kx + y - z = 2 \\ 2x - 3y + 2z = 3 \\ 3x - 2y + z = 5 \\ x + y - 2z = 0 \end{cases}$$

- a) Determinare le soluzioni del sistema suddetto al variare di k usando il metodo di Gauss Jordan.
- b) Determinare le soluzioni del sistema omogeneo associato al precedente al variare di k .

Esercizio 3

Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di R^4 :

$$V = \{(x, y, z, t) \in R^4 : x - y = 0, z - t = 0\}$$

COGNOME..... NOME..... N. MATRICOLA.....

$$W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + y - z - t = 0\}$$

- a) Dimostrare che V e W sono spazi vettoriali.
- b) Determinare una base di V e di W e le rispettive dimensioni.
- c) Determinare $V \cap W$, $V + W$ e le rispettive basi e dimensioni.

Esercizio 4

Si consideri il seguente endomorfismo $f: P^2[x] \rightarrow P^2[x]$ dove $P^2[x]$ è il sottospazio vettoriale dei polinomi di grado minore o uguale a 2 definito da:

$$f[a + bx + cx^2] = ka + b + 3c + (a + kb + kc)x + 2cx^2$$

Determinare:

- a) La matrice A associata ad f rispetto alle basi canoniche di $P^2[x]$
- b) Discutere al variare di k la diagonalizzabilità.
- c) Posto $k=0$ determinare la matrice diagonale D , se esiste, e una matrice M diagonalizzante.

Esercizio 5

Date le due rette r ed s di equazioni:

$$r: \begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = t \end{cases} \quad s: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 1 \end{cases}$$

- a) Determinare il fascio F di piani che contiene r .
- b) Determinare se esiste un piano π di F che è ortogonale ad s .
- c) Scrivere il fascio di rette ortogonali a π che toccano s .

Esercizio 6

Dati i seguenti punti in \mathbb{R}^5 $A=(1,0,1,0,0)$, $B=(1,1,0,1,1)$, $C=(0,0,1,0,1)$ e $A'=(1,0,1,0,0)$, $B'=(1,1,0,1,1)$, $C'=(0,0,1,0,1)$

- a) Si determinino gli involucri affini Π e Π' per ABC e per $A'B'C'$ rispettivamente
- b) Determinare se Π e Π' sono spazi vettoriali
- c) Determinare la dimensione di Π e Π' e se sono paralleli.

COGNOME..... NOME.....N. MATRICOLA.....

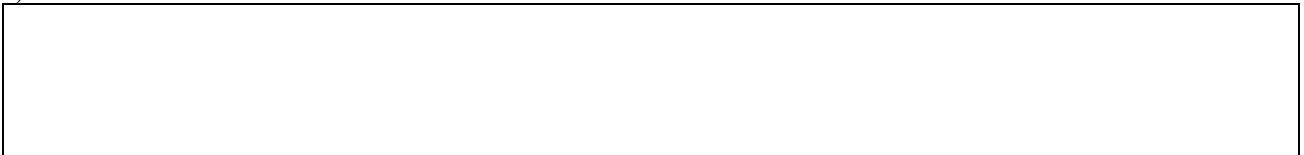
Esercizio 1

a)



Esercizio 1

b)



COGNOME..... NOME..... N. MATRICOLA.....

Esercizio 2

a)

--

COGNOME..... NOME.....N. MATRICOLA.....

Esercizio2

b)

--

Esercizio2

c)

--

COGNOME..... NOME.....N. MATRICOLA.....

Esercizio 3

a)

--

Esercizio3

b)

--

COGNOME..... NOME.....N. MATRICOLA.....

Esercizio 3

c)



Esercizio 4

a)



COGNOME..... NOME.....N. MATRICOLA.....

Esercizio 4

b)



Esercizio 4

c)



COGNOME..... NOME.....N. MATRICOLA.....

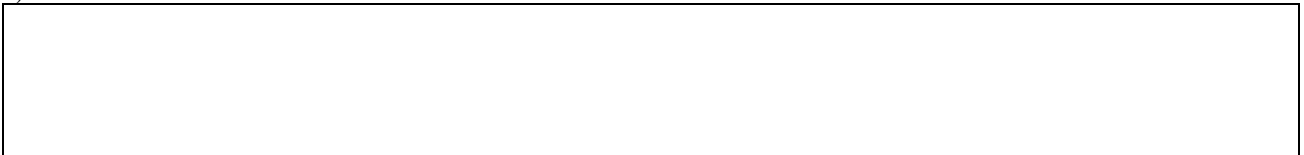
Esercizio 5

a)



Esercizio 5

b)



COGNOME..... NOME.....N. MATRICOLA.....

Esercizio 6

a)

--

Esercizio 6

b)

--

COGNOME..... NOME..... N. MATRICOLA.....

Esercizio 6

c)

--

COGNOME..... NOME.....N. MATRICOLA.....

EVENTUALI APPENDICI AGLI ESERCIZI

COGNOME..... NOME.....N. MATRICOLA.....