	COGNOME	. NOME	.N. MATRICOLA
--	---------	--------	---------------

ISTRUZIONI

- •La prova dura 3 ore.
- •Ti sono stati consegnati 12 pagine in pdf. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.
- •Nella tabella sottostante sono riportati i punteggi corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; l'ultimo riquadro di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- •I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- •Per le risposte utilizza unicamente gli spazi già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- •Se si deve cambiare qualche risposta che si è già scritta sul foglio, si faccia in modo che sia chiaro per chi correggerà il compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, si chieda al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che sono state date.
- •Al termine della prova devono consegnare unicamente le pagine che sono stati consegnate dal docente.

Si prega di schiarire il fondo pagina dopo aver effettuato lo scanner con l'opzione che hanno le app di scan.

Esercizio	Parte	Pmax	Pcom
Esercizio 1	a	2	
	b	2	
Esercizio 2	a	3	
	b	2	
	c	2	
Esercizio 3	a	3	
	b	2	
Esercizio 4	a	2	
	b	2	
	c	3	
Esercizio 5	a	2	
	b	2	
	c	2	
Esercizio 6	a	3	
	b	2	
	С	2	_

Esercizio 1

a)Sia A una matrice simmetrica di ordine n e se M è una matrice ortogonale allora $C = M^{-1}AM$ è simmetrica? In caso affermativo dimostrarlo, in caso negativo dare un controesempio.

b)Matrici simili hanno polinomi caratteristici uguali. Dire se è vero o falso giustificando la risposta.

Esercizio 2

Sia $P^3(t)$ lo spazio vettoriale dei polinomi di grado minore o uguale a 3 nella variabile t. Al variare di $k \in R$ si considerino i polinomi $p_k(t) = t^3 + kt^2$, $q(t) = t^2 + t + 3$ e $r_k(t) = t^3 + (k+1)t^2 + t + k$.

a)Per ogni k di R determinare una base di Span (p_k,q,r_k) e completarla a base di $P^3(t)$.

b)Per k=1 determinare una base ortogonale di $P^3(t)$.

c)Posto k=0 trovare le coordinate di s=1-t-t²rispetto alla base $B_0 = \{p_0, q(t), r_0\}$.

Esercizio 3

a)Diagonalizzare ortogonalmente la seguente matrice simmetrica

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

COGNOME......N. MATRICOLA.....

b)Dimostrare che la matrice trovata è simile alla matrice A.

Esercizio 4

Si consideri l'applicazione $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dato da:

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kx + y \\ (1-k)y + z \\ (1-k^2) + x \end{pmatrix}$$

- a) Determinare per quali valori di k è lineare
- b) Posto k=1 e sia B una base dell'immagine di f. Sia B' una base ortogonale dell'immagine di f. Determinare B' in modo che la matrice di transizione dalla base B alla base B', sia triangolare.
- c) Nel caso b) determinare la forma parametrica e cartesiana del Ker(f) e dell' Im(f), rispettivamente nucleo e immagine di f.

Esercizio 5

Date le rette di equazioni:

$$r_1 \begin{cases} x + y = 3 \\ z = 1 \end{cases}$$

$$r_2 \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 4 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

- a) Verificare che le due rette sono sghembe.
- b) Determinare la distanza tra r_1 e r_2 .
- c) Determinare la retta r3 incidente alle due rette assegnate e ortogonale ad entrambe.

Esercizio 6

In \mathbb{R}^4 siano dati i punti $P_0 := (100,0,0,0)$, $P_1 := (99,1,0,0)$, $P_2 = (98,1,1,0)$ e $P_3 := (97,1,1,1)$.

- a) Dimostrare che l'inviluppo affine Σ dei punti P_0 , P_1 , P_2 , P_3 è un iperpiano.
- b) Determinare una equazione cartesiana dell'iperpiano Σ
- c) Determinare un punto A di R^4 appartenente a Σ distinto da P_0 , P_1 , P_2 , P_3

	COGNOME	NOME	N. MATRICOLA	
Eserciza)				
Eserciz b)				

COGNOME	NOME	N. MATRICOLA
Esercizio 2		
a)		
Esercizio2		
b)		
-,		

	COGNOME	NOME	N. MATRICOLA	
Eserci	zio2			
Eserci a)	zio 3			

	COGNOME	NOME	N. MATRICOLA
Eserciz			
b)			
Esercizia)			
u)			

	COGNOME	NOME	N. MATRICOLA
Eserciz b)			
Eserciz c)	zio 4		

	COGNOME	NOME	N. MATRICOLA
Eserciz			
Eserciz b)	zio 5		

COGNOME	NO	OME	N. MATRICOLA	
Esercizio 5 c)				
_				
Esercizio 6 a)				

COGNOME	NOME	N. MATRICOLA	
sercizio 6)			
)			
Esercizio 6			
c)			
ı			

COGNOME	NOME	N. MATRICOLA	
EVENTUALI APPENDICI AGLI I	ESERCIZI		

COGNOME	NOME	N. MATRICOLA