

修士論文

Pre-Marking アクションを用いた Directed Controller Synthesis の 探索ヒューリスティック改善

大畠 允人

24M30552

東京科学大学
情報理工学院
情報工学コース

指導教員 鄭 顕志

2026 年 1 月

概要

現代の社会インフラを支える複雑な離散事象システムにおいて、要求仕様を満たす制御ロジックを自動生成する離散制御器合成（Discrete Controller Synthesis）の重要性が高まっている。離散制御器合成の実用化における最大の障壁は、コンポーネント数の増加に伴い状態空間が指数関数的に増大する状態空間爆発問題である。これに対し、既存の Ready Abstraction などのヒューリスティックを用いた On-The-Fly 探索が提案されているが、これらは局所的な遷移可能性のみに依存するため、大規模システムにおける複雑な同期構造を十分に考慮できず、探索効率が著しく低下するという課題があった。

本研究では、目標達成のために構造上回避不可能なアクションを Pre-Marking アクションとして定義し、これらを探索の中間目標（ランドマーク）として利用する新たなヒューリスティック手法「Landmark Ready Abstraction (LRA)」を提案した。提案手法は、事前解析によってシステム全体の依存関係を階層的に抽出し、現在の状態で解決すべきボトルネックまでの距離を動的に算出することで、同期制約を考慮した大域的な経路選択を実現する。また、評価対象を不可避なアクションに厳選することで、1ステップあたりの計算コストの削減も図った。

提案手法を実装し、複数のベンチマーク問題を用いて評価実験を行った結果、LRA は従来手法と比較して探索状態数を大幅に削減し、特に複雑な同期を要するシナリオにおいて極めて高い探索効率を示した。また、コンポーネント数が増大した環境においても、ヒューリスティックの計算負荷を低く抑えることで、合成時間を最大で 300 倍以上短縮することに成功した。以上の成果により、提案手法が大規模かつ複雑な離散事象システムに対する制御器合成の効率化において極めて有効であることを実証した。

目次

概要	ii
第 1 章 序論	1
1.1 離散事象システムと離散制御器合成	1
1.2 本論文の目的	2
1.3 本論文の構成	3
第 2 章 背景技術	4
2.1 離散制御器合成	4
2.1.1 ラベル付き遷移系	4
2.1.2 同期アクションと並列合成	5
2.2 Directed Controller Synthesis	5
2.2.1 制御可能性と Directed Controller	5
2.2.2 制御問題	6
2.2.3 Marking アクションから Marked 状態への変換	6
2.2.4 On-The-Fly 探索アルゴリズム	6
2.3 Ready Abstraction	8
2.3.1 展開対象のアクションの評価	9
2.3.2 距離推定の中核	11
2.3.3 Marking アクションまでの距離推定	12
第 3 章 Ready Abstraction の課題	14
3.1 同期構造の看過に起因する局所的な探索	14
3.1.1 同期待ち時間の無視	14
3.1.2 具体的な不適合例：金属加工システム	14
3.2 網羅的な距離推定による計算資源の浪費	17
3.3 本章のまとめ	18
第 4 章 Landmark Ready Abstraction	19
4.1 Pre-Marking アクションの定義と階層構造	19
4.1.1 必須アクション	19
4.1.2 Pre-Marking アクションの階層定義	20
4.2 Pre-Marking アクションの抽出アルゴリズム	20
4.2.1 必須アクションの抽出	20
4.2.2 階層構造の構築	22
4.3 Landmark Ready Abstraction による評価	23
4.3.1 ヒューリスティック関数の構成	24

4.3.2 アクション集合への距離推定	25
4.4 探索挙動の改善例：金属加工システム	26
4.4.1 Pre-Marking アクションの抽出結果	26
4.4.2 分岐点におけるヒューリスティック評価の比較	27
4.4.3 探索の結果	28
第 5 章 評価	29
5.1 評価の目的とリサーチクエスチョン	29
5.2 実験設定	29
5.2.1 実験環境	29
5.2.2 比較手法	30
5.2.3 ベンチマーク問題	30
5.3 各シナリオにおける実験結果と考察	32
5.3.1 シナリオ 1: Air Traffic (AT)	32
5.3.2 シナリオ 2: Bidding Workflow (BW)	33
5.3.3 シナリオ 3: Cat and Mouse (CM)	34
5.3.4 シナリオ 4: Dining Philosophers (DP)	36
5.3.5 シナリオ 5: Travel Agency (TA)	37
5.3.6 シナリオ 6: Transfer Line (TL)	38
5.3.7 シナリオ 7: Drone Coordination (DC)	39
5.3.8 シナリオ 8: Kiva System (KS)	40
5.4 提案手法の有効性に関する考察	41
5.4.1 探索効率の改善 (RQ1)	41
5.4.2 計算コストの削減 (RQ2)	42
5.4.3 規模拡大に対する耐性 (RQ3)	42
5.4.4 Pre-Marking アクションの占有率と手法の適用指針	42
第 6 章 関連研究	44
6.1 スーパバイザ制御理論と大規模システムへの展開	44
6.2 静的なモデル縮約によるアプローチ	45
6.3 On-The-Fly 探索による動的な空間削減	45
6.4 DCS におけるヒューリスティック探索	46
6.5 AI プランニングにおける Landmark Heuristic	47
第 7 章 結論	48
7.1 本論文のまとめ	48
7.2 将来研究	48
謝辞	50
参考文献	51

図目次

3.1	金属加工システムの環境モデルと要求モデル	15
3.2	アクション目標を状態目標へ変換した金属加工システム	16

表目次

5.1	Air Traffic シナリオの実験結果	33
5.2	Air Traffic シナリオにおける PMA の構成	33
5.3	Bidding Workflow シナリオの実験結果	34
5.4	Bidding Workflow シナリオにおける PMA の構成	34
5.5	Cat and Mouse シナリオの実験結果	35
5.6	Cat and Mouse シナリオにおける PMA の構成	35
5.7	Dining Philosophers シナリオの実験結果	36
5.8	Dining Philosophers シナリオにおける PMA の構成	37
5.9	Travel Agency シナリオの実験結果	38
5.10	Travel Agency シナリオにおける PMA の構成	38
5.11	Transfer Line シナリオの実験結果	39
5.12	Transfer Line シナリオにおける PMA の構成	39
5.13	Drone Coordination シナリオの実験結果	40
5.14	Drone Coordination シナリオにおける PMA の構成	40
5.15	Kiva System シナリオの実験結果	41
5.16	Kiva System シナリオにおける PMA の構成	41

第1章

序論

現代の社会インフラや産業システムにおいて、ソフトウェアが担う役割は拡大の一途をたどっている。これらのシステムの多くは、離散的な状態と、その状態を遷移させる事象（アクション）の列によって振る舞いが記述される離散事象システム（Discrete Event System, DES）としてモデル化できる。システムの高機能化・複雑化に伴い、システムが安全性や活性といった要求仕様を確実に満たすことを保証するのはますます困難になっており、設計段階における支援技術の重要性が高まっている。

本章では、離散事象システムとその制御に関する背景を述べ、本研究が取り組む課題と目的、および本論文の構成について概説する。

1.1 離散事象システムと離散制御器合成

離散事象システム（Discrete Event System, DES）は、離散的な状態空間を持ち、非同期に発生する事象によって状態遷移が引き起こされる動的システムである [23]。製造ラインの工程管理、ロボットの動作計画、通信プロトコル、組み込みシステムなど、その適用範囲は多岐にわたる。こうしたシステムにおいて、危険な状態に到達しないという Safety や、目的とするタスクを無限回完了できるという Non-Blocking を保証することは、システムの信頼性を確保する上で不可欠である。

従来、これらの要求を満たす制御ロジック（動作仕様）の設計は、熟練した設計者の経験則や、試行錯誤的な検証に依存していた。しかし、並行して動作する複数のコンポーネントが複雑に相互作用するシステムにおいて、人間の直感だけで全ての境界条件や例外ケースを網羅し、デッドロックや禁止状態への到達を防ぐことは極めて困難である。設計ミスは再設計のコストを増大させるだけでなく、運用時の重大な事故につながるリスクも孕んでいる。

この課題に対する解決策として、形式手法に基づき、与えられた環境モデルと要求仕様から正しい制御器を自動生成する離散制御器合成（Discrete Controller Synthesis）の研究が進められている [22]。離散制御器合成は、環境の可能な振る舞いをすべて考慮した上で、制御可能なアクションを適切に許可・禁止することで、システムが常に仕様を満たすことを数学的に保証する。特に、システム自身が能動的にアクションを選択してタスクを遂行する場合には、各状態で高々 1 つの制御アクションのみを選択する Directed Controller の合成が有効である [14]。この Directed Controller を合成する技術を Directed Controller Synthesis (DCS) と呼ぶ [6]。

しかし、DCS の実適用における最大の障壁は状態空間爆発問題である。システムを構成するコンポーネント数が増加すると、合成後の状態空間は指数関数的に増大する。これに対処するため、状態空間全体を事前に構築せず、初期状態から必要な部分のみを探索する On-The-Fly 探索手法や、探索を効率化するためのヒューリスティック技術が提案されてきた [1]。特に、Ciolek らが提案した Ready Abstraction (RA) [7] は、並列合成の構造を利用して目標までの距離を効率的に推定する有効なヒューリスティックであり、DCS の適用範囲を拡大させてきた。

1.2 本論文の目的

本論文の目的は、DCSにおけるOn-The-Fly探索の効率をさらに向上させるため、従来のReady Abstraction (RA) が抱える構造的な課題を解決する新たな探索指針であるLandmark Ready Abstractionを提案することである。

従来のRAは、各コンポーネントにおいて局所的に発火可能なアクション(Readyアクション)の情報に基づいて目標までの距離を推定する。しかし、この推定手法には以下の構造的な課題が存在する。

同期構造を無視した到達可能性評価の限界

RAは、Readyアクションのみをノードとするグラフ上で距離を推定する。しかし、目標達成に特定のコンポーネント間の同期が不可欠な場合、現在はReadyアクションではないが将来的に同期を解放するために必要な予備アクションが評価から漏れる。その結果、同期ボトルネックを考慮しない局所的な経路選択が行われ、探索空間が不必要に拡大する。

網羅的な距離推定による計算資源の浪費

RAはヒューリスティック値を算出する際、現在の状態遷移に関与しないコンポーネントを含めた全てに対し、一律に距離推定を実行する。この網羅的な評価プロセスは、システム規模(コンポーネント数)に比例して冗長な計算を繰り返すことを意味し、大規模なシステムにおいて1ステップごとの計算コストを不必要に増大させる要因となる。

そこで本研究では、従来のRAの枠組みに、目標アクションの発火に不可欠なアクション(Pre-Markingアクション)を中心目標(ランドマーク)として組み込む新たな距離推定手法を提案する。具体的には、以下の項目に取り組む。

Ready Abstractionの探索特性と課題の分析

Readyアクションを用いた距離推定が、同期を要するシステムにおいて局所的な挙動を示す原因と、それによって探索空間が不必要に拡大するメカニズムについて、具体的なモデルを用いて分析する。

Landmark Ready Abstractionの提案

目標アクションの発火に不可欠なアクションをPre-Markingアクション(PMA)として定義し、これを探索の指針(ランドマーク)とする新たなヒューリスティック手法Landmark Ready Abstraction(LRA)を提案する。LRAは、RAが持つ遷移コストの精密な見積もり能力と、PMAによる大域的な方向付けを統合することで、同期ボトルネックを考慮した適切な経路選択を可能にする。さらに、距離推定を行う目標を、その時点で解決すべきPMAのみに厳選することで、1ステップあたりの計算コストの効率化も図る。これにより、局所的な評価に基づく冗長な経路探索を抑制し、探索状態数および計算時間を大幅に削減することで、システム全体の合成効率を向上させる。

評価実験による有効性の検証

提案手法を実装し、ベンチマーク問題を用いて従来手法と比較することで、探索状態数や計算時間の削減効果を定量的に評価する。

本研究の成果は、より大規模で複雑なシステムの制御器合成を現実的な時間・メモリリソースで可能にし、高信頼なシステム開発の自動化に貢献するものである。

1.3 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。

第2章「背景技術」では、本研究の基礎となる離散制御器合成およびDirected Controller Synthesis (DCS) の理論的枠組み、On-The-Fly 探索アルゴリズムについて概説する。また、既存のヒューリスティック手法である Ready Abstraction (RA) の動作原理について詳述する。

第3章「Ready Abstraction の課題」では、既存の RA が抱える構造的な限界を分析する。具体的には、金属加工システムのモデルを用いたケーススタディを通じ、Marking アクションの発火に同期が必要な状況において、RA の局所的な推定が大域的な同期制約を考慮できず、冗長な経路探索やバックトラックを招くメカニズムを明らかにする。また、システム規模に応じた計算コストの増大についても論じる。

第4章「Landmark Ready Abstraction」では、本研究の提案手法について詳述する。まず、目標達成に不可欠な「Pre-Marking アクション (PMA)」を定義し、これらを静的解析によって抽出・階層化するアルゴリズムを提案する。次に、抽出された PMA を中間目標（ランドマーク）として統合した新たなヒューリスティック関数を定義し、提案手法がいかにして同期ボトルネックを回避した経路選択を行なうか、その動作原理を解説する。

第5章「評価」では、提案手法の有効性を検証するための評価実験の結果について述べる。複数のベンチマーク問題を用いた比較実験により、探索状態数および計算時間の観点から従来手法に対する優位性を定量的に評価する。さらに、PMA の占有率と探索効率の相関に基づき、提案手法が特に有効に機能するシステムの特性について考察する。

第6章「関連研究」では、離散事象システムの制御器合成における状態空間爆発問題への各種アプローチや、AI プランニングにおけるランドマーク技術の動向を概観し、本研究の位置づけを明確にする。

第7章「結論」では、本論文の成果を総括し、本手法の適用限界や今後の拡張性といった将来の研究展望について述べる。

第 2 章

背景技術

本章では、本研究の基盤となる離散制御器合成の概要、Directed Controller Synthesis (DCS) の定式化と On-The-Fly 探索アルゴリズム、および Ready Abstraction (RA) に基づくヒューリスティック関数について述べる。

2.1 離散制御器合成

離散制御器合成 (Discrete Controller Synthesis) は、離散事象システム (Discrete Event System, DES) に対して、与えられた安全性などの制約を満たす制御器を自動的に構築する技術である [22]。DES は有限状態オートマトン (あるいは LTS) の並列合成によってモデル化されるが、並列合成により得られる状態空間はコンポーネント数に対して指数的に増大しうる。この指数的爆発は離散制御問題の解決を困難にし、現在も研究上の課題となっている。

制御器は、制御可能なアクションを動的に無効化しながら、制御不能なアクションを監視することで、システムの振る舞いを制限する。一般のスーパバイザ制御では可能な限り多くの制御可能アクションを有効にする（最大許容）ことが求められることが多い。しかし、制御器自身がアクションを能動的に実行するアクティブなコンポーネントとして振る舞う場合には、任意の時点で高々 1 つの制御可能アクションのみを選択する制御が適切となる。このような制御器は Directed Controller と呼ばれる [14]。

2.1.1 ラベル付き遷移系

本論文における離散制御器合成の定式化として、システムを構成する各コンポーネントをラベル付き遷移系 (Labeled Transition System, LTS) としてモデル化する。なお、本研究では Marking アクション（アクションベースの目標）を主に用いるが、既存研究では Marked 状態（状態ベースの目標）を用いることもある。この両者を扱えるよう、LTS には Marked 状態集合と Marking アクション集合の両方を持たせる（必要に応じて片方を空集合または全体集合として扱う）。

定義 1 (LTS) . LTS は $E = (S_E, s_{E,0}, S_E^I, S_E^M, A_E, A_E^M, \Delta_E)$ で表現される。 S_E は有限の状態集合であり、 $s_{E,0} \in S_E$ は初期状態を表す。 $S_E^I \subseteq S_E$ は違反状態の集合であり、システムが到達してはならない状態を表す。 $S_E^M \subseteq S_E$ は Marked 状態の集合である (RA や既存の DCS 定式化で用いる)。 $A_E = A_E^C \cup A_E^U$ はアクション集合であり、 A_E^C は制御可能アクション、 A_E^U は制御不能アクションを表す。 $A_E^M \subseteq A_E$ は Marking アクション集合である (本研究の定式化で用いる)。 $\Delta_E \subseteq S_E \times A_E \times S_E$ は遷移関係を表す。

定義 2 (決定性) . LTS E が決定的であるとは、任意の状態 $s \in S_E$ とアクション $a \in A_E$ について、 $(s, a, s_1) \in \Delta_E$ かつ $(s, a, s_2) \in \Delta_E$ ならば $s_1 = s_2$ が成り立つことをいう。

本研究では、全ての LTS は決定的であると仮定する。

定義 3 (トレース) . Δ_E に従う状態とアクションの有限または無限の交互列 $t = s_0, a_0, s_1, a_1, \dots$ をトレースと呼ぶ. ただし, 各 i について $(s_i, a_i, s_{i+1}) \in \Delta_E$ が成り立つ. E 上のトレースの集合を T_E で表す.

定義 4 (有効トレース集合) . LTS E において, 状態 $s \in S_E$ を始点とし, アクション集合 $A \subseteq A_E$ のいずれかの発火をもって終了する有限トレースのうち, 途中で違反状態 S_E^I を経由しないものの集合を $T_{s \rightarrow A}$ と定義する.

$$T_{s \rightarrow A} = \left\{ (s_0, a_0, \dots, s_n) \in T_E \mid s_0 = s \wedge a_{n-1} \in A \wedge \bigwedge_{i=0}^n s_i \notin S_E^I \right\}$$

この集合が空でない ($T_{s \rightarrow A} \neq \emptyset$) とき, 状態 s から A へ安全に到達可能である.

2.1.2 同期アクションと並列合成

定義 5 (同期アクション) . 複数の LTS E_1, \dots, E_n において, アクション a が 2 つ以上のコンポーネントのアクション集合に含まれるとき, a を同期アクションと呼ぶ. 同期アクション集合 A^S は

$$A^S = \left\{ a \in \bigcup_{i=1}^n A_{E_i} \mid |\{i \mid a \in A_{E_i}\}| \geq 2 \right\}$$

と定義する.

定義 6 (並列合成) . LTS 集合 $\mathcal{E} = \{E_1, \dots, E_n\}$ の並列合成 $E_{\parallel} = E_1 \parallel E_2 \parallel \dots \parallel E_n$ を $E_{\parallel} = (S_{E_{\parallel}}, s_{E_{\parallel},0}, S_{E_{\parallel}}^I, S_{E_{\parallel}}^M, A_{E_{\parallel}}, A_{E_{\parallel}}^M, \Delta_{E_{\parallel}})$ として定義する. 状態集合 $S_{E_{\parallel}} = \prod_{i=1}^n S_{E_i}$ は各コンポーネントの状態の直積であり, 初期状態は $s_{E_{\parallel},0} = (s_{E_1,0}, \dots, s_{E_n,0})$ である. 違反状態集合 $S_{E_{\parallel}}^I$ は, いずれかのコンポーネントが違反状態にある状態の集合 $\{(s_1, \dots, s_n) \in S_{E_{\parallel}} \mid \exists i. s_i \in S_{E_i}^I\}$ として定義される. Marked 状態集合は $S_{E_{\parallel}}^M = \prod_{i=1}^n S_{E_i}^M$, アクション集合 $A_{E_{\parallel}} = \bigcup_{i=1}^n A_{E_i}$, Marking アクション集合 $A_{E_{\parallel}}^M = \bigcup_{i=1}^n A_{E_i}^M$ である. 遷移関係 $\Delta_{E_{\parallel}}$ については, 同期アクション $a \in A^S$ は a を持つ全ての LTS で同時に発火し, 非同期アクション $a \notin A^S$ は a を持つ LTS のみで発火する.

並列合成には以下の特徴がある :

- 同期アクションによりコンポーネント間の協調動作を実現できる
- 状態数 $|S_{E_{\parallel}}|$ は LTS 数に対して指数的に増大しうる

2.2 Directed Controller Synthesis

本節では, Directed Controller Synthesis (DCS) の形式的定義と, On-The-Fly 探索によるアルゴリズムについて述べる.

2.2.1 制御可能性と Directed Controller

アクションには制御可能なものと制御不能なものがある. 制御可能アクションは, 制御器によって有効化・無効化が可能である. 一方, 制御不能なアクションは環境によって発火されるため, 発火し得る場合は全ての発火を考慮しなければならない. 各状態の制御可能なアクションのうち高々 1 つのみを有効にする制御器を合成することで, システム全体の振る舞いを制御する. このような制御器を Directed Controller と呼ぶ.

定義 7 (Directed Controller) . 並列合成 LTS E_{\parallel} に対する制御器が以下の条件を満たすとき, Directed Controller と呼ぶ :

Controllable すべての制御不能アクションを常に有効化する

Directed 各状態で高々 1 つの制御可能アクションのみを有効化する

Eager Marked 状態、または Marking アクション発火後の状態において、制御可能アクションのみ存在する場合、必ず 1 つを選択する

2.2.2 制御問題

既存の DCS では、タスク完了などを表す Marked 状態への到達可能性に基づいて Non-Blocking 性を定義することがある。本研究の Marking アクションベース定式化との関係は第 2.2.3 項で述べる。また、本研究では、目標を状態ではなく Marking アクション A^M の発火として与える。

定義 8 (Directed Controller の制御問題) . LTS の組 $\mathbf{E} = (E_1, \dots, E_n)$ に対し、解は以下を満たす Directed Controller である：

Safety 制御下のシステムが違反状態に到達しない

Non-Blocking Marked 状態への到達、または Marking アクションの発火を無限回行える

2.2.3 Marking アクションから Marked 状態への変換

本研究では、目標を Marking アクション集合 A^M の発火として定義する。一方、RA は Marked 状態への到達可能性に基づくヒューリスティックである。そのため、本研究の定式化を RA の枠組みに適用するにあたり、アクションの発火イベントを状態として保持する Marking 判定 LTS E_M を用いて、アクションベースの目標を等価な状態ベースの目標へと帰着させる。

合成対象のコンポーネント集合を $\mathcal{E} = \{E_1, \dots, E_n\}$ とし、全コンポーネントのアクション集合の和を $A = \bigcup_{i=1}^n A_{E_i}$ とする。このとき、 $E_M = (S_{E_M}, s_{E_M,0}, S_{E_M}^I, S_{E_M}^M, A_{E_M}, A_{E_M}^M, \Delta_{E_M})$ は以下のように定義される：

- $S_{E_M} = \{0, 1\}$, $s_{E_M,0} = 0$, $S_{E_M}^I = \emptyset$, $S_{E_M}^M = \{1\}$
- $A_{E_M} = A$ (同期のために全アクションをアルファベットに含める)
- 遷移関係 Δ_{E_M} :
 - 任意の $a \in A^M$ に対し、 $(0, a, 1) \in \Delta_{E_M}$ および $(1, a, 1) \in \Delta_{E_M}$
 - 任意の $a \notin A^M$ に対し、 $(0, a, 0) \in \Delta_{E_M}$ および $(1, a, 0) \in \Delta_{E_M}$

さらに、並列合成 $E_{\parallel} = E_1 \parallel \cdots \parallel E_n \parallel E_M$ において目標達成の判定を E_M に一任するため、他のすべてのコンポーネント $E_i \in \{E_1, \dots, E_n\}$ について、その Marked 状態集合を $S_{E_i}^M = S_{E_i}$ (全状態を Marked とする) へ再定義する。

この変換により、合成システム E_{\parallel} が Marked 状態にあることは、 E_M が状態 1 にあることと等価になる。 E_M は直前に実行されたアクションが A^M に属する場合のみ状態 1 に遷移するため、この Marked 状態を無限回訪問することは、元のシステムにおいて Marking アクションを無限回発火し続ける Non-blocking な振る舞いと完全に一致する。

2.2.4 On-The-Fly 探索アルゴリズム

従来のアプローチでは、まずオートマトンを完全に合成し、その後で制御問題を解く。しかし、この方法は指数的な状態空間爆発を引き起こす可能性がある。Ciolek らは、この課題に対し、ヒューリスティック関数に導かれた On-The-Fly 探索により、状態空間の一部のみを探索して Directed Controller

を発見するアルゴリズムを提案した [6]. ヒューリスティック関数は、各状態から目標までの推定距離を計算することで、有望な探索経路を優先的に選択する手法であり [1], DCSにおいても探索効率の向上に重要な役割を果たす.

On-The-Fly 探索は、状態空間全体を事前に構築することなく、初期状態から到達可能な必要な部分のみを段階的に展開しながら制御器を合成する手法である. この手法は、主に以下の 3 つのプロセスから構成される.

1. **展開 (Expansion)** : 現在の探索フロンティアから、ヒューリスティック関数（例えば RA）を用いて最も有望な未探索の遷移を選択し、探索グラフに追加する (EXPANDNEXT). これにより、Marked 状態への到達可能性が高い経路を優先的に探索する.
2. **伝播 (Propagation)** : ある状態が *Goals* (勝利状態) または *Errors* (敗北状態) であることが確定した場合、その情報を探索グラフの逆方向（親状態）へ伝播させる (PROPAGATEGOAL, PROPAGATEERROR). 状態の分類は以下の論理に基づき決定される：
 - **Goals への伝播** : ある状態から制御可能な遷移によって少なくとも 1 つの *Goals* 状態へ到達可能であるか、あるいはその状態から発生しうる全ての制御不能な遷移の先が *Goals* である場合、その状態は *Goals* となる.
 - **Errors への伝播** : ある状態から発生しうる全ての制御可能な遷移の先が *Errors* かつ制御不能な遷移によって少なくとも 1 つの *Errors* 状態へ到達可能である場合、その状態は *Errors* となる.
3. **閉路検出と判定 (Loop Detection)** : 探索中に新たな閉路が形成された場合、その閉路が Non-Blocking を満たすか否かを判定する. Marking アクションを含む閉路などの「勝利閉路」が見つかれば、その閉路上の状態は *Goals* となり、逆に Marking アクションを含まず脱出不可能な閉路は *Errors* となる.

探索は初期状態が *Goals* または *Errors* に分類されるまで継続される. 初期状態が *Goals* に分類された場合、探索グラフから有効な部分グラフを抽出することで制御器が得られる. 逆に *Errors* に分類された場合は、制御器の合成は不可能であると結論付けられる.

アルゴリズム 1 On-The-Fly 探索による Directed Controller Synthesis

入力： 全ての LTS の組 $E = (E_1, \dots, E_n)$, ヒューリスティック関数 H

出力： Directed Controller C または 合成不可能

```
1: function DIRECTEDCONTROLLERSYNTHESIS( $E, H$ )
2:    $ES \leftarrow$  初期状態  $s_0$  のみを持つ部分探索グラフ
3:    $Goals \leftarrow \emptyset, Errors \leftarrow \emptyset, None \leftarrow \{s_0\}$ 

4:    $\triangleright$  探索ループ：初期状態が未分類状態でなくなるまで  $\triangleleft$ 
5:   while  $s_0 \notin (Goals \cup Errors)$  do
6:      $(s, a, s') \leftarrow \text{EXPANDNEXT}(ES, H)$   $\triangleright$  ヒューリスティックによる次遷移の選択
7:      $ES \leftarrow ES \cup \{(s, a, s')\}$   $\triangleright$  探索グラフの更新

8:     if  $s' \in Errors$  then
9:        $Errors \leftarrow Errors \cup \{s'\}$ 
10:      PROPAGATEERROR( $s'$ )  $\triangleright$  敗北状態の伝播
11:      else if  $s' \in Goals$  then
12:         $Goals \leftarrow Goals \cup \{s'\}$ 
13:        PROPAGATEGOAL( $s'$ )  $\triangleright$  勝利状態の伝播
14:      else if  $s'$  が新しいループを形成する then
15:         $Loop \leftarrow \text{GETLOOP}(s, s')$ 
16:        if  $Loop$  が勝利条件を満たす then
17:           $newGoals \leftarrow \text{FINDNEWGOALS}(Loop)$ 
18:           $Goals \leftarrow Goals \cup newGoals$ 
19:          PROPAGATEGOAL( $newGoals$ )
20:        else
21:           $newErrors \leftarrow \text{FINDNEWERRORS}(Loop)$ 
22:           $Errors \leftarrow Errors \cup newErrors$ 
23:          PROPAGATEERROR( $newErrors$ )

24:      if  $s_0 \in Goals$  then
25:         $C \leftarrow \text{EXTRACTCONTROLLER}(ES, Goals)$ 
26:        return  $C$ 
27:      else
28:        return 合成不可能
```

2.3 Ready Abstraction

Ready Abstraction (RA) [7] は、並列合成構造を活用して、Marked 状態への到達に必要なステップ数を多項式時間で推定するヒューリスティック手法である。各コンポーネントの局所情報のみを用いて距離を推定することで状態空間爆発を回避しつつ、On-The-Fly 探索における次遷移選択 (EXPANDNEXT) を導く。

RA の基本的な着想は、合成状態 $s = (s_{E_1}, s_{E_2}, \dots, s_{E_n})$ の周辺で局所的に発火可能なアクション (Ready アクション) を集め、それらの間に、あるアクションの実行が別のアクションの実行可能性を

高めるという関係を仮想的に張ったグラフ上で最短路を解くことで、目標（Marked 状態）までの距離を見積もる点にある。この手法は、プランニング問題におけるヒューリスティック探索の一般的な枠組み [1] を、並列合成された DES の構造に適合させたものと位置づけられる。同期制約のため、局所的に発火可能（Ready）であっても合成状態全体では直ちに発火できない場合があるが、RA はこの差を局所到達可能性とグラフ探索に基づいて保守的に見積もる。

2.3.1 展開対象のアクションの評価

アルゴリズム 2 は、現在の合成状態 s において展開対象のアクション \hat{a} を選ぶことがどれだけ目標に近いかを評価するためのヒューリスティック関数である。評価は各コンポーネント E_i ごとに (rank, d) の形で返され、rank は距離推定に用いる目標集合の優先度を表す。

本章で示す RA の記述では、探索中にすでに到達した Marked 状態集合 S^M を基準にした距離（Rank 0）を優先する。これは、探索が進むほど既知の到達済み領域へ近づく選択を上位に扱うことで、任意の Marked 状態を一様に目指す場合に比べて探索が過度に広がることを避け、探索空間を抑制できるという見込みに基づく。Rank 0 での推定が不可能な場合に限り、任意の Marked 状態への距離（Rank 1）を用いる。どちらも不可能と推定された場合は $(2, \infty)$ を返す。

アルゴリズム 2 Ready Abstraction によるヒューリスティック関数

入力： 全ての LTS の組 $E = (E_1, E_2, \dots, E_n)$,

探索到達済みの Marked 状態の集合 $S^M \subseteq S_{E_1}^M \times S_{E_2}^M \times \dots \times S_{E_n}^M$,

各 LTS における状態の組 $s = (s_{E_1}, s_{E_2}, \dots, s_{E_n})$,

展開対象のアクション \hat{a}

出力： 各 LTS における距離の降順の組 $d = (d_1, d_2, \dots, d_n)$

ただし, $d_i \in \{(0, d), (1, d), (2, \infty) \mid d \in \mathbb{N}\}$

各 LTS における距離の意味は以下の通り：

$(0, d)$: 次にアクション \hat{a} を発火して d ステップで探索到達済みの Marked 状態に到達可能

$(1, d)$: 次にアクション \hat{a} を発火して d ステップで Marked 状態に到達可能

$(2, \infty)$: Marked 状態に到達不可能

```
1: function READYABSTRACTIONHEURISTIC( $E, S^M, s, \hat{a}$ )
2:   for  $i = 1, 2, \dots, n$  do
3:      $minSteps \leftarrow \infty$ 

4:      $\triangleright$  Rank 0: 探索到達済みの Marked 状態への到達可能性確認  $\triangleleft$ 
5:     for all  $(s_{E_1}^*, s_{E_2}^*, \dots, s_{E_n}^*) \in S^M$  do
6:        $steps \leftarrow \text{ESTIMATEDISTTOSTATE}(s, \hat{a}, s_{E_i}^*)$ 
7:       if  $steps < minSteps$  then  $minSteps \leftarrow steps$ 
8:     if  $minSteps \neq \infty$  then  $\triangleright$  いずれかの探索到達済みの Marked 状態に到達可能な場合
9:        $d_{E_i} \leftarrow (0, minSteps)$ 
10:      continue

11:      $\triangleright$  Rank 1: 任意の Marked 状態への到達可能性確認  $\triangleleft$ 
12:     for all  $s_{E_i}^* \in S_{E_i}^M$  do
13:        $steps \leftarrow \text{ESTIMATEDISTTOSTATE}(s, \hat{a}, s_{E_i}^*)$ 
14:       if  $steps < minSteps$  then  $minSteps \leftarrow steps$ 
15:       if  $minSteps \neq \infty$  then  $\triangleright$  いずれかの Marked 状態に到達可能な場合
16:          $d_{E_i} \leftarrow (1, minSteps)$ 
17:       else
18:          $d_{E_i} \leftarrow (2, \infty)$ 

19:   return SORTDESCENDING( $(d_{E_1}, d_{E_2}, \dots, d_{E_n})$ )  $\triangleright$  距離を辞書式降順でソートして返す
```

アルゴリズム 2 の戻り値は各コンポーネントの距離推定の組であるが、実際の探索 (EXPANDNEXT)においてアクション \hat{a} を選択する際は、以下の優先順位に従って順位付けを行う：

1. 制御不能アクションの優先： $\hat{a} \in A^U$ であるアクションを、全ての制御可能アクション $\hat{a} \in A^C$ よりも優先する。
2. 辞書式順序による比較：アクションの属性が同じ（共に制御可能、あるいは共に制御不能）である場合、アルゴリズム 2 が返す距離の組 d を辞書式に比較し、値が小さい（より目標に近いと推定される）ものを優先する。

制御不能アクションを最優先するのは、環境側で発生しうる全ての振る舞いを早期に探索し、反例（違反状態やデッドロック）を迅速に検出するためである。

2.3.2 距離推定の中核

Ready Abstraction における距離推定の手続きをアルゴリズム 3 に示す。この関数 `ESTIMATEDISTTOSTATE` は、現在の合成状態 s 、評価対象のアクション \hat{a} 、および目標状態 $s_{E_i}^*$ を入力とし、推定距離 d を算出する。

本アルゴリズムでは、推定のために以下の 2 つの補助関数を利用する。

`CALCULATEDIST(s, a)`

LTS 単体において、状態 s からアクション a へ到達するための最短ステップ数。この値は探索中頻繁に参照されるため、効率化の観点から、探索開始前にすべての状態とアクションの組について幅優先探索により算出されている。

`CALCULATEGAP(s, \hat{a}, a)`

現在の合成状態 s において、アクション \hat{a} の実行後に別のアクション a を実行可能にするために必要な最小ステップ数（切り替えコスト）。これは動的な状態に依存するため、探索中に都度計算される。

RA は、現在の状態で発火可能な Ready アクション集合 A^R を対象に、そこへ至る遷移コスト (Gap) とその先の局所距離 (Dist) の和が最小となる経路を探索する。これにより、単なる最短距離ではなく、同期のための待機やアクションの切り替えコストを含んだ、より実質的な到達距離を推定している。

アルゴリズム 3 Ready Abstraction における距離推定関数

入力： 現在の状態 $s = (s_{E_1}, \dots, s_{E_n})$,

評価対象のアクション \hat{a} ,

距離を推定する対象の状態 $s_{E_i}^*$

出力： 推定距離 $d \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$

```
1: function ESTIMATEDISTTOSTATE( $s, \hat{a}, s_{E_i}^*$ )
2:   if  $\hat{a} \in A_{E_i}$  then                                ▷  $\hat{a}$  が LTS  $E_i$  に存在している場合
3:      $s'_{E_i} \leftarrow s'$  where  $(s_{E_i}, \hat{a}, s') \in \Delta_{E_i}$           ▷  $\hat{a}$  を発火した後の状態
4:     if  $s'_{E_i} = s_{E_i}^*$  then                            ▷ 対象の状態に到達する場合
5:       return 1
6:     else if  $s'_{E_i} \in S_{E_i}^I$  then                ▷ 違反状態に到達する場合
7:       return  $\infty$            ▷ 距離を無限と推定し, Marked 状態に到達不可能であることを表す
8:     else if  $s'_{E_i} \neq s_{E_i}$  then            ▷ 他の状態に遷移する場合
9:       return CALCULATEDIST( $s'_{E_i}, s_{E_i}^*$ ) + 1

10:    ▷ 各 LTS 上で, 現在の状態から発火可能なアクション (Ready アクション) を収集      ◇
11:     $A^R \leftarrow \bigcup_{i=1}^n \{a \mid \exists s, (s_{E_i}, a, s) \in \Delta_{E_i}, s \neq s_{E_i}, s \notin S_{E_i}^I\}$ 

12:    ▷ 候補アクション  $\hat{a}$  から構造的に到達可能なアクション集合  $A^*$  を構築      ◇
13:     $A^* \leftarrow \emptyset$ 
14:    for  $i = 1, \dots, n$  do
15:       $s'_{E_i} \leftarrow s'$  where  $(s_{E_i}, \hat{a}, s') \in \Delta_{E_i}$ 
16:      if  $s'_{E_i} \neq \perp \wedge s'_{E_i} \notin S_{E_i}^I$  then
17:         $A^* \leftarrow A^* \cup \{a^* \in A^R \mid T_{s'_{E_i} \rightarrow \{a^*\}} \neq \emptyset\}$ 

18:    ▷ Gap を加味した最短経路探索      ◇
19:     $d \leftarrow \min_{a^* \in A^*} \{ \text{CALCULATEGAP}(s, \hat{a}, a^*) + \text{ESTIMATEDISTTOSTATE}(s, a^*, s_{E_i}^*) \}$ 
20:    ▷ この再帰的な最小値問題は, 実装上はダイクストラ法により効率的に解かれる      ◇
21:    return  $d$ 
```

ここで用いられる $\text{CALCULATEGAP}(\hat{a}, a)$ は, アクション間の切り替えのしやすさを表すコストであり, 既存研究における定義に従い, あるコンポーネント内でアクション \hat{a} を経て a へ至る最短パスの長さ (から 1 を引いた値) として計算される.

2.3.3 Marking アクションまでの距離推定

前述の通り, RA は Marked 状態への到達距離を推定する枠組みである. しかし, 第 2.2.3 項で導入したアクションベースから状態ベースへの変換を用いる場合, 判定用 LTS E_M を除くすべてのコンポーネントにおいて, ほぼ全状態が Marked 状態として定義される. この状況下では, 任意の Marked 状態への距離を計算する RA の Rank 1 評価は, 常に 1 を返すことになり, 探索の指針として機能しない.

そこで本研究では, 探索履歴である到達済み Marked 状態集合 S^M に依存せず, システムのアクション構造のみに基づいて目標までの距離を推定する手法として, Marking アクション集合 A^M を直接のターゲットとする距離推定関数 $\text{ESTIMATEDISTTOMARKING}$ を定義する. 本関数は, 探索の進行に伴って更新される S^M を参照しないため, 探索の全期間を通じて一貫した静的な評価値を提供する.

ESTIMATEDISTTOMARKING は、候補アクション \hat{a} が Marking アクションであれば距離 1 を返し、そうでなければ、合成状態 s から、同期を無視した場合に状態を変化させ得るアクション集合 A^R を介して、Gap とその先での推定距離の和の最小値を再帰的に求める。その構造はアルゴリズム 3 に示す ESTIMATEDISTTOSTATE と同型であり、終端条件が Marked 状態ではなく Marking アクションになっている点が相違である。

アルゴリズム 4 Ready Abstraction における Marking アクションまでの距離推定

入力： 現在の状態 $s = (s_{E_1}, \dots, s_{E_n})$,

候補のアクション \hat{a}

出力： 推定距離 $d \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$

```

1: function ESTIMATEDISTTOMARKING( $s, \hat{a}$ )
2:   if  $\hat{a} \in A^M$  then
3:     return 1
4:    $\triangleright$  各 LTS 上で、現在の状態から発火可能なアクション (Ready アクション) を収集           ◇
5:    $A^R \leftarrow \bigcup_{i=1}^n \{a \mid \exists s, (s_{E_i}, a, s) \in \Delta_{E_i}, s \neq s_{E_i}, s \notin S_{E_i}^I\}$ 
6:    $\triangleright$  候補アクション  $\hat{a}$  から構造的に到達可能なアクション集合  $A^*$  を構築           ◇
7:    $A^* \leftarrow \emptyset$ 
8:   for  $i = 1, \dots, n$  do
9:      $s'_{E_i} \leftarrow s'$  where  $(s_{E_i}, \hat{a}, s') \in \Delta_{E_i}$ 
10:    if  $s'_{E_i} \neq \perp \wedge s'_{E_i} \notin S_{E_i}^I$  then
11:       $A^* \leftarrow A^* \cup \{a^* \in A^R \mid T_{s'_{E_i} \rightarrow \{a^*\}} \neq \emptyset\}$ 
12:   return  $\min_{a^* \in A^* \cup A^M} \{\text{CALCULATEGAP}(s, \hat{a}, a^*) + \text{ESTIMATEDISTTOMARKING}(s, a^*)\}$ 

```

以上により、RA は局所情報から、次にどのアクションを展開するのが有望かを推定する枠組みを提供する。On-The-Fly 探索側では、これらの推定値を用いて展開順序を制御することで、合成状態空間の全探索を避けつつ、目的を満たす制御器の発見を狙う。

第3章

Ready Abstraction の課題

前章で述べたように、Ready Abstraction (RA) は局所的に発火可能なアクション (Ready アクション) 間の関係性を利用して、目標までの距離を推定するヒューリスティック手法である。RA は、コンポーネント間の結合が疎であり、各コンポーネントが比較的自律的に目標へ遷移できるシステムにおいては強力なガイドとなる。

しかし、本研究が対象とするような、Marking アクションの発火に複数のコンポーネントによる厳密な同期が必要となるシステムにおいては、RA の推定精度と計算効率の両面で深刻な課題が生じる。本章では、RA が抱える構造的な限界について、同期構造の無視による探索効率の低下と、Ready アクション探索に伴う計算コストの増大という 2 つの観点から分析する。

3.1 同期構造の看過に起因する局所的な探索

RA の最大の特徴は、現在の合成状態において直ちに発火可能なアクション (Ready アクション) のみをノードとするグラフ上で距離計算を行う点にある。この特性は、将来的に発生する同期イベントを適切に評価できず、大域的な最適性を損なうという欠点につながる。

3.1.1 同期待ち時間の無視

Marking アクション a_m が同期アクションである場合、その発火には関与する全てのコンポーネントが a_m を発火可能な状態に到達していなければならない。しかし、あるコンポーネント E_i が既に a_m の直前状態に到達していても、他のコンポーネント E_j がまだ準備できていなければ、システム全体として a_m は実行できない。

RA の距離推定アルゴリズム（アルゴリズム 3）は、現在の Ready アクション集合 A^R を起点として、目標までの最短パスを探索する。このとき、同期が必要なアクションへのパスは、パートナーの到着を待つための遷移（同期待ち）を含める必要があるため、RA のグラフ上では遠い、あるいは到達困難と判定されやすい。対照的に、同期を必要とせず単独で進行でき、かつ局所的に目標に近い場所へ遷移できるアクションが存在する場合、RA はその局所的な遷移コストの低さを優先して評価する。

RA はこの他者の同期待ちという大域的な制約を考慮できず、各コンポーネントが局所的な最短経路を選択し続けるような局所最適化に基づいた評価を下すため、結果として合流不可能な経路や、効率の悪い状態を優先的に探索する結果となる。

3.1.2 具体的な不適合例：金属加工システム

RA が不適切な誘導を行う具体的なシナリオとして、図 3.1 に示す金属加工システムのモデルを用いて説明する。

本システムは、加工プロセスを表す環境モデル (E_{env}) と、工程管理を行う要求モデル (E_{req}) の2つのコンポーネントから構成される。目標は「出荷」アクションの発火 (Marking アクション) である。なお、説明を簡単にするため、本モデルに含まれる全てのアクションは制御可能 (Controllable) であるとする。

環境モデルは、初期状態から「金属準備」を経て待機状態（状態 1）へ遷移する。この状態 1 を起点として、2 つの経路が存在する。1 つ目は「溶解」、「成形」、「冷却」を行い、再び待機状態に戻る加工サイクルである。このサイクルは 0 回以上実行可能である。2 つ目は「研磨」や「皮膜」を施し、最後に「出荷」して初期状態に戻る仕上げ・出荷工程である。

要求モデルは、製品の品質担保のために「成形」が 1 度以上発火されることを強制する。具体的には、初期状態（成形未実施、状態 0）において「成形」を経ずに「出荷」アクションが発火された場合、未加工品の出荷とみなされ、違反状態 -1（図下段の赤色ノード）へ遷移する。「成形」が発火されると状態 1（成形済み）へ遷移し、以降は「出荷」を行っても初期状態に戻るだけであり、違反にはならない。

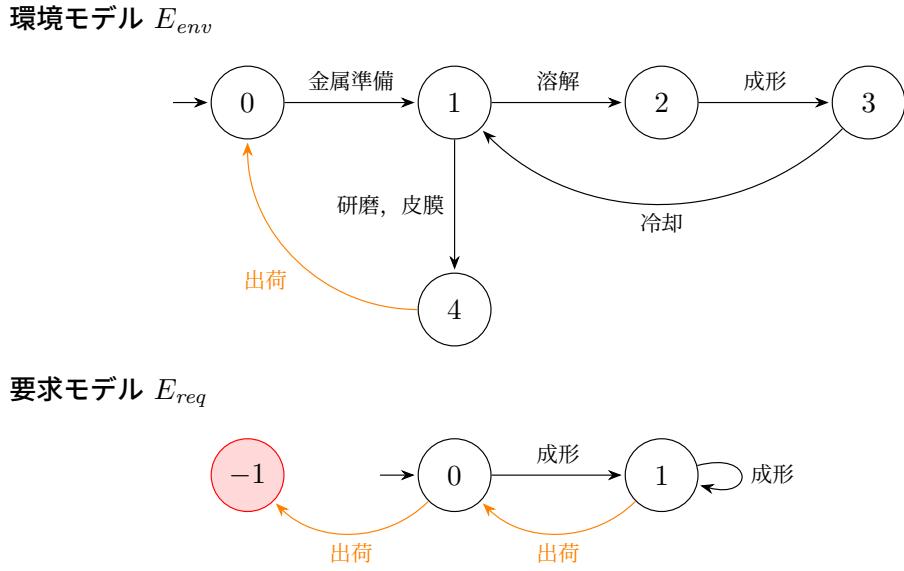


図 3.1 金属加工システムの環境モデルと要求モデル

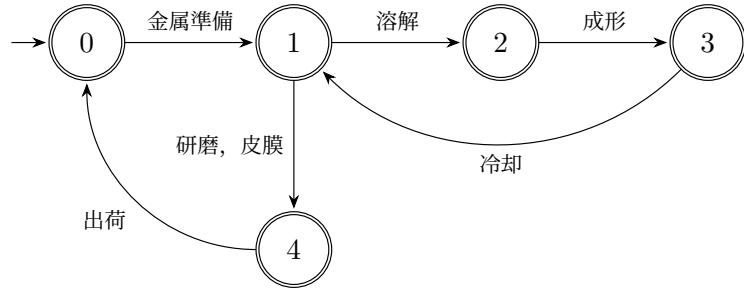
Ready Abstraction 適用のための Marked 状態への変換

RA は本来、Marked 状態への到達を目的とする探索手法である。一方、本問題の目標は「出荷」アクションの発火であるため、第 2.2.3 項で述べた変換手法を適用し、アクションベースの目標を状態ベースの目標に置き換える必要がある。

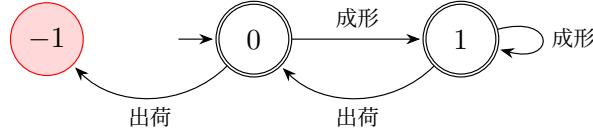
図 3.2 は、変換後のシステム構成を示している。ここでは、新たなコンポーネントとして Marking 判定モデル E_M を導入している。 E_M は、「出荷」アクションが発火された直後のみ Marked 状態（状態 1）に遷移し、それ以外の場合は非 Marked 状態（状態 0）に留まる機能を持つ。いわば、アクションの発火イベントを状態遷移として表現するためのモデルである。

この変換に伴い、既存の環境モデル E_{env} および要求モデル E_{req} においては、違反状態を除くすべての状態を Marked 状態（図中の二重丸）として再定義する。これにより、システム全体の並列合成状態が Marked となる（全てのコンポーネントが同時に Marked 状態にある）ための条件は、実質的に E_M が状態 1 になること、すなわち直前に出荷アクションが発火したことと等価になる。

環境モデル E_{env}



要求モデル E_{req}



Marking 判定モデル E_M

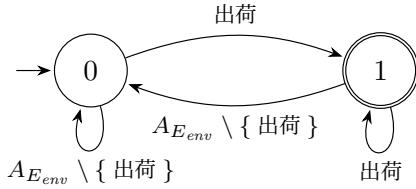


図 3.2 アクション目標を状態目標へ変換した金属加工システム

RA による探索と失敗のプロセス

前回で述べた変換後の金属加工システム（図 3.2）に対し、RA を用いた On-The-Fly 探索を適用した場合の具体的な挙動を示す。本モデルでは、 E_{env} と E_{req} の全状態が Marked と設定されているため、探索の主目的は Mark 判定モデル E_M を状態 1 (Marked) に遷移させること、すなわち「出荷」アクションを発火させることになる。

RA を用いた場合でも、最終的には適切な制御器が合成されるが、その過程で生じる非効率な探索挙動について以下に段階的に示す。

Step 1: 初期状態からの遷移

初期状態 $s_0 = (0, 0, 0)$ (順に E_{env}, E_{req}, E_M の状態)において、発火可能なアクションは金属準備のみである。システムはこれを選択し、状態 $s_1 = (1, 0, 0)$ へ遷移する。このとき、 E_{env} は状態 1 (分岐点) に進むが、 E_{req} と E_M は金属準備に関与しないため状態 0 に留まる。

Step 2: RA によるヒューリスティック評価と誤った選択

状態 s_1 において、RA は次に選択すべきアクションを決定する。この時点で局所的に発火可能なアクション (Ready アクション) の集合は、 $A^R = \{ \text{研磨, 皮膜, 溶解, 成形, 出荷} \}$ である。

まず、環境モデル E_{env} および要求モデル E_{req} の評価を行う。これらは設定により全状態が Marked であるため、現在の状態が既に目標であるとみなされる。したがって、これらのコンポーネントにおける距離推定値は 1 となり、アクション選択の差別化要因とならない。

したがって、評価の差が生じるのは Mark 判定モデル E_M における推定である。 E_M が Marked 状態 (状態 1) へ遷移するためには、同期アクションである「出荷」の発火が不可欠である。RA は、展開対象のアクション \hat{a} から「出荷」への Gap (遷移コスト) と、その先の E_M における距離 (Dist) の和として値を算出する。

選択肢 A : 「研磨」または「皮膜」

環境モデル E_{env} において、「研磨」または「皮膜」から「出荷」へのGapは1である。一方、 E_M において「出荷」発火後の状態はMarked状態そのものであるため、その距離(Dist)は1である。よって、推定距離は $d = 1 + 1 = 2$ と算出される。

選択肢 B：「溶解」

環境モデル E_{env} において、「溶解」から「成形」「冷却」を経て「出荷」に至る最小のGapは3である。 E_M における距離(Dist)は同様に1である。よって、推定距離は $d = 3 + 1 = 4$ と算出される。

RAはこの推定値に基づき、距離の小さい($2 < 4$)「研磨」および「皮膜」を優先すべき有望なアクションと判断する。その結果、アルゴリズムは正解ルートである「溶解」を後回しにし、まずは局所的な算出コストが低い「研磨」を選択して状態 $s_2 = (4, 0, 0)$ への遷移を行う。

Step 3: 経路の行き詰まりと繰り返される不要な探索

遷移後の状態 $s_2 = (4, 0, 0)$ において、環境モデル上では出荷が可能である。しかし、要求モデル E_{req} は依然として状態0(成形未実施)にある。この状態で出荷を発火すると、 E_{req} は違反状態(-1)へ遷移してしまうため、DCSの安全性制約によりこの遷移は禁止される。他に有効なアクションも存在しないため、この経路は探索の行き詰まりとなる。

この結果、探索アルゴリズムはこの経路を破棄し、分岐点である状態 s_1 までバックトラックを行う。しかし、RAのヒューリスティック評価では、残る選択肢である「皮膜」も「溶解」よりコストが低いと判定されている。そのため、アルゴリズムは「溶解」を選ぶ前に、もう一方の選択肢である「皮膜」の探索へ移行する。「皮膜」ルートも同様に同期待機ができず行き詰まりとなるため、再びバックトラックが発生する。

このように、RAのヒューリスティック値に従い2つの冗長な経路を探索し尽くした後に、ようやく次善の選択肢であった「溶解」ルートの探索が開始される。

以上のプロセスにより、RAを用いた探索では、同期(E_{req} の状態進行)の必要性を見抜けずに、局所的に目標アクション「出荷」へ近づきやすい経路を優先して探索する。大規模なシステムにおいては、このような冗長な探索とバックトラックが頻発し、計算リソースを著しく浪費する原因となる。

3.2 網羅的な距離推定による計算資源の浪費

RAのもう一つの課題は、ヒューリスティック関数の評価プロセスそのものに内在する計算の冗長性と、それに伴うコストの増大である。

前章のアルゴリズム2で示した通り、RAは1回の探索ステップ(EXPANDNEXT)において、システムを構成する全てのコンポーネント E_i ($i = 1, \dots, n$)に対し、以下の2段階の評価を網羅的に実行する。

1. Rank 0 の評価: 探索中に到達済みの Marked 状態への距離を計算する。
2. Rank 1 の評価: 上記が到達不能な場合、モデル上の全ての Marked 状態への距離を計算する。

すなわち、アクションを1つ選択するたびに、最大で $2n$ 回の距離推定関数(ESTIMATEDISTTOSTATE)が呼び出されることになる。ここで呼び出される距離推定関数は、第2章で述べた通り、Readyアクショングラフ上の探索を行う処理である。单一の計算は多項式時間で完了するが、状態や遷移に依存した動的な計算処理を伴う。

問題となるのは、この計算が現在の状態遷移に関与しないコンポーネントを含めた全てに対し、一律に実行される点である。大規模な並列システムにおいて、ある瞬間に状態遷移のボトルネックとなっているコンポーネントは全体の一部に限られ、他は待機状態や無関係な状態にあることが多い。しかし、

RA はそのような文脈を考慮せず、全てのコンポーネントに対して毎回同様に探索計算を行う。

システム規模が拡大しコンポーネント数 n が増加すると、この網羅的な探索プロセスは、探索の進行に寄与しない冗長な計算を繰り返すことを意味する。結果として、本来不要なヒューリスティック値の算出に計算機資源を費やすことになり、大規模システムにおける合成全体の効率を低下させる要因となる。

3.3 本章のまとめ

本章では、Marking アクションを目標とする離散制御器合成において、従来の Ready Abstraction が抱える課題を分析した。

第一の課題は同期の無視である。RA は局所的な最短経路を優先するため、同期のための準備動作よりも、単独で進行可能な近道を過剰評価する。これにより、パートナーの到着を待てずに脇道へ逸れる探索（不要な探索）が発生する。

第二の課題は計算の冗長性である。RA は距離推定のために、現在の状態に関与しないコンポーネントも含めて最大 $2n$ 回の計算を一律に行うため、システム規模に対して不必要的計算資源を浪費する。

これらの課題は、RA が同期構造に対する大域的な視点を欠いていることと、全コンポーネントを等しく評価対象とする網羅的な計算構造に起因する。次章では、これらの問題を解決するために、目標達成に不可欠なアクションを Pre-Marking アクション (PMA) として定義し、これを中間目標（ランドマーク）として導入する新たな手法「Landmark Ready Abstraction」を提案する。本手法は、PMA への到達を優先することで同期を適切に指向すると同時に、評価対象を解決すべき PMA のみに厳選することで計算の効率化を図る。

第 4 章

Landmark Ready Abstraction

前章で指摘した通り，Ready Abstraction (RA) は，並列合成されたシステムにおける局所的な遷移可能性を利用して距離を推定する強力な手法である。しかし，RA は現在の状態から局所的に遷移可能な方向を優先して評価するため，目標達成において将来的に不可避となる同期イベントを見落とし，非効率な探索経路を選択しやすいという構造的な課題を有する。

本章では，この課題を解決するため，新たなヒューリスティック手法である Landmark Ready Abstraction (LRA) を提案する。LRA は，RA が持つ動的なグラフ探索の枠組みを継承しつつ，システムの大域的な構造解析に基づいて抽出された中間目標としての Pre-Marking アクションを導入する。これにより，LRA は RA の利点である遷移コストの精密な見積もりと，静的解析による大域的な方向付けを統合し，複雑な同期構造を持つシステムに対しても効率的な探索を実現する。

4.1 Pre-Marking アクションの定義と階層構造

DCSにおいて，探索の最終目標は Marking アクションの発火である。しかし，大規模な並列システムにおいて，初期状態から最終目標までの距離は膨大であり，単一の目標のみを指針とした探索は，広大な状態空間の中で方向を見失うリスクが高い。そこで本研究では，最終目標に至る過程で構造上回避することのできないアクションを Pre-Marking アクションとして定義し，これを最終目標へ至るための段階的な中間目標として利用する。

4.1.1 必須アクション

Pre-Marking アクションを定義するための基礎概念として，ある目標に対する不可避性を表す必須アクションを定義する。

必須アクションとは，ある状態から目標となるアクションに至るいかなるトレースを選択したとしても，その過程で必ず実行しなければならないアクションのことである。これは，システムが目標に到達するために回避することのできない，構造上のボトルネックや前提条件と解釈できる。

第 2 章で定義した有効トレース集合 $T_{s \rightarrow A^{Target}}$ を用いて，必須アクション集合 M_E^R を以下のように定義する。

定義 9 (必須アクション) . 状態 s における A^{Target} に対する必須アクション集合 $M_E^R(s, A^{Target})$ は，目標へ至る全ての有効なトレースにおいて共通して出現するアクション（目標自身を除く）として定義される。

$$M_E^R(s, A^{Target}) = \left(\bigcap_{t \in T_{s \rightarrow A^{Target}}} A_t \right) \setminus A^{Target}$$

ここで、 A_t はトレース t に含まれるアクションの集合を表す。

この定義により、 $M_E^R(s, A^{Target})$ に含まれるアクションが未発火である限り、 s から A^{Target} への到達は不可能であることが保証される。

4.1.2 Pre-Marking アクションの階層定義

必須アクションの概念を用い、システムの最終目標から逆算された依存関係の階層を構築する。本手法では、階層を以下の 2 段階に区分して定義する。

定義 10 (Primary Pre-Marking アクション) . システム全体の最終目標である Marking アクション集合 A^M に対する必須アクションを Primary Pre-Marking アクションと呼ぶ。各状態 s における Primary Pre-Marking アクション集合 $M_E^{PP}(s)$ は以下のように定義される。

$$M_E^{PP}(s) = M_E^R(s, A^M) \cap M_E^R(s_{E,0}, A^M)$$

この定義において、 $M_E^R(s_{E,0}, A^M)$ は初期状態において大域的に特定される必須アクションであり、 $M_E^R(s, A^M)$ は現在の状態 s から見て必須となるアクションである。これらの積集合をとることで、 $M_E^{PP}(s)$ は、構造上あらかじめ決定されたボトルネックのうち、現時点未解決のもののみを保持する集合となる。

定義 11 (Secondary Pre-Marking アクション) . ある特定の Pre-Marking アクション a^* に対する必須アクションを Secondary Pre-Marking アクションと呼ぶ。各状態 s において、特定の a^* に対して必須となるアクション集合 $M_E^{SP}(s, a^*)$ は以下のように定義される。

$$M_E^{SP}(s, a^*) = M_E^R(s, \{a^*\}) \cap M_E^R(s_{E,0}, \{a^*\})$$

ここで、Primary Pre-Marking アクションがいずれかの Marking アクションへの到達という選言的な目標に対する必須要件であるのに対し、Secondary Pre-Marking アクションは特定の Pre-Marking アクション a^* への到達という単一の目標に対する必須要件である。本研究では、これらを総称して Pre-Marking アクション (PMA) と呼び、探索の指針として用いる。

4.2 Pre-Marking アクションの抽出アルゴリズム

前節の定義に基づき、各状態における PMA を抽出するアルゴリズムについて述べる。なお、本アルゴリズムは探索開始前に一度だけ実行される静的解析である。定義に従って全ての状態とアクションの組み合わせを網羅的に検査することは、計算コストの観点から現実的ではない。そのため、本手法では以下の 2 段階からなる効率的な抽出手法を採用する。

4.2.1 必須アクションの抽出

まず、任意の目標に対する必須アクションを抽出する汎用的な手続きについて述べる。本手続きは、計算効率を考慮し、最短パス情報による候補集合の限定と、逆方向探索による必須性の判定という 2 つの工程で構成される。

Step 1: 最短パスによる候補集合の限定

必須アクションは、目標に至るいかなる経路にも含まれるという性質を持つため、初期状態から目標への最短パス上にも必ず存在する。したがって、初期状態から目標への最短パスを算出し、そこに含まれるアクションのみを必須アクションの候補とすることで、検査対象となるアクション数を大幅に削減できる。

Step 2: 逆方向探索による必須性の判定

限定された候補アクション a が真に不可避であるかを確認するため、アクション a を経由せずに目標へ到達可能か否かを判定する。これは、目標のアクションを発火可能な状態集合を起点とし、遷移を逆方向に辿る探索を行うことで効率的に実行できる。この逆探索によって初期状態 $s_{E,0}$ に到達可能である場合、アクション a を回避する経路が存在することを意味するため、 a は必須ではないと判断される。逆に、 $s_{E,0}$ に到達できない場合、 a は初期状態において目標アクションの発火のための必須アクションであると確定する。

このアルゴリズムをアルゴリズム 5 に示す。なお、本アルゴリズムは PMA の抽出を目的としているため、初期状態において必須でないアクションは、各状態における必須性に関わらず除外する。したがって、得られる結果 M は、必須アクションの定義における $M_E^R(s, A^{Target}) \cap M_E^R(s_{E,0}, A^{Target})$ の条件を満たす集合となる。

アルゴリズム 5 必須アクションの抽出

入力： LTS $E = (S_E, s_{E,0}, S_E^I, A_E, \Delta_E)$, 目標アクション集合 $A^{Target} \subseteq A_E$

出力： 各状態における必須アクション集合 $M : S_E \rightarrow 2^{A_E}$

ただし $M(s) = M_E^R(s, A^{Target}) \cap M_E^R(s_{E,0}, A^{Target})$

1: **function** EXTRACTREQUIREDACTIONS(E, A^{Target})

2: **for all** $s \in S_E$ **do** $M(s) \leftarrow \emptyset$

3: ▷ Step 1: 最短パス情報による候補集合の限定

4: $\hat{A}_E \leftarrow A_E$

5: **for all** $a^* \in A^{Target}$ **do**

6: $t \leftarrow \operatorname{argmin}_{t \in T_{s_{E,0} \rightarrow \{a^*\}}} |t|$

7: $\hat{A}_E \leftarrow \hat{A}_E \cap A_t$ ▷ 全ての目標への最短パスに含まれるアクションのみを候補とする

8: ▷ Step 2: 逆方向探索による必須性の判定

9: **for** $\hat{a} \in \hat{A}_E$ **do**

10: ▷ アクション \hat{a} を通らずに目標に到達可能な状態（不要状態）を探索

11: $S^* \leftarrow \{s \mid \exists a^* \in A^{Target}, \exists s', (s, a^*, s') \in \Delta_E \wedge s' \notin S_E^I\}$

12: $S_{new}^* \leftarrow S^*$

13: **while** $S_{new}^* \neq \emptyset$ **do**

14: $S_{next}^* \leftarrow S^*$

15: **for all** $s^* \in S_{new}^*$ **do**

16: ▷ s^* へ遷移可能な親状態 s を探索（逆伝播）

17: **for all** $(s, a, s^*) \in \Delta_E$ **do**

18: **if** $a \neq \hat{a}$ **then**

19: $S_{next}^* \leftarrow S_{next}^* \cup \{s\}$

20: $S_{new}^* \leftarrow S_{next}^* \setminus S^*$

21: $S^* \leftarrow S_{next}^*$

22: ▷ 初期状態から不可避であれば、必須状態に \hat{a} を割り当てる

23: **if** $s_{E,0} \notin S^*$ **then**

24: **for** $s \in S_E \setminus S^*$ **do**

25: $M(s) \leftarrow M(s) \cup \{\hat{a}\}$

26: **return** M

4.2.2 階層構造の構築

次に、アルゴリズム 5 で定義した必須アクション抽出関数を用い、システム全体における Pre-Marking アクションの階層構造を構築する。本アルゴリズムは、Primary Pre-Marking アクションの抽出と、それに続く Secondary Pre-Marking アクションの連鎖的な抽出の 2 段階からなる。

第一段階では、Marking アクション集合 A^M を目標として Primary PMA M_E^{PP} を抽出する。ここで、Marking アクションが特定のコンポーネントのみに関連する場合や同期アクションである場合を考慮し、Marking アクション集合全体を含む LTS のみを抽出対象とする。これにより、目標との関連性が薄いコンポーネントにおける誤検出を回避する。

第二段階では、抽出された Primary PMA を起点として、Secondary PMA M_E^{SP} の抽出を行う。こ

こでは、あるコンポーネントで発見された必須アクションが、同期を介して他のコンポーネントにおける必須アクションとなる依存関係を網羅する必要がある。そのために、不動点反復に基づくアプローチを採用する。具体的には、初期状態で有効な PMA を探索すべき目標集合として管理し、未処理の目標に対して各 LTS で必須アクション抽出を実行する。そこで新たに初期状態で有効な必須アクションが発見された場合、それを新たな目標として集合に追加する。この操作を新たな目標が発見されなくなるまで繰り返すことで、システム全体に跨る多段階の依存関係を漏らさず抽出する。

このシステム全体に対する階層構築アルゴリズムをアルゴリズム 6 に示す。

アルゴリズム 6 Pre-Marking アクション階層の構築

入力： 全ての LTS の組 $E = (E_1, E_2, \dots, E_n)$

出力： 各 LTS の各状態における Primary Pre-Marking アクション集合 $M_E^{PP} : S_E \rightarrow 2^{A_E}$,

各 LTS の各状態における Secondary Pre-Marking アクション集合 $M_E^{SP} : (S_E \times A_E) \rightarrow 2^{A_E}$

```

1: function EXTRACTPREMARKINGACTIONS( $E$ )
2:   ▷ Step 1: Primary Pre-Marking アクションの抽出
3:    $A^M \leftarrow \bigcup_{i=1}^n A_{E_i}^M$                                 ▷ 全 LTS の Marking アクション集合の和集合
4:   for  $i = 1, \dots, n$  do
5:     if  $A^M \subseteq A_{E_i}$  then
6:       ▷ Marking アクションを全て含む LTS においてのみ抽出
7:        $M_{E_i}^{PP} \leftarrow \text{EXTRACTREQUIREDACTIONS}(E_i, A^M)$ 
8:     else
9:       for all  $s \in S_{E_i}$  do  $M_{E_i}^{PP}(s) \leftarrow \emptyset$ 

10:    ▷ Step 2: Secondary Pre-Marking アクションの連鎖的抽出
11:     $A^* \leftarrow \bigcup_{i=1}^n M_{E_i}^{PP}(s_{E_i,0})$           ▷ 初期状態で有効な Primary PMA が初期目標
12:     $A_{new}^* \leftarrow A^*$                                 ▷ 新たに追加された目標集合
13:    while  $A_{new}^* \neq \emptyset$  do                      ▷ 新たな目標が追加されなくなるまで反復
14:      for all  $a^* \in A_{new}^*$  do                  ▷ 未処理の目標アクションについて
15:        for  $i = 1, \dots, n$  do
16:          if  $a^* \in A_{E_i}$  then
17:            ▷ 目標アクション  $a^*$  を含む LTS においてのみ抽出
18:             $M \leftarrow \text{EXTRACTREQUIREDACTIONS}(E_i, \{a^*\})$ 
19:            for all  $s \in S_{E_i}$  do  $M_{E_i}^{SP}(s, a^*) \leftarrow M(s)$ 
20:          else
21:            for all  $s \in S_{E_i}$  do  $M_{E_i}^{SP}(s, a^*) \leftarrow \emptyset$ 
22:          ▷ 新たに発見された PMA を次回の目標とする
23:           $A_{new}^* \leftarrow \left( \bigcup_{a^* \in A_{new}^*} \bigcup_{i=1}^n M_{E_i}^{SP}(s_{E_i,0}, a^*) \right) \setminus A^*$ 
24:           $A^* \leftarrow A^* \cup A_{new}^*$ 
25:    return  $M_{E_i}^{PP}, M_{E_i}^{SP}$   ( $i = 1, \dots, n$ )

```

4.3 Landmark Ready Abstraction による評価

本節では、抽出された PMA を用い、各状態の有望さを定量的に評価するヒューリスティック関数について述べる。従来の Ready Abstraction (RA) は、最終目標への幾何的な距離のみを評価指標として

おり、その到達過程で構造上不可避となる中間のボトルネックを考慮していない。そのため、局所的には目標に近づいているように見えても、実際には必須となる手順を回避してしまい、後の探索で行き詰まるような経路を高く評価してしまう可能性がある。

これに対し Landmark Ready Abstraction (LRA) では、抽出された PMA を、最終目標に至るために経由しなければならない中間目標（ランドマーク）として扱う。未解決の PMA を距離計算の対象に含めることで、ボトルネックの解消にかかるコストを評価値に反映し、より精度の高い距離推定を実現する。LRA は距離推定の実行対象を、その時点で解決すべき PMA および最終目標のみに限定するため、探索 1 ステップあたりの計算コストを抑制できるという利点も持つ。

4.3.1 ヒューリスティック関数の構成

LRA におけるヒューリスティック関数 LANDMARKREADYABSTRACTIONHEURISTIC の全体構成について述べる。本関数は、最終目標である Marking アクションへの到達距離を基準としつつ、抽出された PMA への距離を評価に組み込むことで、構造的なボトルネックを反映した値を算出する。

具体的な計算手順は以下の通りである。まず、基本となる評価値として、システムの最終目標である Marking アクション集合 A^M への到達距離を算出する。これにより、障害物がない理想的な状況下での最短ステップ数が得られる。

次に、現在の状態において解決すべき PMA 集合 A^P を構築する。この集合は、現在の状態で必須となっている Primary PMA を起点とし、そこから依存関係にある Secondary PMA を再帰的に探索することで生成される。具体的には、Primary PMA 集合に対し、各アクションの前提となる Secondary PMA を追加する操作を、新たなアクションが追加されなくなるまで繰り返す。これにより、Primary 層だけでなく、より深い階層にある潜在的なボトルネックも網羅的に収集される。

最後に、収集された各 PMA $a \in A^P$ について到達距離を算出し、これらを現在の推定距離と比較して最大値を更新する。ここで、PMA への距離に 1 を加算しているのは、PMA が最終目標に至るための通過点であり、その達成後も少なくとも 1 ステップ以上の遷移が必要であることを評価値に反映させるためである。並列システムの完了時間は、最も解決に時間を要するボトルネック工程によって律速されるため、これらの距離の最大値を採用することで、システム全体としての実質的な残り距離を見積もある。

このアルゴリズムをアルゴリズム 7 に示す。なお、関数 ESTIMATEDISTTOACTIONS は次項で定義する距離推定関数であり、指定された状態から目標アクション集合への Gap を考慮した距離を返すものとする。

アルゴリズム 7 Landmark Ready Abstraction によるヒューリスティック関数

入力： 全ての LTS の組 $\mathbf{E} = (E_1, E_2, \dots, E_n)$,

Primary Pre-Marking アクション写像 $\mathbf{M}^{PP} = (M_{E_1}^{PP}, \dots, M_{E_n}^{PP})$,

Secondary Pre-Marking アクション写像 $\mathbf{M}^{SP} = (M_{E_1}^{SP}, \dots, M_{E_n}^{SP})$,

現在の状態 $\mathbf{s} = (s_{E_1}, s_{E_2}, \dots, s_{E_n})$,

展開対象のアクション \hat{a}

出力： 推定距離 $d \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$

1: **function** LANDMARKREADYABSTRACTIONHEURISTIC($\mathbf{E}, \mathbf{M}^{PP}, \mathbf{M}^{SP}, \mathbf{s}, \hat{a}$)

2: ▷ Step 1: 最終目標 (Marking アクション) への距離計算 ◁

3: $A^M \leftarrow \bigcup_{i=1}^n A_{E_i}^M$

4: $d \leftarrow \text{ESTIMATEDISTTOACTIONS}(\mathbf{s}, \hat{a}, A^M)$

5: ▷ Step 2: Pre-Marking アクション集合の構築と距離更新 ◁

6: $A^P \leftarrow \bigcup_{i=1}^n M_{E_i}^{PP}(s_{E_i})$

7: $A_{new}^P \leftarrow A^P$

8: **while** $A_{new}^P \neq \emptyset$ **do**

9: $A_{new}^P \leftarrow \left(\bigcup_{a \in A_{new}^P} \bigcup_{i=1}^n M_{E_i}^{SP}(s_{E_i}, a) \right) \setminus A^P$

10: $A^P \leftarrow A^P \cup A_{new}^P$

11: **for all** $a \in A^P$ **do**

12: $d' \leftarrow \text{ESTIMATEDISTTOACTIONS}(\mathbf{s}, \hat{a}, \{a\})$

13: $d \leftarrow \max(d, d' + 1)$

14: **return** d

4.3.2 アクション集合への距離推定

前節のヒューリスティック関数内で用いられる ESTIMATEDISTTOACTIONS は、現在の合成状態 \mathbf{s} において、ある候補アクション \hat{a} を実行した後、指定された目標アクション集合 A^{Target} のいずれかを発火するまでに必要な最小ステップ数を推定する関数である。

RA における距離推定（アルゴリズム 3）が、目標となる状態集合への到達距離を算出するのに対し、本関数は目標となるアクション集合への到達距離を算出する点が異なる。計算の基本構造は RA と共に通しており、現在の状態で発火可能なアクション（Ready アクション）を介して目標へ至る経路を探索し、その過程で生じる遷移コスト（Gap）と再帰的な距離の和を最小化することで値を求める。具体的な手続きをアルゴリズム 8 に示す。

アルゴリズムの手順は以下の通りである。まず、候補アクション \hat{a} 自体が目標集合 A^{Target} に含まれる場合、距離は 1 と判定される。そうでない場合、現在の状態で発火可能な Ready アクション集合 A^R を起点として探索を行う。具体的には、 \hat{a} から各 Ready アクション $a \in A^R$ への切り替えコスト（Gap）と、その a から目標までの再帰的な距離の和を計算し、その最小値を推定距離とする。

ここで用いられる CALCULATEGAP(\mathbf{s}, \hat{a}, a) は、RA と同様に、各コンポーネントにおいて \hat{a} から a へ至るための局所的な最大コストに基づいて算出される。この再帰的な定義により、同期による待機やアクションの切り替えを考慮した、目標までの実質的な距離が見積もられる。

アルゴリズム 8 目標アクション集合への距離推定

入力： 現在の状態 $s = (s_{E_1}, \dots, s_{E_n})$,

候補のアクション \hat{a} ,

目標アクション集合 $A^{Target} \subseteq \bigcup_{i=1}^n A_{E_i}$

出力： 推定距離 $d \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$

```
1: function ESTIMATEDISTTOACTIONS( $s, \hat{a}, A^{Target}$ )
2:   if  $\hat{a} \in A^{Target}$  then
3:     return 1
4:    $\triangleright$  各 LTS 上で、現在の状態から発火可能なアクション (Ready アクション) を収集
5:    $A^R \leftarrow \bigcup_{i=1}^n \{a \mid \exists s, (s_{E_i}, a, s) \in \Delta_{E_i}, s \neq s_{E_i}, s \notin S_{E_i}^I\}$ 
6:    $\triangleright$  候補アクション  $\hat{a}$  から構造的に到達可能なアクション集合  $A^*$  を構築
7:    $A^* \leftarrow \emptyset$ 
8:   for  $i = 1, \dots, n$  do
9:      $s'_{E_i} \leftarrow s'$  where  $(s_{E_i}, \hat{a}, s') \in \Delta_{E_i}$ 
10:    if  $s'_{E_i} \neq \perp \wedge s'_{E_i} \notin S_{E_i}^I$  then
11:       $A^* \leftarrow A^* \cup \{a^* \in A^R \cup A^{Target} \mid T_{s'_{E_i} \rightarrow \{a^*\}} \neq \emptyset\}$ 
12:     $\triangleright$  依存関係にあるアクションの中から最短経路を探索
13:     $d \leftarrow \min_{a^* \in A^*} \{ \text{CALCULATEGAP}(s, \hat{a}, a^*) + \text{ESTIMATEDISTTOACTIONS}(s, a^*, A^{Target}) \}$ 
14:   return  $d$ 
```

4.4 探索挙動の改善例：金属加工システム

本節では、第 3.1.2 項で述べた金属加工システムの例題に対し、提案手法である LRA を適用した場合の探索挙動を示す。RA において発生した冗長な探索を、LRA がいかにして回避し、同期に不可欠なアクションを見据えた適切な探索を行うかについて詳述する。

4.4.1 Pre-Marking アクションの抽出結果

探索に先立ち、LRA は各 LTS の構造解析を行い、Pre-Marking アクション (PMA) の抽出と階層化を行う。

まず、最終目標に対する必須アクションである Primary PMA の抽出を行う。環境モデル E_{env} においては、初期状態から目標アクション「出荷」へ至るすべての経路において、最初のアクションである「金属準備」が必ず実行される。したがって、「金属準備」は E_{env} における Primary PMA として抽出される。一方、要求モデル E_{req} については、初期状態から「出荷」へ至る適法なトレースにおいて、アクション「成形」が必ず一度は発火されなければならない。「成形」を回避して「出荷」を行う経路は違反状態へ遷移するため、「成形」は E_{req} における Primary PMA として抽出される。

続いて、PMA に対する必須アクションである Secondary PMA の抽出を行う。抽出された Primary PMA のうち、未解決の依存関係を持つ「成形」に着目すると、環境モデル E_{env} において「成形」を実行可能な状態へ到達するためには、その前段階として「溶解」が必ず実行されなければならない。したがって、「溶解」は「成形」に対する Secondary PMA として抽出される。

以上の解析により、探索開始時の初期状態において、システム全体の未発火 PMA 集合は { 金属準備, 成形, 溶解 } となり、これらが LRA の評価対象集合 A^P に含まれることになる。

4.4.2 分岐点におけるヒューリスティック評価の比較

RA が誤った選択を行った分岐点である状態 $s_1 = (1, 0, 0)$ における LRA の挙動を追跡する。この状態に至る遷移で「金属準備」は既に実行済みであるため、ここでの課題は残る PMA である「成形」および「溶解」をいかに効率よく消化するかにある。

この状態において展開可能なアクションは「研磨」、「皮膜」、「溶解」の 3 つである。LRA は、これらの候補アクション \hat{a} それぞれについて、実行後の状態からの最終目標（「出荷」）への距離と未消化 PMA（「成形」・「溶解」）への距離を、全コンポーネントの同期構造を考慮した Gap 計算（ESTIMATEDISTTOACTIONS）により算出し、その最大値を評価値 d とする。

すなわち、評価値は以下の式に基づき決定される。

$$d = \max \begin{cases} \text{ESTIMATEDISTTOACTIONS}(s_1, \hat{a}, \{\text{出荷}\}), \\ \text{ESTIMATEDISTTOACTIONS}(s_1, \hat{a}, \{\text{成形}\}) + 1, \\ \text{ESTIMATEDISTTOACTIONS}(s_1, \hat{a}, \{\text{溶解}\}) + 1 \end{cases}$$

各選択肢における評価の詳細を以下に示す。

選択肢 A：「研磨」または「皮膜」

これらのアクションを選択した場合、環境モデル E_{env} は状態 4 へ遷移し、要求モデル E_{req} は状態 0 に留まる。

まず、目標（「出荷」）への距離について確認する。この遷移後の状態において、「研磨」または「皮膜」と「出荷」の間の Gap（遷移ステップ数）は 1 である。これに目標アクション自身のコスト 1 を加算し、推定距離は $1 + 1 = 2$ となる。

次に、PMA（「成形」・「溶解」）への距離について確認する。状態 4 から「溶解」や「成形」へ到達するためには、構造的な迂回（「出荷」 → 「金属準備」 → ...）が必要となる。LRA の距離推定はこのコストを検出し、それぞれの距離を以下のように算出する。「成形」までの Gap は 4 であり、目標コスト 1 を加えて推定距離は 5 となる。「溶解」までの Gap は 3 であり、目標コスト 1 を加えて推定距離は 4 となる。

結果として、最も遠い PMA（「成形」）への項が支配的となり、LRA 評価値は以下のように算出される。

$$d = \max(2, 5, 4) = 5$$

選択肢 B：「溶解」

このアクションを選択した場合、環境モデル E_{env} は状態 2 へ遷移する。

まず、目標（「出荷」）への距離について確認する。状態 2 から「出荷」へ至る最短パス（「成形」 → 「冷却」 → 「研磨」 → 「出荷」）に基づき、Gap は 3 となる。これに目標コスト 1 を加算し、推定距離は 4 となる。

次に、PMA（「成形」・「溶解」）への距離について確認する。「溶解」自体が PMA であるため、推定距離は 1 と算出される。また、「成形」については、直後の状態からの Gap は 1 と計算される。これに目標コスト 1 を加え、推定距離は $1 + 1 = 2$ となる。

結果として、目標への距離の項が支配的となり、LRA 評価値は以下のように算出される。

$$d = \max(4, 1, 2) = 4$$

4.4.3 探索の結果

算出された推定距離を比較すると、「研磨」・「皮膜」の評価値 5 に対し、「溶解」の評価値は 4 となり、より小さい値を示す。RA は目標（「出荷」）への局所的な近さのみを見て「研磨」（距離 2）を推奨したが、LRA はシステム全体として PMA（「成形」）への到達が困難になるコストを評価値に反映している。これにより、LRA は局所的な近道である研磨ルートを却下し、必須アクションを確実に消化できる「溶解」ルートを正しく選択する。

結果として、探索アルゴリズムはバックトラックを発生させることなく、初手から正解ルートである「溶解」→「成形」→「冷却」→「出荷」の経路を探索する。このように、LRA は抽出された PMA の階層構造と、全モデルを考慮した動的距離推定を組み合わせることで、複雑な同期構造を持つシステムにおいても効率的な探索を実現する。

第 5 章

評価

本章では、提案手法である Landmark Ready Abstraction (LRA) の有効性を検証するために実施した評価実験について述べる。ベンチマーク問題として、同期構造や規模の異なる 8 つのシナリオを用意し、既存手法および提案手法における探索状態数と計算コストを比較する。

5.1 評価の目的とリサーチクエスチョン

本実験の目的は、第 3 章で指摘した Ready Abstraction (RA) の課題である、同期構造の看過による探索空間の拡大および網羅的な距離推定による計算資源の浪費が、提案手法によって解決されているかを検証することである。本評価では、以下の 3 つのリサーチクエスチョン (RQ) を設定し、これらに対する回答を導く形で定量的評価を行う。

RQ1: 探索効率の改善

提案手法は、Pre-Marking アクションを用いた距離推定により、RAにおいて発生していた局所解への停留や不要なバックトラックを抑制し、探索状態数を削減できるか。

RQ2: 計算コストの削減

提案手法は、探索空間の削減効果により、PMA 抽出などの前処理に伴うオーバーヘッドを考慮してもなお、メモリ使用量および合成時間を含めたトータルの計算コストを低減できるか。

RQ3: 規模拡大に対する耐性

システムを構成するコンポーネント数やパラメータが増加し、問題が大規模かつ複雑になった場合においても、従来手法に対する提案手法の優位性は維持・拡大されるか。

これらの RQ を検証するため、次節に示す実験設定の下で、探索状態数、合成時間、および最大ヒープ使用量を計測し比較を行う。

5.2 実験設定

5.2.1 実験環境

本実験は、CPU に Intel Core Ultra 9 285K、メインメモリに 128GB を搭載した計算機上で行った。OS には Windows 11 Pro (64bit) を使用した。各アルゴリズムの実装は、離散事象システムの分析ツールである MTS defense (Model Transition System Analyser) [11] を拡張する形で行った。MTSA は Java 言語で開発されているため、本研究の実装も Java 言語により行い、実行環境には Java 11.0.5 を用いた。実行に際しては、Java 仮想マシンの最大ヒープサイズを 80GB に設定し、各テストケースに対する計算時間の制限は 12 時間とした。この制限時間を超過した場合は、タイムアウトとして記録した。

5.2.2 比較手法

本実験では、探索効率と計算コストを多角的に評価するため、以下の 4 つの手法を比較対象とする。

Breadth-First Search (BFS)

ヒューリスティックを用いない単純な幅優先探索である [8]。探索のベースラインとして、問題の難易度や状態空間の広がりを確認するために用いる。

Ready Abstraction (RA)

Ciolek らが提案した従来手法である [7]。RA は、探索履歴として到達済みの Marked 状態を考慮し、既知の目標に近い経路を優先する動的なヒューリスティックを用いる。具体的には、第 2 章で述べた通り、到達済み Marked 状態への距離と、任意の Marked 状態への距離の 2 段階で評価を行う。

Static Ready Abstraction (SRA)

RA の評価関数から探索履歴への依存を排除し、純粋にシステム構造のみに基づいて距離を推定する手法である。第 2 章で述べた静的な推定関数のみを用い、探索履歴（Marked 状態への到達）を考慮しない手法を、本実験では Static Ready Abstraction (SRA) と呼ぶ。これを比較対象に加えることで、RA における履歴の利用が探索効率に与える影響を分離して評価する。

Landmark Ready Abstraction (LRA)

本研究で提案する手法である。事前解析により抽出された Pre-Marking アクション (PMA) を中間目標として利用し、SRA の距離推定に PMA への到達コストを組み込んだ評価を行う。

5.2.3 ベンチマーク問題

評価実験には、同期構造や制約の複雑さが異なる以下の 8 つのシナリオを用いた。シナリオ 1 からシナリオ 6 (AT, BW, CM, DP, TA, TL) は、離散制御器合成のベンチマークとして共通の文献 [5] で定義されている標準的なモデルである。一方、シナリオ 7 およびシナリオ 8 は、より複雑な協調動作やリソース管理をするモデルとして、個別の文献から採用した。各シナリオにおいて、コンポーネント数やリソース容量などのパラメータを変化させることで問題規模を拡大し、合計 27 個のテストケースを作成した。

シナリオ 1: Air Traffic (AT)

本シナリオは、空港における航空機の着陸管制をモデル化した問題である。システムは N 機の航空機と K 段階の高度レベル、および着陸用のランプから構成される。各航空機は着陸要求後に高度を段階的に下げてランプへ進入し着陸を行うが、安全性制約として同一高度およびランプ領域における航空機の相互排除が求められる。本実験では、航空機数 N と高度レベル数 K を $(N, K) = (4, 5), (5, 5), (5, 10)$ と変化させて検証を行った。

シナリオ 2: Bidding Workflow (BW)

本シナリオは、エンジニアリング企業における入札プロジェクトの評価ワークフローをモデル化した問題である。システムは N 個の評価チームと、各チームが実行可能な最大 K 回の評価ステップから構成される。各チームは文書の承認または却下を判断するが、再評価の割り当てや全員一致による承認といった複雑な承認ロジックを、安全性制約を満たしつつ制御する必要がある。本実験では、チーム数 N とステップ数 K を $(N, K) = (4, 4), (4, 5), (5, 4), (5, 5)$ と変化させて検証を行った。

シナリオ 3: Cat and Mouse (CM)

本シナリオは、細長い廊下におけるネコとネズミの追跡回避問題をモデル化したものである。システムはセル状に分割された廊下と、その両端に配置された N 匹のネコおよび N 匹のネズミから構成される。ネコとネズミはターン制で交互に移動し、ネズミはネコと同じセルに留まることなく、廊下の中央にある安全地帯へ到達することを目指す。本実験では、個体数 N と廊下の長さを決定するパラメータ K （総セル数は $2K + 1$ ）を $(N, K) = (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 4), (4, 2)$ と変化させて検証を行った。

シナリオ 4: Dining Philosophers (DP)

本シナリオは、並行システムにおける資源共有とデッドロックの古典的な例題である「食事する哲学者問題」を拡張したものである。円卓に座る N 人の哲学者が左右のフォークを共有しながら食事を行うが、本モデルでは片方のフォークを取得した後、もう一方を取得するまでに K 回の所定の準備手順を実行する必要がある。この遅延構造によりデッドロックが発生しやすい状況下で、適切な資源割り当て制御を行うことが求められる。本実験では、哲学者数 N と準備手順のステップ数 K を $(N, K) = (3, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 5)$ と変化させて検証を行った。

シナリオ 5: Travel Agency (TA)

本シナリオは、旅行代理店による Web サービスのオーケストレーションをモデル化した問題である。システムは航空券や宿泊予約といった N 種類のサービスと、各サービスの手続きに必要な最大 K 回のステップから構成される。各サービスはプロトコルが異なり、予約確保が可能な場合と、競合により購入が失敗する場合が混在するため、制御器はこれらを調整して一貫したトランザクション処理を保証する必要がある。本実験では、サービス数 N とステップ数 K を $(N, K) = (3, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 5)$ と変化させて検証を行った。

シナリオ 6: Transfer Line (TL)

本シナリオは、離散制御器合成の分野で標準的なベンチマークとして知られる Transfer Line 問題である。システムは直列に接続された N 台の加工機とそれらを繋ぐバッファ、および最終段の検査ユニットから構成される。加工物は順次処理され検査を受けるが、不合格と判定された場合は再処理のために先頭のバッファへと戻される。制御器は、各バッファのオーバーフローやアンダーフローといった違反動作を回避しつつ、システムを継続的に稼働させる必要がある。本実験では、加工機数 N とバッファ容量 K を $(N, K) = (10, 10), (15, 15), (20, 20)$ と変化させて検証を行った。

シナリオ 7: Drone Coordination (DC)

本シナリオは、複数のドローンによる協調飛行と資源管理をモデル化した問題である [30]。システムは N 機のドローンと、三次元格子状の飛行空間（最大高度 K ）から構成される。各ドローンはバッテリー残量を管理しながら飛行し、バッテリー低下時には上昇や遠方への移動が制限される。安全性制約として、ドローン間の衝突回避に加え、すべてのドローンが指定された目標地点に到達した状態でのみ実行可能な同期アクション（照明の点灯）が定義されている。本実験では、ドローン数 N と最大高度 K を $(N, K) = (2, 2), (3, 3)$ と変化させて検証を行った。

シナリオ 8: Kiva System (KS)

本シナリオは、物流倉庫における商品搬送システムをモデル化した問題である [12]。システムは N 台の搬送ロボットと複数の可動式棚、および出荷や補充を行う作業ステーションから構成される。各ロボットは棚の搬送や空箱の補充といった異なる役割を担い、ステーション内や通路における衝突を回避

しながら協調してタスクを遂行する必要がある。本実験では、ロボット数 N を $N = 2, 3$ と変化させて検証を行った。

5.3 各シナリオにおける実験結果と考察

本節では、前節で定義した 8 つのベンチマークシナリオ、計 27 ケースに対する評価実験の結果を提示し、各シナリオの構造的特性と探索挙動の関連について個別の考察を行う。その後、第 5.4 節において、全シナリオを通じた総合的な傾向を分析し、本研究で設定したリサーチクエスチョンに対する検証を行う。

各シナリオの評価においては、提案手法および比較手法の性能を示す表と、抽出された Pre-Marking アクション (PMA) の統計を示す表の 2 種類を提示する。

第一の表は、各アルゴリズムの探索効率および計算コストを定量的に比較したものである。比較対象となる手法は、幅優先探索 (BFS)，履歴を用いない静的 Ready Abstraction (SRA)，従来手法である Ready Abstraction (RA)，および本研究の提案手法である Landmark Ready Abstraction (LRA) の 4 手法である。評価指標として、探索された状態総数 $|S|$ ，最大ヒープ使用量 M [MiB]，全体の合成時間 T [ms]，およびヒューリスティック関数の計算に要した時間 T_{eval} [ms] を用いる。各指標の数値の右側に併記された括弧内の値は、提案手法 LRA の値を基準 (1.0) として正規化した相対比を表す。本実験における評価指標はいずれも値が小さいほど性能が高いことを意味するため、この相対比が 1.0 を超える場合、提案手法が比較対象に対して優位性を有することを示す。なお、制限時間 (12 時間) 以内に解が求まらなかった場合は T.O. と表記する。

第二の表は、提案手法における PMA の構成統計を示したものである。システムに含まれる総アクション数 $|A|$ に対し、抽出された Primary PMA の数 $|A^{PP}|$ ，および Secondary PMA の数 $|A^{SP}|$ を示す。また、総アクション数に対する全 PMA (Primary および Secondary の和) の占有率を ρ [%] として記載する。この指標 ρ は、システム全体のアクション空間に対する中間目標の占有率を表しており、LRA が探索の指針として利用可能な構造的情報の密度を示唆する。

以下、各シナリオにおける詳細な結果を示す。

5.3.1 シナリオ 1: Air Traffic (AT)

本シナリオは、航空機の着陸管制におけるリソース競合を扱ったモデルである。実験結果を表 5.1 に、PMA の構成統計を表 5.2 に示す。

考察

まず PMA の構成に着目すると、本シナリオにおいては全てのケースで PMA が抽出されず、 ρ は 0.0% となった。これは本問題が特定のイベント順序を強制する構造を持たないことに起因する。このため LRA の挙動は SRA と完全に一致しており、PMA による追加の誘導効果は発現していない。

次に RA の挙動に着目する。探索履歴を利用して誘導を行う RA は、ケース (5, 5) において LRA よりも少ない状態数で解を発見している。しかし、ケース (5, 10) では逆に探索状態数が 2 倍以上に増大しており、探索履歴への誘導が必ずしも最短経路を指示示すとは限らず、状況によっては局所解への過度な停留を招く不安定さを示唆している。

さらに計算時間に関して顕著な差が確認できる。RA の合成時間 T は LRA と比較して大幅に長く、特にケース (5, 10) では約 16 倍の時間を要している。この主因はヒューリスティック関数の評価時間 T_{eval} の増大にある。RA は毎ステップ全てのコンポーネントに対して、到達済み Marked 状態および任意の Marked 状態への距離推定を網羅的に実行する。対して LRA および SRA は、本シナリオにお

表 5.1 Air Traffic シナリオの実験結果

(N, K)	手法	$ S $	M [MiB]	T [ms]	T_{eval} [ms]
$(4, 5)$	BFS	6,025 (12.8)	995.75 (8.5)	21,311 (146.0)	-
	RA	485 (1.0)	116.61 (1.0)	518 (3.5)	383 (3.4)
	SRA	472 (1.0)	121.36 (1.0)	140 (1.0)	106 (0.9)
$(5, 5)$	LRA	472 (1.0)	116.60 (1.0)	146 (1.0)	114 (1.0)
	BFS	41,833 (13.6)	1,474.56 (2.1)	2,194,145 (2,119.9)	-
	RA	2,743 (0.9)	693.01 (1.0)	6,792 (6.6)	3,022 (4.5)
$(5, 10)$	SRA	3,078 (1.0)	693.05 (1.0)	1,007 (1.0)	624 (0.9)
	LRA	3,078 (1.0)	693.01 (1.0)	1,035 (1.0)	665 (1.0)
	BFS	-	-	T.O.	-
$(5, 10)$	RA	2,756 (2.4)	711.16 (1.2)	15,885 (15.8)	11,931 (13.8)
	SRA	1,134 (1.0)	695.22 (1.2)	1,045 (1.0)	865 (1.0)
	LRA	1,134 (1.0)	583.15 (1.0)	1,008 (1.0)	864 (1.0)

表 5.2 Air Traffic シナリオにおける PMA の構成

(N, K)	$ A $	$ A^{PP} $	$ A^{SP} $	ρ [%]
$(4, 5)$	37	0	0	0.0
$(5, 5)$	46	0	0	0.0
$(5, 10)$	71	0	0	0.0

いて評価対象を最終目標である Marking アクションのみに限定して距離推定を行っている。これにより、1ステップあたりの計算コストを低く抑えつつ、RA と同等以上の探索効率を実現している。

5.3.2 シナリオ 2: Bidding Workflow (BW)

本シナリオは、企業内における入札案件の承認ワークフローをモデル化したシナリオである。実験結果を表 5.3 に、PMA の構成統計を表 5.4 に示す。

考察

本シナリオにおける探索状態数 $|S|$ は、RA, SRA, および LRA の 3 手法において完全に一致する結果となった。表 5.4 に示すように、本シナリオで抽出された PMA は極めて少数であり、Secondary PMA に至っては存在しない。これは、システム内の依存関係の多くが局所的であり、大域的なボトルネックとなるアクションがほとんど存在しないことを意味する。このため、LRA のヒューリスティック関数は実質的に SRA と同等の距離推定を行うこととなり、結果として同一の探索経路を選択したと考えられる。

一方、計算時間に関しては手法間の構造的な差異が確認できる。まず、網羅的な評価を行う RA は、他のヒューリスティック手法と比較して T および T_{eval} が最も大きい傾向にある。次に、同じ経路を辿った SRA と LRA を比較すると、LRA の方がわずかに時間を要している。例えばケース $(5, 5)$ にお

表 5.3 Bidding Workflow シナリオの実験結果

(N, K)	手法	$ S $	M [MiB]	T [ms]	T_{eval} [ms]
$(4, 4)$	BFS	7,538 (123.6)	1,095.68 (31.5)	125,731 (6,617.4)	-
	RA	61 (- 1.0)	34.76 (- 1.0)	32 (- 1.7)	16 (2.0)
	SRA	61 (- 1.0)	34.82 (- 1.0)	17 (- 0.9)	9 (1.1)
$(4, 5)$	LRA	61 (- 1.0)	34.76 (- 1.0)	19 (- 1.0)	8 (1.0)
	BFS	15,135 (201.8)	1,259.52 (36.2)	863,799 (35,991.6)	-
	RA	75 (- 1.0)	34.79 (- 1.0)	32 (- 1.3)	22 (1.5)
$(5, 4)$	SRA	75 (- 1.0)	34.78 (- 1.0)	20 (- 0.8)	8 (0.5)
	LRA	75 (- 1.0)	34.84 (- 1.0)	24 (- 1.0)	15 (1.0)
	BFS	62,042 (805.7)	2,959.36 (85.0)	31,230,321 (1,419,560.0)	-
$(5, 5)$	RA	77 (- 1.0)	34.86 (- 1.0)	33 (- 1.5)	18 (1.4)
	SRA	77 (- 1.0)	34.81 (- 1.0)	17 (- 0.8)	9 (0.7)
	LRA	77 (- 1.0)	34.80 (- 1.0)	22 (- 1.0)	13 (1.0)
$(5, 5)$	BFS	-	-	T.O.	-
	RA	95 (- 1.0)	50.87 (- 1.5)	40 (- 1.5)	25 (1.8)
	SRA	95 (- 1.0)	34.83 (- 1.0)	24 (- 0.9)	9 (0.6)
	LRA	95 (- 1.0)	34.87 (- 1.0)	26 (- 1.0)	14 (1.0)

表 5.4 Bidding Workflow シナリオにおける PMA の構成

(N, K)	$ A $	$ A^{PP} $	$ A^{SP} $	ρ [%]
$(4, 4)$	27	1	0	3.7
$(4, 5)$	31	1	0	3.2
$(5, 4)$	33	1	0	3.0
$(5, 5)$	38	1	0	2.6

いて、合成時間 T は SRA の 24ms に対して LRA は 26ms、評価時間 T_{eval} は SRA の 9ms に対して LRA は 14ms となっている。この差異が生じる要因は大きく分けて二つ存在する。第一の要因は、探索開始前に実行される PMA 抽出処理のオーバーヘッドである。第二の要因は、各探索ステップにおける計算負荷の違いである。SRA が距離推定の対象を最終目標のみとするのに対し、LRA は抽出された PMA（本ケースでは Primary PMA 1 つ）についても距離計算を行い、その最大値を評価値として採用する。本シナリオでは PMA による探索空間削減の恩恵が得られなかったため、これら計算コストの増加分が純粋なオーバーヘッドとして顕在化した形となる。

5.3.3 シナリオ 3: Cat and Mouse (CM)

本シナリオは、直列に接続されたエリア上で追跡者と逃走者の移動制御をモデル化したシナリオである。実験結果を表 5.5 に、PMA の構成統計を表 5.6 に示す。

表 5.5 Cat and Mouse シナリオの実験結果

(N, K)	手法	$ S $	M [MiB]	T [ms]	T_{eval} [ms]
$(2, 3)$	BFS	7,972 (17.3)	867.96 (7.5)	7,096 (33.6)	-
	RA	2,113 (4.6)	639.65 (5.5)	1,568 (7.4)	414 (8.6)
	SRA	1,440 (3.1)	452.01 (3.9)	594 (2.8)	93 (1.9)
	LRA	460 (1.0)	115.97 (1.0)	211 (1.0)	48 (1.0)
$(2, 5)$	BFS	67,656 (10.3)	1,280.00 (1.4)	1,307,166 (67.8)	-
	RA	11,284 (1.7)	759.39 (0.8)	116,454 (6.0)	3,017 (2.9)
	SRA	11,896 (1.8)	927.87 (1.0)	164,845 (8.5)	748 (0.7)
	LRA	6,571 (1.0)	931.73 (1.0)	19,285 (1.0)	1,035 (1.0)
$(3, 3)$	BFS	270,861 (57.3)	2,621.44 (2.7)	10,909,788 (323.5)	-
	RA	36,083 (7.6)	1,105.92 (1.2)	1,050,811 (31.2)	11,170 (16.3)
	SRA	38,552 (8.2)	1,341.44 (1.4)	1,668,333 (49.5)	2,640 (3.8)
	LRA	4,729 (1.0)	960.61 (1.0)	33,728 (1.0)	687 (1.0)
$(3, 4)$	BFS	-	-	T.O.	-
	RA	-	-	T.O.	-
	SRA	-	-	T.O.	-
	LRA	10,309 (1.0)	738.85 (1.0)	207,353 (1.0)	1,473 (1.0)
$(4, 2)$	BFS	402,709 (29.0)	4,239.36 (3.9)	35,043,207 (60.8)	-
	RA	59,362 (4.3)	1,740.80 (1.6)	1,828,240 (3.2)	18,905 (8.5)
	SRA	19,248 (1.4)	1,792.00 (1.6)	609,075 (1.0)	1,493 (0.7)
	LRA	13,901 (1.0)	1,095.68 (1.0)	576,107 (1.0)	2,219 (1.0)

表 5.6 Cat and Mouse シナリオにおける PMA の構成

(N, K)	$ A $	$ A^{PP} $	$ A^{SP} $	ρ [%]
$(2, 3)$	31	8	0	25.8
$(2, 5)$	47	12	0	25.5
$(3, 3)$	45	11	0	24.4
$(3, 4)$	57	14	0	24.6
$(4, 2)$	43	10	0	23.2

考察

本シナリオにおいて、LRA は他手法に対し圧倒的な優位性を示している。表 5.6 に示す通り、本シナリオにおける PMA の占有率 ρ は 23% から 25% と極めて高い。これは、各コンポーネントにて目標へ到達するために通過しなければならない経路が構造的に決まっていることを反映している。LRA はこの豊富な PMA を中間目標として利用することで探索空間を効率的に削減しており、特に難易度の高いケース (3, 4) において、他の全ての手法がタイムアウトする中で唯一解を算出することに成功している。

また、RA と SRA の比較から、探索履歴を利用する RA の不安定さが確認できる。ケース (2, 5) および (3, 3) においては RA が SRA よりも少ない探索状態数を示しているが、逆にケース (2, 3) および (4, 2) においては SRA の方が少ない状態数で解に到達している。この優劣の逆転現象は、到達済み Marked 状態への誘導が必ずしも未探索領域における最適経路と一致しないことを示唆している。対照的に、LRA は RA および SRA よりも常に少ない状態数で安定した性能を発揮しており、PMA に基づく構造的な誘導が履歴に基づく発見的な誘導よりも堅牢であることを裏付けている。

5.3.4 シナリオ 4: Dining Philosophers (DP)

本シナリオは、円卓に配置された複数のプロセスが共有リソース（フォーク）を排他的に利用しながら食事を行う、並行システムの古典的なモデルである。実験結果を表 5.7 に、PMA の構成統計を表 5.8 に示す。

表 5.7 Dining Philosophers シナリオの実験結果

(N, K)	手法	$ S $	M [MiB]	T [ms]	T_{eval} [ms]
(3, 3)	BFS	2,288 (14.0)	690.77 (10.3)	1,358 (29.5)	-
	RA	336 (2.0)	98.79 (1.5)	78 (1.7)	25 (0.9)
	SRA	1,912 (11.7)	546.85 (8.2)	685 (14.9)	21 (0.8)
	LRA	164 (1.0)	66.79 (1.0)	46 (1.0)	28 (1.0)
(4, 4)	BFS	47,787 (92.6)	1,648.64 (19.3)	1,822,454 (9,394.1)	-
	RA	1,530 (3.0)	683.47 (8.0)	1,606 (8.3)	98 (1.3)
	SRA	6,014 (11.7)	1,064.96 (12.5)	9,170 (47.3)	43 (0.6)
	LRA	516 (1.0)	85.28 (1.0)	194 (1.0)	78 (1.0)
(4, 5)	BFS	73,471 (122.2)	1,976.32 (20.0)	3,950,285 (19,555.9)	-
	RA	1,876 (3.1)	690.87 (7.0)	2,490 (12.3)	163 (1.8)
	SRA	44,687 (74.4)	1,443.84 (14.6)	1,234,959 (6,113.7)	839 (9.4)
	LRA	601 (1.0)	98.89 (1.0)	202 (1.0)	89 (1.0)
(5, 5)	BFS	-	-	T.O.	-
	RA	18,651 (10.5)	1,085.44 (1.6)	829,989 (383.9)	2,102 (7.6)
	SRA	86,627 (48.8)	3,102.72 (4.5)	4,362,290 (2,017.7)	1,292 (4.6)
	LRA	1,775 (1.0)	690.99 (1.0)	2,162 (1.0)	278 (1.0)

表 5.8 Dining Philosophers シナリオにおける PMA の構成

(N, K)	$ A $	$ A^{PP} $	$ A^{SP} $	$\rho [\%]$
(3, 3)	22	15	0	68.1
(4, 4)	29	20	0	69.0
(4, 5)	29	20	0	69.0
(5, 5)	36	25	0	69.4

考察

本シナリオにおいても、LRA は他手法と比較して最も優れた探索効率を示している。表 5.8 より、本シナリオにおける PMA の占有率 ρ は 68% から 69% と極めて高い値を示している。これは、食事を行うために必要な一連の手順（フォークの取得準備や食事動作など）が厳密に定義されており、各コンポーネントの動作に対する構造的な制約が強いことを意味する。LRA はこの豊富な構造的情報を活用することで、デッドロックを回避しつつ効率的に解を発見している。

また、本シナリオでは RA が SRA と比較して良好な性能を示している点に注目したい。前述の Cat and Mouse シナリオ等とは異なり、ここでは探索履歴（到達済み Marked 状態）への誘導が有効に機能し、探索空間の削減に寄与している。例えばケース (4, 5)において、SRA の探索状態数が 44,687 であるのに対し、RA は 1,876 と約 1/24 に抑えられている。これは、PMA のような構造的解析とは異なるアプローチである履歴に基づくヒューリスティックも、問題の性質によっては有効な指針となり得ることを示唆している。

しかしながら、LRA はその RA と比較してもさらに少ない探索状態数（ケース (4, 5) で 601）を達成している。これは、本シナリオにおいて、探索履歴に基づく動的な誘導よりも、PMA に基づく静的な構造解析の方が、より直接的かつ強力に目標への経路を指示していることを表している。

5.3.5 シナリオ 5: Travel Agency (TA)

本シナリオは、旅行代理店における航空券や宿泊予約といった Web サービスの連携をモデル化したシナリオであり、トランザクションの一貫性を保つための調停が求められる。実験結果を表 5.9 に、PMA の構成統計を表 5.10 に示す。

本シナリオにおける PMA の占有率 ρ は表 5.10 に示す通り 1% から 2% と低く、Bidding Workflow と同様に構造的なボトルネックが希薄である。そのため、LRA と SRA の探索状態数 $|S|$ は一致しており、PMA による探索空間の削減効果は限定的であった。

一方で、RA の挙動に関して特異な傾向が確認された。最大規模のケース (5, 5)において、RA は LRA と比較して探索状態数が増加し、かつヒューリスティック関数の評価時間 T_{eval} も約 5.9 倍を要している。それにもかかわらず、全体の合成時間 T は約 0.8 倍に短縮された。合成時間は主として探索処理時間 T_{search} と評価時間 T_{eval} の和で構成されるため、この結果は RA において DCS アルゴリズム自体の処理時間 T_{search} が大幅に短縮されたことを意味する。

大規模な問題において探索状態数が増大した場合、DCS のボトルネックはヒューリスティック計算から、グラフ展開後の勝利条件伝播や閉路検出といったアルゴリズム内部の処理へと移行する。本結果は、RA による到達済み Marked 状態への誘導が、必ずしも最小状態数での解到達を保証しないものの、DCS のアルゴリズムにとって処理負荷の低いグラフ構造を形成した可能性を示唆している。具体的には、勝利閉路の早期発見や伝播処理の収束性が向上したと考えられる。この知見は、PMA による構造

表 5.9 Travel Agency シナリオの実験結果

(N, K)	手法	$ S $	M [MiB]	T [ms]	T_{eval} [ms]
$(3, 3)$	BFS	1,161 (2.6)	643.15 (5.6)	1,159 (6.9)	-
	RA	472 (1.0)	115.16 (1.0)	266 (1.6)	164 (4.7)
	SRA	446 (1.0)	115.15 (1.0)	162 (1.0)	22 (0.6)
	LRA	446 (1.0)	115.15 (1.0)	169 (1.0)	35 (1.0)
$(4, 4)$	BFS	9,702 (3.9)	1,044.48 (1.2)	188,135 (42.7)	-
	RA	2,727 (1.1)	851.46 (1.0)	5,058 (1.1)	745 (3.9)
	SRA	2,496 (1.0)	851.41 (1.0)	4,337 (1.0)	159 (0.8)
	LRA	2,496 (1.0)	851.46 (1.0)	4,403 (1.0)	191 (1.0)
$(4, 5)$	BFS	10,781 (4.2)	1,341.44 (1.6)	231,921 (48.6)	-
	RA	2,751 (1.1)	867.44 (1.0)	5,269 (1.1)	789 (4.0)
	SRA	2,549 (1.0)	851.46 (1.0)	4,772 (1.0)	148 (0.8)
	LRA	2,549 (1.0)	851.43 (1.0)	4,775 (1.0)	197 (1.0)
$(5, 5)$	BFS	79,964 (5.5)	11,100.16 (12.0)	36,380,104 (117.8)	-
	RA	15,953 (1.1)	971.02 (1.1)	236,716 (0.8)	7,042 (5.9)
	SRA	14,538 (1.0)	943.48 (1.0)	303,399 (1.0)	1,175 (1.0)
	LRA	14,538 (1.0)	923.56 (1.0)	308,801 (1.0)	1,193 (1.0)

表 5.10 Travel Agency シナリオにおける PMA の構成

(N, K)	$ A $	$ A^{PP} $	$ A^{SP} $	ρ [%]
$(3, 3)$	48	1	0	2.1
$(4, 4)$	67	1	0	1.5
$(4, 5)$	71	1	0	1.4
$(5, 5)$	88	1	0	1.1

的誘導と RA による履歴的誘導を統合する意義、および DCS アルゴリズム自体の最適化の必要性を裏付けるものであり、今後の課題として取り組むべき方向性を示している。

5.3.6 シナリオ 6: Transfer Line (TL)

本シナリオは、直列に接続された複数の加工機とバッファから構成される製造ラインの制御をモデル化したシナリオである。実験結果を表 5.11 に、PMA の構成統計を表 5.12 に示す。

本シナリオにおける PMA の占有率 ρ は、表 5.12 に示す通り 0.1% から 0.4% と極めて低く、Bidding Workflow と同様に構造的なボトルネックがほとんど存在しない。このため、LRA, SRA, および RA の探索状態数 $|S|$ は全ケースにおいて完全に一致しており、各手法が同一の探索経路を選択したことがわかる。

一方で、計算コストに関しては手法間で顕著な差異が生じている。特に RA は、コンポーネント数の

表 5.11 Transfer Line シナリオの実験結果

(N, K)	手法	$ S $	M [MiB]	T [ms]	T_{eval} [ms]
$(10, 10)$	BFS	()	()	()	-
	RA	68 (1.0)	256.14 (1.9)	567 (3.7)	438 (36.5)
	SRA	68 (1.0)	118.05 (0.9)	95 (0.6)	8 (0.7)
$(15, 15)$	LRA	68 (1.0)	134.04 (1.0)	153 (1.0)	12 (1.0)
	BFS	()	()	()	-
	RA	98 (1.0)	851.97 (1.4)	2,474 (6.5)	2,063 (62.5)
$(20, 20)$	SRA	98 (1.0)	585.85 (1.0)	358 (0.9)	18 (0.5)
	LRA	98 (1.0)	601.75 (1.0)	378 (1.0)	33 (1.0)
	BFS	()	()	()	-
	RA	128 (1.0)	2,099.20 (2.9)	8,252 (7.4)	7,316 (124.0)
	SRA	128 (1.0)	702.81 (1.0)	1,005 (0.9)	41 (0.7)
	LRA	128 (1.0)	721.44 (1.0)	1,121 (1.0)	59 (1.0)

表 5.12 Transfer Line シナリオにおける PMA の構成

(N, K)	$ A $	$ A^{PP} $	$ A^{SP} $	ρ [%]
$(10, 10)$	244	1	0	0.4
$(15, 15)$	514	1	0	0.2
$(20, 20)$	844	1	0	0.1

増加に伴い、ヒューリスティック関数の評価時間 T_{eval} が急激に増大している。ケース $(20, 20)$ においては、LRA の 59ms に対し RA は 7,316ms と、約 124 倍の時間を要している。これは、本シナリオが多数のコンポーネント（最大 20 台の加工機とバッファなど）で構成されており、RA がその全てに対して毎ステップ網羅的に距離推定を行う計算負荷が支配的になったためである。

また、SRA と LRA を比較すると、LRA の方がわずかに合成時間 T および評価時間 T_{eval} が大きい傾向にある。探索経路が同一であることから、この時間差は LRA 特有の処理コストに起因する。具体的には、探索開始前に行われる PMA 抽出処理のオーバーヘッド、および各ステップにおいて抽出された PMA (Primary PMA 1 つ) への距離推定を行う追加の計算負荷が反映された結果である。

5.3.7 シナリオ 7: Drone Coordination (DC)

本シナリオは、複数のドローンによる協調飛行とバッテリー残量などの資源管理をモデル化したシナリオである。実験結果を表 5.13 に、PMA の構成統計を表 5.14 に示す。

本シナリオにおける PMA の構成は、これまでのシナリオとは異なる特徴を示している。表 5.14 に示す通り、Primary PMA は少数に留まる一方で、Secondary PMA が多数抽出されており、結果として全体の占有率 ρ は 25% から 29% と高い値となっている。これは、最終目標となる同期アクション自身は少数であるものの、その前提条件として各コンポーネントが解決すべき準備動作が多層的な依存関係を持っていることを表している。LRA はこの Secondary PMA によって細粒度な中間目標を設定す

表 5.13 Drone Coordination シナリオの実験結果

(N, K)	手法	$ S $	M [MiB]	T [ms]	T_{eval} [ms]
$(2, 2)$	BFS	7,197 (24.6)	948.15 (8.2)	12,574 (78.6)	-
	RA	1,166 (4.0)	628.36 (5.4)	1,162 (7.3)	409 (4.4)
	SRA	386 (1.3)	100.35 (0.9)	160 (1.0)	42 (0.5)
	LRA	293 (1.0)	116.25 (1.0)	160 (1.0)	92 (1.0)
$(3, 3)$	BFS	()	()	()	-
	RA	159,768 (18.9)	4,751.36 (5.2)	32,991,134 (356.7)	264,285 (45.0)
	SRA	9,181 (1.1)	740.04 (0.8)	120,566 (1.3)	3,237 (0.6)
	LRA	8,461 (1.0)	906.45 (1.0)	92,500 (1.0)	5,873 (1.0)

表 5.14 Drone Coordination シナリオにおける PMA の構成

(N, K)	$ A $	$ A^{PP} $	$ A^{SP} $	ρ [%]
$(2, 2)$	38	2	9	29.0
$(3, 3)$	68	3	14	25.0

ることで、複雑な手順を要する状態遷移を効率的に制御し、最も少ない探索状態数で解に到達している。

一方、RA は SRA と比較しても性能が著しく悪化している。特にケース $(3, 3)$ において、RA の探索状態数は SRA の約 17 倍、LRA の約 19 倍に達しており、合成時間 T に至っては LRA の約 350 倍を要している。SRA が LRA に近い良好な性能を示していることから、RA の敗因は探索履歴の利用にあることが明白である。本シナリオのような空間的な配置問題において、過去に到達した Marked 状態への距離を単純に最小化しようとする誘導は、各コンポーネント間の競合やデッドロック状態へ探索を引き込む要因となり、かえって探索効率を低下させたと考えられる。本結果は、不適切なヒューリスティック情報が探索に悪影響を及ぼす事例であり、構造解析に基づく LRA の堅牢性を逆説的に支持するものである。

5.3.8 シナリオ 8: Kiva System (KS)

本シナリオは、物流倉庫における自動搬送システムをモデル化したシナリオである。実験結果を表 5.15 に、PMA の構成統計を表 5.16 に示す。

考察

本シナリオにおける実験結果は、これまでのシナリオとは異なる傾向を示している。探索状態数および合成時間において、従来手法である RA が他手法に対し最も優れた性能を発揮した。特にケース 3において、RA の探索状態数は LRA の約 1/20 にまで抑制されており、圧倒的な効率化を実現している。

各手法の比較を行うと、SRA に対し LRA および RA の双方が探索状態数を削減していることが確認できる。これは、PMA に基づく構造的な誘導と、探索履歴に基づく発見的な誘導の双方が、本問題の探索において有効な指針となっていることを意味する。表 5.16 に示す通り、本シナリオでは 8% から 11% 程度の PMA が抽出されており、LRA はこれを利用することで SRA よりも効率的な探索を実現した。

表 5.15 Kiva System シナリオの実験結果

N	手法	$ S $	M [MiB]	T [ms]	T_{eval} [ms]
2	BFS	93,707 (94.2)	1,587.20 (2.9)	847,124 (1,473.3)	-
	RA	376 (0.4)	638.74 (1.2)	1,387 (2.4)	1,337 (3.0)
	SRA	2,408 (2.4)	702.80 (1.3)	1,018 (1.8)	860 (1.9)
	LRA	995 (1.0)	542.83 (1.0)	575 (1.0)	445 (1.0)
3	BFS	-	-	T.O.	-
	RA	6,846 (0.1)	745.49 (0.4)	28,174 (0.1)	27,029 (0.3)
	SRA	189,008 (1.3)	2,222.08 (1.1)	4,458,564 (10.2)	106,450 (1.2)
	LRA	144,547 (1.0)	2,017.28 (1.0)	437,201 (1.0)	90,819 (1.0)

表 5.16 Kiva System シナリオにおける PMA の構成

N	$ A $	$ A^{PP} $	$ A^{SP} $	ρ [%]
2	53	1	5	11.3
3	75	1	5	8.0

しかしながら、本シナリオにおいては LRA 以上に RA による探索履歴の利用が効果的であった。先の Drone Coordination シナリオでは探索履歴への誘導がデッドロックを招く要因となつたが、本シナリオにおいては逆に、過去に成功した経路周辺を集中的に探索することが解の発見を早める結果となつた。この事実は、対象とする問題の構造や制約の性質によって、最適なヒューリスティックの指針が構造解析 (PMA) と履歴利用 (RA) の間で変化することを示唆している。Dining Philosophers シナリオや本シナリオの結果は、これら異なる特性を持つ指標を統合することで、より汎用的かつ強力なヒューリスティックを構築できる可能性を強く支持するものである。

5.4 提案手法の有効性に関する考察

本節では、前節で得られた実験結果に基づき、本研究で設定した 3 つのリサーチクエスチョン (RQ) に対する回答を示す。さらに、実験結果の傾向から明らかになった Pre-Marking アクション (PMA) の占有率と探索手法の適合性について議論する。

5.4.1 探索効率の改善 (RQ1)

RQ1 は、PMA を用いた距離推定が探索状態数を削減し、探索効率を改善するかという問い合わせである。実験結果より、Cat and Mouse (CM), Dining Philosophers (DP), Drone Coordination (DC) といったシナリオにおいて、提案手法である LRA は従来手法 (RA) および静的 RA (SRA) と比較して、探索状態数を大幅に削減していることが確認された。

特に、CM シナリオのケース (3,4) では、他手法がすべてタイムアウトする中で LRA のみが解を導出しており、これは PMA による中間目標の設定が、複雑な同期を要する探索空間において強力な指針となることを示している。RA は探索履歴 (到達済み Marked 状態) への誘導を行うため、DC シナリオのように過去の成功体験がデッドロックへの誘導となり得る問題構造においては、SRA よりも多くの状態を探索する非効率性を示した。これに対し、LRA はシステム構造から抽出された PMA を必須

通過点として評価するため、探索履歴に依存せず、常に解決すべきボトルネックへ向かう安定した経路選択を実現している。

一方で、Kiva System (KS) シナリオのように、RA が LRA よりも少ない状態数で解を発見するケースも確認された。これは、構造的な制約よりも、過去に発見された有効経路周辺を集中的に探索する戦略が功を奏す場合があることを示唆している。しかし、その場合においても LRA は SRA より少ない状態数で推移しており、PMA の導入による一定の探索空間削減効果は維持されている。以上より、提案手法は同期構造が複雑な問題において、局所解への停留や不要なバックトラックを抑制し、探索効率を著しく改善すると結論付けられる。

5.4.2 計算コストの削減 (RQ2)

RQ2 は、提案手法がトータルの計算コストを低減できるかという問い合わせである。実験結果において、LRA は探索状態数が削減されたシナリオ (CM, DP, DC) において、合成時間および最大ヒープ使用量の双方を大幅に低減した。これは、探索空間の縮小が探索処理自体の負荷軽減に直結した結果である。

特筆すべきは、Air Traffic (AT) や Transfer Line (TL) のように、PMA が抽出されず LRA と SRA の探索経路が一致したシナリオにおける挙動である。これらのシナリオにおいて、RA はコンポーネント数の増加に伴いヒューリスティック関数の評価時間 (T_{eval}) が急激に増大する傾向を示した。RA は毎ステップ、全コンポーネントに対して網羅的に距離計算を行うため、システム規模に比例して計算負荷が増大する。対して LRA は、評価対象を最終目標および現在解決すべき PMA のみに限定するため、コンポーネント数が増加しても 1 ステップあたりの計算コストを低く抑えることができる。実際、TL シナリオのケース (20, 20) において、LRA は RA と比較して評価時間を約 100 倍の高速化している。

LRA は探索開始前に PMA 抽出という静的解析のオーバーヘッドを伴うが、実験結果が示す通り、そのコストは探索全体の時間と比較して無視できるほど小さい。したがって、提案手法は探索効率の向上と評価関数の軽量化の双方により、計算コストを有効に削減可能であるといえる。

5.4.3 規模拡大に対する耐性 (RQ3)

RQ3 は、問題の大規模化に対する提案手法の優位性に関する問い合わせである。各シナリオにおけるパラメータ增加時の挙動を確認すると、従来手法 RA は問題規模の拡大に伴い、探索状態数の爆発的な増加 (DC シナリオ) や、評価計算時間の指数的な増大 (TL シナリオ) といったスケーラビリティの限界を露呈した。

一方、LRA はこれらの大規模ケースにおいても安定した性能を維持している。CM シナリオの最大ケースにおいて唯一解を算出した点や、TL シナリオの大規模ケースにおいて計算時間の増加を微増に留めた点は、LRA が高いスケーラビリティを有することを裏付けている。PMA による階層的な目標設定は、問題規模が大きくなるほど探索空間を剪定する効果が高まるため、LRA は大規模で複雑なシステムに対して特に有効であると結論付けられる。

5.4.4 Pre-Marking アクションの占有率と手法の適用指針

最後に、実験を通じて得られた知見として、システムに含まれる PMA の密度に基づく最適な探索手法の選択指針について議論する。実験結果の統計を見ると、全アクション数に対する PMA の占有率 ρ が、手法の有効性を分かつ重要な指標となっていることが示唆される。

CM, DP, DC シナリオのように ρ が 20% を超える高い値を示す場合、システムは強い構造的制約を持っており、LRA による誘導が支配的に有効である。これらのケースでは、LRA が RA および SRA を圧倒する性能を示しており、 $\rho \geq 20\%$ は LRA を優先的に適用すべき明確な領域であるといえる。こ

の領域では、履歴に基づく発見的な探索よりも、構造解析に基づく計画的な探索が不可欠である。

一方で、KS や TA シナリオのように ρ が 20% を下回る領域においては、RA の適用が推奨される。PMA の占有率が低いということは、静的解析から得られる構造的な手掛けりが希薄であることを意味する。このような状況下では、LRA は探索の指針を失い、SRA と同等の非効率な探索を行う傾向にある。対して RA は、探索履歴（到達済み Marked 状態）を活用することで、構造情報の不足を補い、過去に発見された有効経路周辺を集中的に探索する戦略をとる。実際、KS シナリオ ($\rho \approx 10\%$)において RA は LRA の約 1/20 の探索状態数で解に到達しており、TA シナリオの一部でも最短時間での合成を実現している。このことから、構造的特徴が弱い問題においては、探索履歴という動的な情報の価値が相対的に高まると考えられる。

なお、AT や BW, TL シナリオのように、PMA も探索履歴も共に有効に機能せず、全手法が同等の探索経路を辿るケースも確認された。このような問題に対しては、計算オーバーヘッドが最も小さい SRA を選択することが理想的である。現状では、探索前に履歴情報が有効か否かを判定する指標は存在しないが、将来的にそのような判定が可能となれば、 $\rho < 20\%$ の領域において RA と SRA を適切に使い分けることで、さらなる合成効率の向上が期待できる。

以上の考察より、現時点での実用的な指針として、事前解析により算出可能な指標 ρ を用い、 $\rho \geq 20\%$ ならば LRA を、それ以外の場合は RA を選択するという戦略が有効であると結論付けられる。

第6章

関連研究

本章では、離散制御器合成（Discrete Controller Synthesis）における状態空間爆発問題への対処手法の変遷を概観し、本研究の提案手法である Landmark Ready Abstraction (LRA) の技術的基盤と位置づけを明確にする。まず、基礎となるスーパーバイザ制御理論と大規模システムへの適用における課題を述べ、その解決策として発展してきた静的なモデル縮約手法および動的な On-The-Fly 探索手法について、それぞれの代表的な研究を挙げて解説する。次に、本研究が対象とする Directed Controller Synthesis (DCS) において、探索効率を決定づけるヒューリスティック技術に関する既存研究の成果と限界を論じる。最後に、他分野である AI プランニングにおいて成功を収めているランドマーク技術について触れ、本研究のアプローチとの関連性を示す。

6.1 スーパーバイザ制御理論と大規模システムへの展開

並行して動作する複数のプロセスから構成されるシステムの正当性を保証することは、計算機科学および制御工学における長年の課題である。Lamport [17] は、マルチプロセスプログラムの正当性証明において、プログラムが意図しない悪い状態に到達しないことを保証する Safety と、プログラムがいずれ望ましい状態に到達することを保証する Liveness という 2 つの性質の証明が不可欠であると指摘した。

これらの性質を、非同期に発生する離散的な事象の列としてモデル化し、制御理論の枠組みで形式的に扱ったのが、Ramadge と Wonham によって提唱されたスーパーバイザ制御理論 (Supervisory Control Theory, SCT) である [22, 23]。SCT において、制御対象である離散事象システム (DES) は形式言語の生成器としてモデル化される。Ramadge らは、システムが生成しうる言語と、仕様として与えられた許容言語との包含関係に基づき、スーパーバイザの存在条件を記述した [22]。彼らは、システムに対して禁止可能なイベントを動的に無効化することで、仕様を満たす最大の振る舞いである最大制御可能部分言語を合成できることを示した。これにより、Safety および SCT における Non-Blocking を数学的に保証するスーパーバイザの自動生成が可能となった。

しかし、システムが大規模化あるいは分散化するにつれて、単一の集中型スーパーバイザを合成することは、計算量および実装の観点から困難となる。これは状態空間爆発と呼ばれる問題である。これに対し、Lin と Wonham は、システムを複数の部分観測可能な局所スーパーバイザによって制御する分散制御 (Decentralized Control) の枠組みを提案した [18]。分散制御では、各局所スーパーバイザが部分的な情報のみに基づいて制御判断を行い、それらの制御判断を融合することで、全体としての Safety を実現する。

また、大規模なシステムを効率的に扱うための階層的なアプローチも多数提案されている。Cai と Wonham は、全体として合成された全体スーパーバイザを、各エージェントが持つべき局所制御器へと分解するスーパーバイザ・ローカリゼーション (Supervisor Localization) の手法を提案した [3]。この手法はトップダウンのアプローチにより、大域的な制御仕様を等価な局所制御ロジックへと配分することを

可能にする。一方、Komenda らは、システムを複数のサブシステムとそれらを調停するコーディネータの組み合わせとして捉えるコーディネーションスキーム（Coordination Scheme）を提案した [16]。彼らは、条件付き制御可能性という概念を導入し、コーディネータを用いることで分散的な合成を行なながらも、大域的な仕様を満たす制御器を構成できることを示した。

これらの研究は、DES の制御において Safety と Non-Blocking を保証するための堅牢な理論的基盤を提供している。しかし、全体スーパーバイザを事前に構築する手法や、複雑な階層構造を前提とする手法は、依然として状態空間爆発の問題や設計の複雑さに直面する場合がある。この計算量的課題に対処するため、大別して静的なモデル縮約と動的な探索空間の限定という 2 つのアプローチが研究されてきた。

6.2 静的なモデル縮約によるアプローチ

状態空間爆発に対する第一のアプローチは、合成処理を行う前に、あるいは合成の過程でモデル自体を簡略化もしくは圧縮することで、計算対象となる状態空間そのものを削減する手法である。

Wonham と Ramadge は、システムのモジュール構造に着目し、モジュラー制御（Modular Supervisory Control）を提案した [29]。本手法は、単一の巨大な全体仕様を複数の部分仕様に分割し、各仕様に対する制御器を個別に合成することで、全体の同期積を直接構成することを回避し、合成において扱う状態空間の増大を抑制する。また、Wong と Wonham は、モジュラー制御において局所的な制御器間の競合により発生するブロッキングを解決するため、コーディネータを用いた階層的な調停機構を導入した [28]。

これらの構造的アプローチを発展させたものとして、構成的合成（Compositional Synthesis）がある。Malik らは、構成的手法に関する包括的な調査を行い、コンポーネントごとの合成と抽象化を交互に繰り返すことで、全体モデルの構築を回避しつつ制御器を生成する手法群を体系化している [19]。具体的には、Mohajerani らは、合成の各段階において制御に必要な情報を保持しつつモデルを簡略化する合成抽象化（Synthesis Abstraction）の概念を導入し、最小制限性を保持したまま大規模システムに対する合成を可能とする枠組みを示した [21]。また、山内らは、要求仕様に基づいて必要最小限のモデル構造を段階的に構築しつつ部分合成を行う手法（Stepwise Partial Synthesis）を提案し、充足不可能な状態を早期に剪定することで分析空間を削減している [26]。

一方、状態空間の表現形式や構築プロセス自体を工夫することで計算資源を節約するアプローチも存在する。Thuijsman らは、二分決定グラフ（BDD）を用いたシンボリックな合成手法において、変数の順序付けや演算順序を最適化するヒューリスティックを提案し、明示的な状態列挙を行わずに大規模な論理空間を効率的に処理する手法を示した [27]。また、山内らは、環境モデルと監視モデルから全体モデルを構築することなく、ゲーム空間を直接構築する Consolidated Discrete Controller Synthesis (CDCS) を提案した [25]。CDCS は、安全性要件に違反する状態が生成されないよう制御ゲーム空間を構成することにより、大幅な計算空間削減を達成している。

これらの手法は、モデルの構造や定義を工夫することで計算対象となる空間自体を削減する有効なアプローチである。しかし、これらの手法は、構造分割、抽象化、あるいはモデル表現の工夫といった設計時の前処理を前提とする場合が多く、未知の環境に対して動的に経路を決定するような柔軟性には欠ける側面がある。

6.3 On-The-Fly 探索による動的な空間削減

第二のアプローチは、全状態空間を事前に構築することなく、初期状態から到達可能な必要な部分のみを動的に展開する On-The-Fly 探索である。この手法は、特にシステムが巨大で全状態の列挙が不可

能な場合や、解となる制御器が存在するかどうかの判定を早期に行いたい場合に有効である。

Cassez ら [4] は、時間制約を含む Timed Games において、従来主流であった後方固定点計算に基づく解法ではなく、前方探索により状態空間を動的に展開する On-The-Fly アルゴリズムを提案した。この手法では、勝利条件が満たされた時点で探索を終了できるため、全状態空間を構築することなく効率的な検証が可能であることを示している。このアプローチは、システムが複雑化した現在においても状態空間爆発を抑制する有効な手段として重要視されており、Dahlsen-Jensen ら [9] は、Parametric Timed Games における到達可能性問題およびパラメータ合成問題に対して、On-The-Fly 探索を用いた解法を提案している。

制御器合成の分野においても、この On-The-Fly 探索の概念は積極的に導入されている。Miremadi ら [20] は、SCT において BDD を用いたシンボリックな状態表現と On-The-Fly 探索を組み合わせた合成手法を提案した。彼らは、AI プランニングの探索技術に着想を得た前方探索を用いることで、制御不能状態やブロッキング状態を早期に検出し、不要な探索を抑制することで、大規模システムに対する合成の実用性を示している。

本研究が対象とする Directed Controller Synthesis (DCS) において、Ciolek らが提案したアルゴリズム [6] もこの系譜に属す。DCS は、各状態で高々 1 つの制御アクションを選択するという性質を持つため、On-The-Fly 探索との親和性が高く、必要な制御パスのみを探索的に発見することで、完全な制御器合成を回避している。この On-The-Fly 探索において最も重要な要素は、次にどの遷移を展開すべきかを決定する探索の指針、すなわちヒューリスティック関数の設計である。適切なヒューリスティックが存在すれば、探索は解に向かって直線的に進むが、不適切な場合は全探索に近いコストを要することになる。

6.4 DCS におけるヒューリスティック探索

DCS の効率化を目的としたヒューリスティックとして、現在最も有力な手法が Ciolek らによる Ready Abstraction (RA) [7] である。RA は、各コンポーネントにおける局所的な遷移可能性である Ready アクションと、アクション間の依存関係に基づいて目標までの距離を推定する手法である。RA はドメイン独立な手法でありながら、並列合成構造を利用して多項式時間で計算可能であり、多くのベンチマーク問題で高い性能を示している。具体的には、各コンポーネントの状態遷移グラフ上で、現在のアクションから目標アクションまでの遷移コスト Gap と到達距離 Dist を再帰的に計算することで、大域的な距離を見積もる。RA の導入により、DCS の適用範囲は拡大し、従来の手法では扱えなかった規模のシステムに対しても制御器の合成が可能となったことが報告されている。

また、近年では人手によって設計されたヒューリスティックに加え、機械学習を用いて探索戦略を自動的に獲得する試みもなされている。Delgado らは、強化学習を DCS の探索プロセスに適用し、遷移展開の順序を決定する探索ポリシーを学習する手法を提案した [10]。彼らは、探索過程の状態や選択可能な遷移を特徴量空間に抽象化し、探索に要するステップ数を最小化するような方策をニューラルネットワークにより学習させた。この手法は、小規模な問題インスタンスで学習したモデルを大規模なインスタンスへ適用するゼロショット転移によって、特定の問題設定においては RA を上回る探索効率を実現できることを示している。

しかし、これらの DCS 特化型ヒューリスティックには大域的な構造の看過という課題がある。RA は局所的な Ready アクションの連鎖を見るため、将来的な同期待ちやデッドロックといった大域的なボトルネックを予測しきれない。その結果、局所的には最適に見えるが実際には目標に到達できない経路を過剰に探索してしまうという問題が生じる。また、強化学習に基づく手法は、探索ポリシーの獲得に多大なトレーニングコストを要する上、学習データの質や問題の構造に性能が依存するため、汎用性に課題が残る。より複雑な同期構造を持つシステムを扱うためには、局所的な遷移だけでなく、ゴー

ルに至るために通過必須な要所を大域的に捉える視点が必要となる。

6.5 AI プランニングにおける Landmark Heuristic

本研究で提案した Landmark Ready Abstraction は、AI プランニングの分野で発展した Landmark (ランドマーク) の概念を、離散制御器合成の領域へと応用したものである。AI プランニングは、初期状態から目標状態に至るアクションの列 (プラン) を探索する問題であり、グラフ上の探索問題に帰着されるという点で、DCS と構造的な類似性を持つ。プランニングの分野においても、問題の大規模化に伴う探索空間の指数的な増大は主要な課題であり、これに対処するためにドメイン独立な強力なヒューリスティック関数が多数提案してきた。

特に、目標達成のために必ず達成しなければならない事実 (Fact) や実行しなければならないアクション (Action) を Landmark として定義し、これらを探索の道標として利用する手法は、探索効率を劇的に向上させる技術として確立されている。DCS における Ready Abstraction が局所的な遷移可能性に着目するのに対し、Landmark によるアプローチは大域的なボトルネック構造に着目する点に特徴がある。

Hoffmann らは、Landmark をすべての妥当なプランにおいて必ず真にならなければならない事実として形式的に定義した [13]。彼らは、与えられた問題のゴール状態から逆方向に探索を行い、ある事実を達成するために必要な前提条件を連鎖的に特定することで、Landmark およびそれらの間の順序制約を抽出するアルゴリズムを提案した。この手法により抽出された Landmark グラフは、本来の探索問題をより小さなサブゴールへの到達問題へと分解するために用いられ、大規模なプランニング問題の解決に寄与した。

Landmark を探索の分解だけでなく、ヒューリスティック関数の評価値として直接利用する手法も発展している。Richter らが開発した LAMA プランナーは、未達成の Landmark の数をゴールまでの距離推定値として用いる Landmark Count Heuristic を採用し、国際プランニング競技会において優れた性能を示した [24]。LAMA のアプローチは、Landmark を単なる通過点としてではなく、探索の進行度を測る定量的な指標として扱った点に革新性がある。また、Karpas らは、Landmark の概念をコスト最適プランニングへと拡張し、アクションコストが不均一な場合においても、最適解 (最小コスト解) を発見するための許容的 (Admissible) なヒューリスティック関数を構成できることを示した [15]。これは、最短経路探索としての側面を持つ DCS において、Landmark 情報が探索の誘導だけでなく解の品質保証にも寄与しうることを示唆している。

さらに近年では、Büchner らが Landmark 間の依存関係における循環構造 (Cyclic Dependencies) に着目し、サイクル内の Landmark が複数回達成される必要性を考慮した高精度なヒューリスティックを提案するなど、Landmark 技術は現在も発展を続けている [2]。

本研究における Landmark Ready Abstraction は、これらの AI プランニングにおける Landmark の概念を、並列合成される離散事象システムのアクション構造へと適合させたものである。プランニングが主に静的な状態遷移を扱うのに対し、DCS はコンポーネント間の同期や非同期動作といった動的な制約を扱う必要がある。本研究で定義した Pre-Marking アクションは、Hoffmann らの定義する必須事実に相当する概念を、DCS におけるアクション単位のボトルネックとして再定義し、Karpas らの手法と同様にコスト (ステップ数) ベースのヒューリスティック関数へと統合したものである。これにより、LRA は AI プランニングで実証された大域的な構造解析の利点を、離散制御器合成という異なるドメインにおいて実現している。

第 7 章

結論

7.1 本論文のまとめ

本論文では、離散事象システムの制御器合成技術である Directed Controller Synthesis (DCS)において、探索の効率化を実現する新たなヒューリスティック手法 Landmark Ready Abstraction (LRA)を提案した。

従来の Ready Abstraction (RA) は、並列合成構造に基づいた局所的な遷移可能性を利用して目標までの距離を推定する強力な手法である。しかし、第 3 章の分析を通じて、RA には同期構造の看過という構造的な課題があることを明らかにした。RA は、各コンポーネントにおける局所的な最短経路を優先して評価するため、将来的な同期待ちやボトルネックとなる工程を適切に予測できず、結果として冗長な探索空間を拡大させる傾向がある。また、すべてのコンポーネントに対して毎ステップ網羅的な距離推定を行う計算構造は、システム規模の拡大に伴い莫大な計算コストを要するという課題も存在した。

これらの課題を解決するため、第 4 章において、最終目標に至るために構造上回避不可能なアクションを Pre-Marking アクション (PMA) として定義し、これを目標達成の中間目標（ランドマーク）として導入する LRA を提案した。LRA は、静的解析によって抽出された PMA を距離推定の指針に組み込むことで、同期ボトルネックを考慮した適切な経路選択を可能にする。さらに、距離推定の実行対象を解決すべき PMA に厳選することで、1 ステップあたりの計算負荷を抑制するアルゴリズムを構築した。

第 5 章における評価実験の結果、提案手法 LRA は以下の有効性を示した。第一に、複雑な同期構造を持つシナリオにおいて、RA や SRA と比較して探索状態数を大幅に削減することに成功した。特に、従来のヒューリスティックでは局所解への停留が発生していた問題において、PMA による大域的な方向付けが探索の収束を劇的に早めることを確認した。第二に、コンポーネント数が増大した大規模なシステムにおいて、計算時間の増大を抑制し、従来手法と比較して最大で 300 倍以上の高速化を達成した。これにより、PMA の占有率が高いシステムにおいて、LRA が極めて高いスケーラビリティを有することを実証した。

以上の成果により、本研究が提案した Landmark Ready Abstraction は、大規模かつ複雑な同期制約を持つ離散事象システムに対して、高信頼な制御器を現実的な時間・メモリリソースで合成するための有効な手段であることを明らかにした。

7.2 将来研究

本研究では、LRA の導入により、評価すべきターゲットをシステムにとって真に不可欠な PMA に絞り込むことで、RA が抱える多重な距離計算の冗長性を解消し、探索効率を大幅に改善した。今後の

展望として、以下の三つの方向性が挙げられる。

第一に、On-The-Fly 探索アルゴリズム自体のデータ構造とメモリ管理の最適化である。実験を通じて、LRA によって探索状態数が削減された場合でも、システム規模が極めて大きい場合には、既訪問状態の保存や照合にかかる管理コストが探索速度の律速要因となる傾向が確認された。現在の実装ではハッシュセットを用いた明示的な状態管理を行っているが、数百万状態を超える規模の探索においては、メモリ使用量とキャッシュ効率の観点で改善の余地がある。したがって、今後は BDD（二分決定グラフ）を用いたシンボリックな状態管理手法の導入や、探索済み状態の圧縮表現技術を適用することで、より大規模なシステムに対しても高速かつ省メモリな制御器合成を実現する必要がある。

第二に、PMA 抽出アルゴリズムの拡張と汎用化である。現行の手法では、目標達成に必ず発火しなければならないアクションを PMA として定義している。この定義は強力な剪定効果を持つ一方で、複数の加工ルートが存在する場合（OR 条件）や、確率的な分岐を含むシステムにおいては、必須アクションが存在せず PMA が抽出されないケースがある。今後は、必須性の条件を緩和し、複数の候補集合を選言的な中間目標として扱う枠組みや、静的解析と動的探索を組み合わせたより柔軟なボトルネック抽出手法を開発することで、LRA の適用範囲をさらに広げることが期待される。

第三に、探索履歴に基づいたヒューリスティック評価の高度化である。RA は、探索中に到達済みの Marked 状態への距離（Rank 0）を、未到達の Marked 状態への距離（Rank 1）よりも優先して評価する仕組みを持つ。この戦略は、探索を既知の安全なループへ誘導し、Non-Blocking 性を早期に確定させる上で有効に機能する場合がある。現在の LRA は、Marking アクションが複数存在する場合でも、それらを一律の目標集合として扱っている。そこで、LRA においても RA の知見を取り入れ、既に発火履歴のある Marking アクションへの指向性を強化する動的な重み付けを導入することで、探索の安定性と収束速度をさらに向上させることができると考えられる。

謝辞

本研究の遂行にあたり、多大なるご指導を賜りました東京科学大学情報理工学院の鄭顕志准教授に深く感謝いたします。鄭先生には、研究の方向性に関する本質的な示唆をいただくとともに、論文の構成や論理的な記述の不備についても丁寧にご指摘をいただきました。先生の真摯な研究姿勢から学んだことは多く、本論文を完成させる上で大きな糧となりました。

また、本研究の詳細な議論において、多大なるご支援をいただきました山内先生に深く謝意を表します。山内先生には、提案手法のアルゴリズム構築から実装、評価実験に至るまで、極めて具体的かつ専門的な観点から数多くのご指導をいただきました。先生との議論を通じて得られた知見は、本研究の成果を洗練させる上で不可欠なものでした。

鄭研究室の諸氏には、日々の議論や研究生活を通じて有意義な時間を共有していただいたことに感謝いたします。恵まれた研究環境の中で切磋琢磨し、互いに高め合えた経験は、筆者にとって何物にも代えがたい財産となりました。

最後に、大学院進学を認め、長期間にわたり精神的および経済的に支えてくれた家族に、心より感謝の意を表します。

参考文献

- [1] Blai Bonet and Héctor Geffner. Planning as heuristic search. *Artificial Intelligence*, Vol. 129, No. 1, pp. 5–33, 2001.
- [2] Clemens Büchner, Thomas Keller, and Malte Helmert. Exploiting cyclic dependencies in landmark heuristics. *Proceedings of the International Conference on Automated Planning and Scheduling*, Vol. 31, No. 1, pp. 65–73, May 2021.
- [3] Kai Cai and W. M. Wonham. Supervisor localization: A top-down approach to distributed control of discrete-event systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 55, No. 3, pp. 605–618, 2010.
- [4] Franck Cassez, Alexandre David, Emmanuel Fleury, Kim G. Larsen, and Didier Lime. Efficient on-the-fly algorithms for the analysis of timed games. In Martín Abadi and Luca de Alfaro, editors, *CONCUR 2005 – Concurrency Theory*, pp. 66–80, Berlin, Heidelberg, 2005. Springer Berlin Heidelberg.
- [5] Daniel Alfredo Ciolek, Victor Braberman, Nicolás D’ Ippolito, Sebastián Sardiña, and Sebastián Uchitel. Compositional supervisory control via reactive synthesis and automated planning. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 65, No. 8, pp. 3502–3516, 2020.
- [6] Daniel Ciolek, Victor Braberman, Nicolás D’Ippolito, and Sebastián Uchitel. Directed controller synthesis of discrete event systems: Taming composition with heuristics. In *2016 IEEE 55th Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 4764–4769, 2016.
- [7] Daniel Ciolek, Matias Duran, Florencia Zanollo, Nicolas Pazos, Julián Braier, Victor Braberman, Nicolas D’ Ippolito, and Sebastian Uchitel. On-the-fly informed search of non-blocking directed controllers. *Automatica*, Vol. 147, No. C, January 2023.
- [8] Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, and Clifford Stein. *Introduction to Algorithms, 3rd Edition*. MIT Press, 2009.
- [9] Mikael Bisgaard Dahlsen-Jensen, Baptiste Fievet, Laure Petrucci, and Jaco van de Pol. On-the-fly algorithm for reachability in parametric timed games. In Bernd Finkbeiner and Laura Kovács, editors, *Tools and Algorithms for the Construction and Analysis of Systems*, pp. 194–212, Cham, 2024. Springer Nature Switzerland.
- [10] Tomas Delgado, Marco Sánchez Sorondo, Víctor Braberman, and Sebastián Uchitel. Exploration policies for on-the-fly controller synthesis: a reinforcement learning approach. In *Proceedings of the Thirty-Third International Conference on Automated Planning and Scheduling, ICAPS ’23*. AAAI Press, 2023.
- [11] Nicolas D’Ippolito, Dario Fischbein, Marsha Chechik, and Sebastian Uchitel. Mtsa: The modal transition system analyser. In *2008 23rd IEEE/ACM International Conference on Automated Software Engineering*, pp. 475–476, 2008.
- [12] John J. Enright and Peter R. Wurman. Optimization and coordinated autonomy in mobile fulfillment systems. In *Proceedings of the 9th AAAI Conference on Automated Action Planning*

- for Autonomous Mobile Robots*, AAAIWS'11-09, pp. 33–38. AAAI Press, 2011.
- [13] Jörg Hoffmann, Julie Porteous, and Laura Sebastia. Ordered landmarks in planning. *J. Artif. Int. Res.*, Vol. 22, No. 1, p. 215–278, November 2004.
 - [14] Jing Huang and Ratnesh Kumar. Directed control of discrete event systems for safety and nonblocking. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, Vol. 5, No. 4, pp. 620–629, 2008.
 - [15] Erez Karpas and Carmel Domshlak. Cost-optimal planning with landmarks. In *Proceedings of the 21st International Joint Conference on Artificial Intelligence*, IJCAI'09, pp. 1728–1733, San Francisco, CA, USA, 2009. Morgan Kaufmann Publishers Inc.
 - [16] Jan Komenda, Tomás Masopust, and Jan H. van Schuppen. Supervisory control synthesis of discrete-event systems using a coordination scheme. *Autom.*, Vol. 48, No. 2, pp. 247–254, 2012.
 - [17] L. Lamport. Proving the correctness of multiprocess programs. *IEEE Transactions on Software Engineering*, Vol. SE-3, No. 2, pp. 125–143, 1977.
 - [18] F. Lin and W.M. Wonham. Decentralized supervisory control of discrete-event systems. *Information Sciences*, Vol. 44, No. 3, pp. 199–224, 1988.
 - [19] Robi Malik, Sahar Mohajerani, and Martin Fabian. A survey on compositional algorithms for verification and synthesis in supervisory control. *Discrete Event Dynamic Systems*, Vol. 33, No. 3, pp. 279–340, 2023.
 - [20] Sajed Miremadi and Bengt Lennartson. Symbolic on-the-fly synthesis in supervisory control theory. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 24, No. 5, pp. 1705–1716, 2016.
 - [21] Sahar Mohajerani, Robi Malik, Simon Ware, and Martin Fabian. Compositional synthesis of discrete event systems using synthesis abstraction. In *2011 Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, pp. 1549–1554, 2011.
 - [22] P. J. Ramadge and W. M. Wonham. Supervisory control of a class of discrete event processes. *SIAM Journal on Control and Optimization*, Vol. 25, No. 1, pp. 206–230, 1987.
 - [23] P.J.G. Ramadge and W.M. Wonham. The control of discrete event systems. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 77, No. 1, pp. 81–98, 1989.
 - [24] Silvia Richter and Matthias Westphal. The lama planner: guiding cost-based anytime planning with landmarks. *J. Artif. Int. Res.*, Vol. 39, No. 1, p. 127–177, September 2010.
 - [25] Yamauchi Takuto, Li Jialong, Tei Kenji, and Honiden Shinichi. ゲーム空間の一括構築による離散制御器合成の計算空間削減. 情報処理学会論文誌, Vol. 65, pp. 1221–1232, Aug 2024.
 - [26] Yamauchi Takuto and Tei Kenji. 段階的な部分合成による離散制御器合成の分析空間削減. 電子情報通信学会論文誌 D 情報・システム, Vol. J106-D, No. 4, pp. 218–230, 04 2023.
 - [27] Sander Thuijsman, Dennis Hendriks, and Michel Reniers. Reducing the computational effort of symbolic supervisor synthesis. *Discrete Event Dynamic Systems*, Vol. 34, No. 4, pp. 689–732, 2024.
 - [28] Kai C. Wong and W. Murray Wonham. Modular control and coordination of discrete-event systems. *Discrete Event Dynamic Systems*, Vol. 8, No. 3, pp. 247–297, 1998.
 - [29] W. M. Wonham and P. J. Ramadge. Modular supervisory control of discrete-event systems. *Mathematics of Control, Signals and Systems*, Vol. 1, No. 1, pp. 13–30, 1988.
 - [30] Arioka Yuki, Yamauchi Takuto, and Tei Kenji. Pre-controller synthesis for runtime controller synthesis. In *2023 IEEE 13th International Conference on Control System, Computing and*

Engineering (ICCSCE), pp. 161–166, 2023.