סמינר חישוביות

שאלה 1

a) $f(x,y)=2e^{xy}$ const $2x^2+y^2=32$

$L(x,y)=2e^{xy}+\lambda(2x^2+y^2-32)$

$\frac{\partial}{\partial x}L(x,y)=2e^{xy}\cdot y+4x\lambda$

$\frac{\partial}{\partial y}L(x,y)=2e^{xy}\cdot x+2y\lambda$

$\frac{\partial}{\partial \lambda}L(x,y)=2x^2+y^2-32$

$$\begin{cases}2e^{xy}\cdot y+4x\lambda=0 \Rightarrow 2e^{xy}=-\frac{4x\lambda}{y}\\ 2e^{xy}\cdot x+2y\lambda=0\\ 2x^2+y^2-32=0\end{cases}$$

$-\frac{4x\lambda}{y}\cdot x+2y\lambda=0 \Rightarrow -4x^2\lambda+2y^2\lambda=0 \,\backslash :2$

$$\begin{cases}-2x^2\lambda+y^2\lambda=0 \Rightarrow y^2=2x^2\\ 2x^2+y^2-32=0 \Rightarrow y^2=32-2x^2\end{cases}$$

$4x^2=32$ $\qquad$ $y^2=2\cdot 8$

$x^2=8$ $\qquad$ $y^2=16$

$\boxed{x=\pm\sqrt{8}}$ $\qquad$ $y=\pm 4$

$\lambda=\frac{2e^{\sqrt{8}\cdot 4}}{\sqrt{8}}$

$L(\sqrt{8},-4)=L(-\sqrt{8},4)$	מינימום
$L(\sqrt{8},4)=L(-\sqrt{8},-4)$	מקסימום

b) $f(x,y)=x^2+y^2$ const: $y-\cos x=0$

$L(x,y)=x^2+y^2+\lambda(y-\cos x)$

$\frac{\partial}{\partial x}L(x,y)=2x+\lambda\sin x=0$

$\frac{\partial}{\partial y}L(x,y)=2y+\lambda=0$

$\frac{\partial}{\partial \lambda}L(x,y)=y-\cos x=0$

$$\begin{cases}2x+\lambda\sin x=0\\ 2y+\lambda=0 & \Rightarrow \lambda=-2y \Rightarrow \lambda=-2\cos x\\ y-\cos x=0 & \Rightarrow y=\cos x\end{cases}$$

$2x-2\cos x\sin x=0$

$x=\cos x\cdot\sin x$

$x=\frac{1}{2}\sin 2x$

$2x=\sin 2x$

$\boxed{x=0}$ $y=\cos 0$

$\boxed{y=1}$

$\lambda=-2\cos x$

$\boxed{\lambda=-2}$

$y=\cos\frac{\pi}{2}=0 \Leftarrow x=\frac{\pi}{2}$:נציב

$\lambda=-2\cdot\cos\frac{\pi}{2}=0>-2$

$\boxed{\text{לכן מינימום } L(0,1)}$

שאלה 2

a) $k_1(x_1, x_2) = \varphi_1(x_1) \cdot \varphi_1(x_2)$, $k_2(x_1, x_2) = \varphi_2(x_1) \cdot \varphi_2(x_2)$

נניח:

$k(x_1, x_2) = k_1(x_1, x_2) + k_2(x_1, x_2) = (\varphi_1(x_1) \cdot \varphi_1(x_2)) + (\varphi_2(x_1) \cdot \varphi_2(x_2))$

$\overset{\text{כפל וקטורי}}{=} (\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_1)) \cdot (\varphi_1(x_2); \varphi_2(x_2)) = \varphi_{12}(x_1) \cdot \varphi_{12}(x_2)$

לכן $k(x_1, x_2)$ הינו קרנל

b) נתפס את וקטור המשקלות במרחב $w_1 \in R^m$.

נגדיר את פונק' ההפרדה ל $x_1, x_2 \in R^m$:

$w \cdot \varphi(x_1) + b > 1$, $w \cdot \varphi(x_2) + b < -1$

נסתכל על $w_2 = (w_1, 0)$;

$w_2(\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_1)) + b = (w_1, 0) \cdot (\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_1)) + b$

$= w_1(\varphi_1(x_1)) + b > 1$

Scanned by CamScanner

$w_2(\varphi_1(x_2),\varphi_2(x_2)+b=(w_1,0)\cdot(\varphi_1(x_2),\varphi_2(x_2))+b=w_1(\varphi_1(x_2)<-1$

מש"ל

c) $k(x,y)=(\alpha x\cdot y+\beta)^d=(\alpha x_1y_1+\dots+\alpha x_ny_n+\beta)^d$

מספר המונומים בדרגה d שווה לאס המחוברים,

נסמן את מספר הפתרונות הטבעיים ; $k_1+k_2+\dots k_{n+1}=d$

$$\left(\binom{(n+1)+d-1}{d}\right)=\binom{n+d}{d}$$

לכן המימד של $k(x,y)$ הינו $\underline{\underline{\binom{n+d+1}{n}}}$

d) $(\alpha_1x\cdot y+\beta_1)^d+(\alpha_2x\cdot y+\beta_2)^d=\sum_{n=0}^{d}\binom{d}{n}(\alpha_1x\cdot y)^n\beta_1^{d-n}+\sum_{n=0}^{d}\binom{d}{n}(\alpha_2x\cdot y)^n\beta_2^{d-n}$

$$=\sum_{n=0}^{d}\binom{d}{n}\left[(\alpha_1^n\beta_1^{d-n})(x\cdot y)^n+(\alpha_2^n\beta_2^{d-n})(xy)^n\right]=\sum_{n=0}^{d}\binom{d}{n}(x\cdot y)^n\left((\alpha_1^n\beta_1^{d-n})+(\alpha_2^n\beta_2^{d-n})\right)$$

$$=\varphi(x)\cdot\varphi(y)$$

$$\varphi(x)\begin{cases}(1,0,\dots,0) & x=1\\(1,1,0\dots,0) & x=2\\ \vdots & \\(1,\dots,1) & x=n\end{cases}$$

נראה שמתקיים $\varphi(x)\cdot\varphi(y)=\min(x,y)$

3]δkρ

a) $\varphi(x) = (x_1^3, x_2^3, \sqrt{3}x_1^2x_2, \sqrt{3}x_1x_2^2, 3x_1^2, 3x_2^2, 3\sqrt{2}x_1x_2, 3\sqrt{3}x_1, 3\sqrt{3}x_2, 3\sqrt{3})$

$k(x,y) = \varphi(x)\cdot\varphi(y) = x_1^3y_1^3 + x_2^3y_2^3 + 3x_1^2x_2y_1^2y_2 + 3x_1x_2^2y_1y_2^2 +$
$9x_1^2y_1^2 + 9x_2^2y_2^2 + 18x_1x_2y_1y_2 + 27x_1y_1 + 27x_2y_2 + 2 =$

$(x_1y_1 + x_2y_2)^3 + 9(x_1y_1 + x_2y_2)^2 + 27(x_1y_1 + x_2y_2) + 27$

$(xy)^3 + 9(xy)^2 + 27(xy) + 27$

b) $\varphi(x) = (\sqrt{5}x_1^2, \sqrt{5}x_2^2, \sqrt{10}x_1x_2, \sqrt{8}x_1, \sqrt{8}x_2, \sqrt{5})$

$k(x,y) = 5x_1^2y_1^2 + 5x_2^2y_2^2 + 10x_1x_2y_1y_2 + 8x_1y_1 + 8x_2y_2 + 5$

$= 8(x_1y_1 + x_2y_2) + 5(x_1y_1 + x_2y_2)^2 + 5$

$= 5(xy)^2 + 8(xy) + 5$