

동적계획법이란? 네트워크 선 자르기(Bottom-Up)

현수는 네트워크 선을 1m, 2m의 길이를 갖는 선으로 자르려고 합니다.

예를 들어 4m의 네트워크 선이 주어진다면

- 1) $1m+1m+1m+1m$
- 2) $2m+1m+1m$
- 3) $1m+2m+1m$
- 4) $1m+1m+2m$
- 5) $2m+2m$



의 5가지 방법을 생각할 수 있습니다. (2)와 (3)과 (4)의 경우 왼쪽을 기준으로 자르는 위치가 다르면 다른 경우로 생각한다.

그렇다면 네트워크 선의 길이가 Nm 라면 몇 가지의 자르는 방법을 생각할 수 있나요?

■ 입력설명

첫째 줄은 네트워크 선의 총 길이인 자연수 $N(3 \leq N \leq 45)$ 이 주어집니다.

■ 출력설명

첫 번째 줄에 부분증가수열의 최대 길이를 출력한다.

■ 입력예제 1

7

■ 출력예제 1

21

네트워크 선 자르기(Top-Down : 재귀, 메모이제이션)

현수는 네트워크 선을 1m, 2m의 길이를 갖는 선으로 자르려고 합니다.

예를 들어 4m의 네트워크 선이 주어진다면

- 1) $1m+1m+1m+1m$
- 2) $2m+1m+1m$
- 3) $1m+2m+1m$
- 4) $1m+1m+2m$
- 5) $2m+2m$



의 5가지 방법을 생각할 수 있습니다. (2)와 (3)과 (4)의 경우 왼쪽을 기준으로 자르는 위치가 다르면 다른 경우로 생각한다.

그렇다면 네트워크 선의 길이가 Nm 라면 몇 가지의 자르는 방법을 생각할 수 있나요?

■ 입력설명

첫째 줄은 네트워크 선의 총 길이인 자연수 $N(3 \leq N \leq 45)$ 이 주어집니다.

■ 출력설명

첫 번째 줄에 부분증가수열의 최대 길이를 출력한다.

■ 입력예제 1

7

■ 출력예제 1

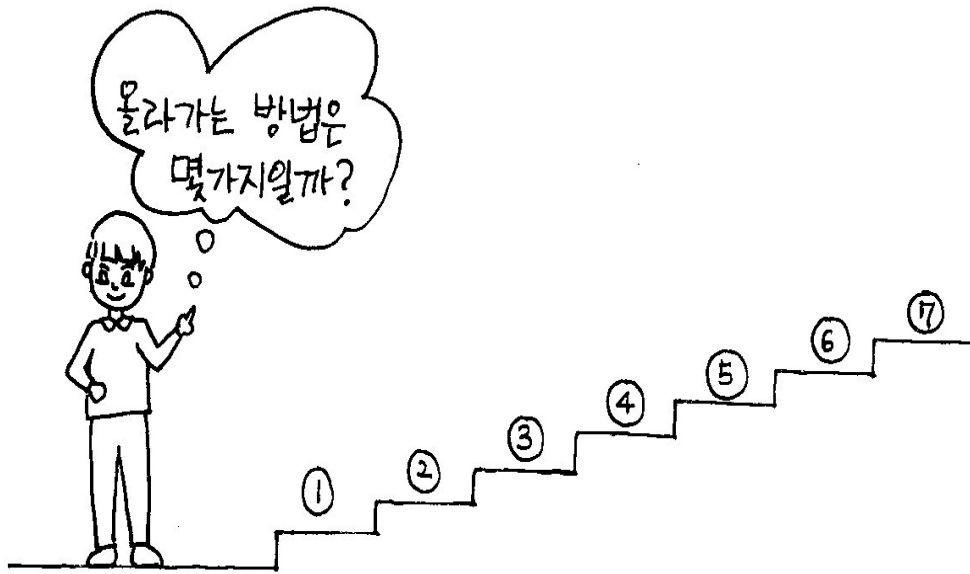
21

도전과제 : 계단오르기(Top-Down : 메모이제이션)

철수는 계단을 오를 때 한 번에 한 계단 또는 두 계단씩 올라간다. 만약 총 4계단을 오른다면 그 방법의 수는

1+1+1+1, 1+1+2, 1+2+1, 2+1+1, 2+2 로 5가지이다.

그렇다면 총 N계단일 때 철수가 올라갈 수 있는 방법의 수는 몇 가지인가?



■ 입력설명

첫째 줄은 계단의 개수인 자연수 $N(3 \leq N \leq 45)$ 이 주어집니다.

■ 출력설명

첫 번째 줄에 올라가는 방법의 수를 출력합니다.

■ 입력예제 1

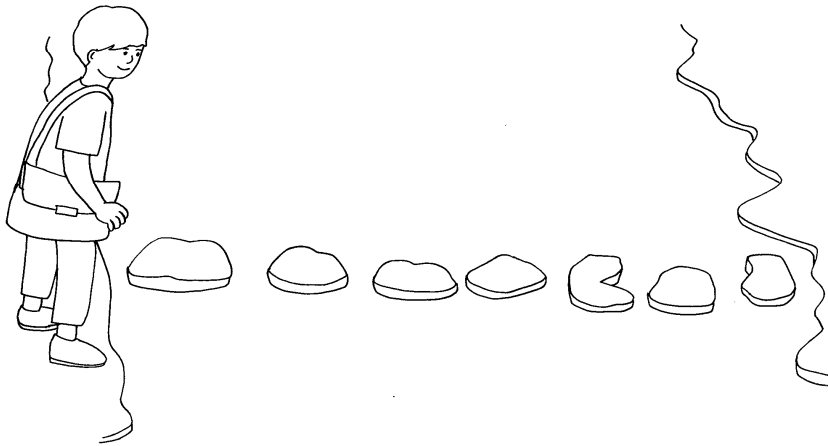
7

■ 출력예제 1

21

도전과제 : 돌다리 건너기(Bottom-Up)

철수는 학교에 가는데 개울을 만났습니다. 개울은 N 개의 돌로 다리를 만들어 놓았습니다. 철수는 돌 다리를 건널 때 한 번에 한 칸 또는 두 칸씩 건너뛰면서 돌다리를 건널 수 있습니다. 철수가 개울을 건너는 방법은 몇 가지일까요?



■ 입력설명

첫째 줄은 돌의 개수인 자연수 $N(3 \leq N \leq 45)$ 이 주어집니다.

■ 출력설명

첫 번째 줄에 개울을 건너는 방법의 수를 출력합니다.

■ 입력예제 1

7

■ 출력예제 1

34

최대 부분 증가수열

N개의 자연수로 이루어진 수열이 주어졌을 때, 그 중에서 가장 길게 증가하는(작은 수에서 큰 수로) 원소들의 집합을 찾는 프로그램을 작성하라. 예를 들어, 원소가 2, 7, 5, 8, 6, 4, 7, 12, 3 이면 가장 길게 증가하도록 원소들을 차례대로 뽑아내면 2, 5, 6, 7, 12를 뽑아내어 길이가 5인 최대 부분 증가수열을 만들 수 있다.

■ 입력설명

첫째 줄은 입력되는 데이터의 수 $N(1 \leq N \leq 1,000, \text{자연수})$ 를 의미하고,
둘째 줄은 N개의 입력데이터들이 주어진다.

■ 출력설명

첫 번째 줄에 부분증가수열의 최대 길이를 출력한다.

■ 입력예제 1

8
5 3 7 8 6 2 9 4

■ 출력예제 1

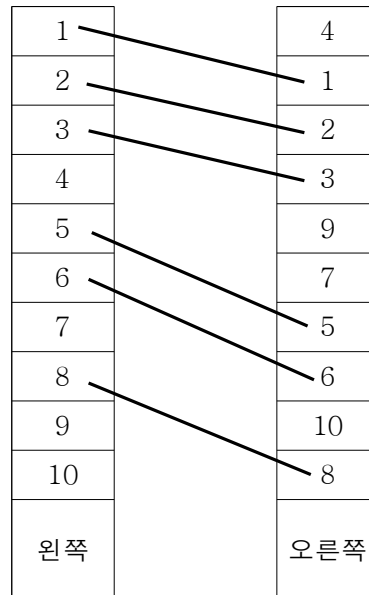
4

최대 선 연결하기

왼쪽의 번호와 오른쪽의 번호가 있는 그림에서 같은 번호끼리 선으로 연결하려고 합니다.

왼쪽번호는 무조건 위에서부터 차례로 1부터 N까지 오름차순으로 나열되어 있습니다.

오른쪽의 번호 정보가 위부터 아래 순서로 주어지지만 서로 선이 겹치지 않고 최대 몇 개의 선을 연결할 수 있는 지 구하는 프로그램을 작성하세요.



위의 그림은 오른쪽 번호 정보가 4 1 2 3 9 7 5 6 10 8 로 입력되었을 때 선이 서로 겹치지 않고 연결할 수 있는 최대 선을 개수 6을 구한 경우입니다.

입력설명

첫 줄에 자연수 $N(1 \leq N \leq 100)$ 이 주어집니다.

두 번째 줄에 1부터 N까지의 자연수 N개의 오른쪽 번호 정보가 주어집니다. 순서는 위쪽번호부터 아래쪽번호 순으로입니다.

출력설명

첫 줄에 겹치지 않고 그을 수 있는 최대선의 개수를 출력합니다.

입력예제 1

10

4 1 2 3 9 7 5 6 10 8

출력예제 1

6

가장 높은 탑 쌓기

밑면이 정사각형인 직육면체 벽돌들을 사용하여 탑을 쌓고자 한다. 탑은 벽돌을 한 개씩 아래에서 위로 쌓으면서 만들어 간다. 아래의 조건을 만족하면서 가장 높은 탑을 쌓을 수 있는 프로그램을 작성하시오.

- (조건1) 벽돌은 회전시킬 수 없다. 즉, 옆면을 밑면으로 사용할 수 없다.
- (조건2) 밑면의 넓이가 같은 벽돌은 없으며, 또한 무게가 같은 벽돌도 없다.
- (조건3) 벽돌들의 높이는 같을 수도 있다.
- (조건4) 탑을 쌓을 때 밑면이 좁은 벽돌 위에 밑면이 넓은 벽돌은 놓을 수 없다.
- (조건5) 무게가 무거운 벽돌을 무게가 가벼운 벽돌 위에 놓을 수 없다.

■ 입력설명

입력 파일의 첫째 줄에는 입력될 벽돌의 수가 주어진다. 입력으로 주어지는 벽돌의 수는 최대 100개이다. 둘째 줄부터는 각 줄에 한 개의 벽돌에 관한 정보인 벽돌 밑면의 넓이, 벽돌의 높이 그리고 무게가 차례대로 양의 정수로 주어진다. 각 벽돌은 입력되는 순서대로 1부터 연속적인 번호를 가진다. 벽돌의 넓이, 높이 무게는 10,000보다 작거나 같은 자연수이다.

■ 출력설명

첫 번째 줄에 가장 높이 쌓을 수 있는 탑의 높이를 출력한다.

■ 입력예제 1

```
5
25 3 4
4 4 6
9 2 3
16 2 5
1 5 2
```

■ 출력예제 1

```
10
```

알리바바와 40인의 도둑(Bottom-Up)

알리바바는 40인의 도둑으로부터 금화를 훔쳐 도망치고 있습니다.

알리바바는 도망치는 길에 평소에 잘 가지 않던 계곡의 돌다리로 도망가고자 한다.

계곡의 돌다리는 $N \times N$ 개의 돌들로 구성되어 있다. 각 돌다리들은 높이가 서로 다르다.

해당 돌다리를 건널때 돌의 높이 만큼 에너지가 소비됩니다. 이동은 최단거리 이동을 합니다.

즉 현재 지점에서 오른쪽 또는 아래쪽으로만 이동해야 합니다.

$N \times N$ 의 계곡의 돌다리 격자정보가 주어지면 (1, 1)격자에서 (N, N)까지 가는데 드는 에너지의 최소량을 구하는 프로그램을 작성하세요.

만약 $N=3$ 이고, 계곡의 돌다리 격자 정보가 다음과 같다면

3	3	5
2	3	4
6	5	2

(1, 1)좌표에서 (3, 3)좌표까지 가는데 드는 최소 에너지는 $3+2+3+4+2=14$ 이다.

입력설명

첫 번째 줄에는 자연수 $N(1 \leq N \leq 20)$ 이 주어진다.

두 번째 줄부터 계곡의 $N \times N$ 격자의 돌다리 높이(10보다 작은 자연수) 정보가 주어진다.

출력설명

첫 번째 줄에 (1, 1)출발지에서 (N, N)도착지로 가기 위한 최소 에너지를 출력한다.

입력예제 1

```
5
3 7 2 1 9
5 8 3 9 2
5 3 1 2 3
5 4 3 2 1
1 7 5 2 4
```

출력예제 1

```
25
```


알리바바와 40인의 도둑(Top-Down)

알리바바는 40인의 도둑으로부터 금화를 훔쳐 도망치고 있습니다.

알리바바는 도망치는 길에 평소에 잘 가지 않던 계곡의 돌다리로 도망가고자 한다.

계곡의 돌다리는 $N \times N$ 개의 돌들로 구성되어 있다. 각 돌다리들은 높이가 서로 다르다.

해당 돌다리를 건널때 돌의 높이 만큼 에너지가 소비됩니다. 이동은 최단거리 이동을 합니다.

즉 현재 지점에서 오른쪽 또는 아래쪽으로만 이동해야 합니다.

$N \times N$ 의 계곡의 돌다리 격자정보가 주어지면 (1, 1)격자에서 (N, N)까지 가는데 드는 에너지의 최소량을 구하는 프로그램을 작성하세요.

만약 $N=3$ 이고, 계곡의 돌다리 격자 정보가 다음과 같다면

3	3	5
2	3	4
6	5	2

(1, 1)좌표에서 (3, 3)좌표까지 가는데 드는 최소 에너지는 $3+2+3+4+2=14$ 이다.

입력설명

첫 번째 줄에는 자연수 $N(1 \leq N \leq 20)$ 이 주어진다.

두 번째 줄부터 계곡의 $N \times N$ 격자의 돌다리 높이(10보다 작은 자연수) 정보가 주어진다.

출력설명

첫 번째 줄에 (1, 1)출발지에서 (N, N)도착지로 가기 위한 최소 에너지를 출력한다.

입력예제 1

```
5
3 7 2 1 9
5 8 3 9 2
5 3 1 2 3
5 4 3 2 1
1 7 5 2 4
```

출력예제 1

```
25
```

가방문제(냅색 알고리즘)

최고 17kg의 무게를 저장할 수 있는 가방이 있다. 그리고 각각 3kg, 4kg, 7kg, 8kg, 9kg의 무게를 가진 5종류의 보석이 있다. 이 보석들의 가치는 각각 4, 5, 10, 11, 13이다.

이 보석을 가방에 담는데 17kg를 넘지 않으면서 최대의 가치가 되도록 하려면 어떻게 담아야 할까요? 각 종류별 보석의 개수는 무한이 많다. 한 종류의 보석을 여러 번 가방에 담을 수 있다는 뜻입니다.

■ 입력설명

첫 번째 줄은 보석 종류의 개수와 가방에 담을 수 있는 무게의 한계값이 주어진다.

두 번째 줄부터 각 보석의 무게와 가치가 주어진다.

가방의 저장무게는 1000kg을 넘지 않는다. 보석의 개수는 30개 이내이다.

■ 출력설명

첫 번째 줄에 가방에 담을 수 있는 보석의 최대가치를 출력한다.

■ 입력예제 1

4 11

5 12

3 8

6 14

4 8

■ 출력예제 1

28

해설 : 5g 1개, 3g 2개를 선택해서 28가치가 최대이다.

동전교환

다음과 같이 여러 단위의 동전들이 주어져 있을때 거스름돈을 가장 적은 수의 동전으로 교환 해주려면 어떻게 주면 되는가? 각 단위의 동전은 무한정 쓸 수 있다.

■ 입력설명

첫 번째 줄에는 동전의 종류개수 $N(1 \leq N \leq 12)$ 이 주어진다. 두 번째 줄에는 N 개의 동전의 종류가 주어지고, 그 다음줄에 거슬러 줄 금액 $M(1 \leq M \leq 500)$ 이 주어진다.

각 동전의 종류는 100원을 넘지 않는다.

■ 출력설명

첫 번째 줄에 거슬러 줄 동전의 최소개수를 출력한다.

■ 입력예제 1

3

1 2 5

15

■ 출력예제 1

3

설명 : 5 5 5 동전 3개로 거슬러 줄 수 있다.

최대점수 구하기(냅색 알고리즘)

이번 정보올림피아드대회에서 좋은 성적을 내기 위하여 현수는 선생님이 주신 N 개의 문제를 풀려고 합니다. 각 문제는 그것을 풀었을 때 얻는 점수와 푸는데 걸리는 시간이 주어지게 됩니다. 제한시간 M 안에 N 개의 문제 중 최대점수를 얻을 수 있도록 해야 합니다. (해당문제는 해당시간이 걸리면 푸는 걸로 간주한다, 한 유형당 한개만 풀 수 있습니다.)

■ 입력설명

첫 번째 줄에 문제의 개수 $N(1 \leq N \leq 100)$ 과 제한 시간 $M(10 \leq M \leq 1000)$ 이 주어집니다.

두 번째 줄부터 N 줄에 걸쳐 문제를 풀었을 때의 점수와 푸는데 걸리는 시간이 주어집니다.

■ 출력설명

첫 번째 줄에 제한 시간안에 얻을 수 있는 최대 점수를 출력합니다.

■ 입력예제 1

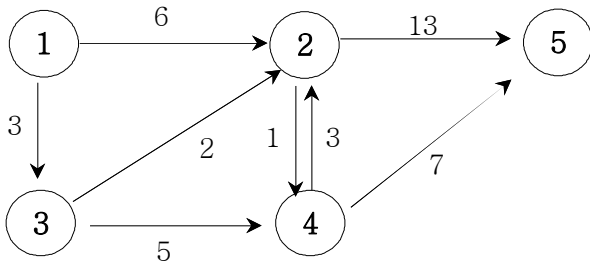
```
5 20
10 5
25 12
15 8
6 3
7 4
```

■ 출력예제 1

```
41
```

플로이드 워셜 알고리즘

N개의 도시가 주어지고, 각 도시들을 연결하는 도로와 해당 도로를 통행하는 비용이 주어질 때 모든 도시에서 모든 도시로 이동하는데 쓰이는 비용의 최소값을 구하는 프로그램을 작성하세요.



입력설명

첫 번째 줄에는 도시의 수 $N(N \leq 100)$ 과 도로수 $M(M \leq 200)$ 가 주어지고, M 줄에 걸쳐 도로정보와 비용(20 이하의 자연수)이 주어진다. 만약 1번 도시와 2번도시가 연결되고 그 비용이 13이면 “1 2 13”으로 주어진다.

출력설명

모든 도시에서 모든 도시로 이동하는데 드는 최소 비용을 아래와 같이 출력한다.

자기자신으로 가는 비용은 0입니다. i 번 정점에서 j 번 정점으로 갈 수 없을 때는 비용을 “M”으로 출력합니다.

입력예제 1

```

5 8
1 2 6
1 3 3
3 2 2
2 4 1
2 5 13
3 4 5
4 2 3
4 5 7
  
```

출력예제 1

```

0 5 3 6 13 //1번 정점에서 2번정점으로 5, 1에서 3번 정점으로 3, 1에서 4번 정점으로 6.....
M 0 M 1 8 //2번 정점에서 1번 정점으로는 갈수 없으므로 “M”, .....
M 2 0 3 10
M 3 M 0 7
M M M M 0
  
```

회장뽑기(플로이드-워샬 응용)

월드컵축구의 응원을 위한 모임에서 회장을 선출하려고 한다. 이모임은 만들어진지 얼마 되지 않았기 때문에 회원사이에 서로 모르는 사람도 있지만, 몇 사람을 통하면 서로 모두 알 수 있다.

각 회원은 다른 회원들과 가까운 정도에 따라 점수를 받게 된다.

예를 들어 어느 회원이 다른 모든 회원과 친구이면, 이 회원의 점수는 1점이다. 어느 회원의 점수가 2점이면, 다른 모든 회원이 친구이거나, 친구의 친구임을 말한다. 또한, 어느 회원의 점수가 3점이면, 다른 모든 회원이 친구이거나, 친구의 친구이거나, 친구의 친구의 친구임을 말한다. 4점, 5점등은 같은 방법으로 정해진다.

각 회원의 점수를 정할 때 주의할 점은 어떤 두 회원이 친구 사이이면서 동시에 친구의 친구 사이이면, 이 두 사람은 친구사이라고 본다. 회장은 회원들 중에서 점수가 가장 작은 사람이 된다.

회장의 점수와 회장이 될 수 있는 모든 사람을 찾는 프로그램을 작성하시오.

■ 입력설명

입력의 첫째 줄에는 회원의 수가 있다.

단, 회원의 수는 50명을 넘지 않는다. 둘째 줄 이후로는 한 줄에 두 개의 회원번호가 있는데, 이것은 두 회원이 서로 친구임을 나타낸다. 회원번호는 1부터 회원의 수만큼 번호가 붙어있다. 마지막 줄에는 -1이 두 개 들어있다

■ 출력설명

첫째 줄은 회장 후보의 점수와 회장후보 수를 출력하고 두 번째 줄은 회장 후보를 모두 출력한다.

■ 입력예제 1

```
5
1 2
2 3
3 4
4 5
2 4
5 3
-1 -1
```

■ 출력예제 1

```
2 3
2 3 4
```

위상정렬(그래프 정렬)

위상정렬은 어떤 일을 하는 순서를 찾는 알고리즘입니다.

각각의 일의 선후관계가 복잡하게 얽혀있을 때 각각 일의 선후관계를 유지하면서 전체 일의 순서를 짜는 알고리즘입니다.

만약 아래와 같은 일의 순서를 각각 지키면서 전체 일의 순서를 정한다면

1 4 //1번일을 하고 난 후 4번일을 해야한다.

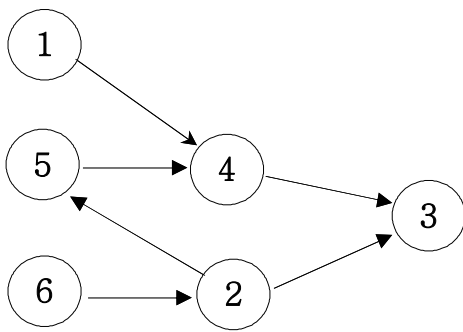
5 4

4 3

2 5

2 3

6 2



전체 일의 순서는 1, 6, 2, 5, 4, 3과 같이 정할 수 있다. 전체 일의 순서는 여러 가지가 있습니다 그 중에 하나입니다.

■ 입력설명

첫 번째 줄에 전체 일의 개수 N과 일의 순서 정보의 개수 M이 주어집니다.

두 번째 줄부터 M개의 정보가 주어집니다.

■ 출력설명

전체 일의 순서를 출력합니다.

■ 입력예제 1

6 6

1 4

5 4

4 3

2 5

2 3

6 2

■ 출력예제 1

1 6 2 5 4 3