자료구조(Data Structure)

Programming Assignment 6

20161603
신민준

목차

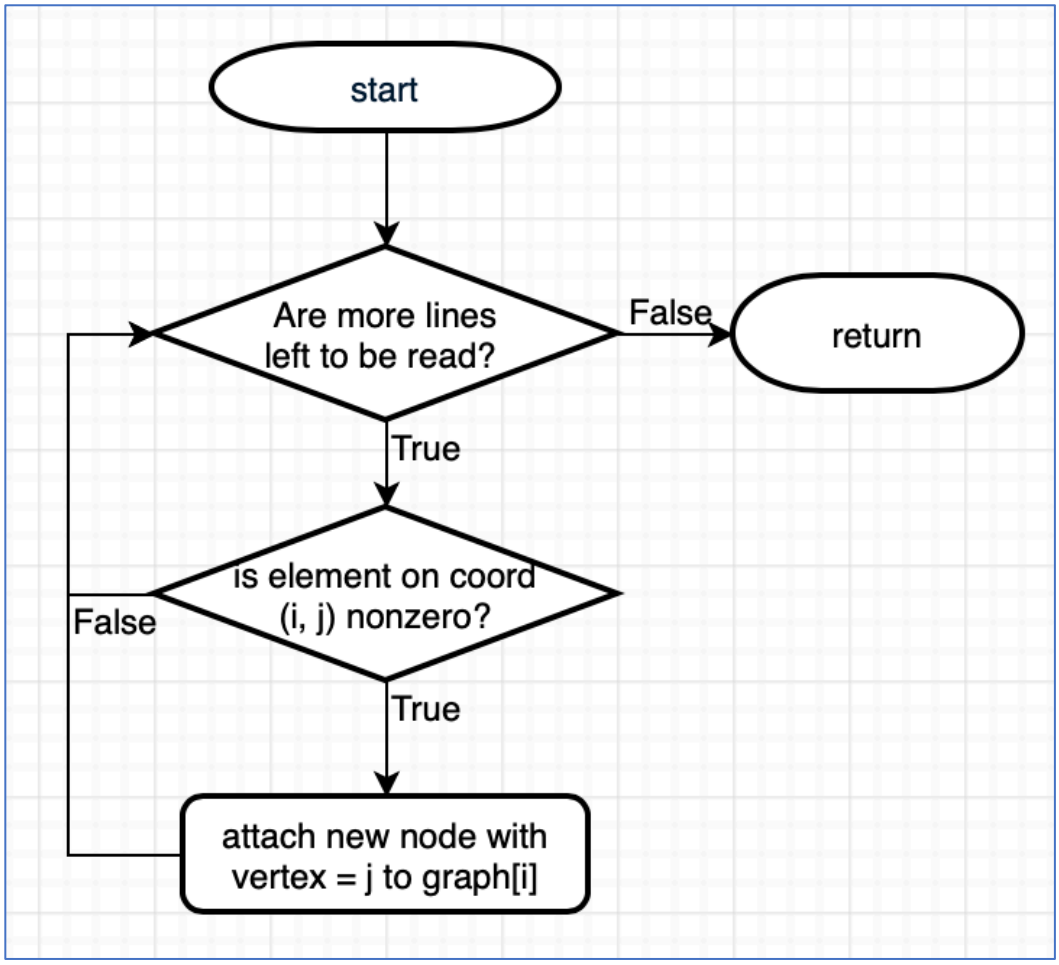
1. 문제1

문제1으 undirected graph $G = (V, E)$의 모든 connected component로 이루어진 각 집합을 출력하는 문제입니다. 이 때, 주요한 구현 요소는 다음과 같습니다.

- Adjacency matrix로 입력받은 데이터를 Adjacency List의 형태로 저장하여 사용할 것
- Adjacency List 안의 데이터를 기반으로 DFS를 수행할 것

DFS 알고리즘은 교재에서 소개한 알고리즘과 동일하게 구현하면 되는 것이므로, Adjacency List를 구성하는 과정에 더 집중해 구현할 수 있었습니다.

1.1 프로그램 구조



Flowchart 1. Adjacency Matrix to Adjacency List Conversion

1.2 세부 설명

Adjacency Matrix에서 Adjacency List로 변환하는 방법은 크게 어려울 것 없었습니다. 먼저, 입력받을 $n \times n$ $Matrix$의 n값을 입력받고, 해당 값으로 적당한 크기의 graph 배열과 visited 배열을 생성했습니다. graph 배열은 Adjacency List representation을 위한 배열이며, visited 배열은 이후 DFS 과정에서 사용됩니다. 해당 변수의 생성과 초기화는 [Code 1]에서 보인 것과 같습니다.

```
graph = malloc(sizeof(node_pointer)*vertex_cnt);
visited = calloc(vertex_cnt, sizeof(int));

for(int i=0 ; i<vertex_cnt ; i++)
  graph[i] = NULL;
```

Code 1

이후, 이중 for 문을 돌면서, row-major order로 Adjacency Matrix를 읽어들이고, 만일 (i,j) 위치에 0이 아닌 값, 즉 edge가 존재한다면, 새로운 node를 생성하고, node의 vertex 값을 j로 설정한 후, 해당 node를 graph[i]에서부터 연결되어있는 Linked List에 연결합니다. 이 과정은 [Code 2]에서 보이고 있습니다.

```
for(int i=0 ; i<vertex_cnt ; i++) {
  for(int j=0 ; j<vertex_cnt ; j++) {
    fscanf(fp, " %d", &tmp);
    if(tmp) {
      new = malloc(sizeof(struct _node));
      new->vertex = j;
      new->link = graph[i];
      graph[i] = new;
      new = NULL;
    }
  }
}
```

Code 2

이 모든 과정이 끝나면, read_file() 함수는 종료하게 되고, graph[] 배열에 입력받은 그래프가 Adjacency List representation의 방식으로 저장되어지게 됩니다.
이 함수는 $n \times n$ 사이즈를 가진 Adjacency Matrix의 각 원소를 한번씩 방문하므로, read_file() 함수의 시간복잡도는 다음과 같습니다.

$$O(n^2),\ \ when\ n = number\ of\ vertices\ in\ graph$$

이후, 생성한 그래프를 가지고 각 vertex에 대한 DFS를 수행해 connected component들을 출력해야 하므로, read_file() 함수가 종료된 후, [Code 3]처럼 출력과정을 구현했습니다.

```
int main(int argc, const char* argv[]) {
  read_file();
  if(!(ofp = fopen(OUTPUT_FILENAME, "w"))) {
    fprintf(stderr, "error: writing to file failed\n");
    exit(1);
  }
  for(int i=0 ; i<vertex_cnt ; i++) {
    if(!visited[i]) {
      dfs(i);
      fprintf(ofp, "\n");
    }
  }
  fclose(ofp);
  ...
```

Code 3

이 과정에서 사용되는 DFS 수행 함수인 dfs()는 다음과 같이 recursive하게 구현했습니다.

```
/**
 * Executes depth-first search starting from a vertex
 * @param vertex The vertex number to start dfs from
 */
void dfs(int vertex) {
   fprintf(ofp, "%d", vertex);
   visited[vertex] = 1;
   for(node_pointer ptr = graph[vertex] ; ptr ; ptr = ptr->link) {
      if(!visited[ptr->vertex]) {
         fprintf(ofp, " ");
         dfs(ptr->vertex);
      }
   }
}
```

Code 4

이 때, Adjacency List representation을 사용한 DFS의 시간복잡도는 다음과 같습니다.

$$O(n+e), when\ n = number\ of\ vertices\ in\ graph, e = number\ of\ edges\ in\ graph$$

따라서, 그래프의 edge 수는 vertex 수의 제곱보다 클 수 없으므로, 이 프로그램의 전체 시간 복잡도는 다음과 같습니다.

$$O(n^2+n+e) = O(n^2),\ \ when\ n = number\ of\ vertices\ in\ graph, e = number\ of\ edges\ in\ graph$$

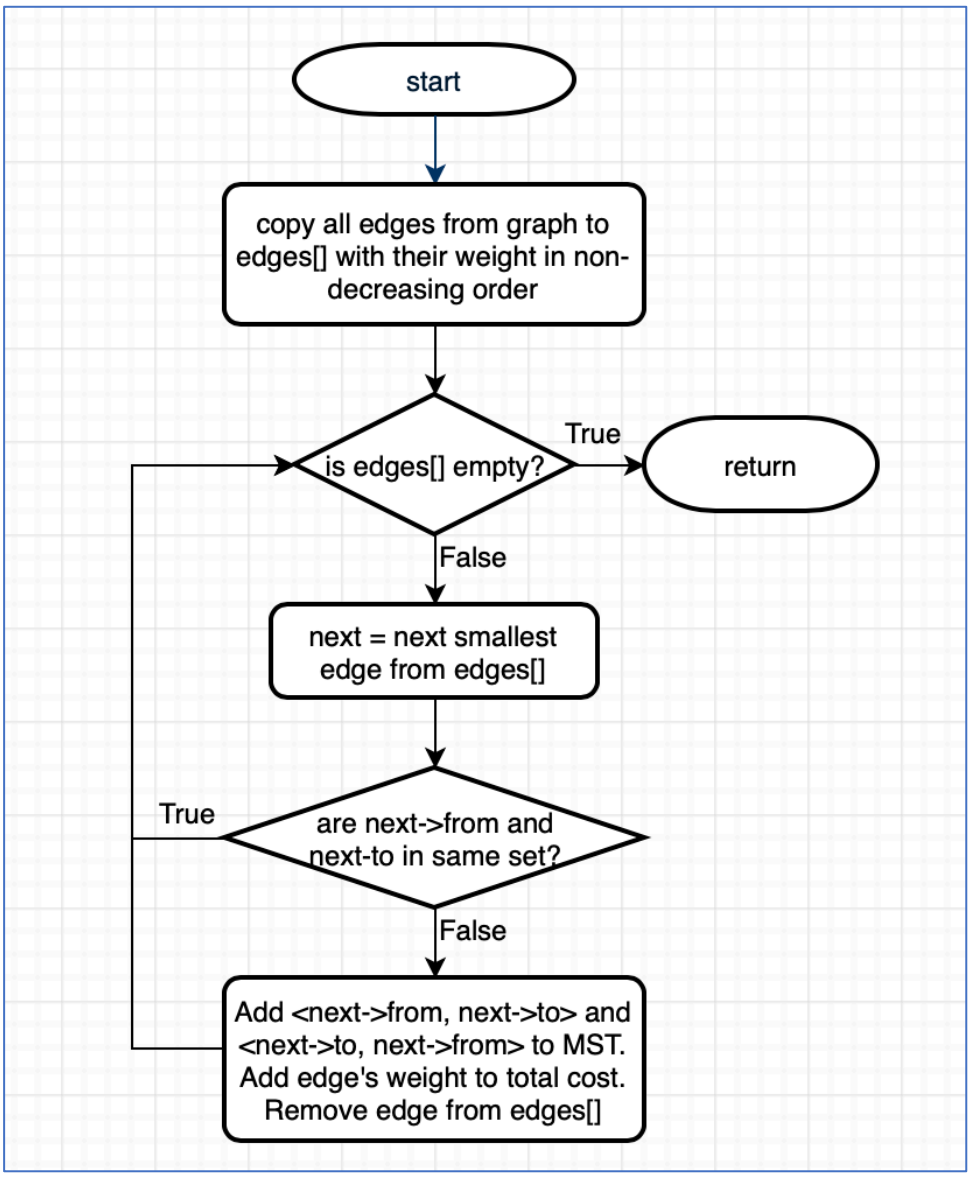
1.3 참고 사항

- 같은 데이터에 대해 수없이 다른 자료구조로 나타낼 수 있다는 것은 알고 있었지만, 서로 다른 자료구조로 전환하는 일이 빈번히 일어난다는 것을 느낄 수 있었습니다. 따라서, 데이터를 다른 형태로 전환하는 과정을 원활히 하기 위해선 여러 가지 형태의 자료구조에 대해 익숙해져야 함을 배웠습니다.
- 이 문제에서는 Adjacency List 를 요구했기에 해당 자료구조로 DFS 를 처리했지만, 이 과정은 Adjacency Matrix 로도 크게 불편함 없이 구현이 가능합니다. 이 경우, DFS 과정의 시간 복잡도는 $O(n^2), when\ n = number\ of\ vertices\ in\ graph$가 됩니다.

2. 문제2

문제2는 교재에서 소개한 Kruskal's Algorithm을 사용해 Minimum cost Spanning Tree를 구성하는 문제입니다. 이 문제를 해결하기 위해, 교재의 Chapter 5에서 소개한 union-find function을 활용해 각 vertices의 집합을 구성했습니다.

2.1 프로그램 구조



Flowchart 2 – create_mst() function

2.2 세부 설명

Linked List와 Array를 모두 사용해 구현했습니다. Kruskal 알고리즘에 따르면, 입력받은 graph에서 모든 edge들을 나타내는 집합을 새로 만들어주어야 했기에, [Code 7]과 같이 새로운 구조체를 선언해 주어, edge들의 방향과 각 edge들이 지닌 가중치, weight를 모두 나타낼 수 있는 새로운 구조체를 사용할 수 있게 구현했습니다.

```
struct edge {
   int from;
   int to;
   int weight;
};
typedef struct _node* node_pointer;
struct _node {
   int vertex;
   int weight;
   node_pointer link;
};
node_pointer* graph;
node_pointer* mst;
```

Code 5

이후, 해당 구조체의 배열인 edges[]를 선언해 그래프의 모든 edge를 포함하도록 구현했고, 모든 edge를 포함시킨 이후, 각 edge들을 그들의 weight에 따라 오름차순으로 정렬시켰습니다. 이 과정은 [Code 8]에, 그리고 정렬에 사용된 sort_edges() 함수의 구현은 [Code 9]에서 보이고 있습니다.

```
   edges = malloc(sizeof(struct edge*)*edge_cnt);
   for(int i=0 ; i<vertex_cnt ; i++) {
      for(node_pointer ptr = graph[i] ; ptr ; ptr = ptr->link) {
         edges[edge_idx] = malloc(sizeof(struct edge));
         edges[edge_idx]->from = i;
         edges[edge_idx]->to = ptr->vertex;
         edges[edge_idx]->weight = ptr->weight;
         edge_idx++;
      }
   }
   sort_edges(edges, edge_cnt);
```

Code 6

```
/**
 * Sort edges in non-decreasing order.
 * @param edges Set of edges to sort
 * @param n     Number of edges in set
 */
void sort_edges(struct edge** edges, int n) {
   struct edge* tmp;
   for(int i=0 ; i<n-1 ; i++) {
      for(int j=i ; j<n ; j++) {
         if(edges[i]->weight > edges[j]->weight) {
            tmp = edges[j];
            edges[j] = edges[i];
            edges[i] = tmp;
         }
      }
   }
}
```

Code 7

각 edge들을 추가할 때 마다, 현재 그래프에서 cycle이 발생하는지 여부를 확인해야 합니다. 이 과정을 구현하기 위해 parent[] 배열을 생성하고, 각 노드들에 대해 root인 경우 -1을, 특정 vertex를 부모로 가진 경우 해당 vertex 값을 원소의 값으로 두도록 집합을 구성했습니다.

```
   parent = malloc(sizeof(int)*vertex_cnt);
   for(int i=0 ; i<vertex_cnt ; i++) {
      parent[i] = -1;
   }
```

Code 8

이 때, 각 집합의 root 노드를 찾는 함수를 sfind()로, 그리고 두 집합을 하나로 union하는 함수는 sunion()으로 구현해 사용했습니다. 이는 [Code 11]에서 볼 수 있습니다.

```
/**
 * Find function of union-find
 * @param  parent Array holding information on sets
 * @param  i      Index to find set for
 * @return        Found set
 */
int sfind(int parent[], int i) {
   while(parent[i] >= 0)
      i=parent[i];
   return i;
}

/**
 * Union function of union-find
 * @param parent Array holding info on sets
 * @param i      Index to union
 * @param j      Index to union
 */
void sunion(int parent[], int i, int j) {
   parent[i] = j;
}
```

Code 9

이후, weight의 순서대로 edges[]의 모든 원소들을 읽어가면서, 각 edge의 from과 to에 해당하는 vertex의 집합이 다르다면, 두 vertex를 연결했을 때 cycle이 발생하지 않으므로, 이 edge를 새로운 mst[] 트리에 추가시킵니다. 이 때, 이 트리는 non-directional하므로, 반대 방향의 edge 또한 추가시켜줍니다.

```
while(edge_idx < edge_cnt) {
     struct edge* next = edges[edge_idx++];
     x = sfind(parent, next->from);
     y = sfind(parent, next->to);
     if(x != y) {
        node_pointer new;
        new = malloc(sizeof(struct _node));
        new->link = mst[next->from];
        new->vertex = next->to;
        new->weight = next->weight;
```

```
        mst[next->from] = new;
        // since the matrix is non-directional, add an edge with reversed direction.
        new = malloc(sizeof(struct _node));
        new->link = mst[next->to];
        new->vertex = next->from;
        new->weight = next->weight;
        mst[next->to] = new;
        sunion(parent, x, y);
        cost += next->weight;
      }
    }
```

Code 10

Edge의 정렬을 하는 알고리즘으로 selection sort를 사용했기 때문에, MST를 구하는 함수 create_mst()의 시간복잡도는 $e = number\ of\ edges\ in\ graph$일 때, $O(e^2)$입니다.

create_mst() 함수가 생성한 MST는 global variable mst[] 배열에 Adjacency List 형태로 저장되게 됩니다. 이에 대해 [Code 11]과 같이 DFS를 수행하면 원하는 출력을 받을 수 있습니다.

```
    visited = calloc(vertex_cnt, sizeof(int));
    for(int i=0 ; i<vertex_cnt ; i++) {
      if(!visited[i]) {
        dfs(i);
        fprintf(ofp, "\n");
      }
    }
    fprintf(ofp, "%d\n", cost);
```

Code 11

2.3 참고 사항

- MST의 생성 알고리즘은 알고리즘 중간에 정렬 과정이 들어가 있기 때문에, 어떤 sorting algorithm을 사용했는지에 따라 알고리즘의 시간복잡도가 바뀝니다. 제 구현 방식에서는 간단하게 $O(n^2)$의 selection sort 알고리즘을 사용했지만, 만약 heap sort나 quick sort와 같이 더 작은 time complexity를 가진 sorting algorithm을 사용한다면, Kruskal's algorithm의 시간복잡도는 다음과 같습니다.

$$O(e \log e) = O(e \log v),$$
$$when\ e = number\ of\ edges\ in\ graph,\ \ v = number\ of\ vertices\ in\ graph$$

3. 문제 코드

3.1 문제1 코드

```c
#define INPUT_FILENAME "input.txt"
#define OUTPUT_FILENAME "output.txt"

#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

typedef struct _node* node_pointer;
struct _node {
   int vertex;
   node_pointer link;
};
node_pointer* graph;
int* visited;
int vertex_cnt;
FILE* ofp;

/**
 * Reads data from input file
 */
void read_file(void) {
   FILE* fp;
   int tmp;
   node_pointer new;

   if(!(fp = fopen(INPUT_FILENAME, "r"))) {
      fprintf(stderr, "error: fopen failed\n");
      exit(1);
   }

   fscanf(fp, " %d", &vertex_cnt);

   graph = malloc(sizeof(node_pointer)*vertex_cnt);
   visited = calloc(vertex_cnt, sizeof(int));

   for(int i=0 ; i<vertex_cnt ; i++)
      graph[i] = NULL;

   for(int i=0 ; i<vertex_cnt ; i++) {
      for(int j=0 ; j<vertex_cnt ; j++) {
         fscanf(fp, " %d", &tmp);
         if(tmp) {
            new = malloc(sizeof(struct _node));
            new->vertex = j;
            new->link = graph[i];
            graph[i] = new;
            new = NULL;
         }
      }
   }
   fclose(fp);
}

/**
 * Executes depth-first search starting from a vertex
 * @param vertex The vertex number to start dfs from
 */
void dfs(int vertex) {
   fprintf(ofp, "%d", vertex);
   visited[vertex] = 1;
   for(node_pointer ptr = graph[vertex] ; ptr ; ptr = ptr->link) {
```

```
      if(!visited[ptr->vertex]) {
         fprintf(ofp, " ");
         dfs(ptr->vertex);
      }
   }
}

int main(int argc, const char* argv[]) {
   read_file();
   if(!(ofp = fopen(OUTPUT_FILENAME, "w"))) {
      fprintf(stderr, "error: writing to file failed\n");
      exit(1);
   }
   for(int i=0 ; i<vertex_cnt ; i++) {
      if(!visited[i]) {
         dfs(i);
         fprintf(ofp, "\n");
      }
   }
   fclose(ofp);
   for(int i=0 ; i<vertex_cnt ; i++) {
      for(node_pointer ptr=graph[i] ; ptr ; ptr=ptr->link) {
         free(ptr);
      }
   }
   free(graph);
   free(visited);
   return 0;
}
```

3.2 문제2 코드

```c
#define INPUT_FILENAME "input.txt"
#define OUTPUT_FILENAME "output.txt"

#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

struct edge {
   int from;
   int to;
   int weight;
};
typedef struct _node* node_pointer;
struct _node {
   int vertex;
   int weight;
   node_pointer link;
};
node_pointer* graph;
node_pointer* mst;

int vertex_cnt;
int edge_cnt;
int* visited;
int cost = 0;
FILE* ofp;

/**
 * Reads data from input file
 */
void readfile(void) {
   FILE* fp;
   node_pointer new;
   int weight;

   if(!(fp = fopen(INPUT_FILENAME, "r"))) {
      fprintf(stderr, "error: fopen failed to read\n");
      exit(1);
   }

   fscanf(fp, " %d", &vertex_cnt);

   graph = calloc(vertex_cnt, sizeof(node_pointer));
   visited = calloc(vertex_cnt, sizeof(int));

   //reading upper triangle only
   edge_cnt = 0;
   for(int i=0 ; i<vertex_cnt ; i++) {
      for(int j=0 ; j<vertex_cnt ; j++) {
         fscanf(fp, " %d", &weight);
         if(weight != -1) {
            if(i > j) continue;
            edge_cnt++;
            new = malloc(sizeof(struct _node));
            new->vertex = j;
            new->weight = weight;
            new->link = graph[i];
            graph[i] = new;
            new = NULL;
         }
      }
   }
```

```
   fclose(fp);
}

/**
 * Sort edges in non-decreasing order.
 * @param edges Set of edges to sort
 * @param n     Number of edges in set
 */
void sort_edges(struct edge** edges, int n) {
   struct edge* tmp;
   for(int i=0 ; i<n-1 ; i++) {
      for(int j=i ; j<n ; j++) {
         if(edges[i]->weight > edges[j]->weight) {
            tmp = edges[j];
            edges[j] = edges[i];
            edges[i] = tmp;
         }
      }
   }
}

/**
 * Find function of union-find
 * @param  parent Array holding information on sets
 * @param  i      Index to find set for
 * @return        Found set
 */
int sfind(int parent[], int i) {
   while(parent[i] >= 0)
      i=parent[i];
   return i;
}

/**
 * Union function of union-find
 * @param parent Array holding info on sets
 * @param i      Index to union
 * @param j      Index to union
 */
void sunion(int parent[], int i, int j) {
   parent[i] = j;
}

/**
 * Create minimum spanning tree.
 */
void create_mst(void) {
   struct edge** edges;
   int x, y, edge_idx = 0;
   int* parent;

   edges = malloc(sizeof(struct edge*)*edge_cnt);
   for(int i=0 ; i<vertex_cnt ; i++) {
      for(node_pointer ptr = graph[i] ; ptr ; ptr = ptr->link) {
         edges[edge_idx] = malloc(sizeof(struct edge));
         edges[edge_idx]->from = i;
         edges[edge_idx]->to = ptr->vertex;
         edges[edge_idx]->weight = ptr->weight;
         edge_idx++;
      }
   }
   sort_edges(edges, edge_cnt);
```

```
   mst = calloc(vertex_cnt, sizeof(node_pointer*));
   parent = malloc(sizeof(int)*vertex_cnt);
   for(int i=0 ; i<vertex_cnt ; i++) {
      parent[i] = -1;
   }
   edge_idx = 0;
   while(edge_idx < edge_cnt) {
      struct edge* next = edges[edge_idx++];
      x = sfind(parent, next->from);
      y = sfind(parent, next->to);
      if(x != y) {
         node_pointer new;
         new = malloc(sizeof(struct _node));
         new->link = mst[next->from];
         new->vertex = next->to;
         new->weight = next->weight;
         mst[next->from] = new;
         // since the matrix is non-directional, add an edge with reverse dir.
         new = malloc(sizeof(struct _node));
         new->link = mst[next->to];
         new->vertex = next->from;
         new->weight = next->weight;
         mst[next->to] = new;
         sunion(parent, x, y);
         cost += next->weight;
      }
   }
   for(int i=0 ; i<edge_cnt ; i++) {
      free(edges[i]);
   }
   free(edges);
   free(parent);
}

/**
 * Executes depth-first search starting from a vertex
 * @param vertex The vertex number to start dfs from
 */
void dfs(int vertex) {
   fprintf(ofp, "%d", vertex);
   visited[vertex] = 1;
   for(node_pointer ptr = mst[vertex] ; ptr ; ptr = ptr->link) {
      if(!visited[ptr->vertex]) {
         fprintf(ofp, " ");
         dfs(ptr->vertex);
      }
   }
}

int main(int argc, const char* argv[]) {
   readfile();
   create_mst();

   if(!(ofp = fopen(OUTPUT_FILENAME, "w"))) {
      fprintf(stderr, "error: fopen cannot write to file\n");
      exit(1);
   }

   visited = calloc(vertex_cnt, sizeof(int));
   for(int i=0 ; i<vertex_cnt ; i++) {
      if(!visited[i]) {
         dfs(i);
         fprintf(ofp, "\n");
```

```
      }
   }
   fprintf(ofp, "%d\n", cost);
   fclose(ofp);

   for(int i=0 ; i<vertex_cnt ; i++) {
      free(graph[i]);
      free(mst[i]);
   }
   free(graph);
   free(mst);
   return 0;
}
```