

Time Series Final Exam (2010/Fall)

1. 다음의 MA(1) Model에 대하여 아래의 문항에 답하여라

$$Z_t = 2.0 + a_t - \theta a_{t-2}. \text{ 단, } a_t \sim IN(0,1).$$

- 1) $\theta=0.5$ 인 때, Z_t 의 분산 $Var[Z_t]=\gamma_0$ 와 ACF ($\rho_k, k=1, \dots, 5$)를 구하고, 그 특징을 설명하라
- 2) Z_t 를 1차 차분한 $W_t=(1-B)Z_t$ 의 분산 $Var[W_t]=\gamma_0(W)$ 을 구하고, Z_t 의 분산과 비교하라. 여기에서 어떤 문제가 발생하는 지를 설명하라.
- 3) $\theta=2.0$ 인 때, Z_t 의 ACF를 구하고, 1)의 결과와 비교하라. 또한, 이 두 모형에서 어떤 문제가 발생하는 지와 대처방안을 제시하라.

2. 다음의 ARMA(1,2) Model에 대하여 아래의 문항에 답하여라

$$Z_t = 2.0 + \phi Z_{t-1} + a_t + \theta a_{t-2}. \text{ 단, } \theta > 0 \text{ 이고 } a_t \sim IN(0,1).$$

- 1) Z_t 가 정상시계열(Stationary)인지 여부를 판정하고, 정상시계열이면 Z_t 의 평균 $E(Z_t)=\mu$ 을 구하여라 (단, ϕ 와 θ 의 값에 따라 달라질 수 있으면 만족하는 범위를 제시하고 μ 를 구할 것).
- 2) Z_t 가 가역성(Invertible)을 만족하는지 여부를 판정하여라. (단, ϕ 와 θ 의 값에 따라 달라질 수 있으면 만족하는 범위를 제시하여라).
- 3) 위 모형이 정상시계열이라고 가정하고, 아래의 소문항에 답하여라.
 - i) Z_t 의 분산 $\gamma_0=Var(Z_t)$ 를 구하여라.
 - ii) Z_t 의 ACF ($\rho_k, k=1, 2, \dots, n$)를 구하고, 시차(lag)에 따른 Pattern의 특징을 설명하여라 (가능하면 특정 lag부터 일반항으로 표현할 것).
 - iii) Z_t 을 무한 MA model, $Z_t = \mu + \psi(B)a_t$ (단, $\psi(B)=1+\psi_1B+\psi_2B^2+\dots$)로 표현할 때 $\psi_j, j=1, 2, 3, 4$ 를 각각 구하여라.

3. 다음의 ARIMA $(0,0,1) \times (1,1,1)$ $s=12$ 모형에 대하여 아래에 답하라

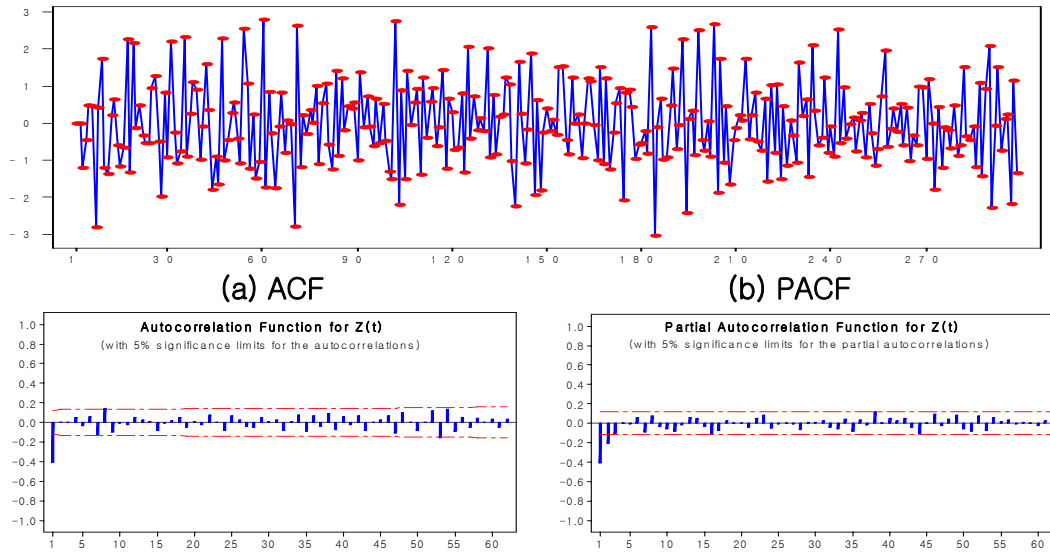
$$(1-\Phi B^{12})(1-B^{12})Z_t = (1-\theta B)(1-\Theta B^{12})a_t. \text{ 단, } a_t \sim IN(0,1)$$

- 1) Z_t 가 정상시계열인가를 판단하라 (주장의 근거를 제시할 것)
- 2) $W_t=(1-B^{12})Z_t$ 라 정의할 때:
 - i) W_t 가 가역성을 만족하는 조건을 제시하라. (주장의 근거를 제시할 것)
 - ii) $|\Phi|<1, \theta=\Theta=0$ 이라고 할 때, W_t 의 ACF pattern을 설명하라. (근거)
 - iii) $\Phi=0, \theta=0$ 이라고 할 때, W_t 의 무한 AR-form을 구하라. 즉,

$$\pi(B)W_t = a_t, \pi(B)=1-\pi_1B-\pi_2B^2-\dots \text{의 } \pi_j \text{를 구하라}$$
- 2) $\Phi=0, \theta=0$ 이라고 할 때, W_t 를 1차 차분한

$$Y_t=(1-B)W_t=(1-B)(1-B^{12})Z_t \text{의 ACF pattern을 설명하라. (근거 제시)}$$

4. 다음은 $n = 300$ 인 시계열 Z_t 자료의 시계열도표와 ACF와 PACF이다



1) 위 그림들을 바탕으로:

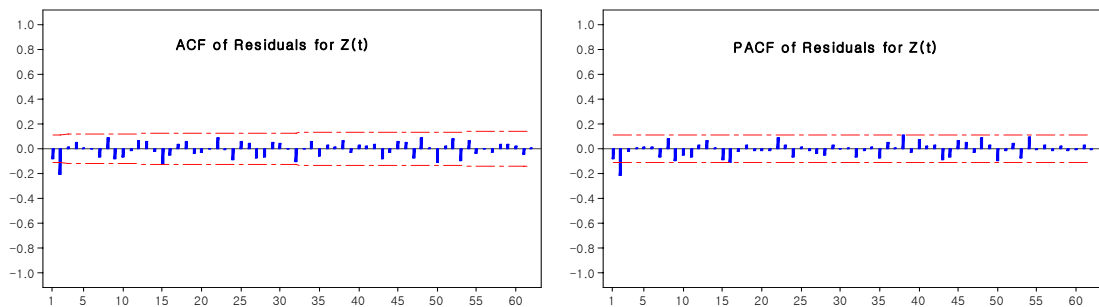
- Z_t 의 모형으로 AR(1)이라 생각했다면, 그 근거는 무엇인가?
- AR(1)모형에 대한 추정의 결과와 잔차의 ACF와 PACF가 다음과 같다. AR(1) 모형은 타당한가? 타당하지 않다면 그 이유를 모두 열거하라.

Type	Coef	SE Coef	T	P
AR 1	-0.4125	0.0529	-7.79	0.000

Residuals: MS = 1.055 DF = 298

Modified Box-Pierce(Ljung-Box)Chi-Square

Lag	12	24	36	48
Chi-Square	25.0	39.5	52.7	65.4
DF	11	23	35	47
P-Value	0.009	0.018	0.028	0.039



2) 어떤 분석가는 AR(1)모형이 타당하지 않다고 판단하였다고 한다. 그렇다면, 어떤 모형을 고려할 수 있는 지를 설명하라. (주장의 근거를 제시할 것)