화폐의 시간적 가치계산

*시간의 변화에 따라서 변화된 화폐의 가치측정을 통해서 합리적 재무의사결정을 유도

*미래와 관련된 의사결정을 현시점에서 실시하므로 추정된 미래 가치의 현재가치화가 주된 이슈

*현금흐름의 유형에 따른 시간적 가치의 합리적 계산

-규칙적, 불규칙적 현금흐름
-일시적, 영구적 현금흐름

1. 미래가치와 현재가치의 계산

1) 미래가치(future value)의 계산

*현재의 화폐가치가 미래의 특정시점에서 얼마로 평가되는지를 계산하는 것. 복리계산 이용

*n년 후의 미래가치는, 이자율이 r로 항상 일정하다고 가정하면, 다음과 같은 식으로 계산됨.

$$P_n = P_0(1+r)^n$$

P_0 : 현재가치(원금)
P_n : n년후미래가치(원금과이자합계)

$(1+r)^n$: 복리이자요소(CVIF), 복리계수

*연속복리계산에 의한 미래가치

이자율이 r이고 원금이 P_0, 연간 이자 지급횟수가 k, n년 후의 미래가치를 P_n라고 할 경우 다음 식 성립.

$$P_n = P_0(1+\frac{r}{k})^{kn}$$

이자지급횟수를 무한히 증가시킬 수 있다고 가정한다면 다음 식 성립.

$$P_n = P_0 \times e^{rn}$$

이는 순간마다 계속적으로 복리계산이 되는 연속복리계산 미래가치 식임.

2) 현재가치(present value)의 계산

*현재가치(PV: present value)는 미래의 화폐가치를 현재시점의 가치로 평가한 것. 미래가치계산의 역으로 계산됨.

$$P_0 = \frac{P_n}{(1+r)^n}$$

r :할인율(이자율), $\frac{1}{(1+r)^n}$:현가이자요소(PVIF) 또는 현가계수

$$PVIF = \frac{1}{CVIF}$$

(문제) 이자지급없이 30년 후 5천만원을 받는 채권가치는? 이자율은 4%임.

2. 규칙적 현금흐름의 시간적 가치

규칙적 현금흐름: 일정한 기간마다 동일한 금액의 현금흐름이 발생하는 경우. 대표적인 것은 연금(annuity)

1) 규칙적 현금흐름(연금)의 미래가치

*매 기간 발생하는 동일한 금액의 현금흐름들을 최종적으로 발생하는 미래시점의 가치로 환산한 가치들의 합계.

*예) 3년간 백만원씩 발생하는 현금흐름의 미래가치는 이자율이 5%라면,

$1,000,000+1,000,000(1.05)+1,000,000(1.05)^2=3,152.500$ 로 계산.

*규칙적인 현금흐름의 미래가치 계산

$\Rightarrow$ 매 기 일정금액 A 가 n기간 발생되면 미래가치 총합계 S_n는, 이자율을 r이라면, 초항 A, 공비 $(1+r)$ 인 등비급수의 합계.

$$S_n = A + A(1+r) + A(1+r)^2 + \cdots + A(1+r)^{n-1}$$
$$= A[\frac{(1+r)^n - 1}{r}]$$

$[(1+r)^n - 1]/r$ 는 매 기 1원의 현금흐름이 발생할 경우 n기간 후의 미래가치의 합계. 연금의 복리이자요소 (CVIFA) 또는 연금의 복리계수라 함.

(문제) 5년 후 2000만원을 얻기 위해서 매달 저축 해야 되는 금액은? 이자율은 연 5%임.

2) 규칙적 현금흐름(연금)의 현재가치

*매 기 발생하는 동일한 금액의 현금흐름들을 현재의 가치로 모두 환산 합한 총 현재가치.

*예) 일 년 후부터 100만원씩 3년간 받게 되는 연금을 지금 일시불로 받고 싶을 경우, 얼마인지 계산한 값. 이자율이 5%일 경우, 다음과 같이 계산.

$$\frac{100}{(1+0.05)}+\frac{100}{(1+0.05)^2}+\frac{100}{(1+0.05)^3}$$
$$=272.3\text{만원}$$

*규칙적 현금흐름의 현재가치 계산

$\Rightarrow$ 초항 $\frac{A}{(1+r)}$, 공비 $\frac{1}{(1+r)}$인 등비급수의 합계. A는 n기간 매기 발생 금액, r은 할인율(이자율), S_0은 현재가치의 총합계.

$$S_0 = \frac{A}{(1+r)} + \frac{A}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{A}{(1+r)^n}$$

$$= A[\frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n}] = A[\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}]$$

$[\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}]$ 은 n기간 동안 매기 1원의 현금흐름이 발생할 경우 현재가치합계. 이를 연금의 현가이자요소(PVIFA) 또는 연금의 현가계수임.

3) 영구연금의 현재가치

*영구연금(perpetuity): 일정한 현금흐름(연금)이 영구적으로 발생되는 경우. ⇒ 영구채권이나, 일정 배당액이 영구히 지급되는 우선주 등이 예.

*현재가치계산:

$$S_0 = A[\lim_{n \to \infty} \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}{r}] \Rightarrow \frac{A}{r}$$

* n년 후부터 발생하는 영구연금의 현재가치

$$S_0 = \frac{A}{r(1+r)^{n-1}}$$

*규칙적 현금흐름의 시간적 가치 문제

1)향후 매달 50만원씩 20년간 받는 연금 대신 일시불로 지급받을 수 있는 금액은?
연 이자율6%임

2) 2억의 일시불로 받는 퇴직금 대신 30년간 매달 연금으로 받을 경우 연금액은?
연 이자율 6%임

3) 은행에서 차입한 2,000만원을 매달 일정액씩 20년 동안 상환할 경우 매달 지급해야 하는 금액은 얼마인가? 연 이자율은 10%임

4) 25세인 왕저축씨는 퇴직 후의 생활을 대비해서 1년 후부터 40년 동안 매년 100만원씩 정년이 되는 65세까지 저축을 하려 한다. 퇴직 후 그는 70세까지 5년 동안 세계일주여행 계획을 세우고 있고, 매년 일정액의 세계여행비용을 사용하게 된다. 귀국 후 그는 20년 동안 매년 3,000만원씩을 생활비로 사용하려 한다. 왕저축씨는 그가 저축하는 금액들의 퇴직시점의 가치를 퇴직 후 지출되는 비용들의 퇴직시점의 가치와 동일하도록 저축계획을 세웠다고 한다.
세계여행 중 매년 사용하게 되는 금액은 얼마인지 구하시오.
현금흐름은 모두 매년 말에 발생한다고 가정하고, 이자율은 12%이다.

3. 불규칙적 현금흐름의 시간적 가치

불규칙적인 현금흐름은 기간마다 발생하는 현금흐름이 일정하지 않은 경우. 현실적으로 볼 때, 대부분은 불규칙한 현금흐름.

1) 불규칙적 현금흐름의 미래가치

.

예) 미래의 현금유입액이 1년 후에는 500만원, 2년 후에는 700만원, 3년 후에는 800만원이라면, 현금유입액들의 3년 후의 미래가치 합계는 ⇒

$$500(1+0.05)^2+700(1+0.05)+800=2{,}086.25$$

2) 불규칙적 현금흐름의 현재가치

예) 어떤 투자안의 실행 시, 미래에 예상되는 현금유입액이 1년 후에는 1,000만원, 2년 후에는 3,000만원, 3년 후에는 7,000만원이고 할인율이 8%일 경우 그 투자안의 현재가치는 다음과 같이 계산됨.

$$\frac{1,000}{(1+0.08)}+\frac{3,000}{(1+0.08)^2}+\frac{7,000}{(1+0.08)^3}=9,054.77$$

4. 특수한 경우의 시간적 가치

1) 일정률로 증가하는 현금흐름

∗매 기 발생하는 현금흐름이 일정한 증가율로 증가할 경우, 증가율을 g, 첫 기의 현금흐름을 A라면 미래가치(FV)는 다음 식으로 계산 $\Rightarrow$

$$FV = A \times [\frac{(1+r)^n - (1+g)^n}{r-g}]$$

예제) 1년 후부터 매년 예금액을 10%씩 증가시켜서 10년간 예금한다. 첫 해의 예금액은 200만원이라면 연 이자율이 6%일 경우 미래가치는?

$$FV = 200 \times [\frac{(1+0.06)^{10} - (1+0.10)^{10}}{0.06-0.10}] = 4{,}014.47$$

*일정율로 증가하는 현금흐름의 현재가치(PV)는 다음의 식으로 계산 ⇒

$$PV = A \times [\frac{1-(\frac{1+g}{1+r})^n}{r-g}]$$

(예제) 투자로 인한 현금유입액이 6년 동안 매년 5%씩 증가하면서 발생한다. 1년 후 발생하는 첫 해 현금유입액이 500만원일 경우 투자의 현재가치는? 할인율은 6%임.

$$PV = 500 \times [\frac{1-(\frac{1+0.05}{1+0.06})^6}{0.06-0.05}] = 2,764.27$$

2) 영구적 현금흐름이 일정률 성장

일정률로 증가하는 현금흐름이 영구적으로 발생한다면 다음 식이 성립. (단, 할인율> 성장률)

$$PV = \frac{A}{r-g} (\text{단, } r > g)$$

.