

UNIVERSITÉ DE POITIERS  
INSTITUT PRIME

---

# Optimisation d'un réfrigérateur thermoacoustique compact

---

Auteur : Martin Fontbonne  
Encadrants : Hélène Bailliet, *Université de Poitiers*  
Jean-Christophe Valière, *Université de Poitiers*  
Gaëlle Poignand, *Le Mans Université*

Janvier 2025



# **Remerciements**



# Table des matières

Remerciements	iii
Remerciements	vii
Table des figures	xi
Liste des tableaux	xiii
<b>I Introduction</b>	<b>1</b>
I.1 Revue bibliographique . . . . .	2
I.2 Bases de thermoacoustique . . . . .	2
I.2.1 Concepts généraux . . . . .	2
I.2.2 Équations fondamentales de l'acoustique en fluides dissipatifs . . . . .	5
I.3 État de l'art . . . . .	5
I.3.1 De la recherche fondamentale... . . . . .	5
I.3.2 ... à des applications industrielles . . . . .	5
I.4 Outils électroacoustiques pour la thermoacoustique . . . . .	6
I.4.1 Transduction électrodynamique . . . . .	6
I.4.2 Modèles aux constantes localisées et circuits électriques équivalents . . . . .	6
I.4.2.1 En général . . . . .	6
I.4.2.2 Circuit électrique équivalent à un noyau thermoacoustique . . . . .	6
I.4.3 Circuit équivalent à une machine complète . . . . .	7
I.4.4 Matrices de transfert . . . . .	7
I.4.4.1 En général . . . . .	7
I.4.4.2 Matrice de transfert d'un noyau thermoacoustique . . . . .	8
I.5 Limites des modèles . . . . .	8
<b>II Protocole expérimental général</b>	<b>9</b>
II.1 Présentation du dispositif expérimental actuel . . . . .	10
II.1.1 Géométrie du réfrigérateur TACOT . . . . .	10
II.1.1.1 Cavité thermoacoustique . . . . .	10
II.1.1.2 Noyau thermoacoustique . . . . .	11
II.1.2 Chaîne d'acquisition . . . . .	11
II.2 Protocole expérimental . . . . .	12
II.2.1 Définition des orientations . . . . .	13
II.2.2 Acquisitions . . . . .	14
II.2.2.1 Procédures d'acquisition . . . . .	14
II.2.2.1.a Mesures sans acoustique . . . . .	15
II.2.2.1.b Mesures avec acoustique . . . . .	15
II.2.2.2 Paramètres d'acquisition . . . . .	15
II.3 Ensemble des simulations réalisées . . . . .	16

II.3.1	Estimation théorique du flux de chaleur de convection naturelle . . . . .	16
II.3.1.1	Étude simplifiée . . . . .	16
II.3.1.1.a	Sans acoustique . . . . .	16
II.3.1.1.b	Avec acoustique . . . . .	18
II.3.1.2	Éléments finis . . . . .	18
II.3.2	Modèle du régime transitoire sans convection naturelle . . . . .	18
<b>III Étude expérimentale</b>		<b>23</b>
III.1	Convection naturelle . . . . .	24
III.1.1	Cavité conique entre la source acoustique principale et le noyau thermoacoustique . . . . .	24
III.1.1.1	Expériences avec le réfrigérateur horizontal . . . . .	25
III.1.1.1.a	Sans acoustique . . . . .	25
III.1.1.1.b	Avec acoustique . . . . .	25
III.1.1.2	Expériences avec le réfrigérateur vertical . . . . .	27
III.1.1.2.a	Sans acoustique . . . . .	27
III.1.1.2.b	Avec acoustique . . . . .	28
III.1.2	À l'intérieur du régénérateur . . . . .	31
III.1.2.1	Réfrigérateur horizontal . . . . .	31
III.1.2.1.a	Faible amplitude acoustique . . . . .	31
III.1.2.1.b	Moyenne amplitude acoustique . . . . .	32
III.1.2.1.c	Haute amplitude acoustique . . . . .	33
III.1.2.2	Réfrigérateur vertical . . . . .	34
III.1.2.2.a	Faible amplitude acoustique . . . . .	34
III.1.2.2.b	Moyenne amplitude acoustique . . . . .	34
III.1.2.2.c	Haute amplitude acoustique . . . . .	34
III.1.3	Cavité entre la source acoustique secondaire et le noyau thermoacoustique . . . . .	35
III.2	Conduction par les parois du régénérateur . . . . .	35
<b>IV Études théoriques et simulations</b>		<b>41</b>
IV.1	Détermination des coefficients empiriques du modèle transitoire . . . . .	42
<b>V Conclusion</b>		<b>43</b>
V.1	Section . . . . .	44
<b>VI Perspectives</b>		<b>45</b>
VI.1	Électroacoustique . . . . .	46
VI.1.1	Contrôle actif . . . . .	46
VI.1.2	Remplacement des sources . . . . .	46
VI.2	Expérimentations supplémentaires . . . . .	46
<b>A Index des notations</b>		<b>a</b>
<b>B Caractérisation de l'échangeur ambiant</b>		<b>c</b>
B.1	Détermination de la chaleur pompée . . . . .	d
B.2	Incertitudes de mesures . . . . .	e
B.2.1	Température . . . . .	e
B.2.2	Débit d'eau . . . . .	e
<b>C Récapitulatif des conditions expérimentales</b>		<b>g</b>
C.1	Étude sur la convection naturelle . . . . .	g

<b>D Fabrication d'un noyau thermoacoustique</b>	i
D.1 Quantité de tissus . . . . .	j
D.2 Instrumentation . . . . .	j
<b>Bibliographie</b>	I



# Table des figures

I.1	Schémas de principe d'un moteur et d'une pompe à chaleur thermoacoustique . . . . .	3
I.2	Cycle de Brayton des machines à ondes stationnaires . . . . .	3
I.3	Cycle de Stirling des machines à ondes progressives . . . . .	4
I.4	Vue en coupe d'un haut parleur électrodynamique . . . . .	6
I.5	Circuit électrique équivalent à un haut-parleur suivant un modèle aux constantes localisées (convention mécanique impédance) . . . . .	7
I.6	Circuit équivalent à un noyau thermoacoustique. Extrait de [8] . . . . .	7
I.7	Représentations des ondes allers et retours dans une portion de tube. . . . .	8
II.1	Schéma général du réfrigérateur TACOT et mise en évidence des zones d'intérêt pour cette thèse . . . . .	10
II.2	Évolution des épaisseurs de couches limites thermique et visqueuse en fonction de la fréquence, définies équations (I.1). . . . .	11
II.3	Emplacement des thermocouples dans le noyau thermoacoustique . . . . .	13
II.4	Photographies (a) du réfrigérateur accroché et (b) des palans formant le système de suspension. . . . .	13
II.5	Différentes orientations du cœur thermoacoustique avec les positions des thermocouples et leurs numéro. Pour chaque cas, la gravité est orientée vers le bas. Les orientations correspondent aux angles (a) $\psi_v = 0^\circ$ et $\psi_h = 0^\circ$ pour l'orientation 'H1', (b) $\psi_v = 0^\circ$ et $\psi_h = 90^\circ$ pour l'orientation 'H2', (c) $\psi_v = -90^\circ$ pour l'orientation 'V1', et (d) $\psi_v = 90^\circ$ pour l'orientation 'V2'. CHX et AHX OK ou éch. froid et éch. chaud ? + $\psi_i$ dans la caption ou la figure ? . . . . .	14
II.6	Cellule de convection naturelle dans une cavité rectangulaire 2D (a) pour un gradient de température normal à la direction de la gravité, et (b) pour un gradient de température colinéaire à la direction de la gravité. Cela dit, la distance caractéristique est choisie dans les deux cas suivant la même direction que la gravité. . . . .	17
II.7	Géométrie de la cavité d'adaptation d'impédance entre la source acoustique principale et le noyau thermoacoustique . . . . .	19
II.8	Représentation schématique des flux thermiques considérés dans le modèle transitoire du régénérateur. . . . .	20
III.1	Évolution temporelle des températures dans la cavité d'adaptation d'impédance pour les expériences dans les orientation 'H1' et 'H2' à <i>drive ratio</i> nul. . . . .	25
III.2	Évolution temporelle des températures dans la cavité d'adaptation d'impédance pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à faible <i>drive ratio</i> $DR = 0,7\%$ . . . . .	26
III.3	Évolution temporelle des températures dans la cavité d'adaptation d'impédance pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à <i>drive ratio</i> intermédiaire $DR = 1,7\%$ . . . . .	27
III.4	Évolution temporelle des températures dans la cavité d'adaptation d'impédance pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à haut <i>drive ratio</i> $DR = 3,6\%$ . . . . .	28

III.5	Évolution temporelle des températures dans la cavité d'adaptation d'impédance pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à <i>drive ratio</i> nul. . . . .	28
III.6	Évolution temporelle des températures dans la cavité d'adaptation d'impédance pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à faible <i>drive ratio</i> $DR = 0,7\%$ . . . . .	29
III.7	Évolution temporelle des températures dans la cavité d'adaptation d'impédance pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à <i>drive ratio</i> intermédiaire $DR = 1,7\%$ . . . . .	30
III.8	Évolution temporelle des températures dans la cavité d'adaptation d'impédance pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à haut <i>drive ratio</i> $DR = 3,6\%$ . . . . .	30
III.9	Évolution temporelle des températures au côté froid du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à faible <i>drive ratio</i> $DR = 0,7\%$ . . . . .	31
III.10	Évolution temporelle des températures au milieu du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à faible <i>drive ratio</i> $DR = 0,7\%$ . . . . .	32
III.11	Évolution temporelle des températures au côté ambiant du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à faible <i>drive ratio</i> $DR = 0,7\%$ . . . . .	32
III.12	Évolution temporelle des températures au côté froid du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à <i>drive ratio</i> intermédiaire $DR = 1,7\%$ . . . . .	33
III.13	Évolution temporelle des températures au milieu du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à <i>drive ratio</i> intermédiaire $DR = 1,7\%$ . . . . .	34
III.14	Évolution temporelle des températures au côté ambiant du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à <i>drive ratio</i> intermédiaire $DR = 1,7\%$ . . . . .	34
III.15	Évolution temporelle des températures au côté froid du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à haut <i>drive ratio</i> $DR = 3,6\%$ . . . . .	35
III.16	Évolution temporelle des températures au milieu du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à haut <i>drive ratio</i> $DR = 3,6\%$ . . . . .	35
III.17	Évolution temporelle des températures au côté ambiant du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à haut <i>drive ratio</i> $DR = 3,6\%$ . . . . .	36
III.18	Évolution temporelle des températures au côté froid du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à faible <i>drive ratio</i> $DR = 0,7\%$ . . . . .	36
III.19	Évolution temporelle des températures au milieu du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à faible <i>drive ratio</i> $DR = 0,7\%$ . . . . .	37
III.20	Évolution temporelle des températures au côté ambiant du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à faible <i>drive ratio</i> $DR = 0,7\%$ . . . . .	37
III.21	Évolution temporelle des températures au côté froid du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à <i>drive ratio</i> intermédiaire $DR = 1,7\%$ . . . . .	38
III.22	Évolution temporelle des températures au milieu du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à <i>drive ratio</i> intermédiaire $DR = 1,7\%$ . . . . .	38
III.23	Évolution temporelle des températures au côté ambiant du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à <i>drive ratio</i> intermédiaire $DR = 1,7\%$ . . . . .	39
III.24	Évolution temporelle des températures au côté froid du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à haut <i>drive ratio</i> $DR = 3,6\%$ . . . . .	39
III.25	Évolution temporelle des températures au milieu du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à haut <i>drive ratio</i> $DR = 3,6\%$ . . . . .	40
III.26	Évolution temporelle des températures au côté ambiant du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à haut <i>drive ratio</i> $DR = 3,6\%$ . . . . .	40
VI.1	Dispositif de traitement du signal numérique en temps réel. (a) SigmaDSP ADAU1701 et (b) Teensy 4.1 . . . . .	46
B.1	Schéma de l'échangeur ambiant, issu de [18] . . . . .	c
B.2	Calibration de l'échangeur de chaleur ambiant. . . . .	d

B.3 Incertitudes de mesure du débit d'eau dans l'échangeur ambiant . . . . .	e
--	---



# Liste des tableaux

II.1	Paramètres hydrauliques du régénérateur à la fréquence de fonctionnement $f = 47 \text{ Hz}$	12
C.1	Tableau récapitulatif des conditions expérimentales.	g



# Chapitre I

## Introduction

---

### Table des matières

I.1	Revue bibliographique . . . . .	2
I.2	Bases de thermoacoustique . . . . .	2
	I.2.1    Concepts généraux . . . . .	2
	I.2.2    Équations fondamentales de l'acoustique en fluides dissipatifs . . . . .	5
I.3	État de l'art . . . . .	5
	I.3.1    De la recherche fondamentale... . . . . .	5
	I.3.2    ... à des applications industrielles . . . . .	5
I.4	Outils électroacoustiques pour la thermoacoustique . . . . .	6
	I.4.1    Transduction électrodynamique . . . . .	6
	I.4.2    Modèles aux constantes localisées et circuits électriques équivalents . . . . .	6
	I.4.2.1    En général . . . . .	6
	I.4.2.2    Circuit électrique équivalent à un noyau thermoacoustique . . . . .	6
	I.4.3    Circuit équivalent à une machine complète . . . . .	7
	I.4.4    Matrices de transfert . . . . .	7
	I.4.4.1    En général . . . . .	7
	I.4.4.2    Matrice de transfert d'un noyau thermoacoustique . . . . .	8
I.5	Limites des modèles . . . . .	8

---

## I.1 Revue bibliographique

- Théorie linéaire de Rott : [1-7]
- $f_v$  et  $f_K$  : [8, 9]
- Tortuosité et matériaux poreux : [10]
- Phase optimale : [11]
- Thermocouples dans noyau TA : [12, 13]
- Bilan de chaleur dans cœur TA : [13]
- Mélange de gaz : [14]
- Géométrie coaxiale : [15-18]
- Géométrie compacte : [11]
- Convection naturelle : [19-23]
- Streaming : [24-26]
- Analogies électroac en TA : [15, 27, 28]
- Electroac générale : [29, 30]
- Pertes latérales : [13, 31]
- Non uniformité de température sur la section : [13]

## I.2 Bases de thermoacoustique

### I.2.1 Concepts généraux

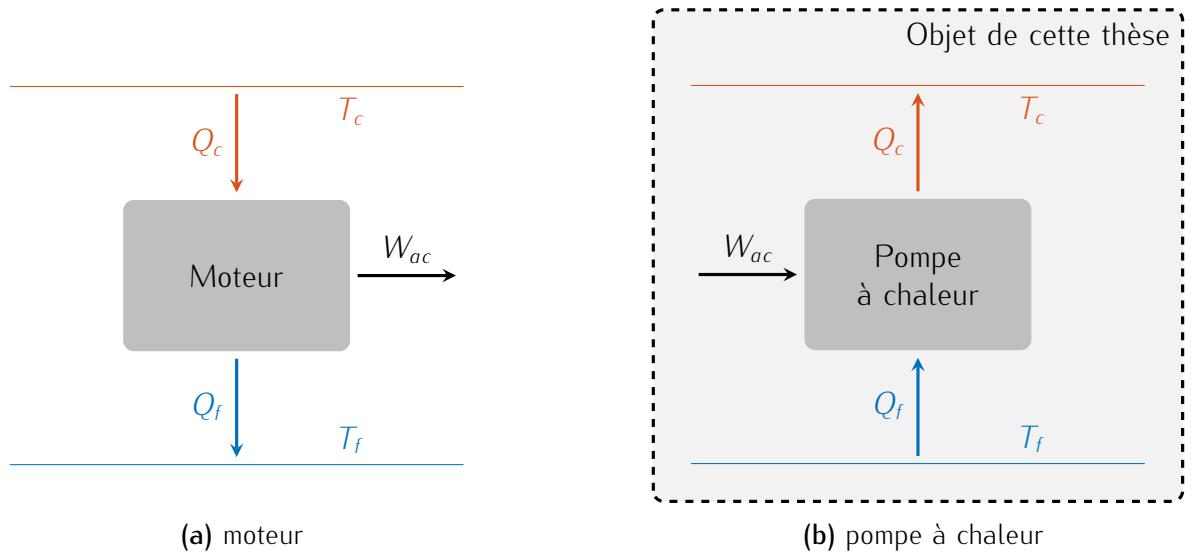
Les machines thermoacoustique utilisent les interactions visqueuses et thermiques entre un gaz et un matériau solide poreux ou d'un empilement de plaques (*stack* en anglais) placé dedans lors d'un cycle de compression-détente de ce gaz. En particulier, les pression, volume et température, qui sont liées par les lois thermodynamiques, sont des grandeurs d'intérêt en thermoacoustique dont la théorie linéaire est en grande partie écrite par Rott et Swift au cours des années 1980 [1-7].

Deux schémas de principe des machines thermoacoustiques sont présentés figure I.1. Le mode moteur (figure I.1(a)) transforme l'énergie thermique en énergie acoustique, tandis que le mode pompe à chaleur et réfrigérateur (figure I.1(b)) génère un flux de chaleur sous l'action d'une énergie acoustique.

Dans un moteur thermoacoustique, le chauffage d'un côté du matériau poreux apporte de l'énergie à une parcelle de gaz située à proximité de ce côté du stack. Son volume augmente alors et pousse les autres parcelles de gaz attenantes à l'intérieur du stack, en direction de l'autre extrémité plus froide. Elle cèdent de l'énergie au solide, leur volume diminue et elle retrouvent leur position initiale, où le cycle recommence. Finalement, c'est un travail acoustique qui est généré.

La pompe à chaleur fonctionne en suivant le cycle thermodynamique inverse : l'onde acoustique fournit un travail au fluide et le compresse, ce qui fait augmenter sa température. À l'extrémité du matériau poreux dont la température initiale est inférieure à celle du fluide, une certaine quantité de chaleur est extraite du fluide. La parcelle de fluide se déplace alors dans le matériau poreux, se détend et refroidit, puis extrait à son tour une quantité de chaleur au solide. Au final, un flux de chaleur de la source à refroidir vers l'ambiant est provoqué de proche en proche.

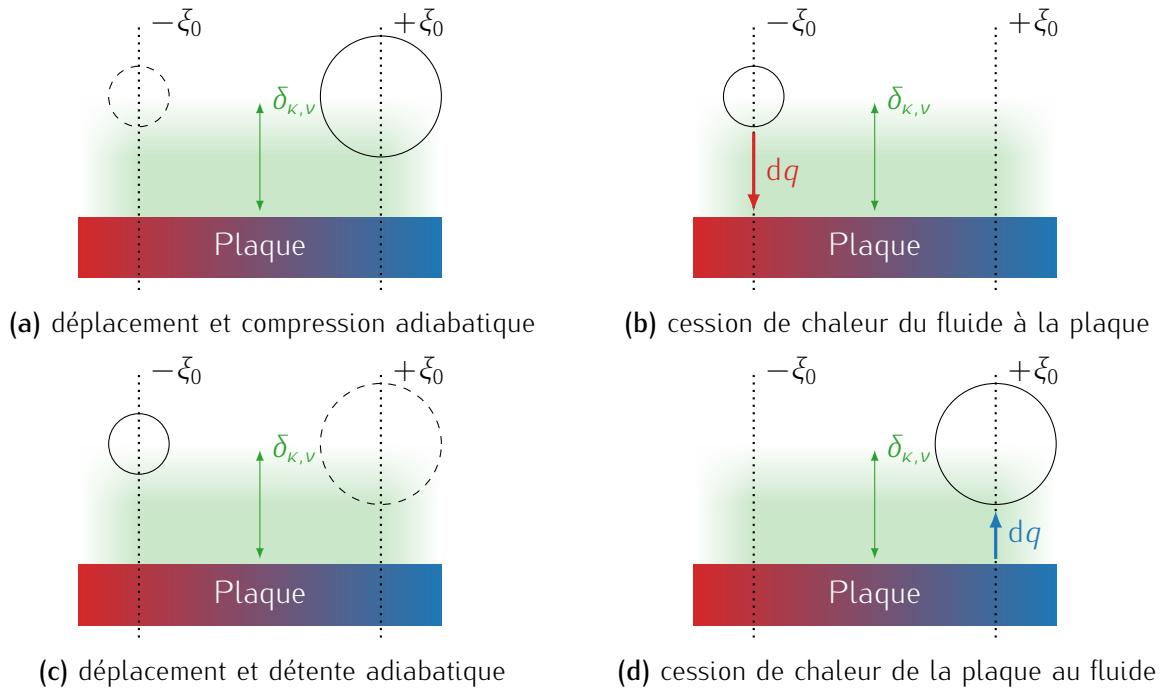
Après avoir succinctement défini le mode de fonctionnement d'une machine, il est nécessaire de présenter de type de propagation d'onde prenant place au sein de son noyau. Il existe deux comportements asymptotiques qui dépendent de la forme du résonateur de la machine : les ondes



**FIGURE I.1** – Schémas de principe d'un moteur et d'une pompe à chaleur thermoacoustique. D'après [8].

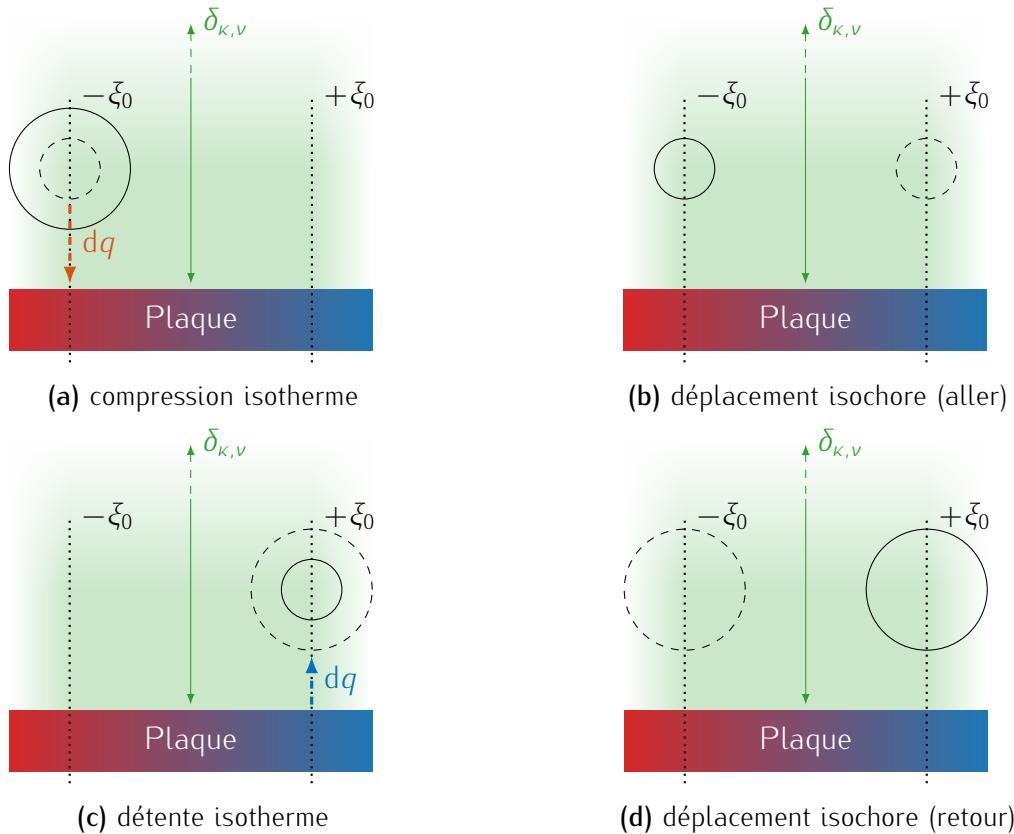
stationnaires d'une part et les ondes progressives d'autre part. Ces deux cas sont radicalement différents, car le déphasage entre la pression acoustique  $p$  et la vitesse acoustique  $v$  est de  $90^\circ$  dans le premier cas, et  $0^\circ$  dans le second.

Les cycles thermodynamiques évoqués plus tôt sont différents en fonction de chaque cas : un volume élémentaire de gaz dans un stack de machine à ondes stationnaires est soumis à un cycle de Brayton, tandis que dans un régénérateur de machine à ondes progressives le volume suit un cycle de Stirling. Ces cycles sont présentés respectivement dans les figures I.2 et I.3.



**FIGURE I.2** – Cycle thermodynamique de Brayton en fonctionnement réfrigérateur/pompe à chaleur à ondes stationnaires. Les traits pleins dénotent l'état initial de l'étape, les traits pointillés, l'état final.

Aux abords d'une paroi se trouvent les couches limites thermiques et visqueuses, dans lesquelles les échanges d'énergie ont lieu. Elles sont respectivement définies par



**FIGURE I.3** – Cycle thermodynamique de Stirling en fonctionnement réfrigérateur/pompe à chaleur à ondes progressives. Les traits pleins dénotent l'état initial de l'étape, les traits pointillés, l'état final.

$$\delta_k = \sqrt{\frac{2k}{\rho C_p \omega}} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\omega}}, \text{ et} \quad (\text{I.1a})$$

$$\delta_v = \sqrt{\frac{2\mu}{\rho \omega}} = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}, \quad (\text{I.1b})$$

avec  $k$  (ou  $\kappa$ ) la conductivité (ou diffusivité) thermique du fluide,  $C_p$  sa capacité calorifique à pression constante,  $\mu$  (ou  $\nu$ ) sa viscosité dynamique (ou cinématique),  $\rho$  sa masse volumique et  $\omega = 2\pi f$  la pulsation à laquelle le fluide oscille.

En outre, ces deux épaisseurs de couche limites sont également liées par le nombre de Prandtl  $\text{Pr}$ , défini par

$$\text{Pr} = \left( \frac{\delta_v}{\delta_k} \right)^2, \text{ ou} \quad (\text{I.2a})$$

$$= \frac{\mu C_p}{k} = \frac{\nu}{\kappa}, \quad (\text{I.2b})$$

et qui décrit le rapport de force entre les effets visqueux et thermiques. Dans le cas des machines thermoacoustiques, le nombre de Prandtl doit être le plus faible possible, afin de favoriser les échanges de chaleurs sans perdre d'énergie à cause de la viscosité du fluide. Pour ce faire, il est possible de mélanger des gaz pour abaisser sa valeur [14] puisque dans le cas des gaz monoatomiques, le nombre de Prandtl ne dépend pas de la température et  $\text{Pr} = \frac{2}{3}$ .

Ces effets visco-thermiques ajoutent des termes dans les équations de l'acoustique, et sont présentés dans les parties qui suivent.

### I.2.2 Équations fondamentales de l'acoustique en fluides dissipatifs

Un volume de fluide obéit aux lois de conservations de masse, d'énergies et d'état, qui s'écrivent respectivement suivant le système d'équations

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (\text{I.3a})$$

$$\rho \partial_t \mathbf{v} = -\nabla p + \mu \left( \nabla^2 \mathbf{v} + \left( \frac{1}{3} + \frac{\mu_v}{\mu} \right) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right), \quad (\text{I.3b})$$

$$\rho T \partial_t S = \nabla \cdot (k \nabla T) + \bar{\sigma} \cdot \nabla \mathbf{v}. \quad (\text{I.3c})$$

Les variables d'intérêt dans l'étude d'un problème thermoacoustique sont respectivement la pression, le débit, la vitesse, la masse volumique, la température et l'entropie, et sont écrites selon le formalisme de Rott avec

$$p(x, t) = p_0 + \Re e [p_1(x)e^{i\omega t}], \quad (\text{I.4a}) \quad \rho(x, r, t) = \rho_0(x) + \Re e [\rho_1(x, r)e^{i\omega t}], \quad (\text{I.4d})$$

$$u(x, t) = \Re e [u_1(x)e^{i\omega t}], \quad (\text{I.4b}) \quad T(x, r, t) = T_0(x) + \Re e [T_1(x, r)e^{i\omega t}], \quad (\text{I.4e})$$

$$v(x, t) = \Re e [v_1(x)e^{i\omega t}], \quad (\text{I.4c}) \quad S(x, r, t) = s_0(x) + \Re e [s_1(x, r)e^{i\omega t}]. \quad (\text{I.4f})$$

Ici, les indices indiquent l'ordre de grandeur, avec en particulier l'indice 0 qui dénote une valeur constante à l'ordre 0, et l'indice 1 qui signifie l'oscillation à l'ordre 1 de la quantité. Il est supposé que le système opère dans un régime linéaire, ce qui se traduit par

$$\bullet_1 \ll \bullet_0, \quad (\text{I.5})$$

où  $\bullet$  représente indifféremment la pression, la masse volumique, etc.

Le flux de chaleur thermoacoustique est donné par Swift [8] par

$$Q_{TA} = \underbrace{\frac{1}{2} \Re e \left[ p u^* \left( 1 - \frac{f_\kappa - f_v^*}{(1 - \Pr)(1 - f_v^*)} \right) \right]}_{q_{TA}} + \underbrace{\frac{\rho_0 C_p}{\Phi S \omega} \frac{1}{2} \Im m \left[ \frac{f_\kappa + \Pr f_v^*}{(1 - \Pr)(1 - f_v^*)^2} |u|^2 \right]}_{k_{TA}} d_x T \quad (\text{I.6})$$

## I.3 État de l'art

### I.3.1 De la recherche fondamentale...

L'effet thermoacoustique est un phénomène observé depuis les environs du 1<sup>er</sup> siècle avant notre ère

Depuis les années 1970-1980 durant lesquelles les premières machines modernes ont été mises au point, beaucoup de chemin a été parcouru. Le premier moteur à ondes progressives a été construit par Ceperley en 1979 [32], et la première pompe à chaleur par Hofler lors de son doctorat en 1983

### I.3.2 ... à des applications industrielles

Les machines thermoacoustiques sont intéressantes pour l'industrie

## I.4 Outils électroacoustiques pour la thermoacoustique

### I.4.1 Transduction électrodynamique

Un transducteur est un système qui convertit une forme d'énergie en une autre. En électroacoustique, les haut-parleurs transforment l'énergie électrique en énergie acoustique, ou inversement pour les microphones. Pour réaliser cette transduction, plusieurs technologies existent : électrodynamique, electrostatique...

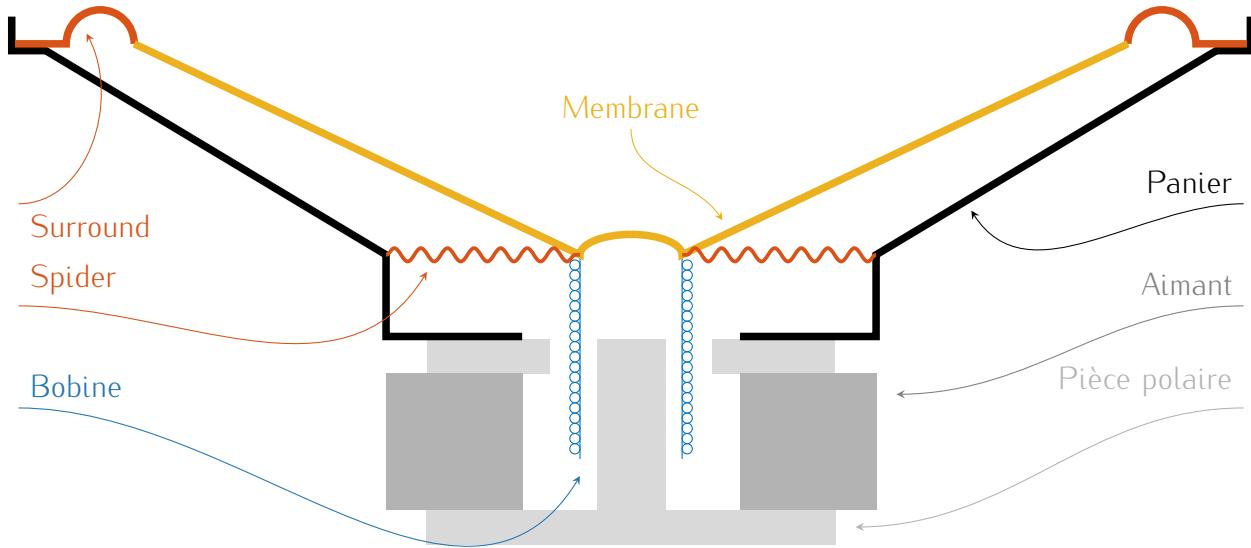


FIGURE I.4 – Vue en coupe d'un haut parleur électrodynamique

### I.4.2 Modèles aux constantes localisées et circuits électriques équivalents

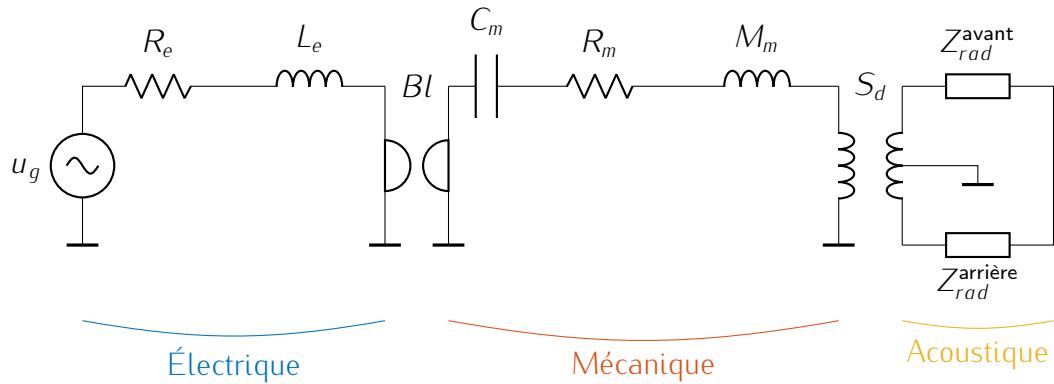
#### I.4.2.1 En général

Dans l'hypothèse des très basses fréquences, soit lorsque  $ka \ll 1$ , il est possible de réaliser certaines approximations. L'impédance d'un tube ne comprend que sa composante inertielle, ce qui le rend analogue à une masse mécanique et à une inductance électrique. À l'inverse, une cavité voit son impédance ramenée à un ressort mécanique et un condensateur électrique. Ainsi, les systèmes électro-mécano-acoustiques comme les haut-parleurs ou les guides d'ondes peuvent être modélisés au moyen d'un circuit électrique équivalent. Le circuit équivalent au haut-parleur électrodynamique est présenté figure I.5.

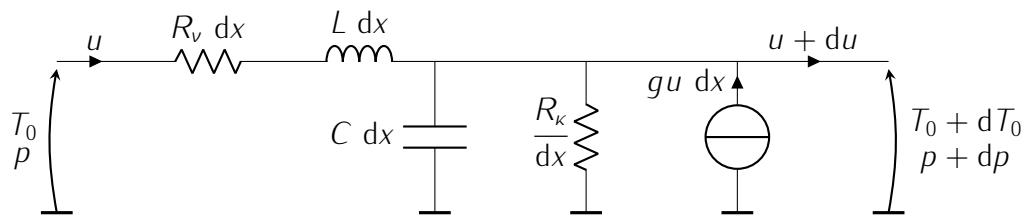
#### I.4.2.2 Circuit électrique équivalent à un noyau thermoacoustique

Comme les autres systèmes électro-mécano-acoustique présentés auparavant, le noyau thermoacoustique peut être représenté sur la figure I.6 par un circuit électrique équivalent, sous réserve qu'il soit acoustiquement compact. Comme pour un tube creux, les termes des équations de conservation d'énergie et de masse se traduisent par des masses et compliances acoustiques équivalents, et sont respectivement modélisés par une inductance  $L$  et une capacité  $C$ . Les effets visco-thermiques ajoutés au circuit sous la forme d'une résistance visqueuse  $R_v$  et d'une conductance thermique  $\frac{1}{R_k}$ .

Il reste à introduire la quantité complexe  $g$ , défini par



**FIGURE I.5** – Circuit électrique équivalent à un haut-parleur suivant un modèle aux constantes localisées (convention mécanique impédance)



**FIGURE I.6** – Circuit équivalent à un noyau thermoacoustique. Extrait de [8]

$$g = \frac{f_\kappa - f_v}{(1 - f_v)(1 - \Pr)} \frac{1}{T_m} \frac{dT_m}{dx}, \quad (I.7)$$

et qui représente le gain ou l'atténuation du débit acoustique [8]. Sa dépendance au gradient de température est surtout le rend important pour les moteurs thermoacoustiques principalement, mais il est impossible de le négliger dans les réfrigérateurs même si la différence de température entre les extrémités est moindre.

### I.4.3 Circuit équivalent à une machine complète

#### I.4.4 Matrices de transfert

##### I.4.4.1 En général

Pour un tube de section  $S$  et de longueur  $L$  et dans le cas d'une propagation acoustique unidimensionnelle telle que représenté sur la figure I.7, la relation entre pressions acoustiques et débits à chaque extrémité du tube s'obtient avec une matrice de transfert d'un quadripôle équivalent définie par

$$\begin{pmatrix} p_s \\ u_s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} T_{pp} & T_{pu} \\ T_{up} & T_{uu} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_e \\ u_e \end{pmatrix}, \quad (I.8)$$

où  $T_{pp} = T_{uu} = \cos(k_x L)$ ,  $T_{pu} = -iZ_c \sin(k_x L)$  et  $T_{up} = -\frac{i}{Z_c} \sin(k_x L)$  en adoptant la convention temporelle  $e^{+i\omega t}$  et une orientation anti-symétrique du quadripôle. Ici,  $k_x = \frac{2\pi}{\lambda_x}$  est le nombre d'onde sans pertes suivant la direction  $\mathbf{e}_x$ , et  $Z_c = \frac{\rho_0 c_0}{S}$  l'impédance caractéristique du milieu de propagation.

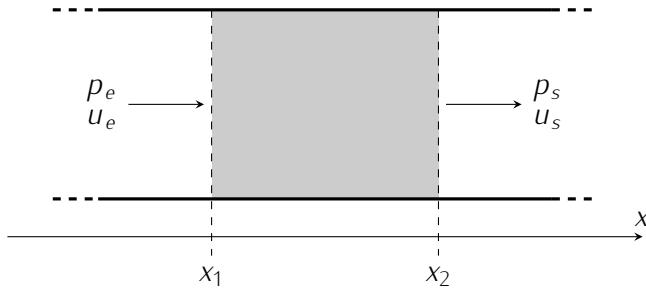


FIGURE I.7 – Représentations des ondes allers et retours dans une portion de tube.

#### I.4.4.2 Matrice de transfert d'un noyau thermoacoustique

Comme déjà expliqué plus haut, le processus thermoacoustique se produit dans un matériau poreux placé dans le guide d'ondes des machines thermoacoustiques. La définition des termes constituant la matrice de transfert change alors légèrement pour prendre en compte sa porosité  $\phi$  selon l'équation

$$\begin{pmatrix} p_s \\ u_s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(k_x L) & -i \frac{\rho_0 c_0}{\phi S} \sin(k_x L) \\ -i \frac{\phi S}{\rho_0 c_0} \sin(k_x L) & \cos(k_x L) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_e \\ u_e \end{pmatrix}. \quad (\text{I.9})$$

La représentation du circuit sur la figure I.6 se traduit au moyen de matrice de transfert à l'ordre 1 par

$$\begin{pmatrix} p + dp \\ u + du \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -(i\omega L + R_v) dx \\ -(\frac{1}{R_k} + i\omega C) dx & g dx \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p \\ u \end{pmatrix}, \quad (\text{I.10})$$

ou bien même en simplifiant encore plus les choses par

$$\begin{pmatrix} p + dp \\ u + du \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -R_v \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p \\ u \end{pmatrix}. \quad (\text{I.11})$$

Enfin, si le matériau poreux est long, il est possible de le représenter par une succession de  $N$  portions élémentaires du poreux et donc un produit de matrices de transfert

$$\begin{pmatrix} p_s \\ u_s \end{pmatrix} = \prod_{n=0}^{N-1} \begin{bmatrix} T_{pp}^{(n)} & T_{pu}^{(n)} \\ T_{up}^{(n)} & T_{uu}^{(n)} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p_e \\ u_e \end{pmatrix}. \quad (\text{I.12})$$

## I.5 Limites des modèles

Bien que la théorie linéaire de Rott, au travers notamment de logiciels de simulations dédiés tels que DELTAEC, soit suffisante pour prédire le comportement des machines thermoacoustiques de même que leurs performances, de nombreux effets sont négligés. Le vent acoustique [24–26], les écoulements turbulents et la formations de tourbillons, la génération d'harmoniques supérieures et la convection naturelle sont autant d'effets non linéaires qui ne respectent pas les hypothèses retenues pour les modèles. Ce dernier effet est assez peu étudié, bien qu'il a déjà été observé que le déclenchement de moteurs thermoacoustique y est très sensible et que les températures le long des dimensions transverses du noyau peuvent être inhomogènes [19, 20, 26]. Dans le cas des pompes à chaleur et réfrigérateurs pour lesquelles les gradients de températures sont plus faible que pour les moteurs, la littérature sur la convection naturelle est encore plus rare, ce qui motive ce projet de recherche [23, 33].

# Chapitre II

## Protocole expérimental général

---

### Table des matières

II.1	Présentation du dispositif expérimental actuel . . . . .	10
II.1.1	Géométrie du réfrigérateur TACOT . . . . .	10
II.1.1.1	Cavité thermoacoustique . . . . .	10
II.1.1.2	Noyau thermoacoustique . . . . .	11
II.1.2	Chaîne d'acquisition . . . . .	11
II.2	Protocole expérimental . . . . .	12
II.2.1	Définition des orientations . . . . .	13
II.2.2	Acquisitions . . . . .	14
II.2.2.1	Procédures d'acquisition . . . . .	14
II.2.2.1.a	Mesures sans acoustique . . . . .	15
II.2.2.1.b	Mesures avec acoustique . . . . .	15
II.2.2.2	Paramètres d'acquisition . . . . .	15
II.3	Ensemble des simulations réalisées . . . . .	16
II.3.1	Estimation théorique du flux de chaleur de convection naturelle . . . . .	16
II.3.1.1	Étude simplifiée . . . . .	16
II.3.1.1.a	Sans acoustique . . . . .	16
II.3.1.1.b	Avec acoustique . . . . .	18
II.3.1.2	Éléments finis . . . . .	18
II.3.2	Modèle du régime transitoire sans convection naturelle . . . . .	18

---

Après avoir brièvement rappelé les bases de fonctionnement des machines thermoacoustiques, il est temps de décrire le réfrigérateur support de cette thèse. Le choix de la géométrie, les paramètres hydrauliques du régénérateur utilisé, et enfin la chaîne d'excitation et d'acquisition sont présentés dans la section II.1 (Présentation du dispositif expérimental actuel).

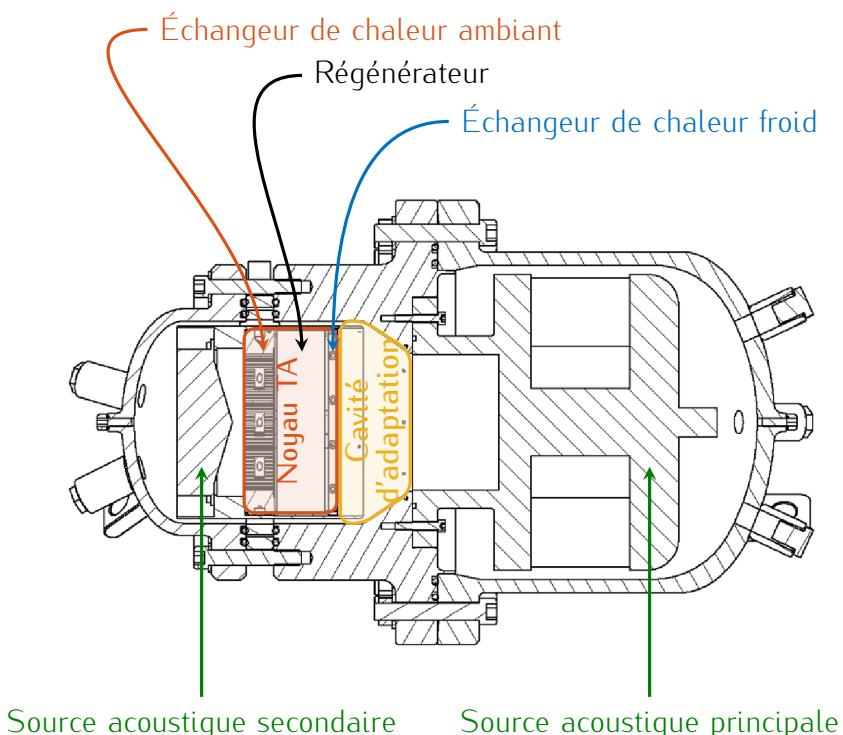
La deuxième partie présente les conditions expérimentales ainsi que les simulations théoriques réalisées sont présentées de manière globale pour pouvoir s'y référer dans les différents chapitres suivants, respectivement en section II.2 (Protocole expérimental) et II.3 (Ensemble des simulations réalisées).

## II.1 Présentation du dispositif expérimental actuel

### II.1.1 Géométrie du réfrigérateur TACOT

#### II.1.1.1 Cavité thermoacoustique

La pompe à chaleur a été dimensionnée et fabriquée dans le cadre du projet ANR TACOT (ThermoAcoustic Cooler for Onroad Transportation), qui porte sur l'utilisation d'une pompe à chaleur thermoacoustique pour la climatisation automobile [34]. Ce projet apporte beaucoup de contraintes, dont la **principale** est la compacité. Contrairement aux autres systèmes thermoacoustiques existant citer SETAC et Ben and Jerrys et le cryocooler de 11 m, les dimensions doivent être réduites tout en conservant un pompage de chaleur efficace. Pour cela, une géométrie coaxiale pour la cavité thermoacoustique est préférée à celle toroïdale utilisée par Swift en suivant les travaux de Poignand et al. [15, 16]. L'ajout d'une source acoustique secondaire dans la cavité thermoacoustique permet également de gagner en compacité, en remplaçant un résonateur plus long par la masse de son équipage mobile et la souplesse de sa suspension. De plus, la présence de cette source assure le déphasage optimal entre pression et vitesse acoustiques au sein du noyau thermoacoustique.



**FIGURE II.1** – Schéma général du réfrigérateur TACOT. Les **cavité d'adapatation d'impédance** et **noyau thermoacoustique**, zones d'intérêt, sont mises en évidence.

### II.1.1.2 Noyau thermoacoustique

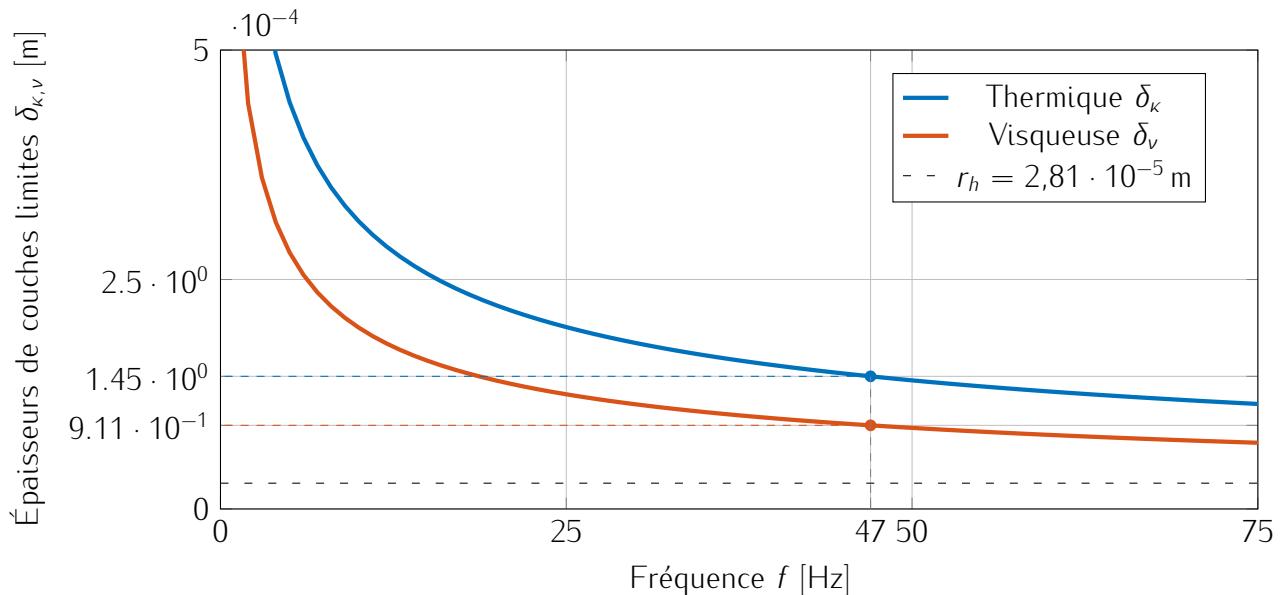
Le régénérateur utilisé dans le noyau thermoacoustique de coordonnée axiale  $x\mathbf{e}_x$  et radiale  $r\mathbf{e}_r$  est composé de tissus métalliques (Gantois, modèle : 102045) empilés dans une enceinte cylindrique de diamètre  $D_{\text{reg}} = 148 \text{ mm}$  et de longueur  $L_{\text{reg}} = 39 \text{ mm}$ . Les paramètres du régénérateur sont notés dans le tableau II.1 et sont calculés d'après les formules

$$\phi = \frac{V_{\text{gaz}}}{V_{\text{tot}}}, \quad (\text{II.1})$$

pour la porosité, et qui correspondent à un matériau équivalent à pores cylindriques de rayon hydraulique

$$r_h = \frac{d_w}{4} \frac{\phi}{1 - \phi}. \quad (\text{II.2})$$

Dans ces équations,  $V_{\text{gaz}}$  est le volume occupé par le gaz dans le régénérateur et  $V_{\text{tot}}$  son volume total, et  $d_w$  est le diamètre de fils des tissus métalliques. Cette machine nécessite le respect de la condition  $\delta_{k,v} \gg r_h$ , de sorte à avoir un excellent contact thermique entre le fluide et le solide poreux. Pour le fluide considéré, les épaisseurs de couches limites sont tracées en fonction de la fréquence et comparé au rayon hydraulique sur la figure II.2.



**FIGURE II.2** – Évolution des épaisseurs de couches limites thermique et visqueuse en fonction de la fréquence, définies équations (I.1).

### II.1.2 Chaîne d'acquisition

L'instrumentation utilisée est basée sur celle conçue au début du projet [18], tout en modifiant quelques éléments. Les quinze thermocouples du noyau ainsi que sont connectés sur la carte d'acquisition modèle

Un générateur basse fréquence génère les signaux d'alimentation des sources acoustiques. Il dispose de deux sorties, chacune connectée à un amplificateur avant d'être reliée aux transducteurs. Dans le cas de la source principale (RIX Industries, 1S241M), l'amplificateur est un QSC PLD4.5 tandis que pour la source secondaire (Peerless, GBS135F) il s'agit d'un Yamaha P3500S.

Paramètre	Valeur
Diamètre du noyau $D_{\text{reg}}$	$148 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
Longueur du régénérateur $L_{\text{reg}}$	$39 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
Diamètre du fil $d_w$	$53 \cdot 10^{-6} \text{ m}$
Rayon hydraulique $r_h$	$2,81 \cdot 10^{-5} \text{ m}$
Porosité du noyau $\Phi$	68 %
Couche limite thermique $\delta_k$	$1,4452 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
Couche limite visqueuse $\delta_v$	$9,1120 \cdot 10^{-5} \text{ m}$

TABLE II.1 – Paramètres hydrauliques du régénérateur à la fréquence de fonctionnement  $f = 47 \text{ Hz}$

Les signaux de tensions aux bornes des sources acoustiques sont acquis par une carte d'acquisition (National Instruments, (modèle), après connexion à une sonde de tension (modèle). Deux accéléromètres (modèle) sont collés sur les sources pour mesurer leur déplacement. Pour connaître la pression acoustique dans la cavité thermoacoustique, quatre sondes (modèle) sont placées respectivement à l'arrière de la source principale, à l'arrière de la source secondaire

- GBF
- Amplis
  - QSC
  - Yamaha
- Sondes de tension
- Cartes NI
  - Pression statique
  - Pression dynamique
  - Thermocouples
  - PT100
  - Accéléromètres
- LabVIEW d'acquisition

Pour étudier la distribution de température le long de l'axe du noyau, ainsi que dans les dimensions transverses, Seize thermocouples sont placés sur un plan et représentés par les symboles ‘•’ sur la figure II.3. Neuf sont placés au cœur du noyau, dans le régénérateur. Trois sont fixés à l'extérieur du noyau, hors de l'échangeur ambiant, et trois autres sur l'extérieur de l'échangeur froid. Enfin, un dernier thermocouple est positionné au voisinage de la source acoustique principale, en vis-à-vis de l'échangeur froid.

## II.2 Protocole expérimental

Le réfrigérateur doit pouvoir être orienté dans toutes les orientations utiles pour l'étude de l'influence de la gravité sur la distribution de température. La figure II.4(a) présente le réfrigérateur accroché à ses extrémités, et la figure II.4(b) les trois palans qui le soutiennent. Les deux palans de couleur grise, initialement présents pour régler l'inclinaison de la pompe à chaleur par rapport à l'axe horizontal, et le troisième de couleur bleue pour ajouter une direction de rotation autour de l'axe de symétrie. Celui-ci permet en outre de plus aisément passer d'une orientation à l'autre.

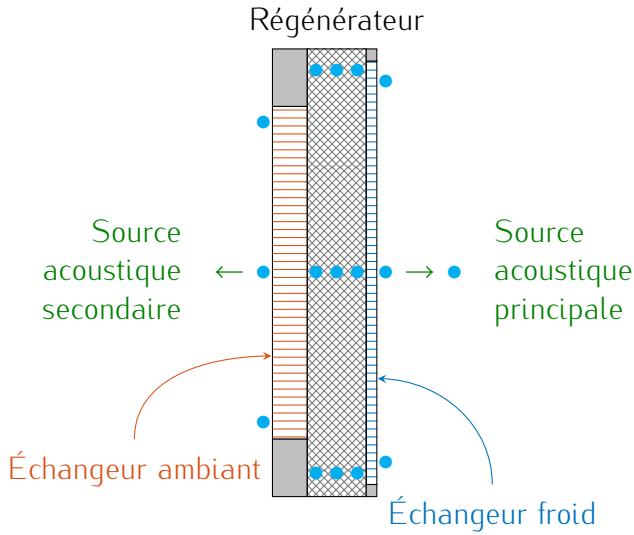


FIGURE II.3 – Emplacement des thermocouples dans le noyau thermoacoustique



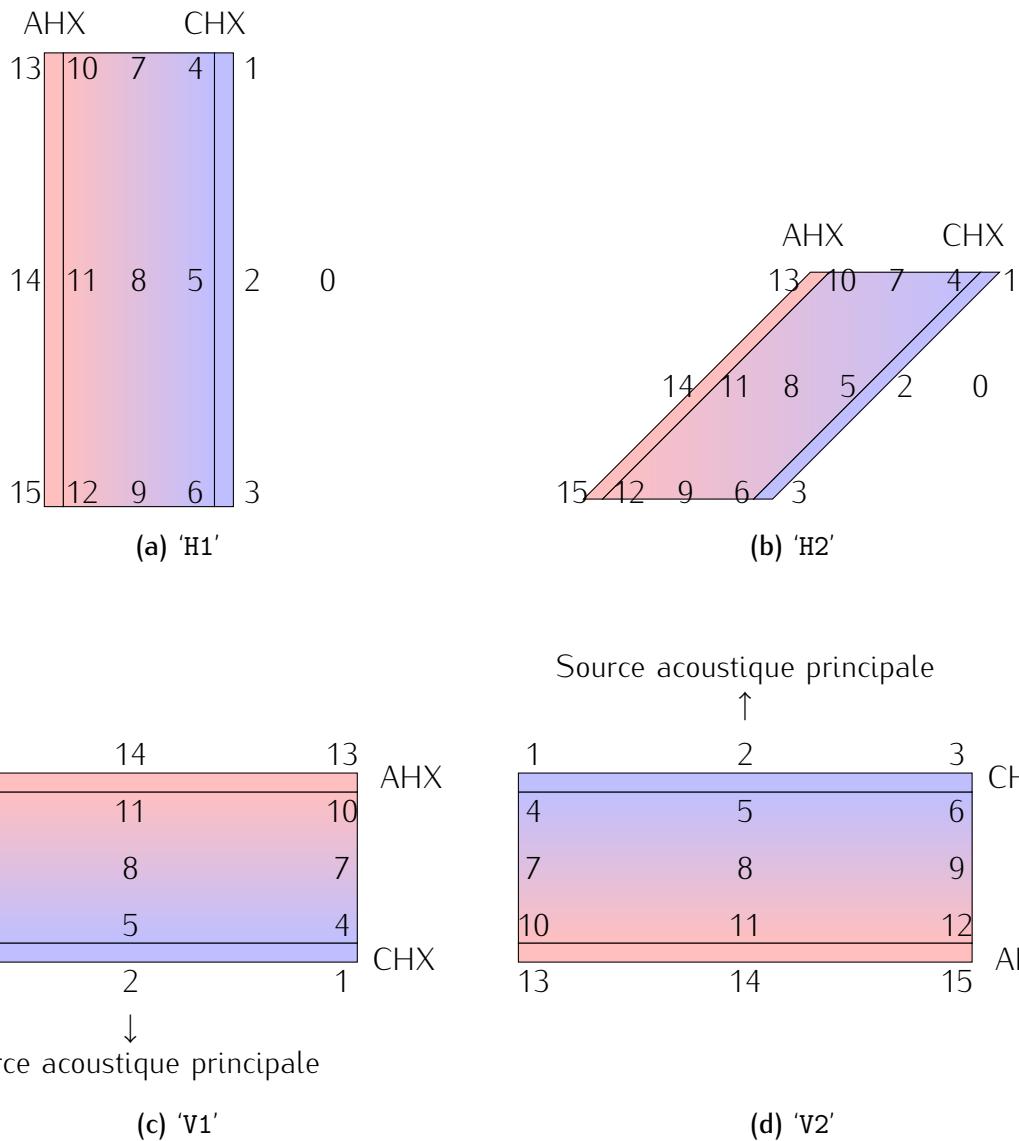
FIGURE II.4 – Photographies (a) du réfrigérateur accroché et (b) des palans formant le système de suspension.

### II.2.1 Définition des orientations

Les orientations choisies au moyen des palans sont décrites par deux angles  $\psi_v$  et  $\psi_h$ . Le premier désigne l'angle entre l'axe horizontal et l'axe de symétrie du réfrigérateur, tandis que le second, la rotation autour de cet axe de symétrie. Les orientations utilisées dans les différentes parties de ce manuscrit sont présentées sur la figure II.5. Cette figure, dans laquelle la gravité est toujours dirigée vers le bas de la page, présente également les emplacements des thermocouples utilisés.

La première orientation, nommée 'H1' et représentée sur la figure II.5(a), est la même que dans l'article dédié à la conception du réfrigérateur [18]. Dans cette configuration, le TACOT est placé à l'horizontale comme sur la figure II.4(a), et les thermocouples sont placés sur un plan vertical coplanaire à la gravité. Cette orientation fait office de référence des orientations, soit  $\psi_v = \psi_h = 0^\circ$ .

Ensuite, la deuxième orientation est représentée sur la figure II.5(b). Dans ce cas, référencé en tant que 'H2', le réfrigérateur est toujours à l'horizontale ( $\psi_v = 0^\circ$ ), mais pivoté autour de son axe pour placer les thermocouples sur un plan horizontal auquel la gravité est orthogonale ( $\psi_h = 90^\circ$ ).



**FIGURE II.5** – Différentes orientations du cœur thermoacoustique avec les positions des thermocouples et leurs numéro. Pour chaque cas, la gravité est orientée vers le bas. Les orientations correspondent aux angles (a)  $\psi_v = 0^\circ$  et  $\psi_h = 0^\circ$  pour l'orientation 'H1', (b)  $\psi_v = 0^\circ$  et  $\psi_h = 90^\circ$  pour l'orientation 'H2', (c)  $\psi_v = -90^\circ$  pour l'orientation 'V1', et (d)  $\psi_v = 90^\circ$  pour l'orientation 'V2'. CHX et AHX OK ou éch. froid et éch. chaud? +  $\psi_i$  dans la caption ou la figure?

L'orientation 'V1' est affichée sur la figure II.5(c). Cette configuration est radicalement différentes des deux précédentes : l'axe de symétrie du réfrigérateur est vertical, avec l'échangeur froid sous l'échangeur ambiant ( $\psi_v = -90^\circ$ ).

Enfin, l'orientation 'V2' affichée sur la figure II.5(d) est l'orientation inverse de la précédente. L'axe de symétrie du réfrigérateur est encore vertical, mais la source acoustique principale est cette fois au dessus du noyau thermoacoustique et  $\psi_v = 90^\circ$ .

## II.2.2 Acquisitions

### II.2.2.1 Procédures d'acquisition

Les acquisitions sont réalisées en plusieurs temps. Tout d'abord, à chaque début de journée de campagne, l'état initial de toutes les grandeurs est acquis sur une minute et sauvegardé sous un label 'init'. Cela permet de garder en mémoire toutes les conditions expérimentales initiales

dont les valeurs peuvent potentiellement influer sur le comportement du réfrigérateur, comme par exemple la température ambiante ou la pression statique.

**II.2.2.1.a Mesures sans acoustique** Pour les mesures sans acoustique labellisées ‘heat\_only’, le protocole est plus simple. Après l’acquisition initiale ‘`init`’, la charge thermique est appliquée au noyau sans alimenter les sources acoustiques. Cette charge thermique peut prendre trois formes : un écoulement d’eau dans l’échangeur ambiant, un chauffage par les résistances chauffantes, ou les deux à la fois. Ces mesures permettent d’étudier la distribution de température en l’absence d’écoulement oscillant, ainsi que de calculer les valeurs de conductivité thermique  $k_x$  et  $k_r$  qui sont présentées équation (II.15).

Dans ce type d’expériences, les noms des zones « froide » et « ambiante » sont conservés pour des raisons de clarté, mais l’eau circulant dans l’échangeur ambiant et les cartouches chauffantes se trouvant dans l’échangeur froid, la direction du gradient de température dans le noyau thermoacoustique est inversée par rapport aux expériences avec acoustique.

Pour garder un moyen de comparaison avec les mesures avec acoustique, le mélange de gaz est le même.

**II.2.2.1.b Mesures avec acoustique** Pour les expériences avec acoustique, le protocole est plus complexe. En prévision de la mesure de flux de chaleur  $\dot{Q}_a$  extrait par l’échangeur ambiant (voir l’annexe B), l’eau est préalablement mise en circulation dans cet échangeur après avoir démarré une acquisition des 30 capteurs jusqu’à stabilisation de la distribution de température dans le noyau. L’acquisition est ensuite interrompue et enregistrée avec un label ‘Water’ « Water » ?

L’étape suivante concerne le régime transitoire après allumage des sources acoustiques. Une acquisition étiquetée ‘Acou’ est démarrée, puis les sources sont alimentées jusqu’à l’amplitude souhaitée. Au bout d’une heure, l’acquisition est arrêtée et sauvegardée. En l’absence d’expérience avec charge thermique, cela sonne la fin de l’expérience : toutes les sources acoustiques et circulations d’eau sont progressivement arrêtées et le réfrigérateur est laissé pour un retour à l’état initial.

Au cours de cette étude, trois amplitudes acoustiques sont choisies. La première correspond à un *drive ratio*  $DR = \frac{P}{P_0} = 0,4\%$ , soit une amplitude très faible où l’effet thermoacoustique est à peine visible. Ainsi, l’hypothèse concernant la linéarité acoustique est mieux vérifiée et peut plus aisément être comparé à la théorie linéaire. À l’inverse, le *drive ratio* de la deuxième amplitude est le plus élevé avec  $DR = 3,5\%$ , et est celui pour lequel les performances du réfrigérateur ( $COP$ ,  $Q_f$ , ...) sont les plus élevées obtenues avec cette machine [18], mais aussi qui présentent de forts écarts à la théorie. La troisième est choisie à un *drive ratio* intermédiaire où  $DR = 2\%$ .

En revanche, certains des paramètres d’excitation reste constant pour toutes les expériences : la fréquence est toujours de 47 Hz, pour laquelle la prédiction des performances annonce les meilleurs résultats. C’est également la première fréquence de résonance de la source principale, et son facteur de qualité très élevé ( $Q_{ts} =$ ) ainsi que la faible valeur de résistance de la bobine ( $R_e = 0,7 \Omega$ ) empêchent l’amplificateur QSC de fonctionner à une autre fréquence sans l’endommager, l’impédance minimale supportée étant de  $2 \Omega$ . Ensuite, le déphasage inter-source  $\varphi_{2-1}$  est également fixé à  $-60^\circ$ , ce que le modèle DELTAEC indique comme déphasage optimale et que des expériences préliminaires confirment. Enfin, le gaz est également le même dans toutes les expériences. Il est composé de 65 % d’hélium et de 35 % d’argon, et le tout est pressurisé à  $4 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ .

## II.2.2.2 Paramètres d’acquisition

Les cartes d’acquisition, connectées sur une baie d’instrumentation, contraintent la fréquence d’échantillonage utilisée. Celles concernant les mesures de quantité oscillantes (pression acoustique,

accélération à vérifier) imposent que la fréquence d'échantillonage  $f_s$  soit au moins égale à 1651 Hz<sup>1</sup>.

## II.3 Ensemble des simulations réalisées

### II.3.1 Estimation théorique du flux de chaleur de convection naturelle

Au sein du réfrigérateur TACOT et particulièrement dans la cavité devant la source acoustique principale, la distribution de température du côté froid hors du noyau laisse penser à la présence d'une cellule de convection naturelle à l'intérieur. Pour les orientations où le réfrigérateur est à l'horizontale ( $\psi_v = 0^\circ$ ), il est très difficile de se rendre compte des flux massique et thermique causés par la différence de température de part et d'autre de cette cavité de forme conique pour laquelle il n'existe pas de littérature à notre connaissance à vérifier. Avant la moindre tentative d'explication de cette distributions de température, des études hydrodynamiques sont menées pour aider à l'interprétation des mesures de température.

Tout d'abord, une étude très simplifiée d'une cavité 2D où les parois droite et gauches sont respectivement à une température chaude  $T_c$  et froide  $T_f$ . Cette étude doit permettre l'obtention d'ordres de grandeurs des quantité d'intérêt, en particulier le flux de chaleur  $Q_{conv}$  qui agit comme une charge thermique sur le côté froid du noyau thermoacoustique. Ensuite, une simulation par éléments finis de cette cavité sur le logiciel Comsol Multiphysics doit permettre d'estimer les lignes de courants dans la cellule et l'influence de cet écoulement sur la distribution de température sur l'échangeur froid.

#### II.3.1.1 Étude simplifiée

**II.3.1.1.a Sans acoustique** Pour introduire des concepts utiles à la compréhension des phénomènes de convection naturelle, une étude très simplifiée dans une cavité rectangulaire en 2D et représentée sur les figures II.6(a) et (b) est menée.

Dans la première sous-figure, les parois verticales droite et gauche sont respectivement maintenues à une température froide  $T_f$  et chaude  $T_c$ , tandis que le sol, le plafond et le gaz au repos sont à la température  $T_\infty$ . En régime stationnaire, il s'établit une cellule de convection naturelle dans laquelle le gaz est mis en mouvement par les variations de masse volumique proches des parois verticales. Cette configuration s'apparente aux orientations 'H1' et 'H2', respectivement présentées sur les figures II.5(a) et (b).

Dans la seconde sous-figure, ce sont cette fois les sol et plafond qui sont fixés aux températures chaude  $T_c$  et froide  $T_f$ , et les murs et le gaz au repos pour lesquels la température est  $T_\infty$ . Dans cette configuration de type « Rayleigh-Bénard », il peut s'établir une ou plusieurs cellules de convection naturelle si le nombre de Rayleigh Ra est supérieur à un nombre de Rayleigh critique  $Ra_c$  valeur 1700 ? + citation, où le gaz s'élève de la paroi chaude jusqu'à la paroi froide, de laquelle il redescend ensuite pour revenir à son point de départ.

Pour un tel système, il est possible de modéliser l'écoulement en utilisant les équations de Navier-Stokes, réécrites dans le système d'équations (II.3) avec l'approximation de Boussinesq tel que

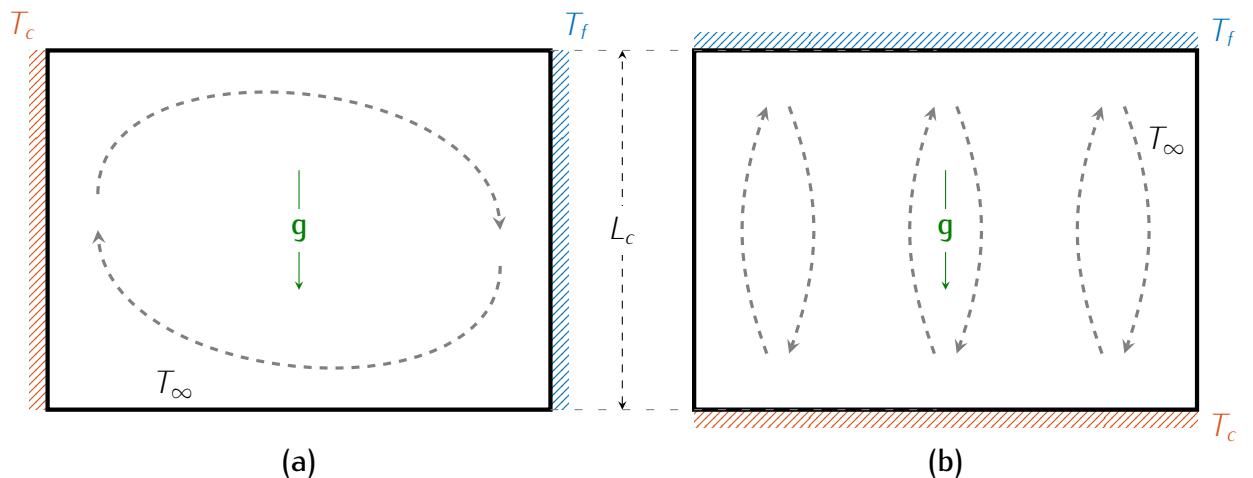
$$\partial_t \delta\rho + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \delta\rho + \delta\rho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (\text{II.3a})$$

$$\delta\rho [\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \delta\rho \mathbf{g}, \text{ et} \quad (\text{II.3b})$$

$$\partial_t T + (\mathbf{v} \cdot \nabla) T - \kappa \nabla^2 T = 0. \quad (\text{II.3c})$$

---

1. Les acquisitions des 30 capteurs durent 1 h, et les données sont encodées sur 32 bit flottants. Au total, chaque acquisition pèse 713 MB, taille à laquelle il faut ajouter quelques MB pour le protocole **tdms** et l'entête contenant les informations de mesure.



**FIGURE II.6** – Cellule de convection naturelle dans une cavité rectangulaire 2D (a) pour un gradient de température normal à la direction de la gravité, et (b) pour un gradient de température colinéaire à la direction de la gravité. Cela dit, la distance caractéristique est choisie dans les deux cas suivant la même direction que la gravité.

La dédimensionnalisation de l'équation (II.3b) qui concerne la conservation de la quantité de mouvement s'écrit

$$\frac{1}{\text{Pr}}(\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}) = -\nabla p + \text{Ra} T \mathbf{e}_z + \nabla^2 \cdot \mathbf{v}, \quad (\text{II.4})$$

et fait apparaître le nombre de Prandtl noté  $\text{Pr}$  déjà présenté dans l'équation (I.2), ainsi que le nombre de Rayleigh noté  $\text{Ra}$ , et dont la définition est donnée par

$$\text{Ra} = \frac{g \beta L_c^3}{\nu \kappa} (T_c - T_f), \quad (\text{II.5})$$

où  $T_c$  et  $T_f$  sont les températures chaude et froide de part et d'autre de la zone considérée, et  $L_c$  est la dimension caractéristique de la cavité suivant la direction verticale. Ce nombre est primordial car il correspond au rapport des effets gravifiques qui mettent le fluide en mouvement aux effets qui le limitent, soit la diffusion thermique qui limite la différence de température et la viscosité qui ralentit l'écoulement du fluide. Sa valeur indique également le régime de l'écoulement causé par la convection car des vitesses de référence verticales et horizontales, notées  $v_{\text{ref}}^{\parallel g}$  et  $v_{\text{ref}}^{\perp g}$ , peuvent d'ailleurs être calculées en fonction de ce nombre de Rayleigh suivant les définitions

$$v_{\text{ref}}^{\parallel g} \sim \frac{\kappa}{L_c} \sqrt{\text{Ra}} \text{ et} \quad (\text{II.6a})$$

$$v_{\text{ref}}^{\perp g} \sim \frac{\kappa}{L_c} \sqrt[4]{\text{Ra}}, \quad (\text{II.6b})$$

d'après la réécriture en 2D des équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie par Belleoud et dans le cas où le gradient de température est lui-même horizontal [35]. **gradient vertical et Rayleigh critique pour apparition/stabilité de la cellule de Rayleigh-Bénard.**

Dans un matériau poreux, il peut également exister des écoulements liés à la convection naturelle. Dans ce cas, le nombre de Rayleigh est toujours une notion utile pour prédire le mouvement du fluide à l'intérieur, à condition toutefois de le modifier pour prendre en compte la perméabilité  $K_p$  ainsi que la diffusivité thermique  $\kappa_p$  de ce milieu. Il vient alors l'expression du nombre de Rayleigh-Darcy noté  $\text{Ra}_p$ , et dont la définition est donnée par Nield et Bejan [36] par

$$\text{Ra}_p = \frac{g\beta L_c K_p}{\nu \kappa_p} (T_c - T_f), \quad (\text{II.7})$$

ainsi que la vitesse verticale de référence correspondante,

$$v_{\text{ref},p}^{/\!/g} = \frac{\kappa_p}{L_c} \text{Ra}_p. \quad (\text{II.8})$$

Lorsque la convection naturelle provoque un écoulement circulant à une vitesse de référence  $v_{\text{ref}}$ , il est possible de quantifier la contribution des échanges thermiques ainsi **provoqués/favorisés** et des pertes visqueuses en définissant le nombre de Grashof par

$$\text{Gr} = \left( \frac{\nu_{\text{ref}} L_c}{\nu} \right)^2, \quad (\text{II.9})$$

et est relié au nombre de Rayleigh par la formule

$$\text{Gr} = \frac{\text{Ra}}{\text{Pr}}. \quad (\text{II.10})$$

**II.3.1.1.b Avec acoustique** Les termes précédents sont issus de la littérature en l'absence d'écoulement oscillant. Cette hypothèse n'a pas de sens dans le cas des expériences menées avec acoustique, et un autre indicateur est introduit pour quantifier les échanges de chaleur causé par un fluide en mouvement. Cet indicateur est le nombre de Péclet, noté Pe, et défini par

$$\text{Pe} = \frac{\nu L_c}{\kappa}. \quad (\text{II.11})$$

Contrairement au nombre de Rayleigh qui sert à comparer le mouvement d'un fluide causé par un échange thermique, le nombre de Péclet quantifie les échanges de chaleur réalisés par un fluide qui se déplace. Cependant, il reste nécessaire de proposer une hypothèse quant à l'utilisation de ce nombre : la vitesse d'entraînement du fluide est ici la vitesse acoustique  $\nu$ , contrairement aux cas classiques de son utilisation dans la littérature où un écoulement continu est considéré. De même que le nombre de Rayleigh, le nombre de Péclet est lié aux nombres de Grashof et Prandtl suivant une relation différente de l'équation (II.10), qui s'écrit

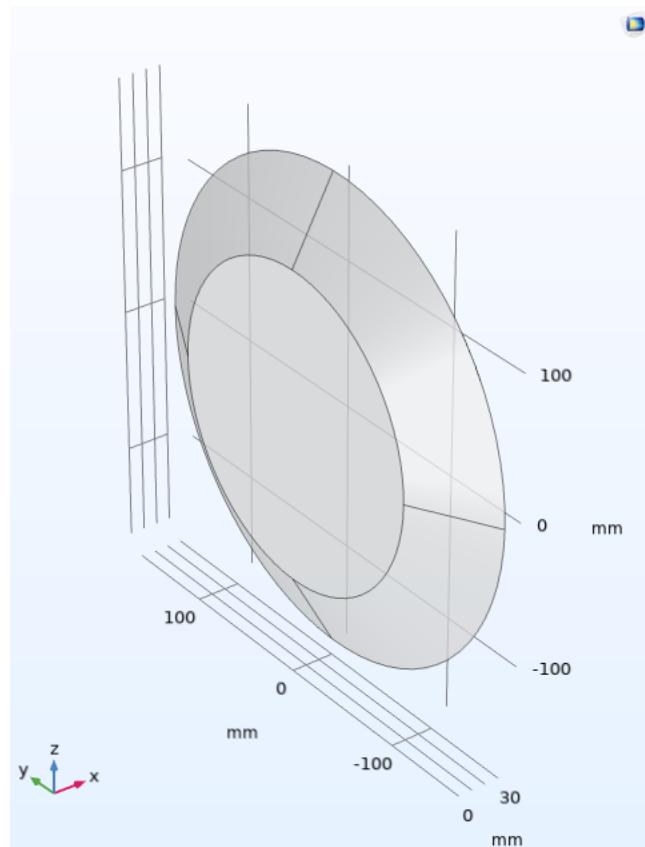
$$\text{Pe} \equiv \sqrt{\text{Gr}} \text{ Pr}. \quad (\text{II.12})$$

### II.3.1.2 Éléments finis

Le modèle 2D simplifié ne prend pas en compte plusieurs paramètres : la cavité est en réalité un cône. Pour connaître l'allure des lignes de courant à l'intérieur en présence d'un flux de masse provoqué par la convection naturelle, un modèle de la cavité est réalisé dans le logiciel d'éléments finis Comsol Multiphysics grâce à une géométrie présenté sur la figure II.7. Avec ce logiciel, il est également possible de coupler une simulation acoustique en plus de la simulation de transferts thermiques, ce que le modèle 2D simplifié ne permet pas aisément.

## II.3.2 Modèle du régime transitoire sans convection naturelle

Un modèle temporel du régime transitoire de la distribution axiale de température dans le noyau thermoacoustique est créé pour approcher le réfrigérateur TACOT d'après le modèle 1D développé par Lotton *et al.* pour un réfrigérateur à ondes stationnaires [37]. Ce modèle calcule le bilan de chaleur au sein du *stack* en faisant intervenir les flux de chaleur thermoacoustique  $Q_{\text{TA}}$ , de conduction thermique  $Q_{\text{cond}}$ , de frottement visqueux  $Q_{\text{visq}}$ , et de pertes latéral au travers des parois de la cavité



**FIGURE II.7** – Géométrie de la cavité d'adaptation d'impédance entre la source acoustique principale et le noyau thermoacoustique

$Q_{\text{lat}}$  dans chaque volumes élémentaires  $S_{\text{reg}}dx$  du régénérateur discréte. Pour compenser les écarts entre les prévisions du modèle et les mesures, un flux de chaleur  $Q_{\text{vort}}$  estimé empiriquement est également pris en compte dans les conditions aux frontières sur l'axe du noyau. Ce flux est supposé lié aux effets de bord du noyau tels que la vorticité, les pertes de charges ou les effets entropiques.

Le champ acoustique nécessaire au calcul du flux de chaleur thermoacoustique est différent dans le cas du TACOT de l'hypothèse formulée dans le modèle existant. Sans être complètement « à ondes progressives » ni « à ondes stationnaires », l'expression des quantités oscillantes dans le noyau peut-être donnée par un produit de matrices de transfert élémentaires de l'équation (I.12). Dans le cas d'un régénérateur compact du point de vue acoustique, les coefficients de cette matrice de transfert sont donnés par

$$T_{pp}^{(n)} = 1, \quad (\text{II.13a})$$

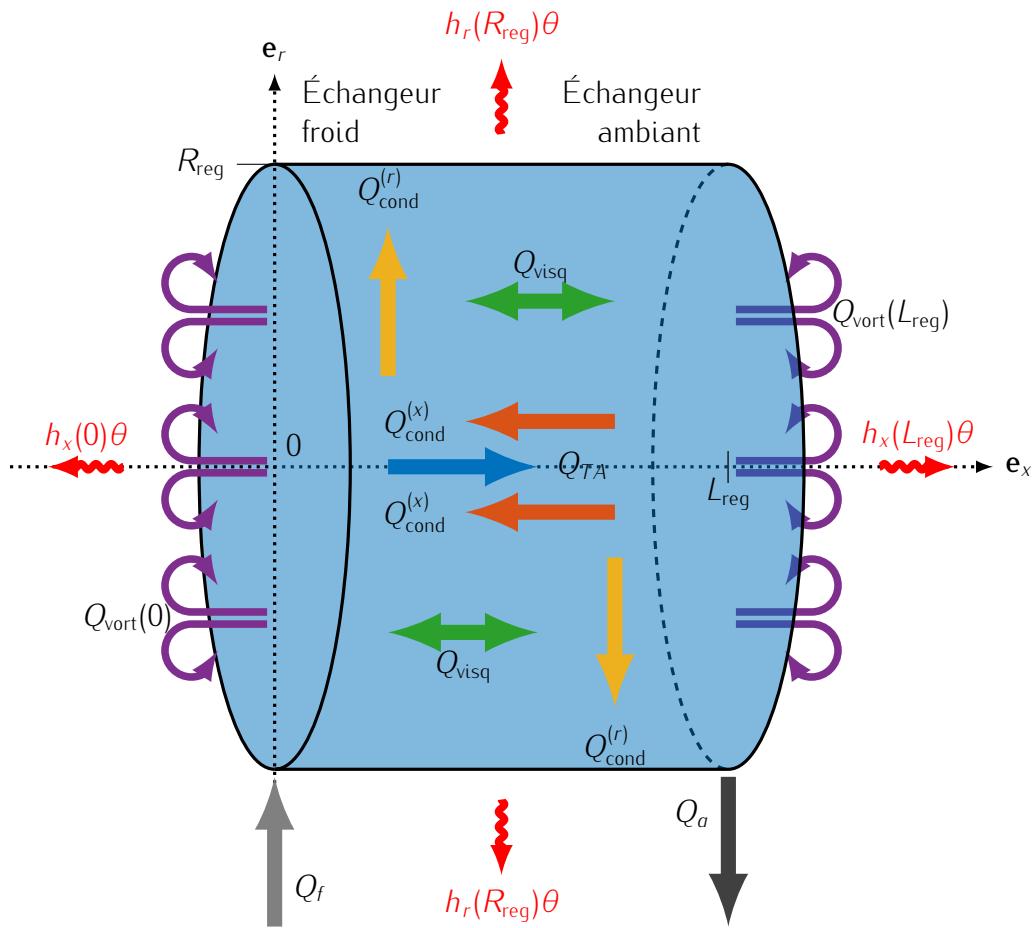
$$T_{pu}^{(n)} = -\frac{i\omega\rho}{\Phi S(1-f_v)}dx, \quad (\text{II.13b})$$

$$T_{up}^{(n)} = -\frac{i\omega\Phi S}{\gamma P_0}dx, \quad (\text{II.13c})$$

$$T_{uu}^{(n)} = 1. \quad (\text{II.13d})$$

Ensuite, les flux thermiques sont également pour la plupart différents dans le cas d'un réfrigérateur contenant un régénérateur à la place d'un *stack*, et sont définis dans les équations (II.14) à (II.17) accompagnées de la figure II.8 pour les illustrer au sein du régénérateur.

- (i) Tout d'abord, le flux thermoacoustique 1D est calculé avec l'équation (I.6) développée par Swift [8]



**FIGURE II.8** – Représentation schématique des flux thermiques considérés dans le modèle transitoire du régénérateur.

$$Q_{TA} = \underbrace{-\frac{1}{2} \Re \left[ \frac{f_\kappa - f_v^*}{(1 + \Pr)(1 - f_v^*)} \rho u^* \right]}_{q_{TA}(x)} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\rho_0 C_p}{\Phi S} \Im \left[ \frac{f_\kappa + \Pr f_v^*}{(1 - \Pr^2)|1 - f_v|^2} \right] |u|^2 \partial_x \theta(r, x; t)}_{k_{TA}(x)}, \quad (\text{II.14})$$

où  $\theta(r, x; t) = T_0(r, x; t) - T_\infty$  est l'écart de la température locale à la température initiale. Pour la suite du document, cet écart de température sera simplement écrit  $\theta$ , sans la dépendance spatio-temporelle. Il est important de remarquer la partie réelle de ce flux thermique, notée  $q_{TA}$ , qui ne dépend que du champ acoustique, et la partie imaginaire  $k_{TA}$  qui dépend du gradient de température le long du stack et qui peut être vu comme un terme de conduction induite par l'effet thermoacoustique.

- (ii) Ensuite, la conduction dans le régénérateur est prise en compte dans toutes les directions du régénérateur avec l'équation exprimée en coordonnées cylindriques par

$$\begin{cases} Q_{\text{cond}}^{(x)} = -k_x \partial_x T \\ Q_{\text{cond}}^{(r)} = -k_r \partial_r T \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

avec les indices  $x$  et  $r$  dénotant respectivement les directions axiale et radiale où circulent les flux de conduction. La porosité influe sur la conductivité thermique apparente et  $k_i = \Phi_i k_g +$

$(1 - \Phi_i)k_s$  ( $i = x, r$ ). En première approximation, il est possible de considérer les valeurs de conductivité comme égales les unes aux autres. Cependant, c'est inexact car le long de l'axe  $\mathbf{e}_x$  le milieu est constitué de l'empilement de tissus métalliques tandis que dans la direction  $\mathbf{e}_r$  le flux de chaleur parcourt les fils qui forment le tissus en lui-même.

(iii) Les pertes visqueuses sont estimées avec l'équation

$$Q_{\text{visq}} = \frac{1}{R_{\text{reg}}^2} \int_0^{R_{\text{reg}}} \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} \mu(\partial_r u)^2 r dr dt, \quad (\text{II.16})$$

dont les intégrales sur la section de rayon  $R_{\text{reg}}$  et la période  $\tau_0$  sont résolues par une méthode numérique.

- (iv) Les effets de bords tels que les pertes de charges ou la vorticité sont pris en compte aux frontières du domaine grâce à des flux de chaleur  $Q_{\text{vort}}$  estimés empiriquement à  $x = 0$  et  $x = L_{\text{reg}}$ .
- (v) Enfin, les pertes latérales sur la circonférence et aux extrémités du régénérateur sont prises en compte par

$$\begin{cases} Q_{\text{lat}}^{(x)} = h_x \theta, \\ Q_{\text{lat}}^{(r)} = h_r \theta, \end{cases} \quad (\text{II.17})$$

où  $h_x$  et  $h_r$  sont respectivement les coefficients d'échanges avec les extrémités à  $x = 0$  et  $x = L_{\text{reg}}$ , et avec la paroi à  $r = R_{\text{reg}}$ . Ils sont déterminés de façon empirique dans l'article.

Ces flux de chaleurs sont reportés dans l'équation modifiée du bilan de chaleur qui s'écrit

$$[\Phi \rho_0 C_p + (1 - \Phi) \rho_s C_s] \partial_t \theta = -\partial_x Q_{TA} - \partial_x Q_{\text{cond}}^{(x)} - \frac{1}{r} \partial_r [r Q_{\text{cond}}^{(r)}] + Q_{\text{visq}}. \quad (\text{II.18})$$

Le premier membre désigne la variation d'énergie interne suite à la variation de température, et le second membre, l'expression des flux thermiques dans chaque volume élémentaire. D'une part, les flux thermoacoustiques et de conduction sont « de passage » au travers de ce volume, et c'est seulement dans le cas d'une divergence non nulle que la température y évolue. D'autre part, les effets visqueux se produisent dans chaque volume, il sont donc source de chaleur et doivent être pris en compte tels quels. Ceci dit, le régénérateur est supposé axisymétrique, ce qui permet de considérer les composantes azimuthales  $\nabla_\alpha \cdot Q_{TA}$  et  $\nabla_\alpha \cdot Q_{\text{cond}}$  comme nulles.

Le problème décrit par l'équation II.18 est conditionné aux frontières en  $x = 0$ ,  $x = L_{\text{reg}}$  et  $r = R_{\text{reg}}$  pour respecter la conservation d'énergie. Ces conditions se traduisent par le système d'équations

$$Q_{\text{cond}}^{(x)} + Q_f + Q_{\text{vort}}(0) = Q_{TA}(0) + h_x(0)\theta, \quad x = 0, r \in [0, R_{\text{reg}}], t > 0 \quad (\text{II.19a})$$

$$Q_{TA}(L_{\text{reg}}) + Q_{\text{vort}}(L_{\text{reg}}) = Q_{\text{cond}}^{(x)} + Q_a + h_x(L_{\text{reg}})\theta, \quad x = L_{\text{reg}}, r \in [0, R_{\text{reg}}], t > 0 \quad (\text{II.19b})$$

$$Q_{\text{cond}}^{(r)} = h_r(R_{\text{reg}})\theta, \quad r = R_{\text{reg}}, x \in [0, L_{\text{reg}}], t > 0 \quad (\text{II.19c})$$

où  $Q_f$  et  $Q_a$  sont les flux de chaleur retirés à l'échangeur froid d'une part et apporté à l'échangeur ambiant d'autre part. Ce système signifie que pour chaque frontière, la somme des flux entrant dans l'interface et des sources thermiques est égale aux flux qui en sortent. Il reste à introduire la distribution de température à  $t = 0$  notée  $\theta_0(x, r)$  comme condition initiale, qui se présente comme

$$\theta(x, r, t = 0) = \theta_0(x, r). \quad (\text{II.20})$$

Le report des flux de chaleurs des équations (II.14) à (II.17) dans l'équation du problème (II.18), dans les conditions aux frontières (II.19) et dans la condition initiale (II.20) permet de poser le problème tel que

$$toto \quad (\text{II.21})$$

La résolution de l'équation (II.18) qui comporte des termes sources requiert l'usage de la méthode des transformations intégrales après réécriture des équations du système sous la forme d'un problème homogène équivalent [39]. Les équations s'écrivent alors

$$\text{Systeme ici}, \quad (\text{II.22a})$$

$$\text{Systeme ici}, \quad (\text{II.22b})$$

avec les changements de variables suivants

- 1
- 2.

# Chapitre III

## Étude experimentale

---

### Table des matières

III.1	Convection naturelle . . . . .	24
III.1.1	Cavité conique entre la source acoustique principale et le noyau thermoacoustique . . . . .	24
III.1.1.1	Expériences avec le réfrigérateur horizontal . . . . .	25
III.1.1.1.a	Sans acoustique . . . . .	25
III.1.1.1.b	Avec acoustique . . . . .	25
III.1.1.2	Expériences avec le réfrigérateur vertical . . . . .	27
III.1.1.2.a	Sans acoustique . . . . .	27
III.1.1.2.b	Avec acoustique . . . . .	28
III.1.2	À l'intérieur du régénérateur . . . . .	31
III.1.2.1	Réfrigérateur horizontal . . . . .	31
III.1.2.1.a	Faible amplitude acoustique . . . . .	31
III.1.2.1.b	Moyenne amplitude acoustique . . . . .	32
III.1.2.1.c	Haute amplitude acoustique . . . . .	33
III.1.2.2	Réfrigérateur vertical . . . . .	34
III.1.2.2.a	Faible amplitude acoustique . . . . .	34
III.1.2.2.b	Moyenne amplitude acoustique . . . . .	34
III.1.2.2.c	Haute amplitude acoustique . . . . .	34
III.1.3	Cavité entre la source acoustique secondaire et le noyau thermoacoustique . . . . .	35
III.2	Conduction par les parois du régénérateur . . . . .	35

---

## III.1 Convection naturelle

Lors des expériences réalisées lors de la caractérisation du réfrigérateur TACOT, il a été montré que le gradient axial de température dans le noyau thermoacoustique n'est pas linéaire, et que les températures ne sont pas homogènes le long de la direction transverse du noyau [figure ?\[18\]](#). Cet écart au comportement attendu, c'est-à-dire un gradient linéaire entre les côtés froid et ambiant du noyau thermoacoustique, ainsi qu'une température radiale uniforme sur la section du noyau thermoacoustique, implique la présence d'un écoulement moyen non nul et d'effets non-linéaires dans le réfrigérateur. Parmi les hypothèses formulées quant à la cause de ces disparités avec la théorie linéaire de Rott, plusieurs hypothèses peuvent être envisagées : vent acoustique, turbulence, formation de tourbillons, génération d'harmoniques supérieures, et convection naturelle. Parmi ces effets, peu d'études portent sur cette dernière, bien qu'il ait déjà été montré que le déclenchement de moteurs ou encore l'uniformité de température sur la section y étaient très sensibles [19, 20, 26, 33].

### III.1.1 Cavité conique entre la source acoustique principale et le noyau thermoacoustique

Pour faciliter l'analyse de la distribution de température dans le noyau thermoacoustique et ses alentours, celui-ci est découpé en cinq zones réparties le long de l'axe  $\mathbf{e}_x$ . La première étude concerne la distribution de température entre la source acoustique principale et l'échangeur froid, c'est-à-dire dans le cône d'adaptation d'impédance acoustique matérialisé en orange sur la figure II.1. Il est en effet initialement suspecté que la nature du gaz, les dimensions du volume dans lequel il se trouve et les conditions thermiques aux frontières permettent la mise en mouvement du fluide. Cette hypothèse est de plus appuyée par le calcul du nombre de Rayleigh Ra grâce à l'équation (II.5), et dont la valeur suffisamment élevée [citation ?](#) est

$$Ra_{\Delta T=1^\circ C} = 4,7 \cdot 10^5, \quad (\text{III.1})$$

ce qui correspond après application numérique des équation (II.6) aux ordres de grandeur des vitesses verticale  $v_{ref}^{/\!/g}$  et horizontale  $v_{ref}^{\perp g}$

$$v_{ref}^{/\!/g} \sim 4,97 \cdot 10^{-2} \text{ m s}^{-1} \text{ et} \quad (\text{III.2a})$$

$$v_{ref}^{\perp g} \sim 1,9 \cdot 10^{-3} \text{ m s}^{-1}. \quad (\text{III.2b})$$

dans le cas d'une différence de température de  $1^\circ C$ , soit une différence de température bien plus faible que celles obtenus pour toutes les expériences. Cette différence de température apparaît après le démarrage du réfrigérateur, suite au refroidissement du côté froid du régénérateur et celui dans une moindre mesure — voire inexistant — de la source acoustique principale située en face, à l'autre extrémité du cône d'adaptation d'impédance.

Les quatre orientations présentées sur la figure II.5 sont regroupées par deux, avec d'une part les orientations horizontales du TACOT 'H1' et 'H2' où  $\psi_v = 0^\circ$  (sous-figures (a) et (b)), et d'autre part les orientations verticales 'V1' et 'V2' pour lesquelles  $\psi_v = \pm 90^\circ$  (sous-figures (c) et (d)). Pour chacun de ces groupes, les résultats des expériences réalisées aux trois amplitudes décrites dans le paragraphe §II.2.2.1.b sont présentés sur les figures III.1 – III.4 et III.5 – III.8, respectivement pour les orientations horizontales et verticales. Pour rappel, la température initiale de chaque thermocouple est soustraite dans toutes les mesures qui suivent. De plus, les mesures sont rognées de 0s à 3500s pour que la définition du régime stationnaire soit la même pour tous les résultats (sauf dans le cas du TACOT horizontal à moyenne amplitude acoustique, où un problème d'acquisition contraint

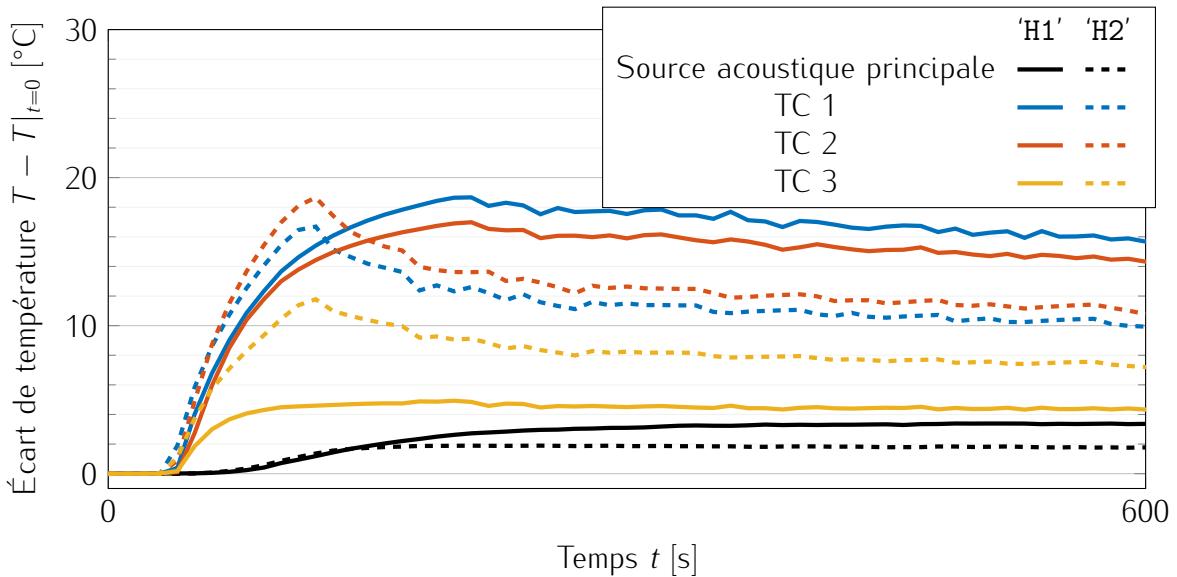
le découpage de 0 s à 2700 s). Un rééchantillonnage à 0,1 Hz est également appliqué aux mesures de températures pour limiter la dimension des fichiers de données.

### III.1.1.1 Expériences avec le réfrigérateur horizontal

Pour rappel, le réfrigérateur est placé à l'horizontal dans ces expériences. Les notations suivantes sont introduites pour cette partie concernant les expériences 'H1' et 'H2' :

- l'axe du noyau thermoacoustique  $e_x$  est perpendiculaire à  $g$ , et est donc noté  $e_x^{\perp g}$  ;
- la dimension transverse du noyau  $e_r$  est séparée en deux :
  - d'une part, la dimension transverse colinéaire à la gravité qui est notée  $e_r^{\parallel g}$  ;
  - d'autre part, la dimension transverse perpendiculaire à la gravité qui est notée  $e_r^{\perp g}$ .

**III.1.1.1.a Sans acoustique** Pour séparer les phénomènes physiques et les transferts thermiques mis en jeu à l'intérieur de la pompe à chaleur, des expériences sans acoustiques sont menées préalablement aux mesures pour lesquelles les sources acoustiques sont alimentées. Un gradient de température le long du noyau thermoacoustique est maintenu en appliquant un chauffage par les cartouches contenues dans l'échangeur de chaleur froid, et un écoulement d'eau à température ambiante dans l'échangeur de chaleur ambiant. Ainsi, dans la cavité considérée ici, l'échangeur froid agit comme une source de chaleur et la source acoustique reste à température ambiante, et la situation est en quelque sorte l'opposée des expériences avec acoustique. Les résultats du régime transitoire sont présentés sur la figure III.1. Il est possible de remarquer



**FIGURE III.1** – Évolution temporelle des températures dans la cavité d'adaptation d'impédance pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à *drive ratio* nul.

**III.1.1.1.b Avec acoustique** Les premiers résultats sont obtenus pour les expériences horizontales 'H1' et 'H2' présentées sur les figures II.5(a) et (b), à faible amplitude acoustique avec un *drive ratio DR* = 0,7 %, et la température  $\theta$  est tracée en fonction du temps  $t$  sur la figure III.2. Pour les deux séries de mesures, c'est-à-dire les plans de thermocouples placés la verticale et l'horizontale et représentées respectivement en trait plein et trait tireté, la différence de température de 2 °C entre le centre de l'échangeur froid et la source acoustique plus chaude apparaît après le démarrage de la pompe à chaleur à  $t = 100$  s. Sur l'expérience réalisée dans l'orientation 'H2', tous les

thermocouples sont à la même altitude, et l'égalité des thermocouples 1 et 3 en bleu et en jaune permet notamment de visualiser une symétrie par rapport à un plan vertical passant par l'axe de symétrie du réfrigérateur. En revanche, cette symétrie n'est pas visible sur les courbes en traits pleins qui tracent les résultats de l'expérience menée en plaçant le réfrigérateur dans l'orientation 'H1', puisqu'une dépendance de  $\theta$  en fonction de  $r$  est observable. En particulier, la courbe jaune correspondant au thermocouple 3 est la plus basse, en altitude comme en température, tandis que la courbe bleue qui représente le thermocouple 1 est la plus élevée des températures mesurées sur l'échangeur froid, tout en y étant placée au plus haut. Toutefois, ce gradient de température n'est pas linéaire car la température au centre de l'échangeur froid mesurée par le thermocouple 2 n'est séparée que de  $0,3\text{ }^{\circ}\text{C}$  de la température mesurée par le thermocouple 3, tandis que cet écart est de  $2,5\text{ }^{\circ}\text{C}$  avec le thermocouple 1. Cet dissymétrie est *a priori* inattendue avec les résultats déjà obtenus dans les expériences sans acoustique.

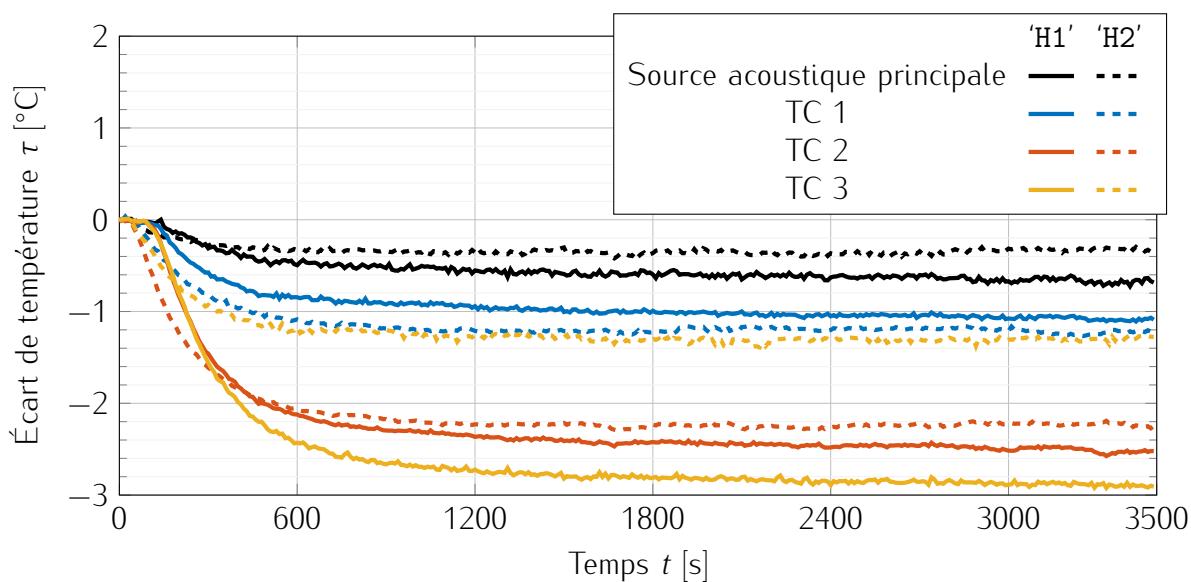
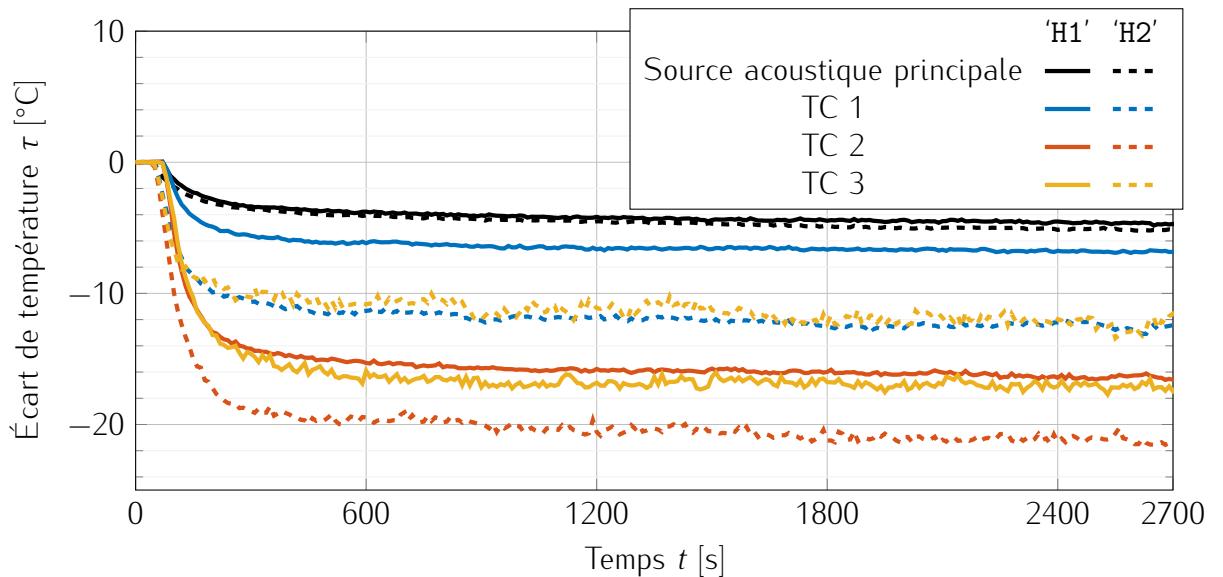


FIGURE III.2 – Évolution temporelle des températures dans la cavité d'adaptation d'impédance pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à faible *drive ratio*  $DR = 0,7\%$ .

La figure III.3 représente également l'évolution temporelle de la température  $\theta$  dans la cavité, pour l'amplitude acoustique dite « moyenne » de *drive ratio*  $DR = 1,7\%$ . Après l'apparition de l'écart de température échangeur froid – source acoustique, qui vaut  $10,2\text{ }^{\circ}\text{C}$  en 'H1' et  $15,2\text{ }^{\circ}\text{C}$  en 'H2', des symptômes similaires à l'expérience à faible amplitude sont observables. À nouveau, les thermocouples 1 et 3 affichent des températures égales quand leurs altitudes sont égales (orientation 'H2') et la symétrie des températures par rapport au plan vertical qui passe par le centre du noyau thermoacoustique est à nouveau mise en évidence. En revanche, un écart de  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  est visible lorsqu'ils sont l'un au dessus de l'autre (orientation 'H1'). Dans cette orientation, le gradient vertical de température n'est toujours pas linéaire, puisque les températures 2 et 3 sont égales l'une à l'autre,  $10,2\text{ }^{\circ}\text{C}$  en deçà de la température mesurée par le thermocouple 1.

L'évolution de température  $\theta$  au cours de l'expérience à l'amplitude acoustique « élevée » est représentée sur la figure III.4. Dans cette expérience, le *drive ratio* est  $DR = 3,5\%$ , ce qui correspond à l'amplitude pour laquelle les meilleures performances avaient été obtenues pour cette machine dotée du précédent noyau thermoacoustique. Les résultats de cette expérience sont assez similaires à ceux obtenus pour les faible et moyenne amplitude, à quelques différences près. Après l'établissement de la différence de température de  $16\text{ }^{\circ}\text{C}$  entre le centre de l'échangeur froid et la source acoustique principale suite au démarrage de la machine, plusieurs effets sont à noter. Premièrement, la distribution de température est bien différente entre le cas 'H1' où le plan de thermocouples est

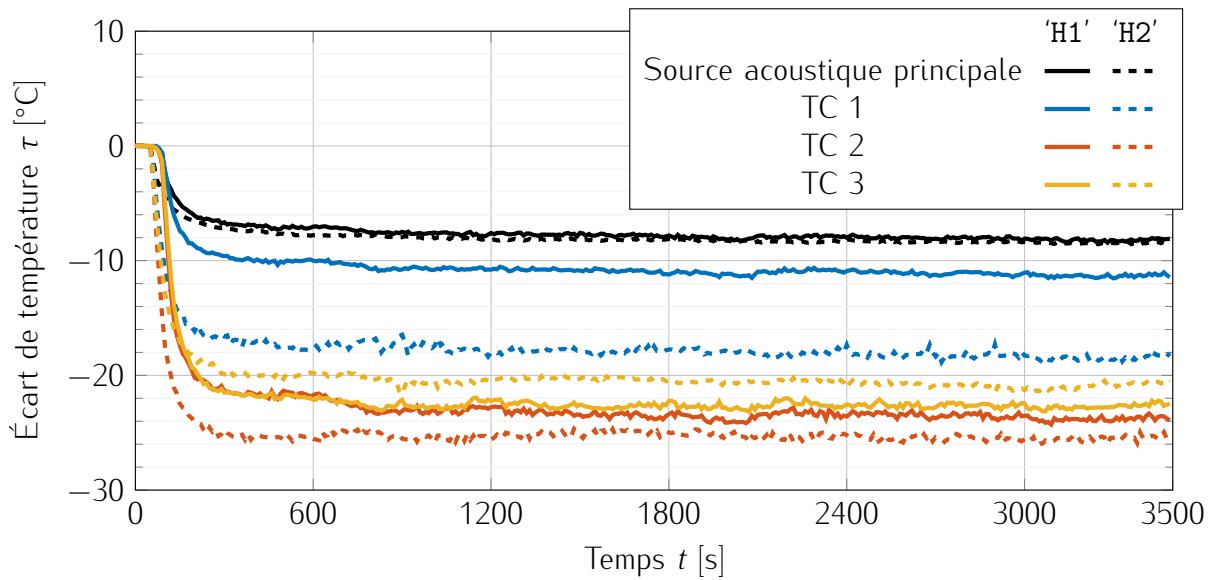


**FIGURE III.3** – Évolution temporelle des températures dans la cavité d'adaptation d'impédance pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à *drive ratio* intermédiaire  $DR = 1,7\%$ .

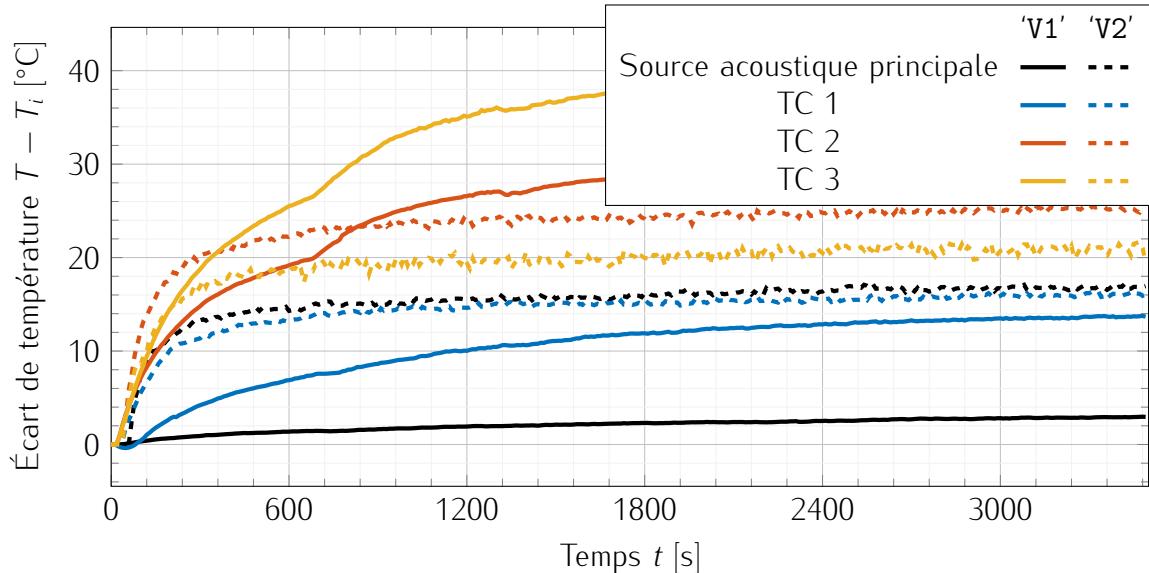
vertical et le cas 'H2' où il est horizontal. En particulier, les courbes noires d'une part et les courbes rouges d'autre part se superposent d'une orientation à l'autre, ce qui est un effet attendu au vu de leur position sur l'axe de symétrie du réfrigérateur. Ensuite, la température le long de la dimension verticale  $e_r^{1/g}$  augmente avec cette dernière, encore une fois avec les thermocouples 2 et 3 à  $2^\circ\text{C}$  l'un de l'autre, et le thermocouple 1  $12^\circ\text{C}$  au-dessus. Contrairement aux observations précédentes de ce gradient, à cette amplitude c'est le thermocouple 2 qui indique la température la plus basse, bien qu'il se trouve 74 mm au-dessus du thermocouple 3. Cela dit, cet écart entre les deux thermocouples 2 et 3 est faible devant la valeur de température atteinte lors du fonctionnement de la machine et du refroidissement de cette zone, c'est-à-dire  $-23^\circ\text{C}$ . Il est possible de considérer cet écart comme une incertitude de mesure et ainsi se ramener à une analyse équivalente à celles des amplitudes plus faibles. Dans l'orientation 'H2', la symétrie par rapport au plan vertical qui était visible aux amplitudes faibles et moyennes ne l'est plus. Les thermocouples 1 et 3 ne sont plus égaux, et sont séparés de  $2^\circ\text{C}$ . Cependant, pour les mêmes raisons que précédemment, l'écart est à nouveau considéré comme négligeable devant la valeur de la température atteinte, et les mêmes analyses qu'aux amplitudes faible et moyenne sont proposées.

### III.1.1.2 Expériences avec le réfrigérateur vertical

**III.1.1.2.a Sans acoustique** Avant de s'intéresser aux expériences dans lesquelles tous les effets sont combinés, un essai est exécuté en l'absence de sources acoustique pour étudier l'effet de la convection naturelle pour une fréquence nulle. La figure III.5 montre l'évolution de la température dans la cavité d'adaptation d'impédance, après allumage d'une charge thermique fournie par les résistances chauffantes placées dans l'échangeur froid. À 50 s, les charges thermiques sont alimentées, et les températures à proximité immédiate de l'échangeur — les thermocouples 1, 2 et 3 — augmentent. La charge thermique est la même dans les deux orientations, mais les températures atteintes diffèrent : le thermocouple au centre relève *blabla*. L'explication vient en observant également le comportement de la température de l'autre côté de la cavité, devant la source acoustique principale. En effet, l'allure des courbes noires est complètement différente d'une orientation à l'autre. Dans le cas où la source acoustique est en dessous du noyau, l'évolution de la température est nulle, tandis que lorsqu'elle est au-dessus, sa température est égale à celle relevée autour de la charge thermique, quand bien même avec un retard dû à la vitesse.



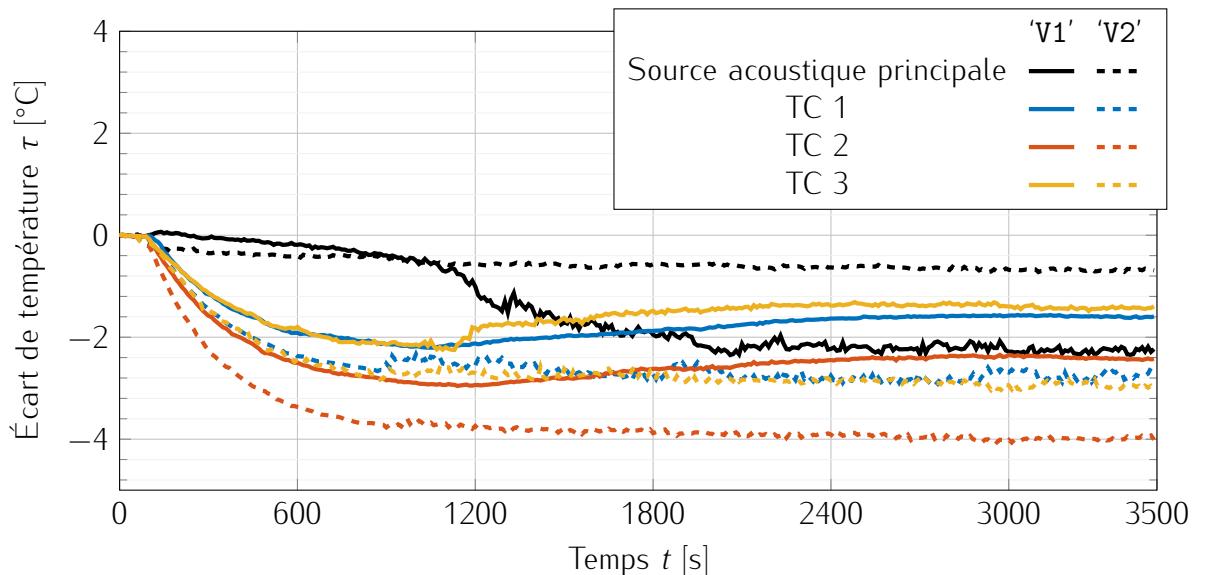
**FIGURE III.4** – Évolution temporelle des températures dans la cavité d'adaptation d'impédance pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à haut *drive ratio*  $DR = 3,6 \%$ .



**FIGURE III.5** – Évolution temporelle des températures dans la cavité d'adaptation d'impédance pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à *drive ratio* nul.

**III.1.1.2.b Avec acoustique** La figure III.6 trace les températures mesurées dans la cavité d'adaptation d'impédance pour des expériences où le réfrigérateur est placé dans les orientations verticales présentées figures II.5(c) et (d), pour une amplitude « faible » soit un *drive ratio*  $DR = 0,7 \%$ . Contrairement aux expériences horizontales où les effets de convection naturelle sont toujours présents mais pas toujours visibles, dans les expériences verticales il existe une configuration favorable à la mise en place d'une instabilité de convection naturelle de type Rayleigh-Bénard, et l'autre, inverse, qui est stable. La première configuration est l'orientation 'V1', car la source acoustique y est en dessous du noyau thermoacoustique, car le sens du gradient de température est opposé à la gravité, tandis que la seconde est l'orientation 'V2' où la source acoustique est au-dessus du noyau. Dans cette dernière orientation, le gradient de température est dans le même sens que la gravité, et il n'y a pas de flux de chaleur qui apparaît de manière spontanée. La première remarque concerne la différence d'aspect de l'évolution des températures entre une orientation et l'autre, malgré une

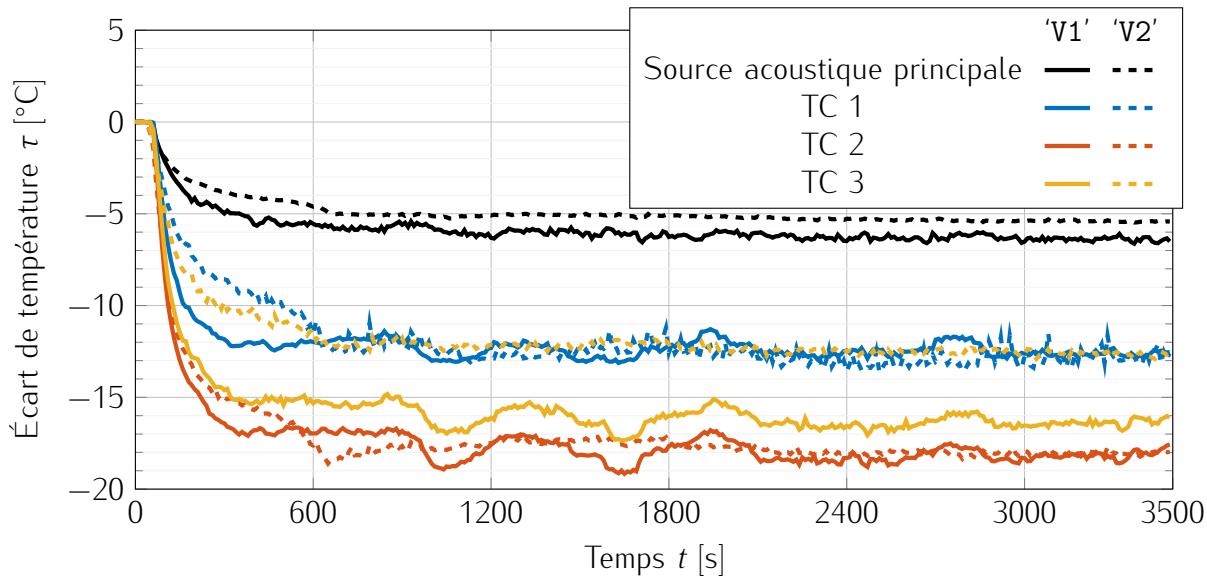
axi-symétrie visible dans les deux cas et attendu au vu de la colinéarité de la dimensions axiale  $e_x$  et de la gravité  $\mathbf{g}$ . En observant les tracés en lignes tiretées, qui tracent l'évolution de la température  $\theta$  au cours de l'expérience dans l'orientation 'V2', une différence de température de  $3,2^\circ\text{C}$  entre l'échangeur froid du noyau et la source acoustique principale plus chaude apparaît et se maintient durant toute la durée de l'expérience. C'est d'ailleurs le plus grand écart de température relevé dans cette zone. Plus précisément, la température mesurée devant la source acoustique principale baisse  $0,8^\circ\text{C}$  même après démarrage de celle-ci, ce qui est assez faible pour être en accord avec l'hypothèse de stabilité des températures en l'absence de flux massique causé par la convection naturelle. Dans l'orientation inverse 'V1' représentée par les tracés en traits pleins, la différence de température apparaît également après le démarrage des sources acoustiques. Toutefois, après 1800 s les thermocouples sur l'axe de symétrie et en vis à vis l'un de l'autre, autrement dit devant la source acoustique principale et le thermocouple 2, affichent la même température. De manière plus générale, tous les thermocouple de cette zone d'adaptation d'impédance sont à des températures plus homogènes, puisque l'écart maximum de températures est dans ce cas de  $0,8^\circ\text{C}$ . Un effet très remarquable pour cette orientation est l'évolution de température en deux étapes : la première, pendant laquelle la température sur l'échangeur froid diminue et qui s'étend du démarrage des sources à 1100 s, et la seconde, de cet instant jusqu'à la fin de l'acquisition et où un réchauffement des thermocouples sur l'échangeur froid apparaît. Il semblerait qu'il s'agisse là de la manifestations de deux effets aux constantes de temps différentes, l'effet thermoacoustique qui agit dès l'allumage des sources acoustiques et la convection naturelle, plus lente. Il est supposé que lors de la première étape, la différence de température augmente peu à peu et le nombre de Rayleigh avec elle, et ce, jusqu'au dépassement de la valeur critique de  $\text{Ra}_c$ . Au delà de cette valeur que l'on peut estimer expérimentalement avec l'équation (II.5) appliquée à la différence de température  $\Delta\theta|_{t=1100\text{s}}$  ou bien quand  $\partial_{tt}^2\theta = 0$ , une cellule de convection de type Rayleigh-Bénard se met en place, et déplace avec le fluide en mouvement une certaine quantité de chaleur  $Q_{\text{conv}}$  de la source acoustique vers l'échangeur froid. Le gradient de température entre la source acoustique principale et l'échangeur froid n'étant pas fixé, les deux extrémités de la cavité d'adaptation d'impédance voient leur température converger vers un point d'équilibre, à la valeur moyenne des températures mesurées au mêmes emplacements dans l'orientation 'V2'.



**FIGURE III.6** – Évolution temporelle des températures dans la cavité d'adaptation d'impédance pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à faible *drive ratio*  $DR = 0,7\%$ .

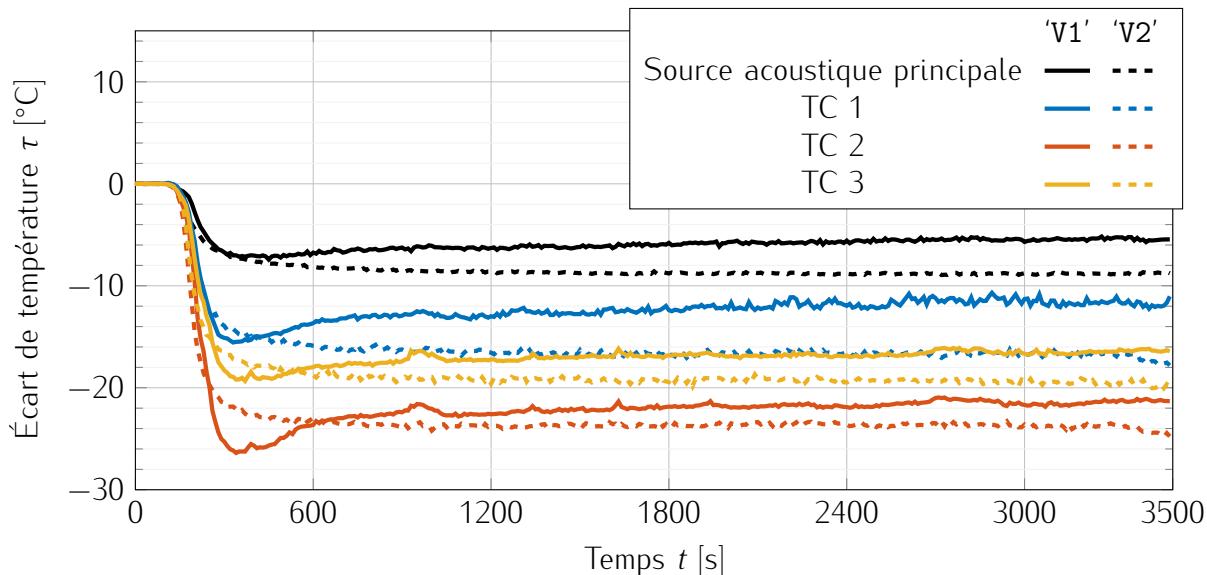
À moyenne amplitude pour un *drive ratio*  $DR = 1,7\%$ , les résultats des expériences sont tracés sur la figure III.7. Pour cette série, il est difficile de conclure sur le comportement d'une supposée

cellule de convection naturelle : les différences entre les deux configurations ne correspondent pas aux tendances mises en évidence par les expériences à faible amplitude.



**FIGURE III.7** – Évolution temporelle des températures dans la cavité d'adaptation d'impédance pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à *drive ratio* intermédiaire  $DR = 1,7\%$ .

En revanche, la figure III.8 qui présente les résultats obtenus à haute amplitude, c'est-à-dire pour un *drive ratio* de  $DR = 3,6\%$ , les effets liés à la convection naturelle sont visibles. En effet, les tendances sont les mêmes qu'à faible amplitude acoustique, à d'autres échelles en termes d'amplitude de température ou de temps, et une différence de résultats de l'ordre de  $6^\circ\text{C}$  est manifeste en fonction de l'orientation du réfrigérateur. Notamment, les courbes en trait tireté qui représentent l'orientation 'V2' montrent à nouveau un refroidissement de la zone avant une stabilisation des températures, tandis que les courbes en trait plein affichent un réchauffement à  $t = 400\text{ s}$  entre le refroidissement initial et la stabilisation des températures dans la cavité conique dans l'orientation 'V1'.



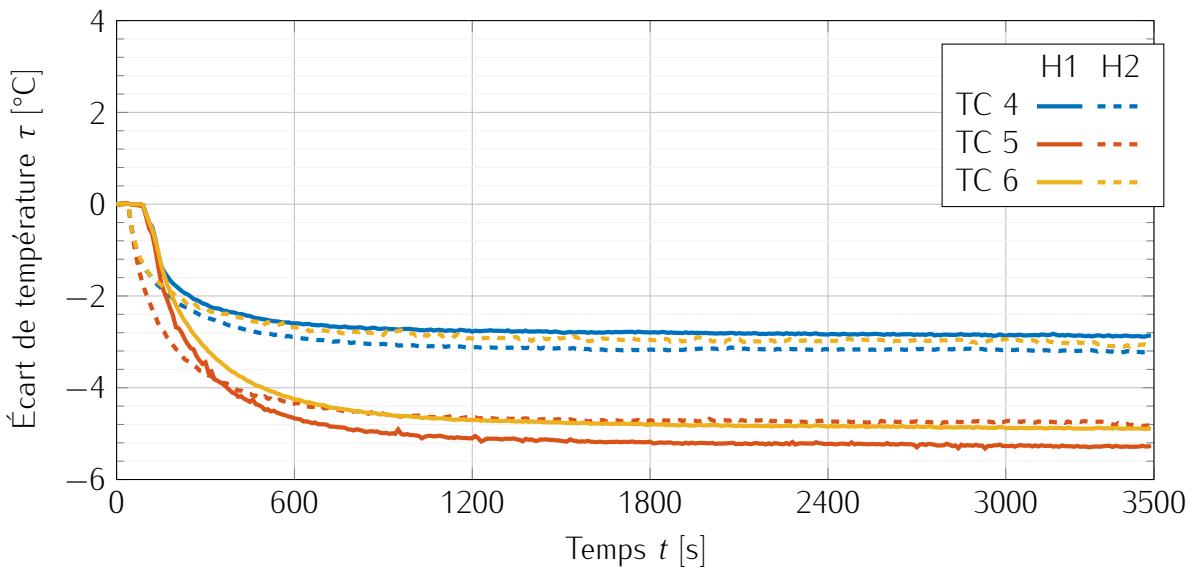
**FIGURE III.8** – Évolution temporelle des températures dans la cavité d'adaptation d'impédance pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à haut *drive ratio*  $DR = 3,6\%$ .

### III.1.2 À l'intérieur du régénératuer

#### III.1.2.1 Réfrigérateur horizontal

**III.1.2.1.a Faible amplitude acoustique** Les figures III.9 à III.11 montrent les résultats à faible amplitude acoustique, pour les trois positions axiales le long du régénératuer. Dans cette configuration, le nombre de Rayleigh  $Ra_p$  est de Valeur.

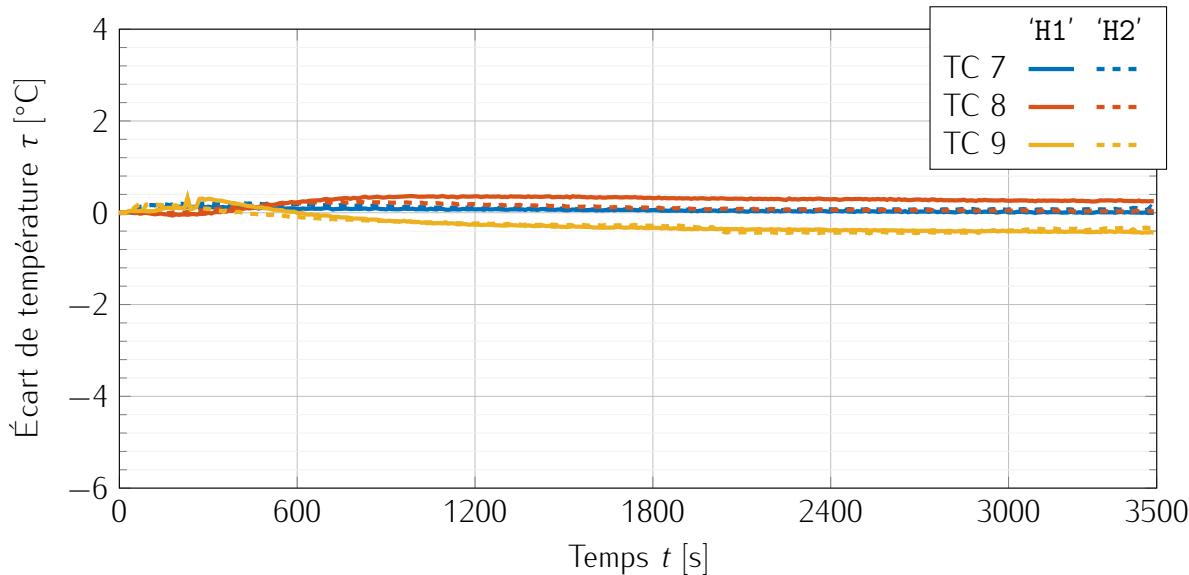
Tout d'abord, du côté de l'échangeur froid dont les résultats d'expériences sont affichés sur la figure III.9, une tendance similaire à ce qui a été montré dans la cavité d'adaptation d'impédance sur la figure III.2 est visible. Notamment, la température mesurée par le thermocouple 5 placé au centre du régénératuer est la même dans les deux orientations, avec une diminution de  $5,2^\circ\text{C}$  par rapport à la température initiale pour l'orientation 'H1', et de  $4,8^\circ\text{C}$  pour l'orientation 'H2'. La périphérie du régénératuer, dont les températures sont acquises par les thermocouples 4 et 6, voient à l'inverse leur température varier en fonction de l'orientation. Dans l'orientation 'H1', les températures données par les thermocouples 5 et 6 sont respectivement égales à  $-5,2^\circ\text{C}$  et  $-4,8^\circ\text{C}$ , et le thermocouple 4 indique une température de  $-2,9^\circ\text{C}$ . En revanche, dans l'orientation 'H2' ce sont cette fois les thermocouples 4 et 6 qui sont proches car égaux à  $-3^\circ\text{C}$  et  $-3,2^\circ\text{C}$ , et le thermocouple 5 qui relève  $-4,8^\circ\text{C}$ . La symétrie par rapport au plan vertical passant par le centre du régénératuer est ainsi maintenue du côté froid intérieur du régénératuer, de même que ce que l'étude dans la cavité d'adapatation d'impédance montre le paragraphe §III.1.1.b.



**FIGURE III.9** – Évolution temporelle des températures au côté froid du régénératuer pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à faible *drive ratio*  $DR = 0,7\%$ .

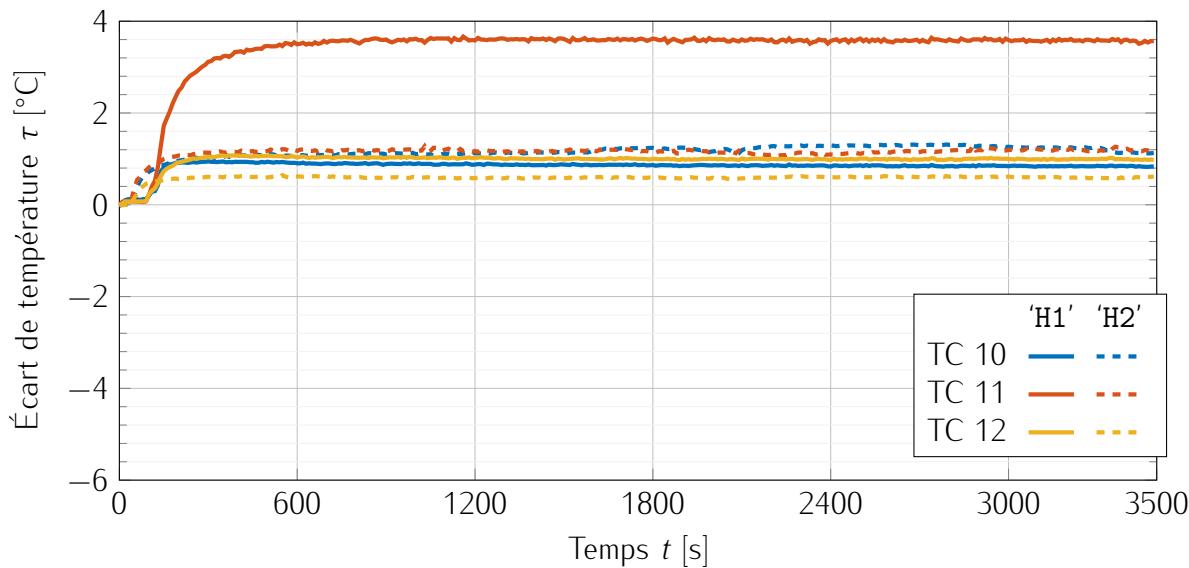
La figure III.10 présente la distribution de température au milieu du régénératuer. Dans ce graphique, il est possible de voir que même à partir du moment où les sources sont mises en marche, la température dans cette zone évolue peu par rapport aux autres positions, et sont comprises entre  $-0,4^\circ\text{C}$  et  $0,2^\circ\text{C}$  pour n'importe laquelle des orientations. Par ailleurs, à l'instant  $t = 300\text{s}$ , il est possible de remarquer que les températures qui décroissent se mettent à augmenter, et inversement. Au final, une distribution se dessine pour les températures au milieu du régénératuer, indépendamment de l'orientation : le thermocouple 9 mesure la température la plus basse, le thermocouple 8 sur l'axe, la plus chaude, et le thermocouple 7, une évolution nulle de la température.

La température du côté de l'échangeur ambiant est tracée sur la figure III.11. Cette position est très proche de l'échangeur ambiant, qui est la seule contrainte thermique dans le noyau. Pour cela, la dépendance à l'orientation est supposée être plus faible, ce qui se voit sur les courbes des deux



**FIGURE III.10** – Évolution temporelle des températures au milieu du régénératrice pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à faible *drive ratio*  $DR = 0,7\%$ .

orientations. En 'H1', les thermocouples périphériques 10 et 12 mesurent une augmentation de  $1^\circ\text{C}$ , et le thermocouple central, de  $3,6^\circ\text{C}$ . L'orientation 'H2', elle, voit toutes les températures mesurées sur cette section se stabiliser à  $1^\circ\text{C}$ .



**FIGURE III.11** – Évolution temporelle des températures au côté ambiant du régénératrice pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à faible *drive ratio*  $DR = 0,7\%$ .

**III.1.2.1.b Moyenne amplitude acoustique** Les figures III.12, III.13 et III.14 tracent respectivement les températures relevées par les thermocouples 4, 5 et 6 du côté froid du régénératrice, 7, 8 et 9 placés au milieu de celui-ci, et 10, 11 et 12 du côté ambiant.

Pour le côté froid, des observations similaires au cas à faible amplitude acoustique peuvent être faites sur la figure III.12, c'est-à-dire que ce qui se passe dans la cavité d'adaptation d'impédance se retrouve de l'autre côté de l'échangeur. En particulier, une symétrie est visible dans l'orientation 'H2' où les thermocouples périphériques 4 et 6 sont le symétrique l'un de l'autre par rapport au

plan vertical et égaux à  $-26,1^{\circ}\text{C}$ . Dans l'orientation 'H1' en revanche, cette axisymétrie disparaît et le gradient vertical de température est visible. Toujours non linéaire, les deux thermocouples 5 et 6 situés au dessous du thermocouple 4 voient leur température à moins de  $2^{\circ}\text{C}$  d'écart, à  $-29,9^{\circ}\text{C}$  et  $-31,9^{\circ}\text{C}$ , tandis que ce dernier est  $9,9^{\circ}\text{C}$  au dessus, à  $-20^{\circ}\text{C}$ . De plus, sur l'axe du régénérateur la température ne dépend pas de l'orientation, contrairement à ce que montre la distribution de température dans la cavité d'adaptation d'impédance figure III.3. Le thermocouple 5 qui y est placé indique en effet  $-29,9^{\circ}\text{C}$  en 'H1' et  $-31,9^{\circ}\text{C}$  en 'H2', soit un écart de  $2^{\circ}\text{C}$  considéré négligeable devant l'amplitude de température atteinte. Cette indépendance de l'orientation sur la température au centre du régénérateur est attendue, puisque la forme de l'échangeur froid limite la vitesse verticale  $v_{\text{ref}}^{/\!/g}$ .

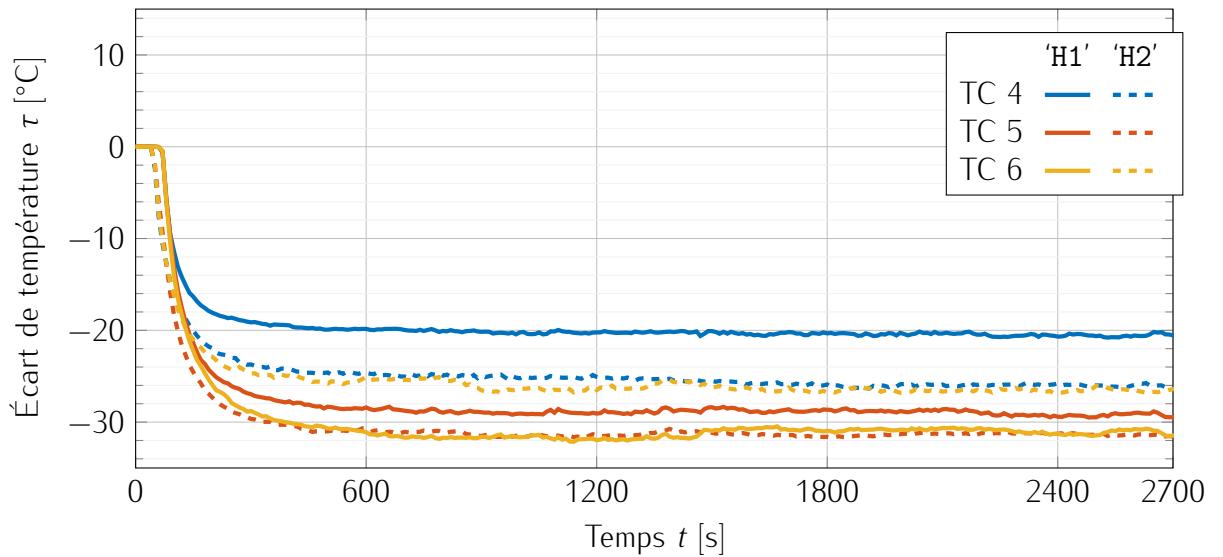


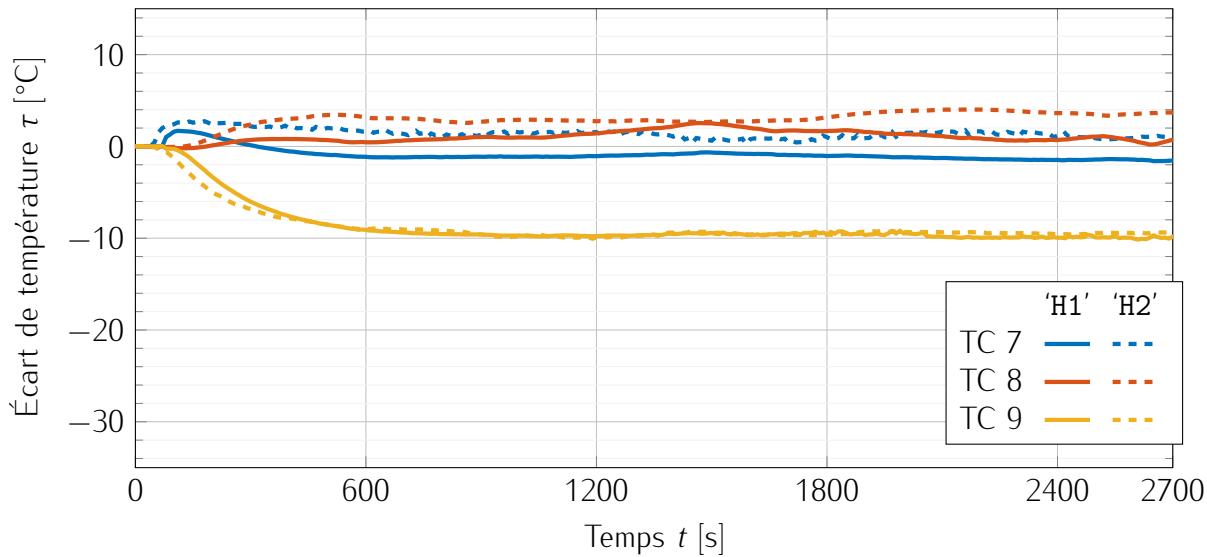
FIGURE III.12 – Évolution temporelle des températures au côté froid du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à *drive ratio* intermédiaire  $DR = 1,7\%$ .

Les températures mesurées au milieu du régénérateur sont tracés sur la figure III.13. Il est possible d'y voir, à nouveau, les mêmes phénomènes que dans l'expérience à faible amplitude acoustique. Les deux orientations provoquent les mêmes évolutions de températures au niveau des thermocouples 7, 8 et 9, avec encore une fois le thermocouple 9 au plus bas avec  $-10^{\circ}\text{C}$ , le thermocouple 8 au plus haut à  $0^{\circ}\text{C}$  en 'H1' et  $4^{\circ}\text{C}$  en 'H2', et le thermocouple 7 à  $-2^{\circ}\text{C}$  et  $0,5^{\circ}\text{C}$  pour ces mêmes orientations. Un autre effet à remarquer est le réchauffement puis refroidissement qui se produit à l'emplacement du thermocouple 7, et dont le changement de sens se fait à  $t = 150\text{s}$ , soit 50 s après le démarrage des sources acoustiques. À faible amplitude, cette tendance d'évolution est également visible, bien qu'étant plus faiblement marquée à voir ce qu'on peut dire de ça à part que c'est un effet autre que la convection puisqu'indépendant de  $\Delta T_{TA}$ ... .

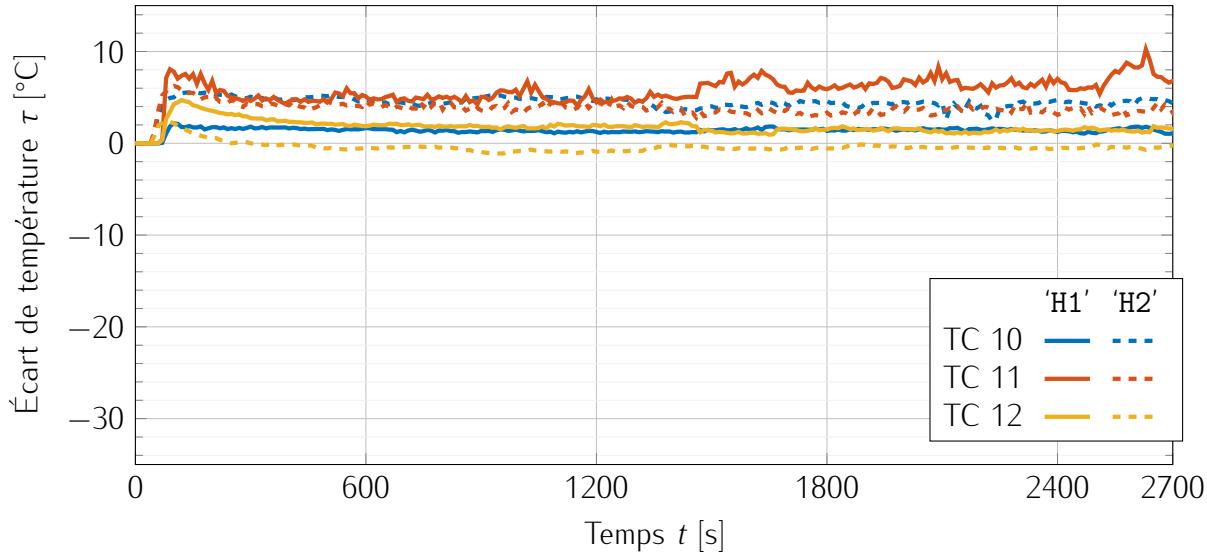
Du côté ambiant du régénérateur, les températures tracées sur la figure III.14 s'élèvent après la mise en marche des sources acoustiques à des valeurs différentes, c'est-à-dire  $6^{\circ}\text{C}$  pour les thermocouples 10 et 11 dans l'orientation 'H2' et le thermocouple 11 dans l'orientation 'H1',  $4^{\circ}\text{C}$  pour le thermocouple 12 dans l'orientation 'H1', et  $2^{\circ}\text{C}$  pour le reste des thermocouples. Toutefois, la distribution de température ne varie pas en fonction de l'orientation. Après 50 s d'augmentation, les températures s'abaissent de  $2^{\circ}\text{C}$  pour chaque thermocouple jusqu'à atteindre la température d'équilibre du système.

### III.1.2.1.c Haute amplitude acoustique

Les figures III.15, III.16 et III.17



**FIGURE III.13** – Évolution temporelle des températures au milieu du régénératrice pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à *drive ratio* intermédiaire  $DR = 1,7\%$ .



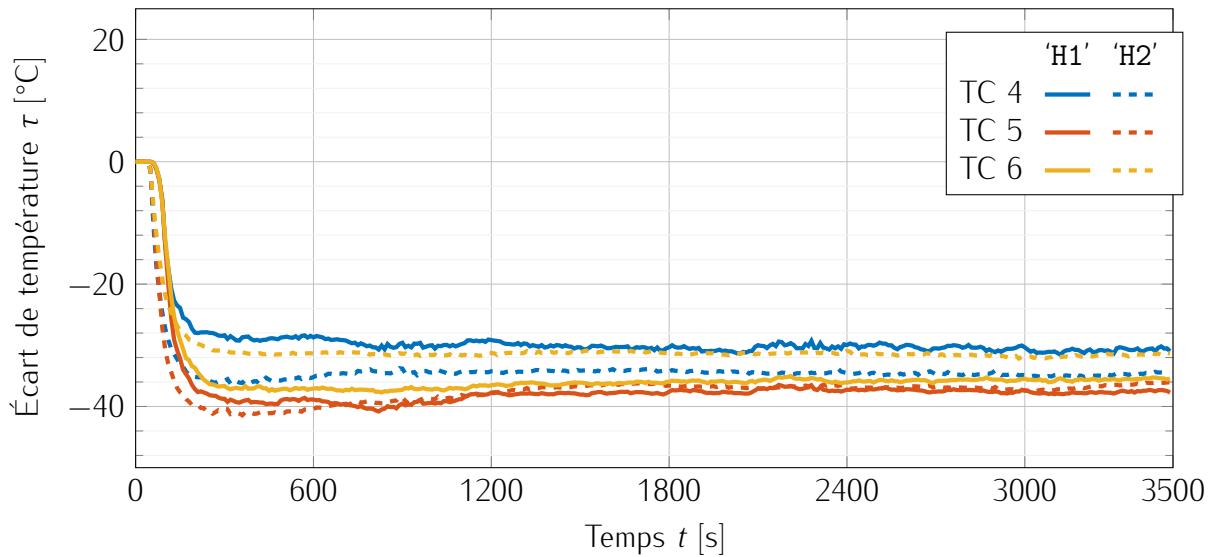
**FIGURE III.14** – Évolution temporelle des températures au côté ambiant du régénératrice pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à *drive ratio* intermédiaire  $DR = 1,7\%$ .

### III.1.2.2 Réfrigérateur vertical

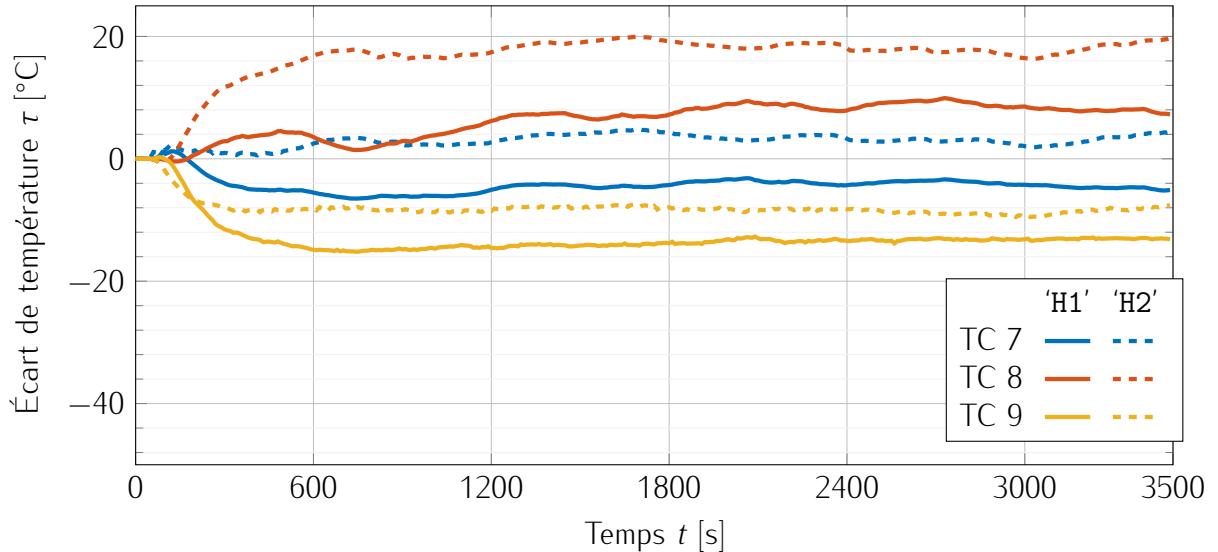
III.1.2.2.a Faible amplitude acoustique Figures III.18, III.19 et III.20

III.1.2.2.b Moyenne amplitude acoustique Figures III.21, III.22 et III.23

III.1.2.2.c Haute amplitude acoustique Figures III.24, III.25 et III.26



**FIGURE III.15** – Évolution temporelle des températures au côté froid du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à haut *drive ratio*  $DR = 3,6\%$ .

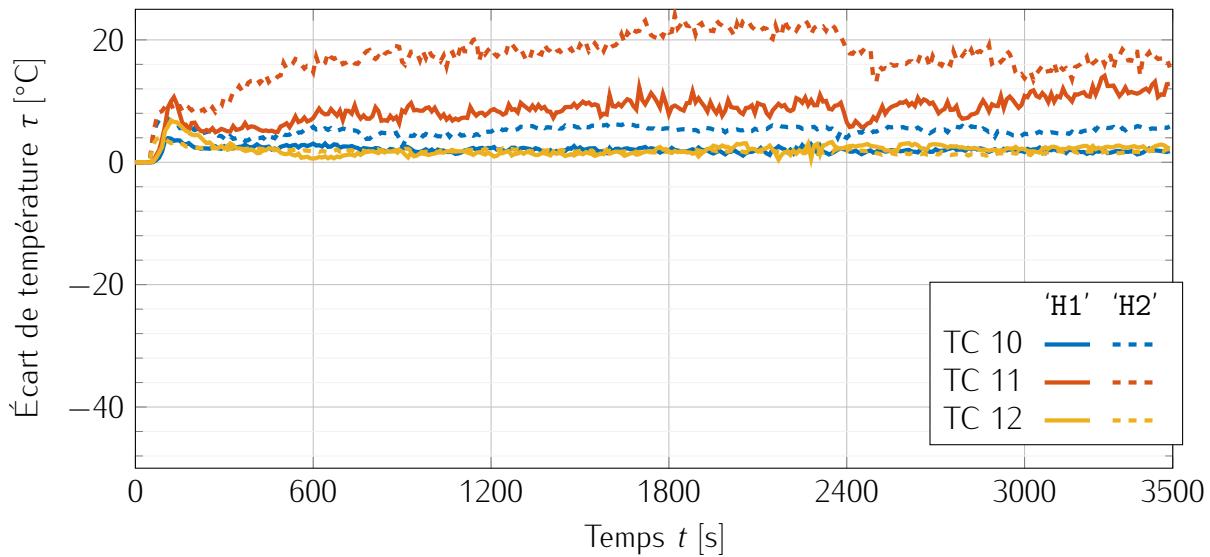


**FIGURE III.16** – Évolution temporelle des températures au milieu du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à haut *drive ratio*  $DR = 3,6\%$ .

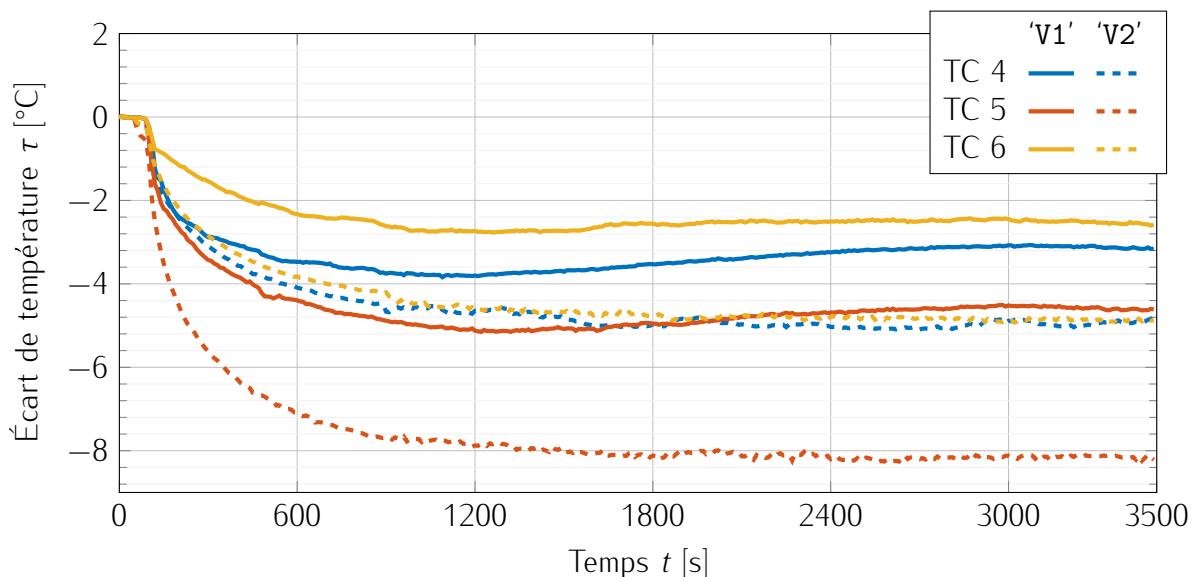
### III.1.3 Cavité entre la source acoustique secondaire et le noyau thermoacoustique

## III.2 Conduction par les parois du régénérateur

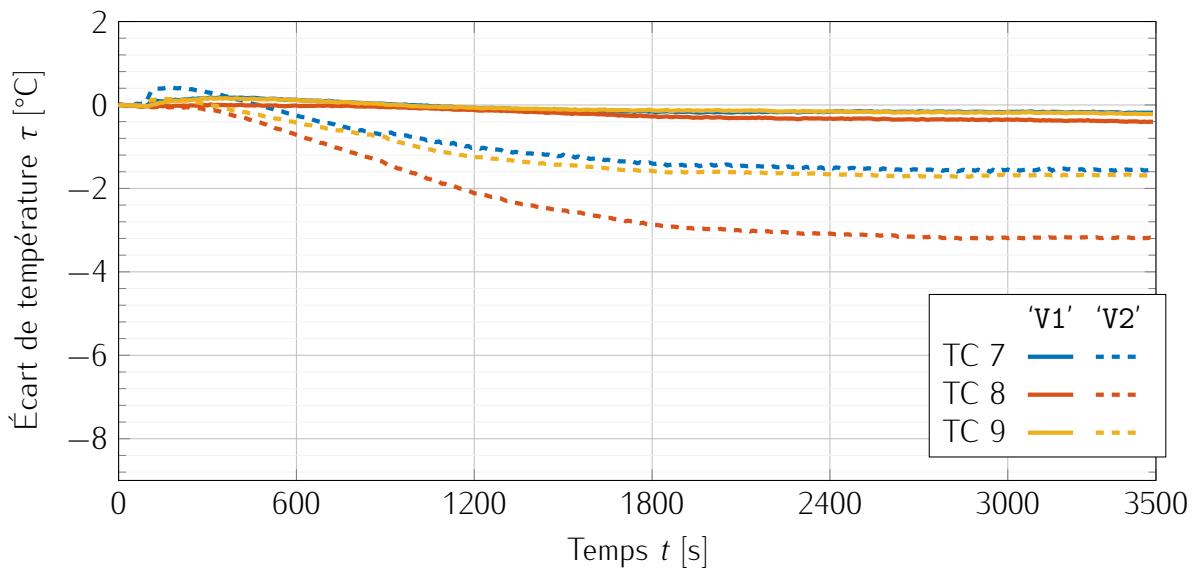
La conduction par les parois du noyau thermoacoustique est un facteur très important à prendre en compte. En effet, lorsque le réfrigérateur fonctionne et qu'un gradient de température s'établit le long du régénérateur, un flux de chaleur « retour » de conduction apparaît dans le sens opposé au flux de chaleur thermoacoustique. Cependant, contrairement au matériau poreux qui compose le régénérateur, il n'est pas nécessaire que les parois soit conductrice de chaleur. Dans cette section, la **canette/carter/boîte/enceinte** qui contient les disques de tissu métallique et qui est initialement usinée dans un cylindre d'acier inoxydable est remplacée par une pièce similaire imprimée en plastique **quel type ?**



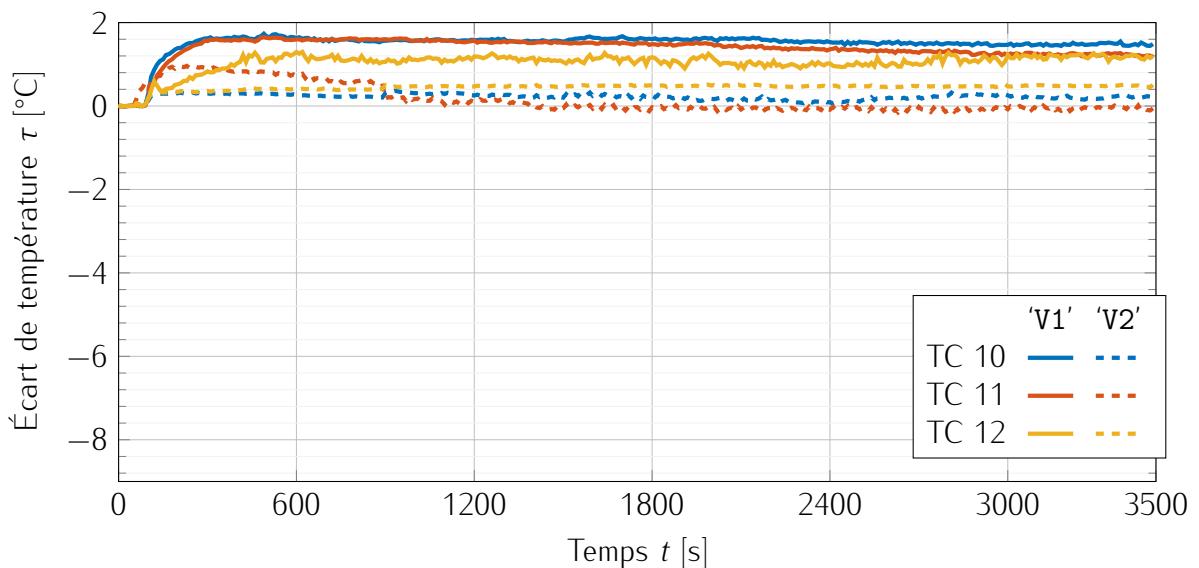
**FIGURE III.17** – Évolution temporelle des températures au côté ambiant du régénératuer pour les expériences dans les orientations 'H1' et 'H2' à haut *drive ratio*  $DR = 3,6\%$ .



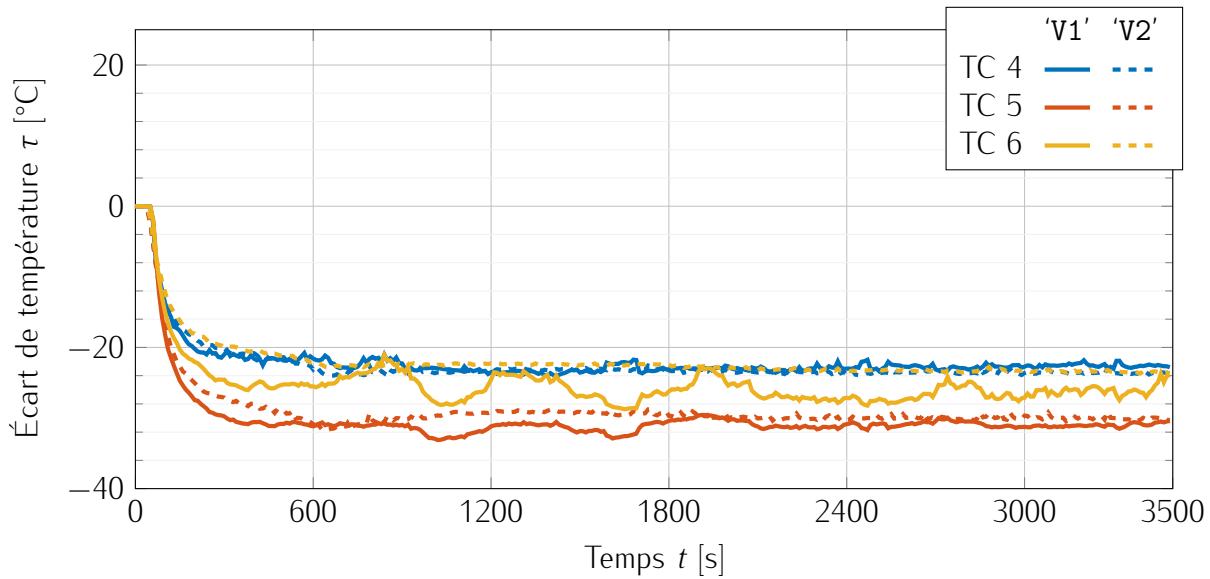
**FIGURE III.18** – Évolution temporelle des températures au côté froid du régénératuer pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à faible *drive ratio*  $DR = 0,7\%$ .



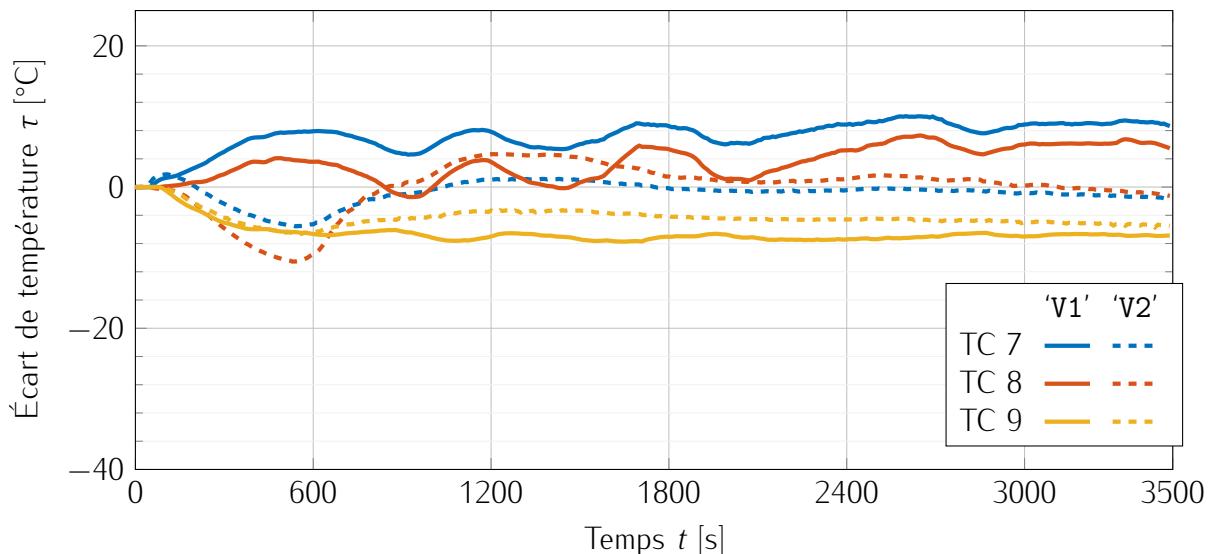
**FIGURE III.19** – Évolution temporelle des températures au milieu du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à faible *drive ratio*  $DR = 0,7\%$ .



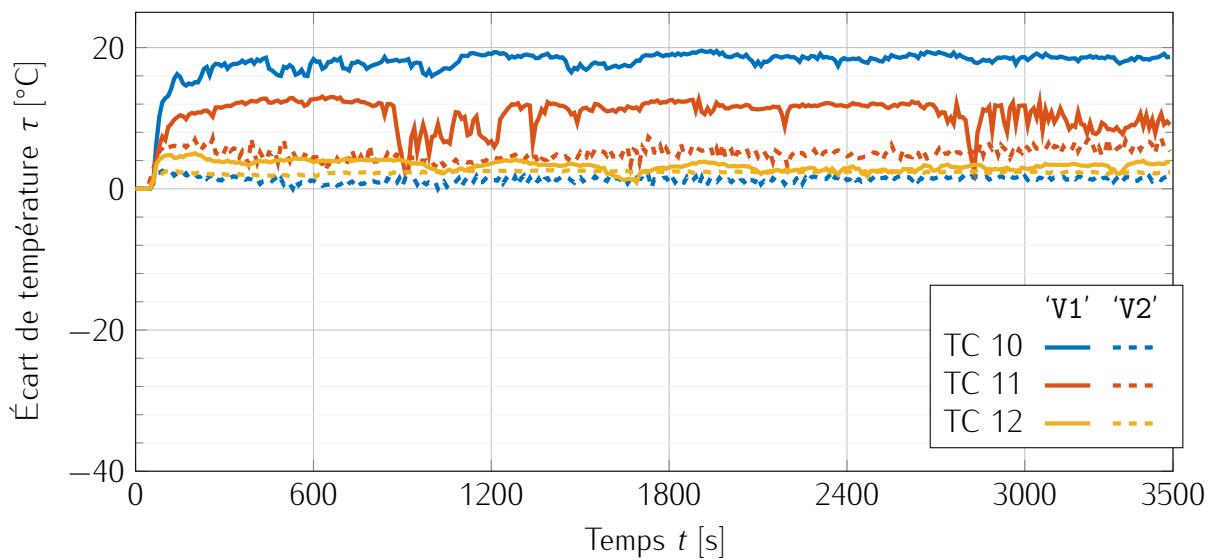
**FIGURE III.20** – Évolution temporelle des températures au côté ambiant du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à faible *drive ratio*  $DR = 0,7\%$ .



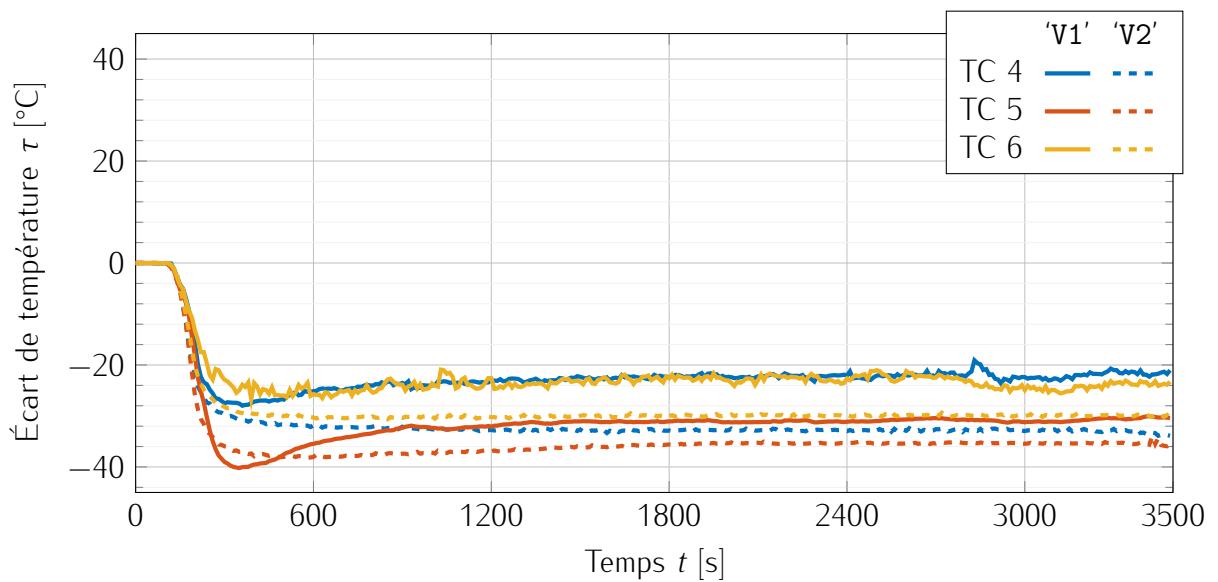
**FIGURE III.21** – Évolution temporelle des températures au côté froid du régénératrice pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à *drive ratio* intermédiaire  $DR = 1,7 \%$ .



**FIGURE III.22** – Évolution temporelle des températures au milieu du régénératrice pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à *drive ratio* intermédiaire  $DR = 1,7 \%$ .



**FIGURE III.23** – Évolution temporelle des températures au côté ambiant du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à *drive ratio* intermédiaire  $DR = 1,7\%$ .



**FIGURE III.24** – Évolution temporelle des températures au côté froid du régénérateur pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à haut *drive ratio*  $DR = 3,6\%$ .

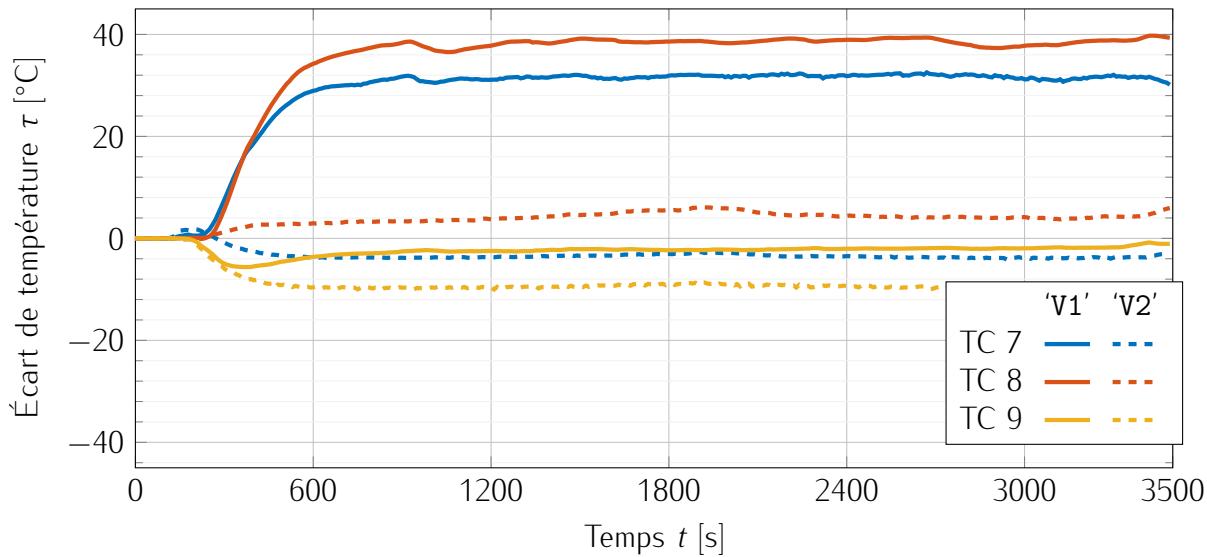


FIGURE III.25 – Évolution temporelle des températures au milieu du régénératrice pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à haut *drive ratio*  $DR = 3,6 \%$ .

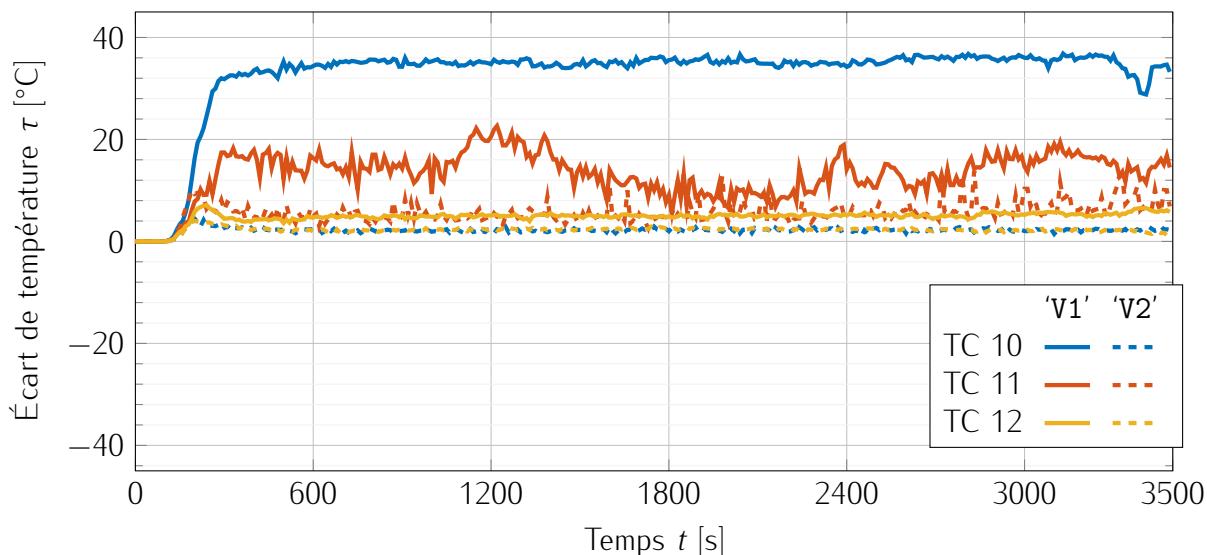


FIGURE III.26 – Évolution temporelle des températures au côté ambiant du régénératrice pour les expériences dans les orientations 'V1' et 'V2' à haut *drive ratio*  $DR = 3,6 \%$ .

# Chapitre IV

## Études théoriques et simulations

---

### Table des matières

IV.1 Détermination des coefficients empiriques du modèle transitoire . . . . .	42
--	----

---

## IV.1 Détermination des coefficients empiriques du modèle transitoire

Le modèle transitoire présenté au chapitre §II.3.2 comporte des paramètres empiriques à adapter pour approcher les résultats expérimentaux. Parmi eux, il y la source de chaleur liées à la vorticité  $Q_{\text{vort}}$ , et les coefficients d'échanges aux interfaces en  $x = 0$ ,  $x = L_{\text{reg}}$  et  $r = R_{\text{reg}}$ , notés respectivement  $h_x|_{x=0}$ ,  $h_x|_{x=L_{\text{reg}}}$  et  $h_r|_{r=R_{\text{reg}}}$ . Ces trois derniers sont supposés uniquement dépendants de l'écart de température  $\tau$ , et pour des raisons de simplicité sont estimés au moyen des mesures ‘heat\_only’ verticales, ce qui permet en outre de s'affranchir de la vorticité et de la convection naturelle jugée négligeable [horizontalement/dans la boucle de rétroaction acoustique](#). La température du système est ainsi calculée pour  $p = 0$  et  $u = 0$ .

# **Chapitre V**

## **Conclusion**

---

### **Table des matières**

V.1	Section	.....	44
-----	---------	-------	----

---

## V.1 Section

# Chapitre VI

## Perspectives

---

### Table des matières

VI.1	Électroacoustique	46
VI.1.1	Contrôle actif	46
VI.1.2	Remplacement des sources	46
VI.2	Expérimentations supplémentaires	46

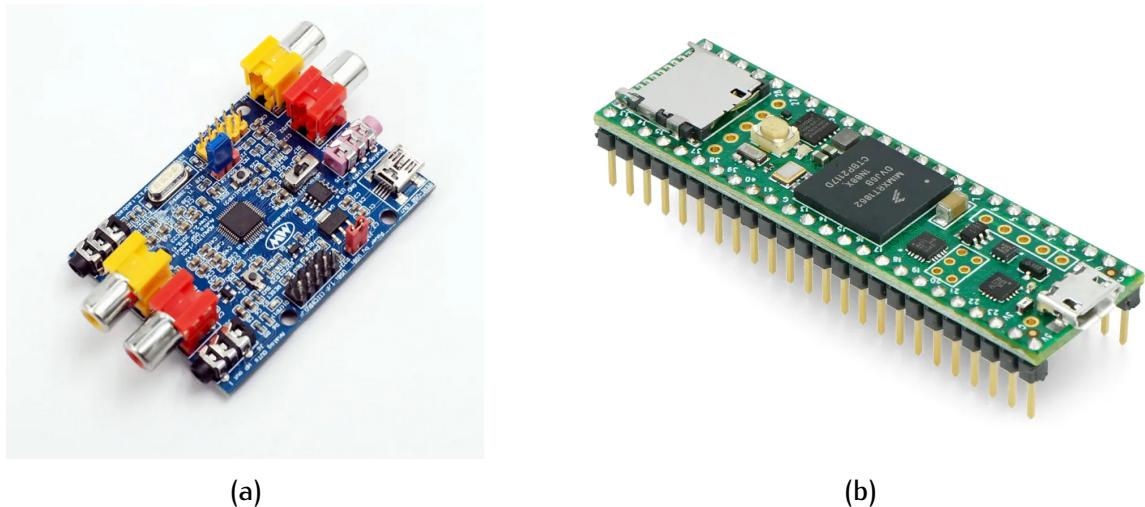
---

## VI.1 Électroacoustique

Dans l'optique de poursuivre l'amélioration de cette pompe à chaleur thermoacoustique, l'aspect des sources acoustiques reste à considérer.

### VI.1.1 Contrôle actif

Le champ acoustique doit être contrôlé avec précision, en particulier l'impédance acoustique et son déphasage au sein du matériau poreux. Dans l'état actuel de la machine, les sources acoustiques sont contrôlées manuellement, et le déphasage inter-sources acoustiques est réglé sur le générateur de signaux. Une étude de l'asservissement de la source secondaire au moyen d'un dispositif de traitement du signal en temps réel tel que le *digital signal processor* ADAU1701 de SigmaDSP (figure VI.1(a)) ou un Teensy 4.1 (figure VI.1(b)) est proposée pour la suite de cette thèse, pour atteindre le champ acoustique optimal.



**FIGURE VI.1** – Dispositif de traitement du signal numérique en temps réel. (a) SigmaDSP ADAU1701 et (b) Teensy 4.1

Ces cartes sont toutefois sources de retards : les différents calculs réalisés par le processeur, les filtres, les conversions analogique-numérique et numérique-analogique prennent du temps, mais il est possible d'atteindre des retards faibles de l'ordre de  $80\ \mu s$ , ce qui correspond à un déphasage de  $1,35^\circ$  à la fréquence de fonctionnement du TACOT, 47 Hz.

### VI.1.2 Remplacement des sources

## VI.2 Expérimentations supplémentaires

# Annexe A

## Index des notations

Taille de la 2<sup>e</sup> colonne pour remplir la page + reparcourir manuscript pour vérifier que c'est complet et cohérent

Symbol	Définition	Lettres latines
$g$	Constante de gravité, $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$	
$g$	Gain thermoacoustique	
$\text{Gr}$	Nombre de Grashof	
$k_0$	Nombre d'onde sans perte	
$c$	Célérité du son dans le milieu	
$k$	Conductivité thermique	
$K_p$	Perméabilité hydraulique d'un matériau poreux	
$C_p$	Capacité calorifique du gaz à pression constante	
$C_s$	Capacité calorifique du solide poreux	
$C_v$	Capacité calorifique du gaz à volume constant	
$L_{\text{reg}}$	Longueur du régénérateur, $L_{\text{reg}} = 39 \text{ mm}$	
$\text{Nu}$	Nombre de Nusselt	
$p_0$	Pression statique dans le réfrigérateur	
$p$	Pression acoustique	
$\text{Pe}$	Nombre de Péclet	
$\text{Pr}$	Nombre de Prandtl	
$\mathbf{e}_r$	Coordonnée radiale dans le noyau	
$R_{\text{reg}}$	Rayon du régénérateur, $R_{\text{reg}} = 74 \text{ mm}$	
$\text{Ra}$	Nombre de Rayleigh	
$r_h$	Rayon hydraulique des pores du régénérateur	
$T_0$	Température moyenne locale du gaz dans le noyau	
$T_\infty$	Température ambiante hors <i>du noyau / de la machine</i>	
$u$	Débit acoustique	
$v$	Vitesse acoustique	
$\mathbf{e}_x$	Coordonnée axiale dans le noyau	
$Q_c$	Flux de chaleur extrait par l'eau circulant dans l'échangeur ambiant	
$Q_f$	Flux de chaleur apporté par les résistances chauffantes dans l'échangeur froid	

Lettres grecques **ordre alphabétique ?**

<b>Symbole</b>	<b>Définition</b>
$\psi_v$	Rotation de l'axe de symétrie du réfrigérateur par rapport à l'axe horizontal
$\psi_h$	Rotation autour de l'axe de symétrie du réfrigérateur
$\varphi_{2-1}$	Déphasage entre les sources acoustiques, $\varphi_{1-2} = \varphi_2 - \varphi_1$
$\Phi$	Porosité du régénérateur
$\rho_0$	Masse volumique moyenne du gaz
$\rho_s$	Masse volumique du solide poreux
$\delta_{k,v}$	Couche limites thermique/visqueuse
$\theta$	Différence entre les températures locale dans le réfrigérateur et initiale, $\theta = T_0 - T_\infty$
$\mu$	Viscosité dynamique
$\nu$	Viscosité cinématique
$\kappa$	Diffusivité thermique
$\tau_0$	Période du signal $\tau_0 = 1/f_0$
$\xi_0$	Déplacement particulaire dans le régénérateur
$\xi_1$	Déplacement du piston de la source acoustique principale
$\xi_2$	Déplacement du piston de la source acoustique secondaire

Indices et exposants

<b>Symbole</b>	<b>Définition</b>
$\bullet^{\perp g}$	Perpendiculaire à la gravité $g$
$\bullet^{/\!/ g}$	Parallèle à la gravité $g$
$\bullet^*$	Conjugué complexe
$\bullet_p$	Lié au matériau poreux
$\bullet_g$	Relatif au gaz dans le matériau poreux
$\bullet_s$	Relatif au solide du matériau poreux

## Annexe B

### Caractérisation de l'échangeur ambiant

Cette partie concerne la mesure de la chaleur extraite par l'échangeur ambiant  $\dot{Q}_a$ . Cet échangeur en cuivre conçu durant le projet TACOT et représenté sur la figure B.1 est imprimé en 3D, et contient un circuit de canaux dans lequel circule de l'eau dont le débit peut être contrôlé [18, 34]. Son rôle est de maintenir l'extrémité chaude du régénérateur à température ambiante pour éviter l'échauffement global du réfrigérateur.

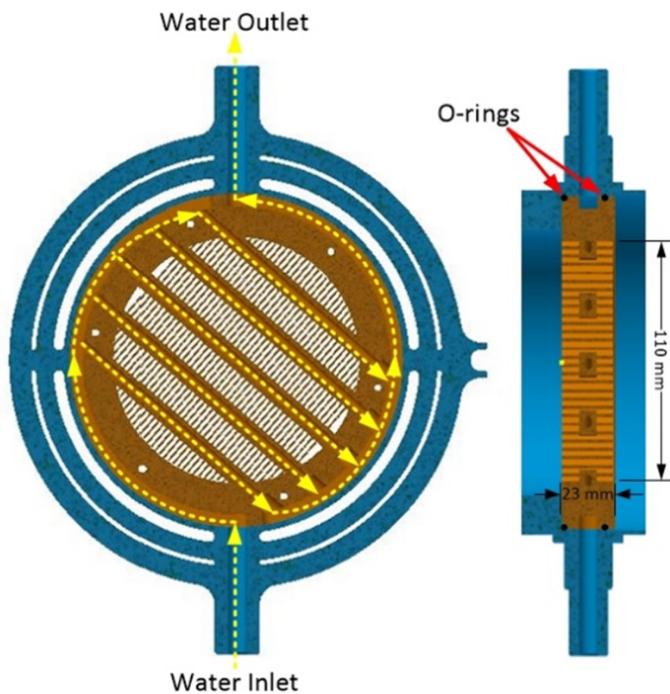


FIGURE B.1 – Schéma de l'échangeur ambiant, issu de [18]

Le but de cette étude est multiple : d'une part, l'alimentation en eau de l'échangeur se fait par un robinet puis est rejetée dans un évier, ce qui engendre un grand gaspillage. Son remplacement par un circuit fermé est prévu, mais il est nécessaire de connaître au préalable le débit nécessaire à un bon échange thermique. D'autre part, l'échange de chaleur dépend du débit d'eau  $\dot{q}$  ainsi que de la différence de température de l'eau  $\Delta T^w$  entre la sortie et l'entrée de l'échangeur. Cette dernière dépend également du débit, et le problème est donc de choisir le débit tel que la différence de température de l'eau soit la plus grande possible, tout en garantissant une extraction optimale de la chaleur par l'échangeur.

## B.1 Détermination de la chaleur pompée

Tout d'abord, il est important de distinguer les flux de chaleur en jeu au niveau de l'échangeur ambiant. Le premier est celui qui transporte la chaleur de l'extrême chaude du régénérateur à la partie solide l'échangeur ambiant, et le second, de cette partie solide de l'échangeur à l'eau qui y circule. Ils sont notés respectivement  $Q'_a$  et  $Q_a$ , et c'est ce deuxième flux qu'il est possible d'estimer par la mesure de température d'eau.

La quantité de chaleur extraite par l'eau à l'échangeur est définie par

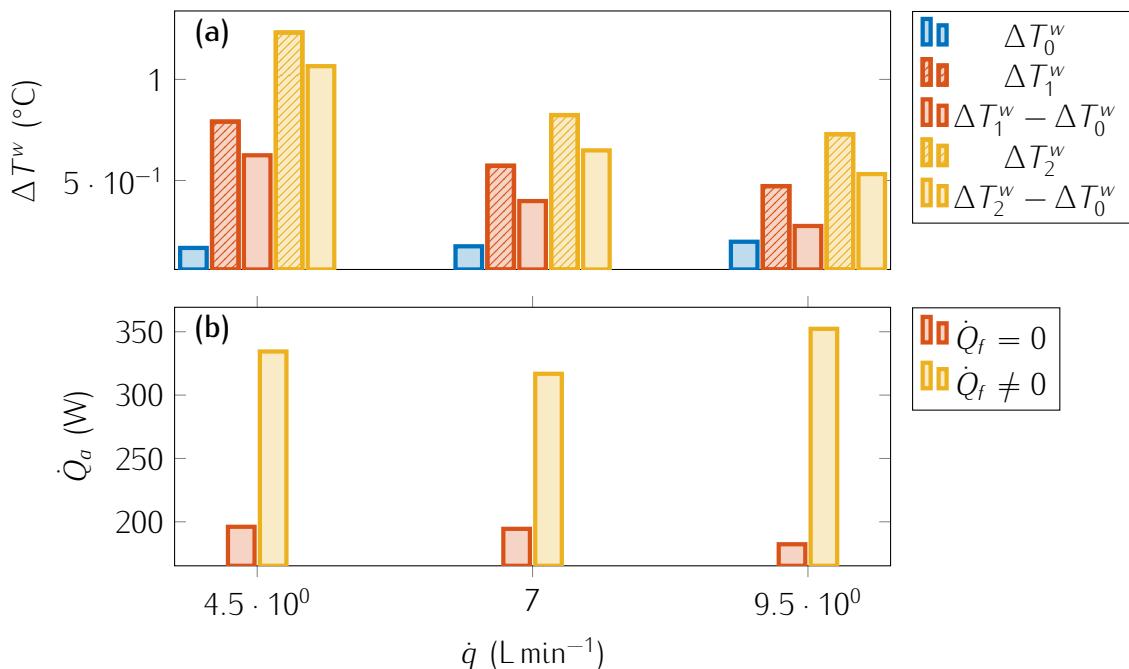
$$Q_a = m \ C_p \ \Delta T^w , \quad (\text{B.1})$$

où  $m$  est la masse d'eau éculée,  $C_p$  la capacité calorifique de l'eau et  $\Delta T^w$  la différence de température de l'eau entre l'entrée et la sortie de l'échangeur. La dérivée temporelle de cette équation donne la puissance thermique extraite par l'échangeur, qui s'écrit

$$\dot{Q}_a = \dot{m} \ C_p \ \Delta T^w , \quad (\text{B.2})$$

Pour prendre en compte l'écart intrinsèque aux capteurs de température, il est nécessaire de soustraire une différence  $\Delta T_0^w$  qui correspond à l'écart de température de l'eau quand celle-ci circule dans l'échangeur, sans toutefois alimenter les sources acoustiques ni les charges thermiques

Les mesures de  $\Delta T^w$  sont réalisées au moyen de sondes de platine PT100 pour les débits  $4,5 \text{ L min}^{-1}$ ,  $7 \text{ L min}^{-1}$  et  $9,5 \text{ L min}^{-1}$  d'une eau à  $20^\circ\text{C}$ , et la chaleur extraite  $\dot{Q}_a$  est déduite de ces mesures. Pour chaque débit, trois étapes sont réalisées : ouverture du robinet d'eau, puis démarrage des sources acoustiques, et enfin ajout d'une charge thermique  $\dot{Q}_f$  du côté froid du régénérateur. Pour chacune de ces étapes, le régime transitoire ainsi que le régime établi sont acquis. Les résultats sont présentés figure B.2 et représentent les quantités en régime établi.



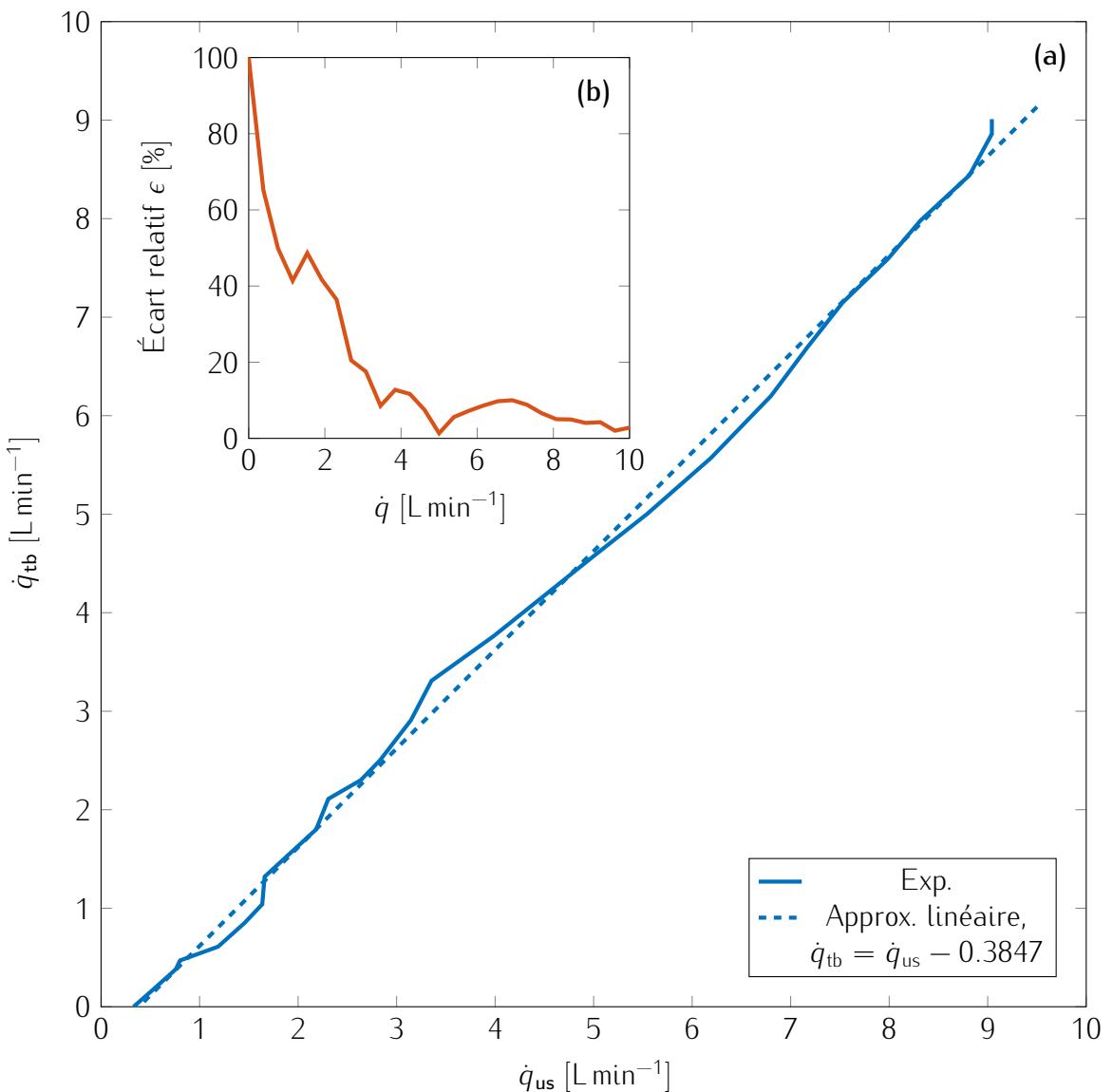
**FIGURE B.2 –** Calibration de l'échangeur de chaleur ambiant. (a) différence de température pour l'eau seule ( $\Delta T_0^w$ ), après ajout des sources acoustiques en marche ( $\Delta T_1^w$ ), puis après ajout d'une charge thermique  $\dot{Q}_f$  ( $\Delta T_2^w$ ). (b) puissance thermique  $\dot{Q}_a$  extraite par l'eau en l'absence puis en présence d'une charge thermique  $\dot{Q}_f$  côté froid.

## B.2 Incertitudes de mesures

### B.2.1 Température

### B.2.2 Débit d'eau

La mesure du débit d'eau circulant dans l'échangeur ambiant est également source d'incertitude. En effet, le débitmètre à turbine utilisé Marque, modèle s'écarte de la valeur vraie du débit quand celui-ci est faible. Pour estimer l'écart à la réalité, la mesure par le débitmètre à turbine est comparé à celle par un débitmètre à ultrason vraiment le meilleur ? pourquoi ne pas utiliser l'ultrason pour toutes les manips ? pour la "valeur vraie", pourquoi pas un volume d'eau connu et un chrono ?



**FIGURE B.3 –** Incertitudes de mesure du débit d'eau dans l'échangeur ambiant. **(a)** débit mesuré par le débitmètre à turbine  $\dot{q}_{tb}$  en fonction de celui mesuré par le débitmètre à ultrason  $\dot{q}_{us}$ . **(b)** écart relatif  $\epsilon = \frac{|\dot{q}_{us} - \dot{q}_{tb}|}{\dot{q}_{us}}$  entre les deux mesures obtenues.



## Annexe C

# Récapitulatif des conditions expérimentales

### C.1 Étude sur la convection naturelle

Les conditions expérimentales du chapitre III.1 sont résumées de façon détaillée dans le tableau C.1.

$\xi_1$ [mm]	$\xi_2$ [°]	$\varphi_{2-1}$ [%]	$DR$	$p$ [Pa]	$ Z_{ac}^{(1)} $ [Pa s m <sup>-1</sup> ]	$ Z_{ac}^{(2)} $ [Pa s m <sup>-1</sup> ]	$\angle Z_{ac}^{(1)}$ [°]	$\angle Z_{ac}^{(2)}$ [°]	$T_a$ [°C]	$T_c$ [°C]	$\dot{Q}_a$ [W]	$\dot{Q}_c$ [W]	Orientation
-60	0												
-60	0,4												'H1'
-60	2												
-60	3,4												
-60	0												
-60	0,4												'H2'
-60	2												
-60	3,4												
-60	0												
-60	0,4												'V1'
-60	2												
-60	3,5												
-60	0												
-60	0,4												'V2'
-60	2												
-60	3,5												

TABLE C.1 – Tableau récapitulatif des conditions expérimentales.



## Annexe D

### Fabrication d'un noyau thermoacoustique

---

#### Table des matières

D.1 Quantité de tissus . . . . .	j
D.2 Instrumentation . . . . .	j

---

## D.1 Quantité de tissus

La porosité définie dans l'équation (II.1) est modifiée et exprimée en fonction de la masse de tissus en acier inoxydable 316L à utiliser dans le montage comme

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{V_{\text{tot}} - V_{\text{tis}}}{V_{\text{tot}}}, \\ &= 1 - \frac{V_{\text{tis}}}{V_{\text{tot}}} = 1 - \frac{m_{\text{tis}}}{m_{\text{tot}}},\end{aligned}\tag{D.1}$$

ce qui permet d'introduire la masse de tissus en acier  $m_{\text{tis}}$  ainsi que la masse d'un cylindre de mêmes dimensions que le régénérateur entièrement constitué de ce métal.

## D.2 Instrumentation

# Bibliographie

- [1] Nikolaus ROTT. « Damped and thermally driven acoustic oscillations in wide and narrow tubes ». In : *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP* 20.2 (1969), p. 230-243. ISSN : 0044-2275, 1420-9039. doi : [10.1007/BF01595562](https://doi.org/10.1007/BF01595562).
- [2] Nikolaus ROTT. « Thermally driven acoustic oscillations. Part II : Stability limit for helium ». In : *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP* 24.1 (1973), p. 54-72. ISSN : 0044-2275, 1420-9039. doi : [10.1007/BF01593998](https://doi.org/10.1007/BF01593998).
- [3] Nikolaus ROTT. « Thermally driven acoustic oscillations, Part III : Second-order heat flux ». In : *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP* 26.1 (1975), p. 43-49. ISSN : 0044-2275, 1420-9039. doi : [10.1007/BF01596277](https://doi.org/10.1007/BF01596277).
- [4] Nikolaus ROTT et Gerassimos ZOUZOLAS. « Thermally driven acoustic oscillations, Part IV : Tubes with variable cross-section ». In : *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP* 27.2 (1976), p. 197-224. ISSN : 0044-2275, 1420-9039. doi : [10.1007/BF01590805](https://doi.org/10.1007/BF01590805).
- [5] Gerassimos ZOUZOLAS et Nikolaus ROTT. « Thermally driven acoustic oscillations, Part V : Gas-liquid oscillations ». In : *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP* 27.3 (1976), p. 325-334. ISSN : 0044-2275, 1420-9039. doi : [10.1007/BF01590505](https://doi.org/10.1007/BF01590505).
- [6] Nikolaus ROTT. « Thermoacoustics ». In : *Advances in Applied Mechanics*. Sous la dir. de Chia-Shun YIH. T. 20. Elsevier, 1980, p. 135-175. doi : [10.1016/S0065-2156\(08\)70233-3](https://doi.org/10.1016/S0065-2156(08)70233-3).
- [7] Ulrich A. MÜLLER et Nikolaus ROTT. « Thermally driven acoustic oscillations, Part VI : Excitation and power ». In : *ZAMP Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik* 34.5 (1983), p. 609-626. ISSN : 0044-2275, 1420-9039. doi : [10.1007/BF00948805](https://doi.org/10.1007/BF00948805).
- [8] Gregory W. SWIFT. *Thermoacoustics, A Unifying Perspective for Some Engines and Refrigerators*. Cham : Springer International Publishing, 2017. ISBN : 978-3-319-66933-5. doi : [10.1007/978-3-319-66933-5](https://doi.org/10.1007/978-3-319-66933-5).
- [9] Elio DI GIULIO et al. « Wire mesh stack and regenerator model for thermoacoustic devices ». In : *Applied Thermal Engineering* 221 (fév. 2023), p. 119816. ISSN : 13594311. doi : [10.1016/j.applthermaleng.2022.119816](https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2022.119816).
- [10] David Linton JOHNSON, Joel KOPLIK et Roger DASHEN. « Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media ». In : *Journal of Fluid Mechanics* 176.-1 (mars 1987), p. 379. ISSN : 0022-1120, 1469-7645. doi : [10.1017/S0022112087000727](https://doi.org/10.1017/S0022112087000727).
- [11] Gaëlle POIGNAND. « Étude théorique et expérimentale d'un réfrigérateur thermoacoustique "compact" ». Thèse de doctorat. Le Mans, France : Université du Maine, 2006. 107 p.
- [12] Serge DUFFOURD. « Réfrigérateur thermoacoustique : études analytiques et expérimentales en vue d'une miniaturisation ». Thèse de doct. Ecole centrale de Lyon, 23 mars 2001.
- [13] Guillaume PENELET. « Étude expérimentale et théorique des processus non linéaires de saturation dans un générateur d'ondes thermoacoustiques annulaires ». Thèse de doctorat. Le Mans, France : Université du Maine, 2004. 95 p.

- [14] James R. BELCHER et al. « Working gases in thermoacoustic engines ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 105.5 (mai 1999), p. 2677-2684. ISSN : 0001-4966. doi : [10.1121/1.426884](https://doi.org/10.1121/1.426884).
- [15] Gaëlle POIGNAND et al. « Analysis of a Coaxial, Compact Thermoacoustic Heat-Pump ». In : *Acta Acustica united with Acustica* 99.6 (1<sup>er</sup> nov. 2013), p. 898-904. doi : [10.3813/AAA.918669](https://doi.org/10.3813/AAA.918669).
- [16] Gaëlle POIGNAND et al. « Thermoacoustic, Small Cavity Excitation to Achieve Optimal Performance ». In : *Acta Acustica united with Acustica* 97.6 (1<sup>er</sup> nov. 2011), p. 926-932. ISSN : 16101928. doi : [10.3813/AAA.918474](https://doi.org/10.3813/AAA.918474).
- [17] M.E.H. TIJANI et S. SPOELSTRA. « Study of a coaxial thermoacoustic-Stirling cooler ». In : *Cryogenics* 48.1 (2008), p. 77-82. ISSN : 00112275. doi : [10.1016/j.cryogenics.2008.01.001](https://doi.org/10.1016/j.cryogenics.2008.01.001).
- [18] Islam A. RAMADAN et al. « Design, manufacturing and testing of a compact thermoacoustic refrigerator ». In : *Applied Thermal Engineering* 189 (2021), p. 116705. ISSN : 13594311. doi : [10.1016/j.applthermaleng.2021.116705](https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2021.116705).
- [19] H. Liu et al. « The Influence of Thermal Natural Convection on a Traveling-Wave Thermoacoustic Engine ». In : *Cryocoolers* 12. Sous la dir. de Ronald G. Ross. Boston, MA : Springer US, 2003, p. 447-450. ISBN : 978-0-306-47919-9. doi : [10.1007/0-306-47919-2\\_59](https://doi.org/10.1007/0-306-47919-2_59).
- [20] Omar HIRECHE et al. « Numerical study of the effects of natural convection in a thermoacoustic configuration - Natural convection in thermoacoustics ». In : *Mechanics & Industry* 20.8 (2019). Number : 8 Publisher : EDP Sciences, p. 807. ISSN : 2257-7777, 2257-7750. doi : [10.1051/meca/2020051](https://doi.org/10.1051/meca/2020051).
- [21] Na PAN, Shuangfeng WANG et Chao SHEN. « Visualization investigation of the flow and heat transfer in thermoacoustic engine driven by loudspeaker ». In : *International Journal of Heat and Mass Transfer* 55.25 (déc. 2012), p. 7737-7746. ISSN : 00179310. doi : [10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.07.083](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2012.07.083).
- [22] Ana-Maria BIANCHI, Yves FAUTRELLE et Jacqueline ÉTAY. *Transferts thermiques*. Mécanique. Lausanne [Paris] : Presses polytechniques et universitaires romandes Agence universitaire de la francophonie, 2004. ISBN : 978-2-88074-496-0.
- [23] Hadi BABAEI et Kamran SIDDIQUI. « Investigation of Streaming Flow Patterns in a Thermoacoustic Device Using PIV ». In : t. ASME 2010 3rd Joint US-European Fluids Engineering Summer Meeting : Volume 2, Fora. Fluids Engineering Division Summer Meeting. Août 2010, p. 105-109. doi : [10.1115/FEDSM-ICNMM2010-30798](https://doi.org/10.1115/FEDSM-ICNMM2010-30798).
- [24] Jin H. So, Gregory W. SWIFT et Scott BACKHAUS. « An internal streaming instability in regenerators ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 120.4 (oct. 2006), p. 1898-1909. ISSN : 0001-4966. doi : [10.1121/1.2259776](https://doi.org/10.1121/1.2259776).
- [25] Hélène BAILLIET et al. « Acoustic streaming in closed thermoacoustic devices ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 110.4 (oct. 2001), p. 1808-1821. ISSN : 0001-4966. doi : [10.1121/1.1394739](https://doi.org/10.1121/1.1394739).
- [26] Islam A. RAMADAN, Hélène BAILLIET et Jean-Christophe VALIÈRE. « Experimental investigation of the influence of natural convection and end-effects on Rayleigh streaming in a thermoacoustic engine ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 143.1 (jan. 2018), p. 361-372. ISSN : 0001-4966. doi : [10.1121/1.5021331](https://doi.org/10.1121/1.5021331).
- [27] Ray Scott WAKELAND. « Use of electrodynamic drivers in thermoacoustic refrigerators ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 107.2 (fév. 2000), p. 827-832. ISSN : 0001-4966. doi : [10.1121/1.428265](https://doi.org/10.1121/1.428265).

- [28] Scott BACKHAUS et Gregory W. SWIFT. « A thermoacoustic-Stirling heat engine : Detailed study ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 107.6 (juin 2000), p. 3148–3166. ISSN : 0001-4966. doi : [10.1121/1.429343](https://doi.org/10.1121/1.429343).
- [29] Mario Rossi. *Electroacoustique*. Traité d'électricité 21. Lausanne : presses polytechniques romandes, 1986. ISBN : 978-2-88074-061-0.
- [30] Antonin NOVAK. « Measurement of Loudspeaker Parameters : A Pedagogical Approach ». In : 23rd International congress on Acoustics. Aachen, 2019, p. 7924-7301.
- [31] Matthieu GUÉDRA. « Etudes semi-analytiques des conditions de déclenchement et de saturation des auto-oscillations dans des moteurs thermoacoustiques de géométries diverses ». Thèse de doct. Le Mans, France : Université du Maine, 2012.
- [32] Peter H. CEPERLEY. « A pistonless Stirling engine—The traveling wave heat engine ». In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 66.5 (1979), p. 1508–1513. ISSN : 0001-4966. doi : [10.1121/1.383505](https://doi.org/10.1121/1.383505).
- [33] L.M. ZHANG et al. « A novel effective suppression of natural convection in pulse tube coolers ». In : *Cryogenics* 51.2 (fév. 2011), p. 85-89. ISSN : 00112275. doi : [10.1016/j.cryogenics.2010.11.007](https://doi.org/10.1016/j.cryogenics.2010.11.007).
- [34] *Thermo-Acoustic Cooler for On road Transportation*. Agence nationale de la recherche. URL : <https://anr.fr/Project-ANR-17-CE06-0007> (visité le 26/04/2022).
- [35] Pierre BELLEOUD. « Etude de la convection naturelle turbulente en cavité verticale différentiellement chauffée : Analyse des structures et des transferts turbulents ». Université de Poitiers, 2016.
- [36] Donald A. NIELD et Adrian BEJAN. *Convection in Porous Media*. New York : Springer New York, 2013. ISBN : 978-1-4614-5540-0. doi : [10.1007/978-1-4614-5541-7](https://doi.org/10.1007/978-1-4614-5541-7).
- [37] Pierrick LOTTON et al. « Transient temperature profile inside thermoacoustic refrigerators ». In : *International Journal of Heat and Mass Transfer* 52.21 (2009), p. 4986–4996. ISSN : 00179310. doi : [10.1016/j.ijheatmasstransfer.2009.03.075](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2009.03.075).
- [38] M. Necati Özışık. *Heat conduction*. 2nd ed. New York : J. Wiley & Sons, Inc, 1993. ISBN : 978-0-471-53256-9.
- [39] M. Necati Özışık. « Integral-transform technique ». eng. In : *Heat conduction*. New York : J. Wiley & Sons, Inc, 1993. Chap. 13. ISBN : 978-0-471-53256-9.