

Chapter 4

Structured linear programming models

4.1 Multiple plant, product and period models

この章では、小さなモデルを組み合わせて、より大きなモデルが構築される様子を紹介する

Example 4.1: A Multiplant Model

- 会社は2つの工場 A、B を保有している
- standard と delux の2つの商品があり、それぞれ単位あたり £10、£15 の利益貢献
- どちらにも研削と研磨の2つの工程が必要で、Aではそれぞれ、週あたり80時間と60時間、Bでは60時間と75時間まで稼働可能
- 各製品は1単位あたり4kgの原材料を使い、会社全体で120kgの原材料を入手可能
- それぞれの工程にかかる時間は表の通り

	Factory A		Factory B	
	Standard	Deluxe	Standard	Deluxe
Grinding	4	2	5	3
Polishing	2	5	5	6

原材料の割当が固定されている場合

各工場への原材料の割当が固定されている場合、工場毎に利益を最大化する問題を定式化すればよい

$$\begin{array}{lll} \text{Maximize} & \text{Profit A} & 10x_1 + 15x_2 \\ \text{subject to} & \text{Raw A} & 4x_1 + 4x_2 \leq 75, \\ & \text{Grinding A} & 4x_1 + 2x_2 \leq 80, \\ & \text{Polishing A} & 2x_1 + 5x_2 \leq 60, \\ & & x_1, x_2 \geq 0, \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{Maximize} & \text{Profit B} & 10x_3 + 15x_4, \\ \text{subject to} & \text{Raw B} & 4x_3 + 4x_4 \leq 45, \\ & \text{Grinding B} & 5x_3 + 3x_4 \leq 60, \\ & \text{Polishing B} & 5x_3 + 6x_4 \leq 75, \\ & & x_3, x_4 \geq 0, \end{array}$$

原材料の割当が固定されていない場合

原材料の配分もモデルで決定する場合、

- 原材料の総量に関する制約が追加されるため、会社全体で1つのモデルとなる
 - 工場内での最適化に加え、工場間の最適化も行う
- 会社全体の利益は、割当が固定されていた場合と比べて向上する

Maximize	Profit	$10x_1 + 15x_2 + 10x_3 + 15x_4$
subject to	Raw	$4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 4x_4 \leq 120,$
	Grinding A	$4x_1 + 2x_2 \leq 80,$
	Polishing A	$2x_1 + 5x_2 \leq 60,$
	Grinding B	$5x_3 + 3x_4 \leq 60,$
	Polishing B	$5x_3 + 6x_4 \leq 75,$
		$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.$

ブロック対角構造

このようなマルチプラントの例では、ブロック対角構造が現れる

- A_0, \dots, A_n の部分は **共通行 (common rows)** を表現
 - リソースの割当や輸送に関する制約を表現
 - 目的関数も常に共通行に含まれる
- ブロックの部分は **子問題** を表現
 - 子問題をどうやって利用するかは Section 4.2 で紹介

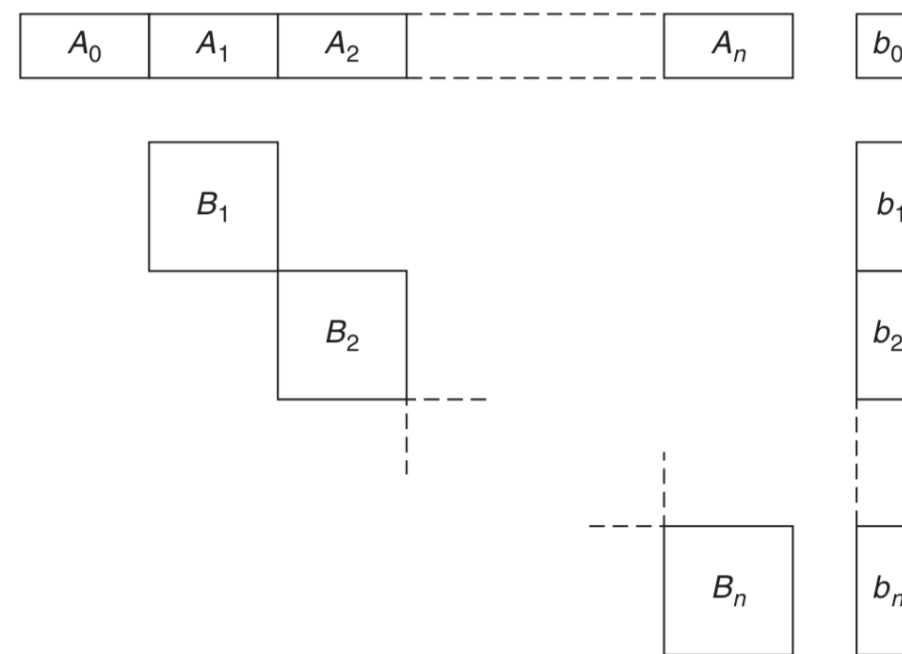


Figure 4.2

ブロック対角構造

ブロック対角構造は、マルチプラント以外の問題でもしばしば現れる

- 多製品問題
 - Section 1.2 の例で、各製品（ブランド）が共通の成分を使っている場合
- 多期間問題
 - 各月でどれくらい購入して、保管して、使用するかを決定する
 - 各月が各ブロックに対応
 - Part1. Food Manufacture 問題

多期間モデル

- 定期的に最適化を行う
 - 通常、問題の最初の期間が現在に対応し、それ以降は未来を表す
 - 定期的にデータを更新してモデルを適用していく
- モデルの最後の期間の終わりに何が起こるかを気にする必要がある
 - 利益確保のために全ての材料を使い切ろうとする
 - 期間終了時の在庫量に関する制約を追加するか、何らかの方法で、内部在庫を評価して目的関数に追加する方法もある

階段構造

多期間問題では、対角ブロック構造以外にも、階段構造がよく現れる

- ある期間の成果物や在庫を次の期間で利用する設定
- A_i の部分を共通行とみなせば、ブロック対角でもある

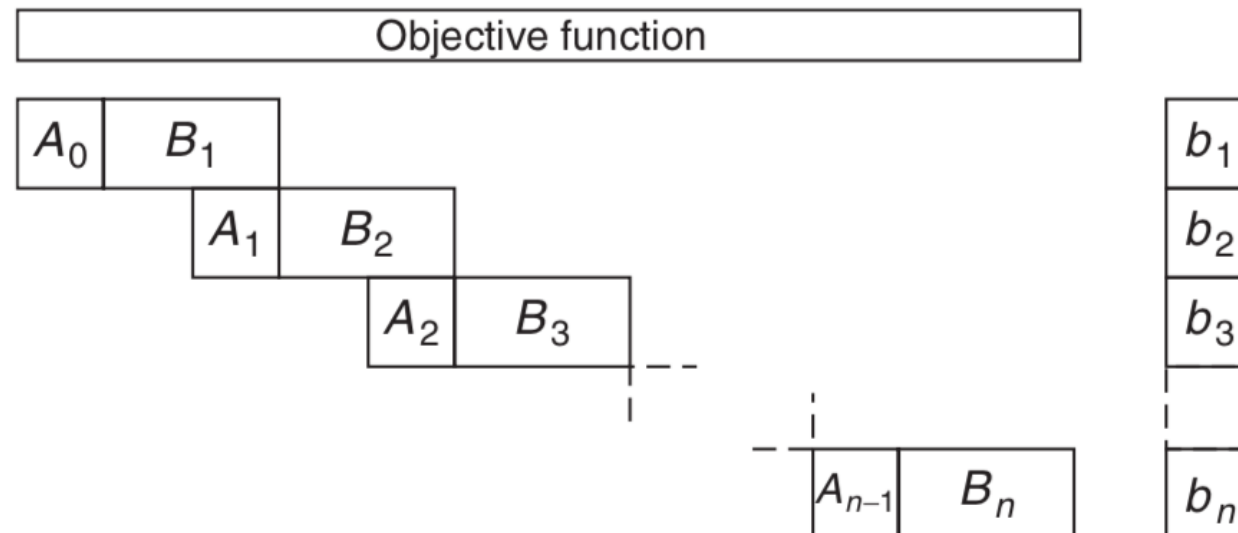


Figure 4.3

その他の構造

下図のような構造が現れることもある（一般的な呼称はない？）

- ブロック対角な問題の双対
- 確率的最適化でも出てくる
- Benders (1962) の手法で解くことができる

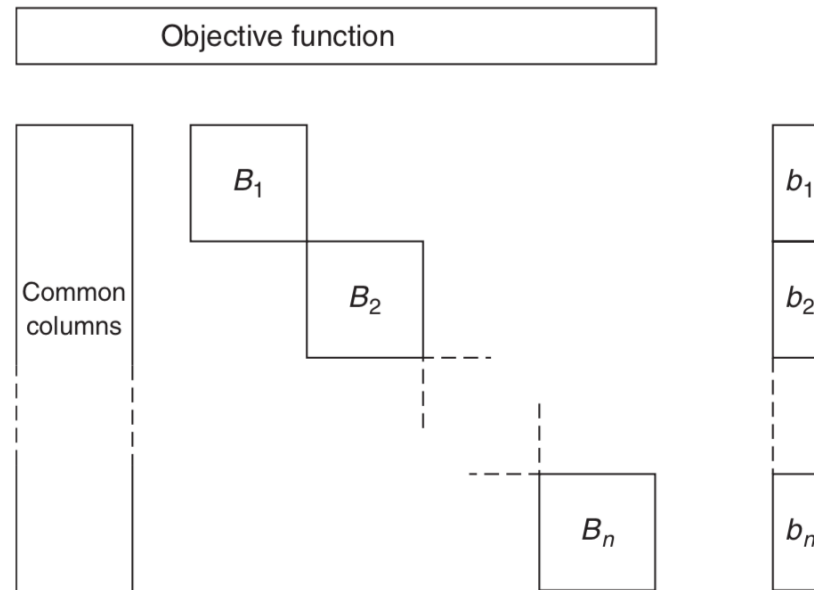


Figure 4.4