Instituto Tecnológico de Buenos Aires

22.05 - Análisis de Señales y Sistemas Digitales

Guía de Problemas N°1

Sistemas discretos

Grupo 4:

Agustín Ignacio Galdeman
Leg. 59827

Juan Martín Laguinge
Leg. 57430

Victor Christian Oh
Leg. 56679

João Rosa
Leg. 62370

Profesor:

Daniel Andres Jacoby

Carlos F. Belaustegui Goitia

Entregado: 31 de marzo de 2020

Índice

Ejercicio 1

Parte d

Tenemos el siguiente filtro:

$$R_x(nT) = 5nTx^2(nT)$$

Ya podemos observar que este va a no ser invariante en el tiempo, ni lineal. Pero vamos a demostrarlo a continuación.
Es invariante en el tiempo?
Siendo T_k un retardo en el tiempo k veces.

$$T_k[x(nT)] = x(nT - kT) = x_k \dashrightarrow R_{x_k}(nT) = 5nTx^2(nT - kT)$$
$$R_x(nT) = 5nTx^2(nT) \dashrightarrow T_k[R_x(nT))] = 5(nT - kT)x^2(nT - kT)$$

Las ecuaciones son diferentes por lo tanto no es invariante en el tiempo.
Es causal?
Tengamos las siguientes entradas x_1 y x_2 definidas de la siguiente manera:

$$\begin{cases} x_1 = x_2 & \text{Para todo} \quad n \leq k \\ x_1 \neq x_2 & \text{Para el resto} \end{cases}$$

$$R_{x_1}(nT) = 5nT{x_1}^2(nT)$$
$$R_{x_2}(nT) = 5nT{x_2}^2(nT)$$

Las evaluó en $n = k$;

$$R_{x_1}(kT) = 5nT{x_1}^2(kT)$$
$$R_{x_2}(kT) = 5nT{x_2}^2(kT)$$

Las ecuaciones son iguales para todo $n \leq k$, luego es causal.
Es Lineal?

$$aR_x(nT) = a5nTx^2(nT)$$
$$ax(nT) = g(nT) \dashrightarrow R_g(nT) = 5nTg^2(nT) = 5nTa^2x^2(nT)$$

Las ecuaciones son diferentes, entonces no es lineal.

Parte e

Tenemos el siguiente filtro:

$$R_x(nT) = 3x(nT + 3T)$$

Ya podemos observar que este va a no ser causal. Pero vamos a demostrarlo a continuación.
Es invariante en el tiempo?
Siendo T_k un retardo en el tiempo k veces.

$$T_k[x(nT)] = x(nT - kT) = x_k \dashrightarrow R_{x_k}(nT) = 3x(nT - kT + 3T)$$

$$R_x(nT) = 3x(nT+3T) \dashrightarrow T_k[R_x(nT))] = 3x(nT+3T-kT)$$

Las ecuaciones son iguales por lo tanto es invariante en el tiempo.
Es causal?
Tengamos las siguientes entradas x_1 y x_2 definidas de la siguiente manera:

$$\begin{cases} x_1 = x_2 & \text{Para todo} \quad n \leq k \\ x_1 \neq x_2 & \text{Para el resto} \end{cases}$$

$$R_{x_1}(nT) = 3x_1(nT+3T)$$
$$R_{x_2}(nT) = 3x_2(nT+3T)$$

Las evaluó en $n = k$;

$$R_{x_1}(kT) = 3x_1(kT+3T)$$
$$R_{x_2}(kT) = 3x_2(kT+3T)$$

Las ecuaciones son iguales para todo $n \leq k-3$, luego no es causal.
Es Lineal?

$$aR_x(nT) = a3x(nT+3T)$$
$$ax(nT) = g(nT) \dashrightarrow R_g(nT) = 3g(nT+3T) = 3ax(nT+3T)$$

Las ecuaciones son iguales, entonces es lineal.

Parte I

Tenemos el siguiente filtro:

$$R_x(nT) = x(nT+T)e^{-nT}$$

Ya podemos observar que este va a no ser causal. Pero vamos a demostrarlo a continuación.
Es invariante en el tiempo?
Siendo T_k un retardo en el tiempo k veces.

$$T_k[x(nT)] = x(nT-kT) = x_k \dashrightarrow R_{x_k}(nT) = x(nT-kT+T)e^{-nT}$$
$$R_x(nT) = x(nT+T)e^{-nT} \dashrightarrow T_k[R_x(nT))] = x(nT+T-kT)e^{-nT+kT}$$

Las ecuaciones son diferentes por lo tanto no es invariante en el tiempo.
Es causal?
Tengamos las siguientes entradas x_1 y x_2 definidas de la siguiente manera:

$$\begin{cases} x_1 = x_2 & \text{Para todo} \quad n \leq k \\ x_1 \neq x_2 & \text{Para el resto} \end{cases}$$

$$R_{x_1}(nT) = x_1(nT+T)e^{-nT}$$
$$R_{x_2}(nT) = x_2(nT+T)e^{-nT}$$

Las evaluó en $n = k$;

$$R_{x_1}(kT) = x_1(kT+T)e^{-kT}$$
$$R_{x_2}(kT) = x_2(kT+T)e^{-kT}$$

Las ecuaciones son iguales para todo $n \leq k-1$, luego no es causal.
Es Lineal?

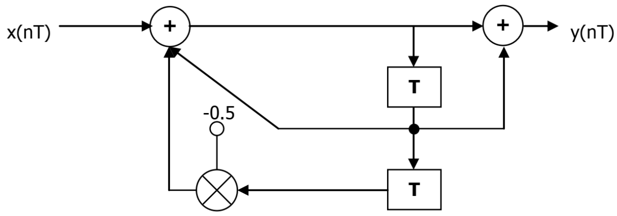
$$aR_x(nT) = ax(nT+T)e^{-nT}$$
$$ax(nT) = g(nT) \dashrightarrow R_g(nT) = g(nT+T)e^{-nT} = ax(nT+T)e^{-nT}$$

Las ecuaciones son iguales, entonces es lineal.

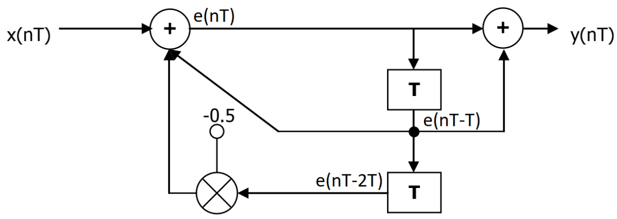
Ejercicio 2

Parte b

Tenemos la siguiente red a analizar:



Creando una variable intermedia e(nT), tenemos que el esquema de la red cambia a:



Obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} y(nT) = e(nT) + e(nT-T) \\ e(nT) = x(nT) + e(nT-T) - 0,5e(nT-2T) \end{cases}$$

A partir de la ecuación de y(nT), obtengo que $e(nT-T) = y(nT) - e(nT)$ y reemplazando esto en la otra ecuación terminamos obteniendo:

$$e(nT) = x(nT) + e(nT-T) - 0,5[y(nT-T) - e(nT-T)]$$

$$e(nT) = x(nT) + 1,5e(nT-T) - 0,5y(nT-T)$$

$$e(nT) = x(nT) + 1,5[y(nT) - e(nT)] - 0,5y(nT-T)$$

$$2,5e(nT) = x(nT) + 1,5y(nT) - 0,5y(nT-T)$$

$$e(nT) = \frac{2}{5}x(nT) + \frac{3}{5}y(nT) - \frac{1}{5}y(nT-T)$$

Utilizando la formula recién obtenida para e(nT) en la ecuación de y(nT), conseguimos:

$$y(nT) = \left[\frac{2}{5}x(nT) + \frac{3}{5}y(nT) - \frac{1}{5}y(nT-T)\right] + \left[\frac{2}{5}x(nT-T) + \frac{3}{5}y(nT-T) - \frac{1}{5}y(nT-2T)\right]$$

$$y(nT) = \frac{2}{5}x(nT) + \frac{2}{5}x(nT-T) + \frac{3}{5}y(nT) + \frac{2}{5}y(nT-T) - \frac{1}{5}y(nT-2T)$$

$$\frac{2}{5}y(nT) = \frac{2}{5}x(nT) + \frac{2}{5}x(nT-T) + \frac{2}{5}y(nT-T) - \frac{1}{5}y(nT-2T)$$

Finalmente obteniendo la siguiente ecuación diferencial:

$$y(nT) = x(nT) + x(nT-T) + y(nT-T) - 0,5y(nT-2T)$$