Ejercicio 1

Métodos de medición de puentes

La principal dificultad en la elección del método de medición de puentes está en que hay que medir tensiones diferenciales de muy baja magnitud. Estas tensiones idealmente deben ser cero (lo cual en la practica no es realizable), haciendo que el ruido que puedan tener los instrumentos sea un problema importante.

1.1. Osciloscopio

Un osciloscopio trae problemas a la hora de medir, debido a que tiene un piso de ruido, lo que dificulta las mediciones en tensiones bajas, que son las que hay que medir en un puente. Otro problema es que para poder medir esto, que es una tensión diferencial, no se puede utilizar una sola punta, debido a que esta tiene que estar vinculada a la tierra del circuito. Esto obliga a conectar dos puntas y luego hacer la resta de las señales.

La ventaja que tiene este instrumento, es que se puede medir la tensión diferencial en funcion del tiempo, lo que permite apreciar su componente en magnitud y fase.

1.2. Multímetro de precisión

El multímetro de precisión facilita la medición debido a que se puede hacer una medición de la tensión diferencial de forma directa, disminuyendo el error de comparación del osciloscopio. La desventaja es que no se puede medir la tensión diferencial en función del tiempo.

1.3. Amplificador de Instrumentación

Un amplificador de instrumentación posee un elevado coeficiente de rechazo de modo común que minimiza mucho el ruido, lo cual, conectándolo a un osciloscopio, hace que se elimine el piso de ruido de este. Esto hace las mediciones más acertadas y más confiables. Mientras más alto sea el CMRR (cociente entre ganancia en modo diferencial y modo común) mejor resultado se va a obtener a la salida.

Ejercicio 2

Puente de Wien

2.1. Diseño

Se diseñó un puente de Wien que permita medir frecuencias en unr ango de entre 200Hz y 2kHz. El circuito aplicado es el de la figura 2.1:

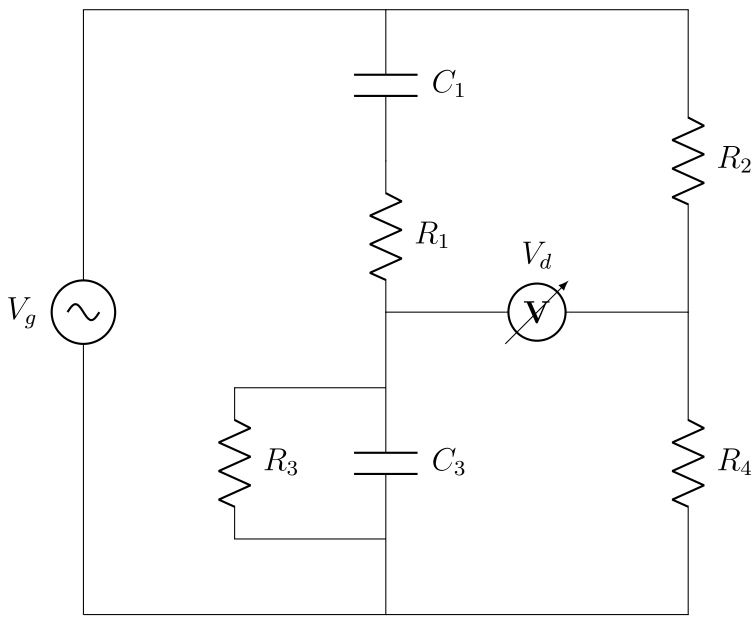

Figura 2.1: Puente de Wien

Para cualquier puente de medición se cumple la ecuación 2.1

$$V_d = \frac{Z_3 Z_2 - Z_4 Z_1}{(Z_3 + Z_1)(Z_2 + Z_4)} \times V_g \tag{2.1}$$

Reemplazando estas impedancias genéricas por los valores correspondiantes de nuestro puente llegamos a la expresión 2.2:

$$V_d = \frac{R_2 \frac{R_3}{1+sR_3C_3} - R_4 \frac{1+sR_1C_1}{sC_1}}{(\frac{R_3}{1+sR_3C_3} + \frac{1+sR_1C_1}{sC_1})(R_2 + R_4)} \times V_g \tag{2.2}$$

El equilibrio se produce cuando $V_d = 0$, de donde obtenemos que:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{R_1 R_3 C_1 C_3}}; \frac{C_3}{C_1} + \frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \tag{2.3}$$

Para simplificas los cálculos, se eligieron $C_3 = C_1 = C$ y $R_1 = R_3 = R$. Por lo tanto, se desprende que $R_2 = 2R_4$. Elegimos el valor de C y calculamos los demás componentes en base a éste y al rango de frecuencias requeridas, $f = [200\text{Hz}; 2\text{kHz}]$.

$$C = 100\text{nF} \tag{2.4}$$

Por lo tanto:

$$R_{max} = \frac{1}{2\pi C f_{min}} = 7{,}96\text{k}\Omega \tag{2.5}$$

$$R_{min} = \frac{1}{2\pi C f_{max}} = 796\Omega \tag{2.6}$$

Además elegimos R_2 y R de manera que no fuesen demasiado grandes ni demasiado pequeñas para que fueran despreciables.

$$R_2 = 30\text{k}\Omega; R_4 = 15\text{k}\Omega \tag{2.7}$$

Implementamos R como una resistencia fija de 680Ω en serie con resistencias variables de 5kΩ, 25 vueltas para el ajuste grueso y una resistencia variable de 500Ω, 25 vueltas, para el ajuste fino.

2.2. Sensibilidades

Observando los gráficos del análisis de sensibilidades podemos notar que ambas variables tienen importancia similar al momento de ajustarlas para realizar la medición. Además, puede verse que, para valores de resistencia más chicos, es decir para frecuencias más altas, las variables de ajuste son más sensibles a cambios en su valor.

2.3. Mediciones

Con el puente diseñado realizamos las siguientes mediciones mediante el uso de osciloscopio y multímetro.

F Generador (Hz)	$R_1(\Omega)$	$R_3(\Omega)$	F Calculada (Hz)	Error %
2300	673	674	2363.103	2.67
2000	796	799	1995.677	0.217
1700	935	949	1679.590	0.616
1400	1142	1136	1397.327	0.191
1100	1466	1440	1095.398	0.420
800	1990	1887	821.311	2.595
500	3188	3160	501.438	0.287
200	7996	7971	199.355	0.323

2.4. Errores

El error relativo al realizar las mediciones fue de aproximadamente 1 %. No hay un patrón específico en cuanto el error, ya que principalmente se debe a la sensibilidad del osciloscopio al medir ruido. Para considerar que el puente llegaba al equilibrio consideramos como aproximadamente 0 a valores menores a 3mVpp medidos con el multímetro y valores menores a 125mVpp medidos con el osciloscopio.

El rango de medición es mayor al requerido ya que para poder implementar el puente utilizamos resistencias de valores nominales disponibles en el laboratorio. El rango de variación de las resistencias fue entonces $\sim (680\Omega; 1180\Omega)$. Otro factor de error fue que para los cálculos tomamos los valores nominales de los capacitores, pero eran levemente menores y además su capacidad varía con la frecuencia.

2.5. Conclusión

Luego de realizar los cálculos de sensibilidades y realizar mediciones con el puente se concluye que es posible medir con el mismo frecuencias en el rango de 200 a 2000 Hz con buena precisión. Además el hecho de que el puente tenga un solo valor de R que haga que lo equilibre para cada frecuencia, permite una calibración y medición relativamente sencilla de las frecuencias deseadas.

Ejercicio 3

Medición de Inductancias

3.1. Introducción

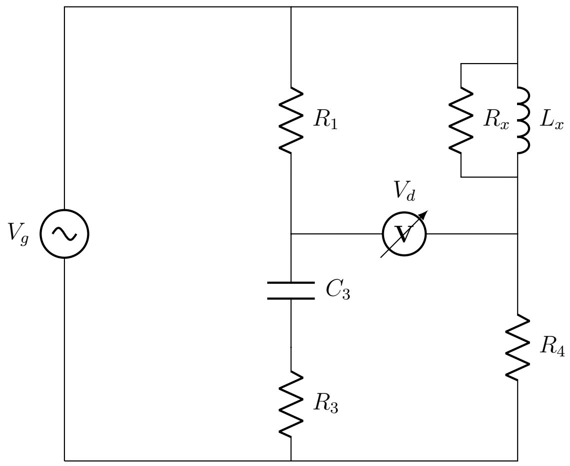

Figura 3.1: Puente de Hay

En principio, dado que la bobina entregada tiene un factor de calidad $Q_N \approx 45{,}2$ a una frecuencia $f = 10\text{kHz}$, se decidió utilizar un puente de Hay, como visto en la Figura 3.1, en lugar de un puente de Maxwell, el cual funciona apropiadamente en un rango de $Q \in (1, 10)$.

3.2. Especificaciones

Se desea que el rango de inductancias medibles sea $L_x \in [0{,}4\text{mH}; 2{,}1\text{mH}]$. Además, el rango de Q también debe ser $Q \in [0{,}25Q_N; Q_N]$. Estas características se deben cumplir cuando $f = 10\text{kHz}$ y Q_N es el factor de calidad de la bobina patrón.

3.3. Diseño

Para la realización del puente, se tuvieron en cuenta las ecuaciones (3.1), (3.2), (3.3) y (3.4).

$$V_d = \frac{(R_3 + \frac{1}{C_3})}{(R_1 + R_3 + \frac{1}{C_3})} - \frac{R_4}{((\frac{1}{R_x} + \frac{1}{sL_x})^{-1} + R_4)} \times V_g \tag{3.1}$$

$$L_x = C_3 R_1 R_4 \tag{3.2}$$

$$Q_x = \frac{1}{2\pi f C_3 R_3} \tag{3.3}$$

$$R_x = \frac{R_1 R_4}{R_3} \tag{3.4}$$

Observando las ecuaciones (3.2) y (3.3), se identificaron 4 grados de libertar, de los cuales C_3 y R_4 se mantienen contantes. Por lo tanto, las variables de ajuste serán R_1 y R_3, dado que intentar variar C_3 sería demasiado complicado y afecta a ambos L_x y Q_x y además, aunque R_4 también parece ser un candidato viable, es preferible mantenerlo constante para que la relación (3.5) se mantenga constante.

$$A = \frac{Z_4}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_1} \tag{3.5}$$

Teniendo en cuenta las variables a ser modificadas y los márgenes de operación descriptos en la sección 3.2, se calcularon los valores para cada componente. Con $C_3 = 1{,}2\text{nF}$ y $R_4 = 1{,}560\text{k}\Omega$, de las expresiones anteriores se obtiene que

$$R_1 \in \left[\frac{L_{min}}{C_3 R_4}; \frac{L_{MAX}}{C_3 R_4}\right] = [213{,}7\Omega; 1{,}122\text{k}\Omega] \tag{3.6}$$

$$R_3 \in \left[\frac{1}{2\pi f C_3 Q_{MAX}}; \frac{1}{2\pi f C_3 Q_{min}}\right] = [293{,}4\Omega; 1{,}174\text{k}\Omega] \tag{3.7}$$

Dados los rangos obtenidos en las expresiones 3.6 y 3.7, y considerando los componentes disponibles, se eligieron los valores en el cuadro 3.1 para construir el puente y se obtiene el diseño en la Figura 3.2.

Componente	Valor
R_1	$[0{,}2\text{k}\Omega \rightarrow 1{,}3\text{k}\Omega]$
R_3	$[0{,}2\text{k}\Omega \rightarrow 1{,}2\text{k}\Omega]$
R_4	1560Ω
C_3	$1{,}2\text{nF}$

Cuadro 3.1: Especificaciones elegidas para los componentes

Los resistores variables de menor tamaño fueron puestos con el propósito de reducir la sensibilidad del puente respecto a R_1. Además, se prefirió elegir las resistencias de tal forma que abarquen un rango levemente mayor al calculado.

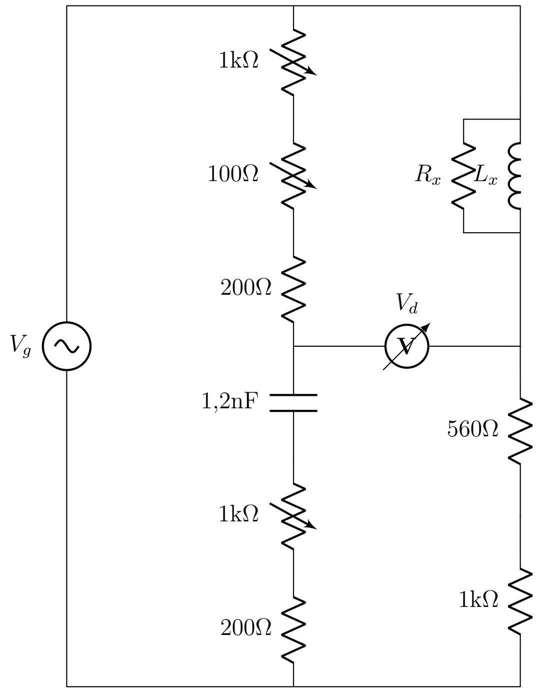

Figura 3.2: Puente diseñado

3.4. Simulación y Sensibilidades

En las figuras 3.3 y 3.4 se puede observar el comportamiento de V_d en función de las resistencias R_1 y R_3 para distintas inductancias de prueba. Es notable que las resistencias afectan de manera dispareja a V_d.

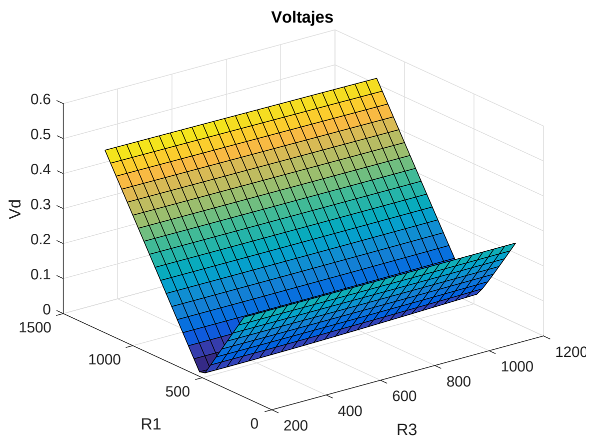

Figura 3.3: $L_x = 0{,}9416$mH; $Q_x = 45{,}2$(Componente Patrón)

Además, como se ve en las figuras 3.5, 3.6 y 3.7, aunque los valores de las sensibilidades para los diferentes casos son diferentes, en todo momento se encuentran dentro de aproximadamente el mismo orden de magnitud, debido a los resistores variables de baja amplitud colocados en el diseño. Considerando esto, se puede concluir que R_3 puede ser usada como una resistencia de ajuste fino, mientras que R_1 sería una de ajuste grueso. Por otro lado, se incluyó el preset de 100Ω para reducir la sensibilidad a R_1.

Los gráficos de las sensibilidades fueron creados a partir de sus fórmulas analíticas (ecuaciones 3.8 y 3.9).

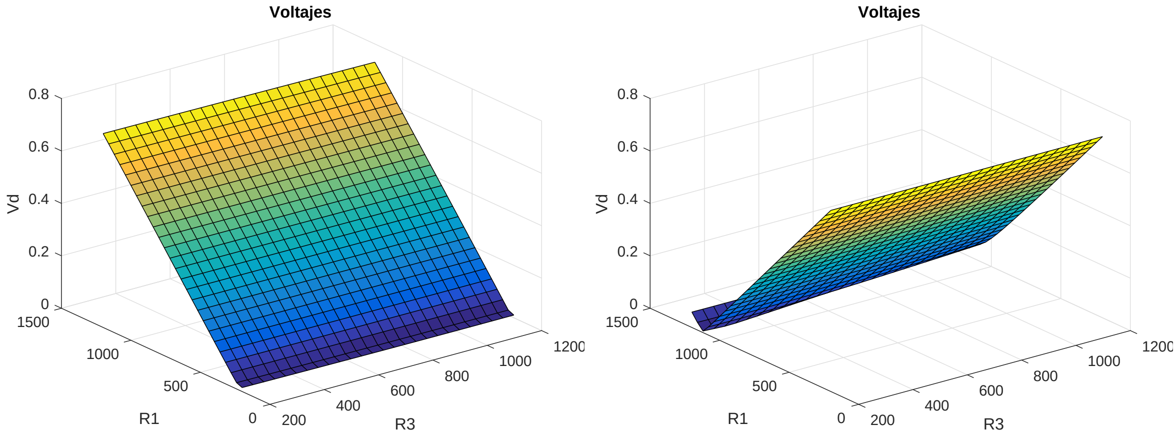

Figura 3.4: $L_x = 0{,}4$mH; $Q_x = 45{,}2/L_x = 2{,}1$mH; $Q_x = 11{,}3$

$$|\Delta V_d| = \left| \frac{1}{(1+\frac{Z_1}{Z_3})(\frac{Z_4}{Z_2}+1)} \cdot \frac{\Delta R_3}{Z_3} \right| \cdot V_g \tag{3.8}$$

$$|\Delta V_d| = \left| \frac{1}{(\frac{Z_3}{Z_1}+1)(1+\frac{Z_2}{Z_4})} \cdot \frac{\Delta R_1}{Z_1} \right| \cdot V_g \tag{3.9}$$

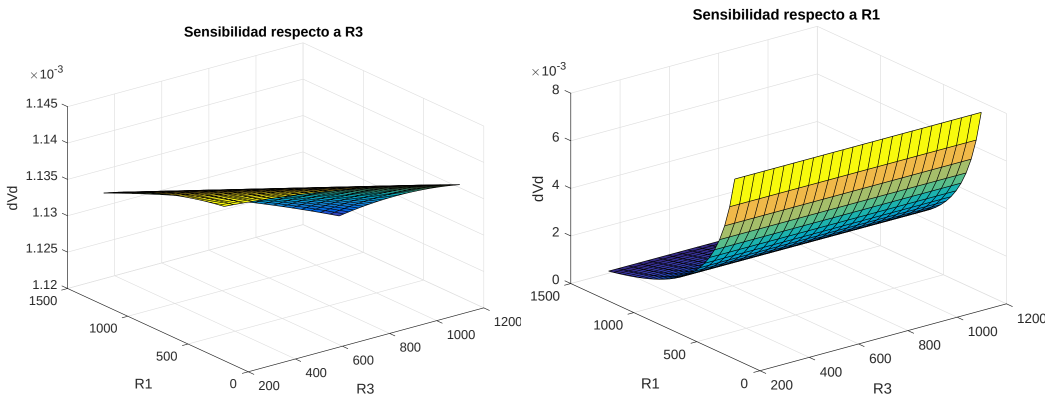

Figura 3.5: $L_x = 0{,}9416$mH; $Q_x = 45{,}2$(Componente Patrón)

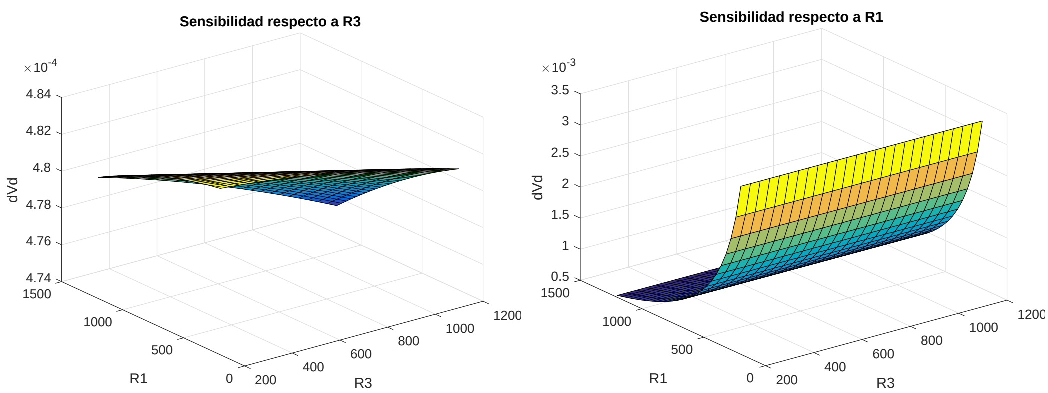

Figura 3.6: $L_x = 0{,}4$mH; $Q_x = 45{,}2$

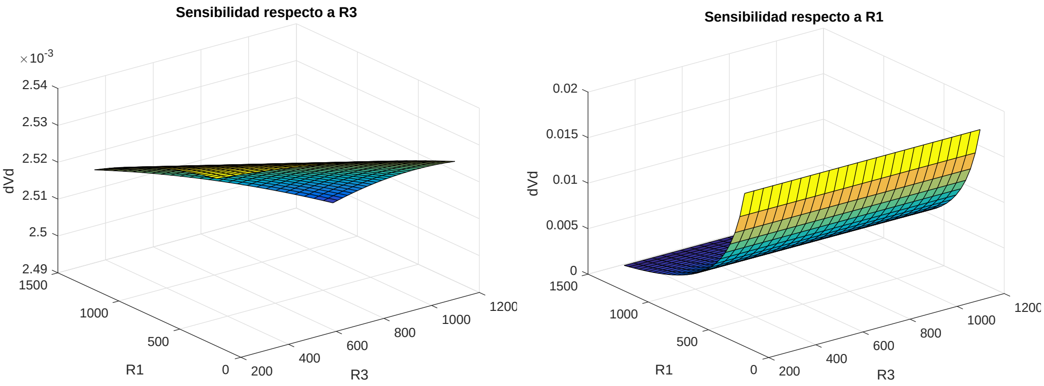

Figura 3.7: $L_x = 2{,}1$mH; $Q_x = 11{,}3$

3.5. Manual de Uso

El puente diseñado permite medir inductancias tales que $L_x \in [0{,}4\text{mH}; 2{,}1\text{mH}]$ y $Q \in [0{,}25Q_N; Q_N]$ para $f = 10$kHz donde $Q_N = 45{,}2$.

Instrucciones:

1. Llevar al mínimo todos los presets de R_1 y R_3.
2. Minimizar V_d utilizando el preset de 1kΩ de R_1.
3. Minimizar V_d utilizando el preset de 100Ω de R_1.
4. Minimizar V_d utilizando el preset de R_3.
5. Minimizar V_d alternando entre los ajustes finos de R_1 y R_3.
6. Medir las resistencias finales y calcular L_x, Q_x y R_x.

Alternativamente a medir las resistencias finales, el uso de los presets puede hacerse contando el número de vueltas dadas al ajuste para tomar los valores de las resistencias finales. Se recomienda el uso de vueltas enteras, ya que con esas diferencias de paso fueron calculadas las sensibilidades.

Especificación	Valor	Especificación	Valor
Rango de L_x	$[0{,}4; 2{,}1]$mH	R_1	$[200; 1300]\Omega$
Rango de Q_x	$[11{,}3; 45{,}2]$	R_3	$[200; 1200]\Omega$
Frecuencia	10kHz	ΔR_1	4Ω
V_g	10V	ΔR_3	40Ω
C_3	1,2nF	R_4	1560Ω

Cuadro 3.2: Especificaciones del Puente

3.6. Mediciones

Armado el puente en placa experimental, se completó la tabla 3.3 midiendo el voltaje V_d con un multímetro de precisión:

Se repitieron las mediciones con el analizador de impedancias y se llenó la tabla 3.4

Valor Nominal	$f = 1$kHz		$f = 10$kHz		$f = 100$kHz	
	L(mH)	Q	L(mH)	Q	L(mH)	Q
L Mínima	–	–	0.0075	123	0.4474	61.1
L Media	0.9772	656.6	0.9865	67.0	0.9959	6.7
L Máxima	–	–	2.3250	123	–	–
L Fuera de Rango	–	–	–	–	–	–

Cuadro 3.3: Mediciones con el puente

Valor Nominal	$f = 1$kHz		$f = 10$kHz		$f = 100$kHz	
	L(mH)	Q	L(mH)	Q	L(mH)	Q
L Mínima	0.4345	123	0.4345	51.0	0.4312	77.1
L Media	0.9958	6.4	0.9958	52.8	0.9427	85.4
L Máxima	1.905	123	1.905	52.5	0.1881	88.5
L Fuera de Rango	2.881	123	2.855	52.7	2.835	89.5

Cuadro 3.4: Mediciones con el analizador de impedancias

3.7. Errores

Se calculó analíticamente el error en las ecuaciones 3.10 y 3.11.

$$\begin{aligned}\Delta L_x &= \left|\frac{\delta L_x}{\delta R_1}\right| \cdot \Delta R_1 + \left|\frac{\delta L_x}{\delta r_1}\right| \cdot \Delta r_1 \\ &= C_3 R_4 \cdot \Delta R_1 + C_3 R_4 \cdot \Delta r_1\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta L_x}{L_x} = \frac{R_1}{R_1 + r_1} \cdot \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{r_1}{R_1 + r_1} \cdot \frac{\Delta r_1}{r_1} \tag{3.10}$$

donde R_1 es el preset de $1\text{k}\Omega$ y r_1 es el preset de 100Ω.

$$\begin{aligned}\Delta Q_x &= \left|\frac{\delta Q_x}{\delta R_3}\right| \cdot \Delta R_3 \\ &= \frac{1}{2\pi f C_3 {R_3}^2} \cdot \Delta R_3\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta Q_x}{Q_x} = \frac{\Delta R_3}{R_3} \tag{3.11}$$

Los errores de medición experimentales pueden verse en la tabla 3.5.

Valor Nominal	$f = 1$kHz		$f = 10$kHz		$f = 100$kHz	
	L	Q	L	Q	L	Q
L Mínima	–	–	0.982	0.198	0.038	–
L Media	0.019	101.59	0.039	0.269	0.056	0.922
L Máxima	–	–	0.230	0.276	–	–
L Fuera de Rango	–	–	–	–	–	–

Cuadro 3.5: Errores experimentales para las mediciones

3.8. Conclusiones

A partir de los datos obtenidos de las inductancias y los factores de calidad, se puede observar que, como se esperaba, para el componente patrón los errores para la inductancia y el factor de calidad son bajos. Sin embargo, para otros componentes y otras frecuencias, los errores son de grados mucho más significantes, demostrando que el puente diseñado sólo es acertado dentro del rango de operación especificado, y mientras más cercano al límite sean las características del componente, más errados serán los resultados.

Dado esto, se pueden mejorar las mediciones utilizando el amplificador de instrumentación para las mediciones de los voltajes diferenciales, ya que presentan menos ruido a la medición y será más claro observar cuándo se alcanza el punto de voltaje más bajo.

Por otro lado, en lugar de fabricar el puente sobre una placa multiperforada, en su lugar se puede usar un PCB para disminuir más el ruido y evitar algunas distorciones que pueden ocurrir por efecto del manejo manual de la placa con una estructura más firme.

Por último, es necesario aclarar que en los diferentes días cuando se verificaron las características del componente patrón se obtuvieron valores distintos en el analizador de impedancias.