

09주차: Segment Tree, Fenwick Tree

강사: 안상욱

챕터 0: Range Sum Problem

- Naive
- DP
- Segment Tree

BOJ 11659 구간 합 구하기 4

구간 합 구하기 4

Arr	1	3	5	4	2	6	7
DP	1	4	9	13	15	21	28

DP에 처음부터 지금까지의 누적 합을 저장한다

Prefix Sum

- '구간합 구하기 4'의 해답이 Prefix Sum입니다.
- 전처리 $O(n)$, 쿼리당 시간복잡도 $O(1)$
- 값이 바뀌지 않는다면 가장 빠르다.
- 값이 바뀐다면?

값이 바뀐다면?

Arr	1	3	5	4	2	6	7
DP	1	4	9	13	15	21	28

값이 바뀐다면?

Arr	1	5	5	4	2	6	7
DP	1	4	9	13	15	21	28

값이 바뀐다면?

Arr	1	5	5	4	2	6	7
DP	1	6	11	15	17	23	30

그 Index 이후의 모든 DP 값이 업데이트되어야한다!

챕터 1: Segment tree

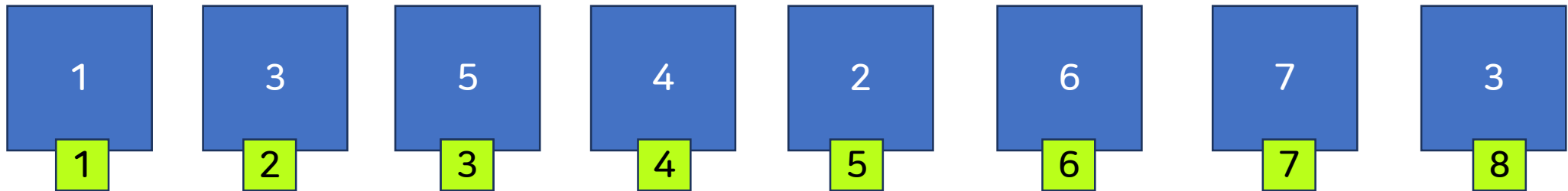
- 도입
- 구현
- 구간 합 말고는 안될까?

도입

Arr	1	3	5	4	2	6	7	3
-----	---	---	---	---	---	---	---	---

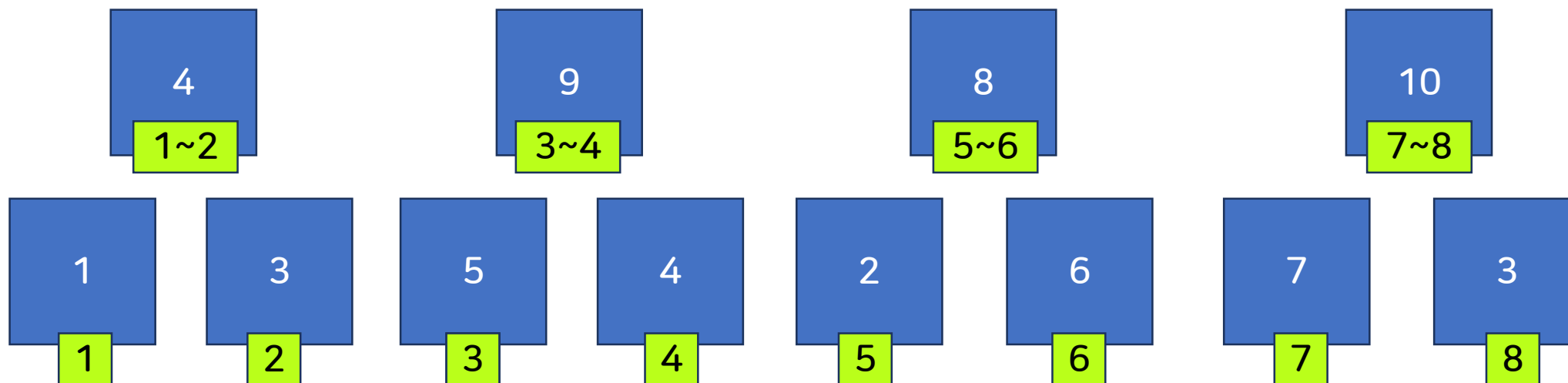
앞에서 이용한 방법 말고 구간합을 구하는 방법이 있을까?

도입



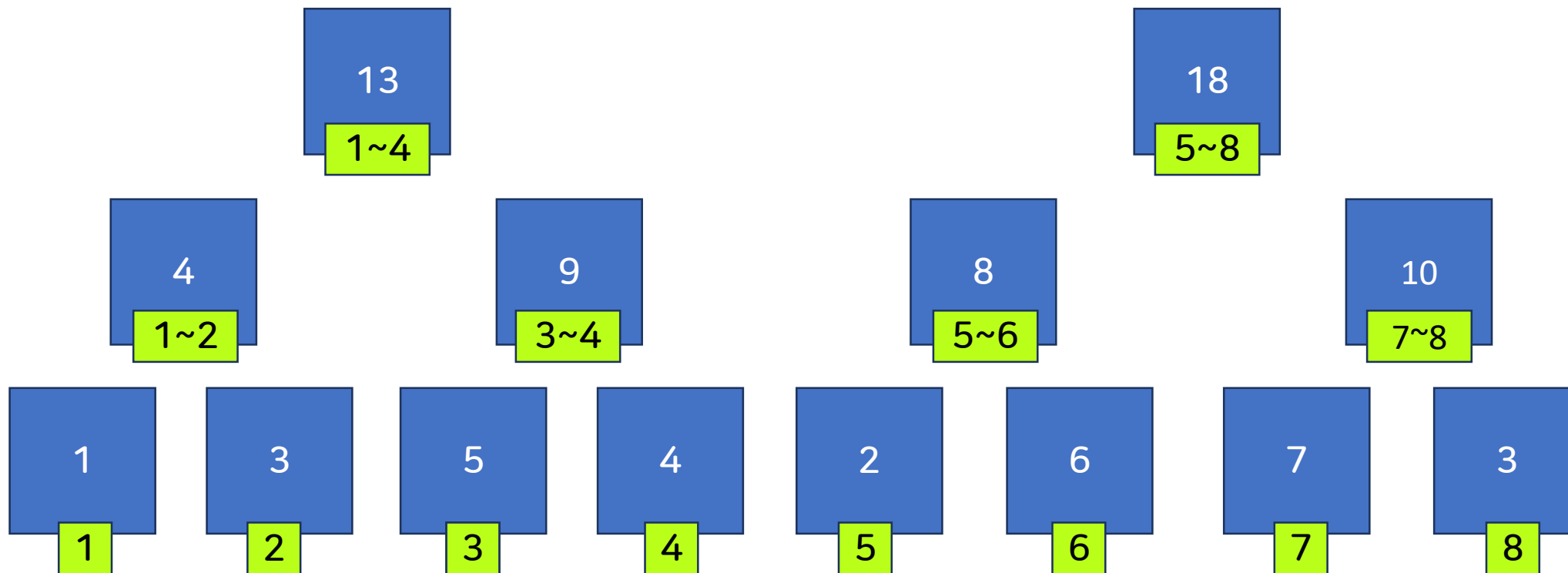
도입

2개씩 묶어서 더한다!



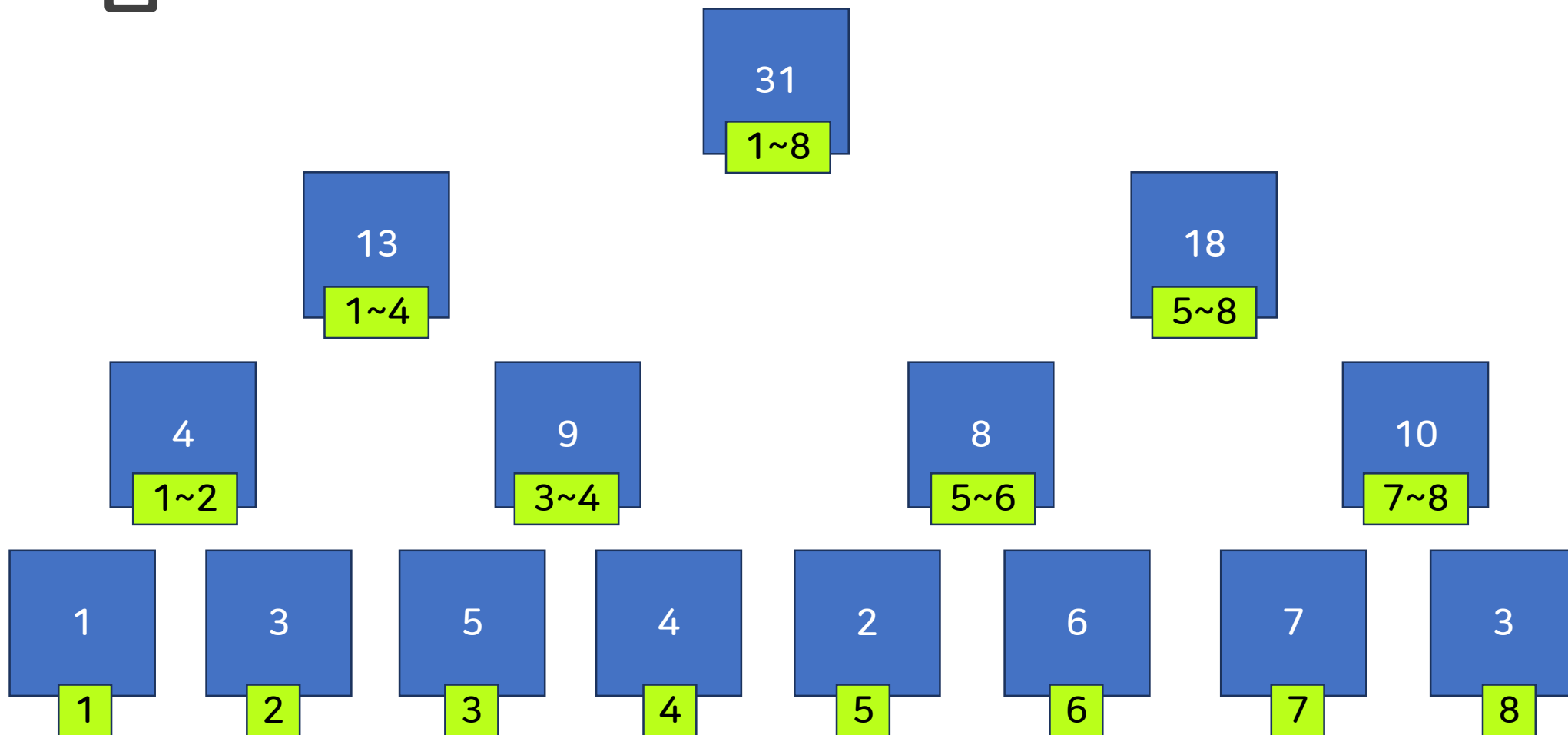
도입

2개씩 묶어서 더한다!



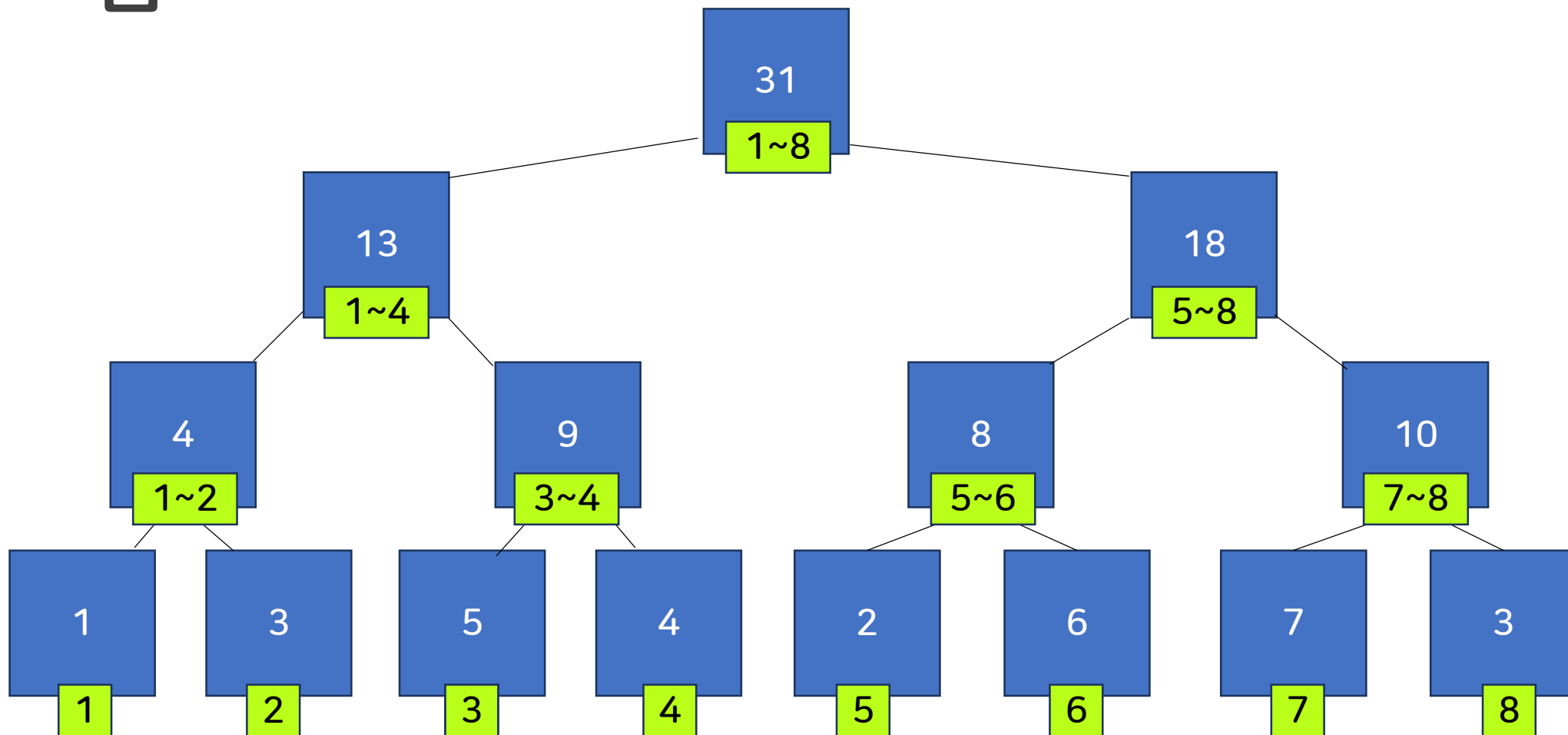
도입

2개씩 묶어서 더한다!



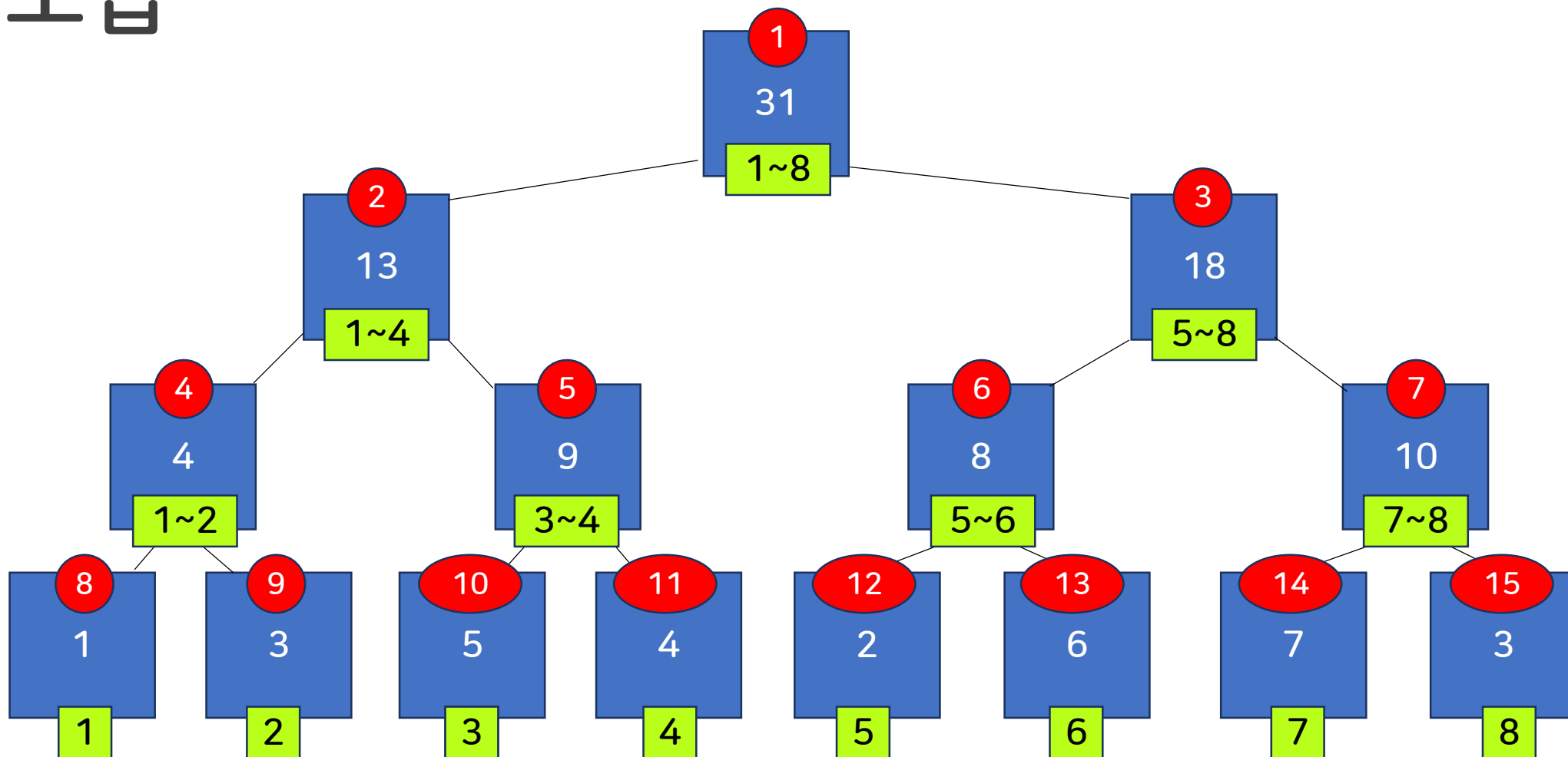
도입

다음과 같은 트리 모양이 나온다.



도입

빨간 원의 숫자는 segment tree 배열의 index를 뜻한다.



도입

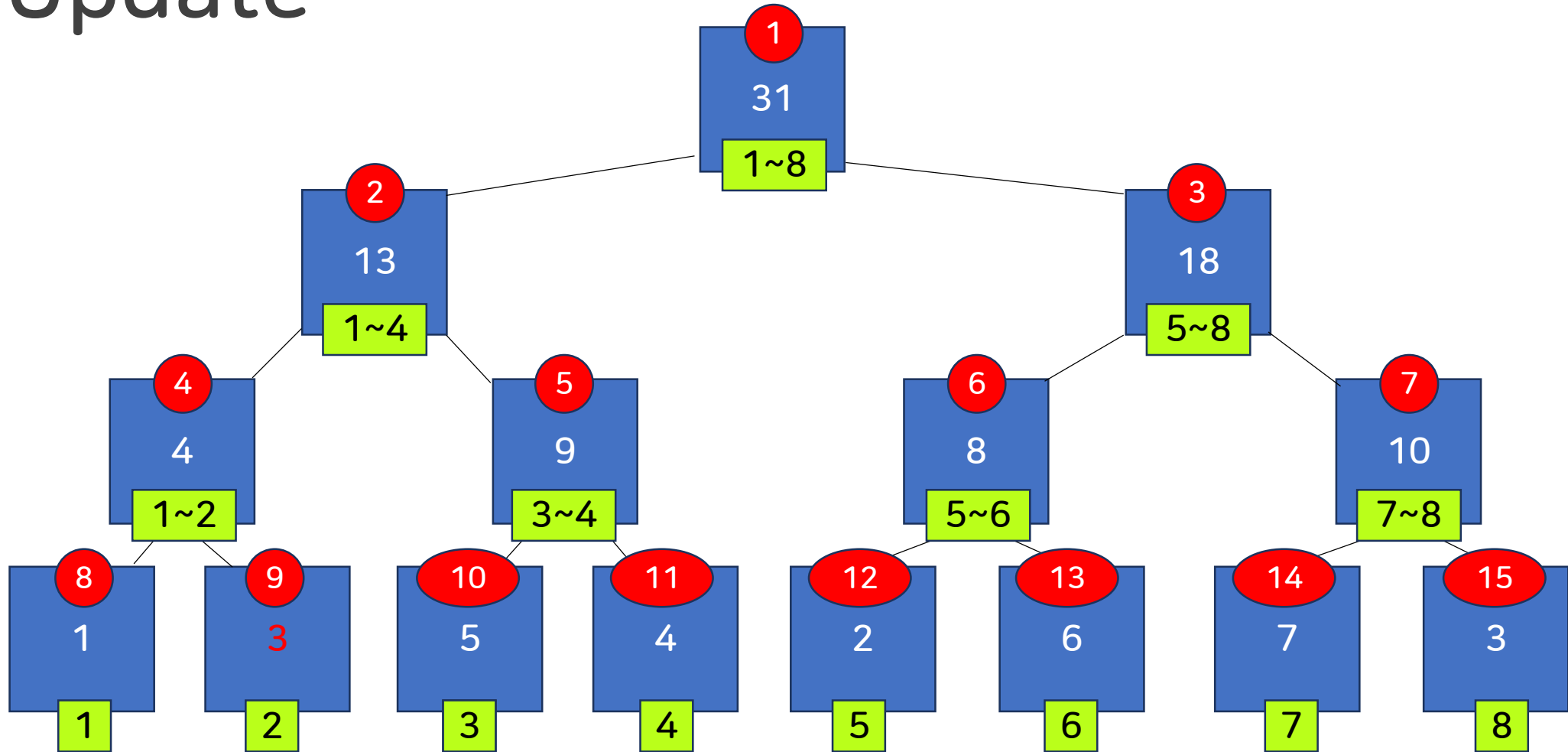
index	1	2	3	4	5	6	7
tree	31	13	18	4	9	8	10

8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	5	4	2	6	7	3

이런 모양의 배열이 된다

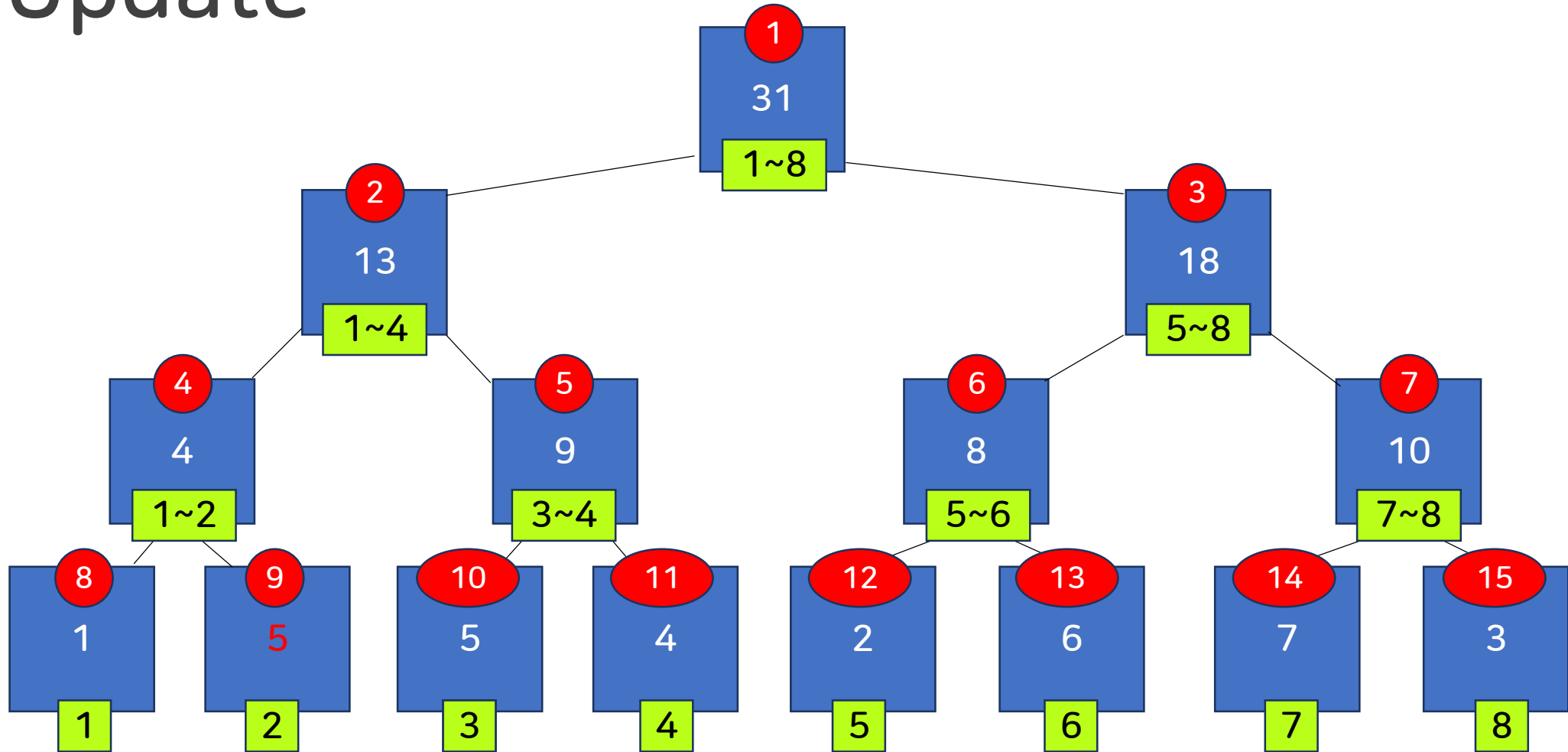
Update

만약 2번 index에 저장된 값이 변한다면????



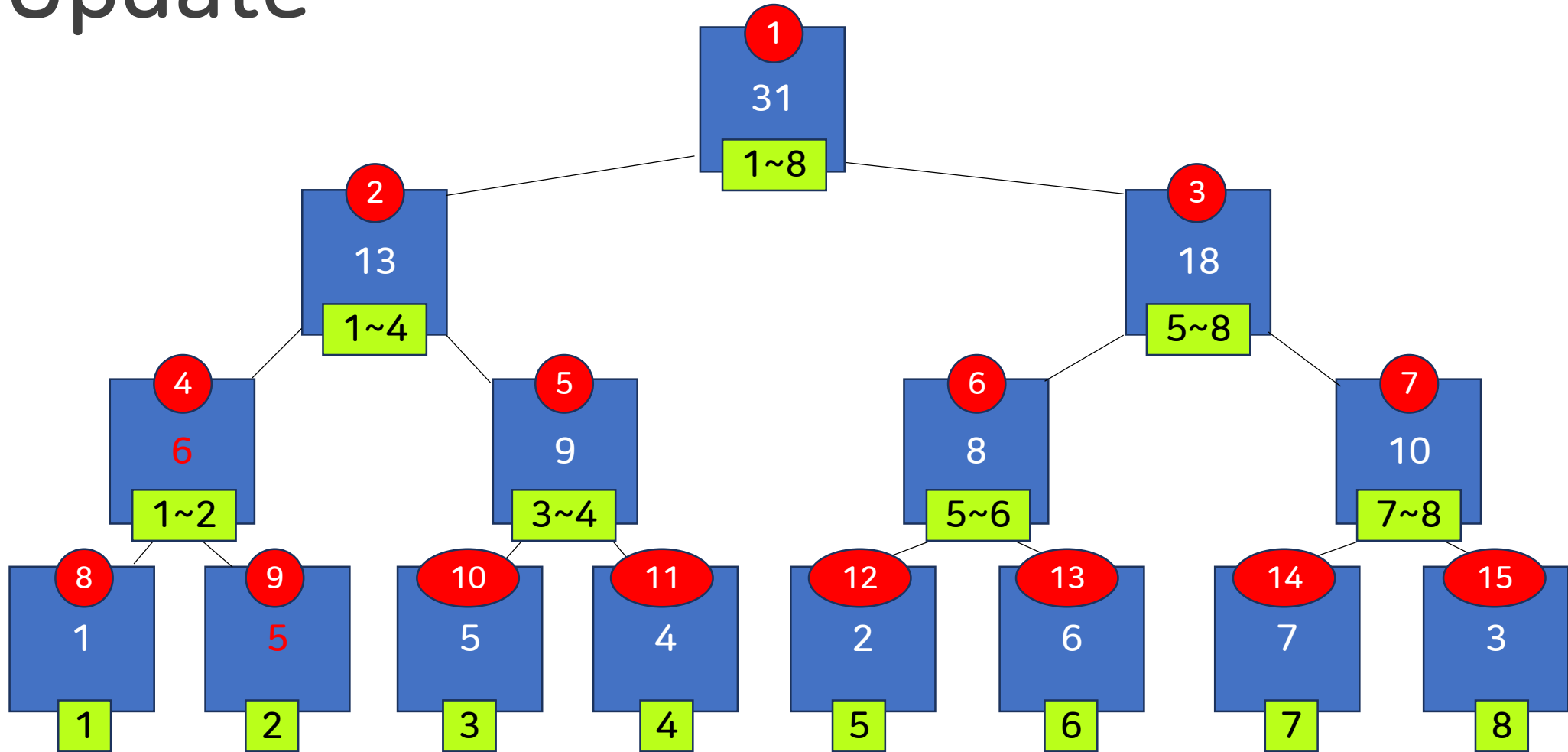
Update

만약 2번 index에 저장된 값이 변한다면????



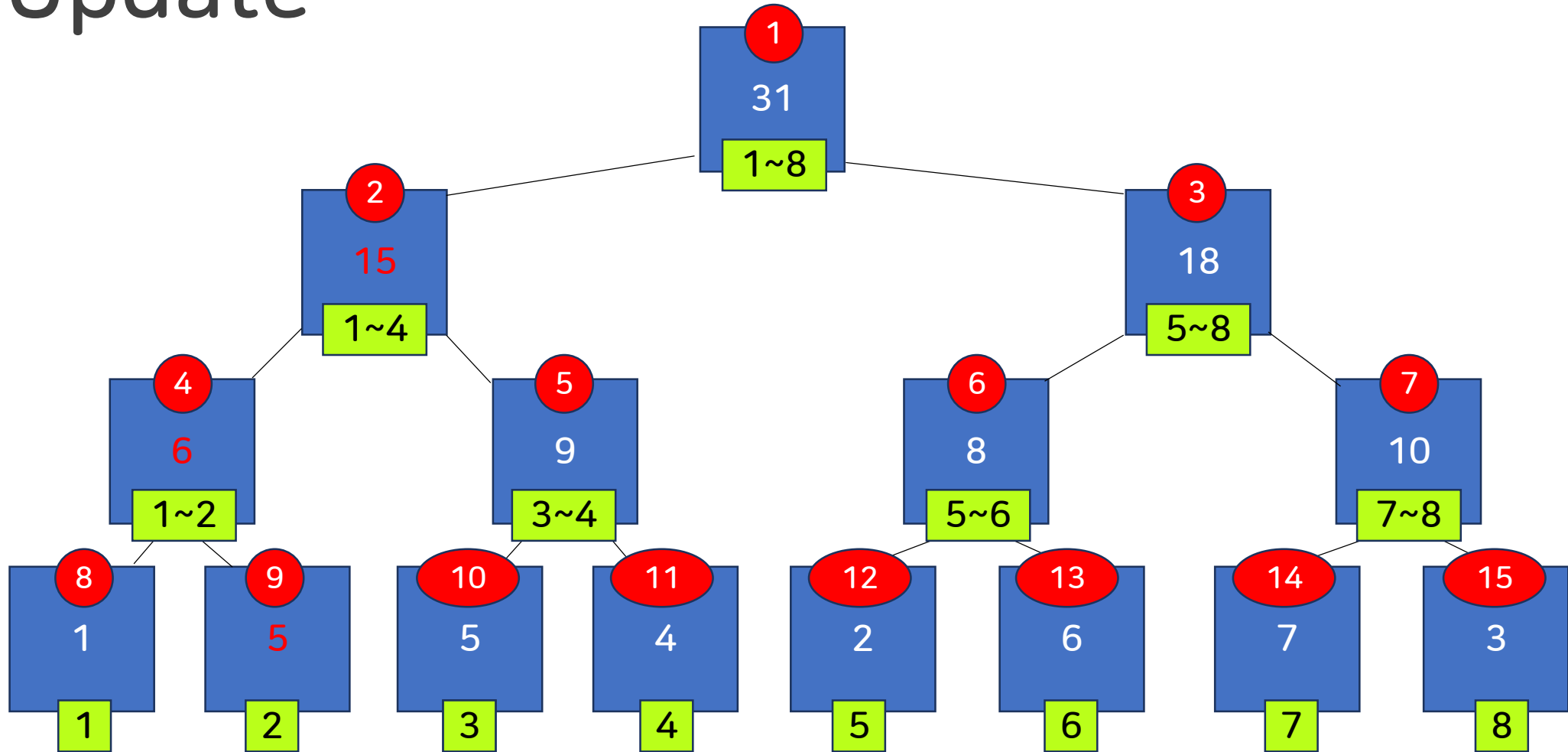
Update

만약 2번 index에 저장된 값이 변한다면????



Update

만약 2번 index에 저장된 값이 변한다면????

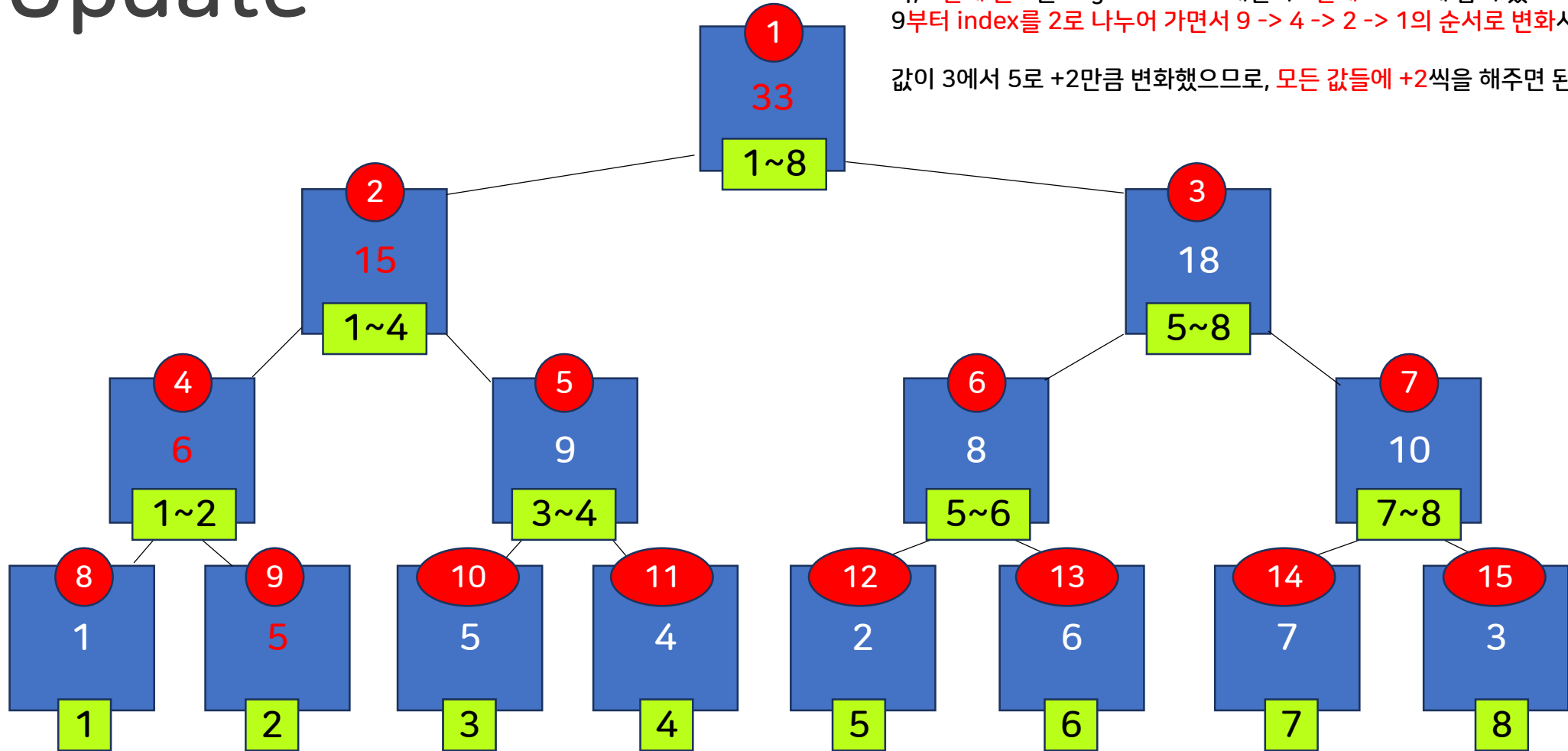


Update

부모 node의 값들만 변화시키면 된다!

즉, 2번째 원소는 segment tree 배열의 9번째 index에 담겨 있으므로,
9부터 index를 2로 나누어 가면서 9 -> 4 -> 2 -> 1의 순서로 변화시켜주면 된다.

값이 3에서 5로 +2만큼 변화했으므로, 모든 값들에 +2씩을 해주면 된다!



구현

```
class segtree {  
public:  
    vector<ll> tree;  
    int size;
```

class를 이용해서 구현해보자!

먼저 segment tree 배열인 **vector<long long> tree**를 선언해주고,
배열의 크기인 **size**를 선언해준다.

구현

```
segtree(int n)
{
    for (size = 1; size < n; size *= 2);
    tree.resize(2 * size);
}
```

생성자를 만들어준다. 여기서 인자인 n은 배열의 크기이다.
위의 예제에서는 n이 8이 된다.

구현

```
segtree(int n)
{
    for (size = 1; size < n; size *= 2);
    tree.resize(2 * size);
}
```

for문은 n 이상의 가장 작은 2의 배수를 구하는 과정이다.

예제에서 보았듯이 segment tree는 full binary tree이므로,

2의 배수 개 만큼의 초기 배열의 크기가 필요한데, 그것을 size에 저장해준다.

예를 들어, 만약 n이 6이었다면, size는 8이 될 것이고, 7번, 8번 index에 들어있는 값을 0으로 해주면 아무 문제가 없다.

구현

```
segtree(int n)
{
    for (size = 1; size < n; size *= 2);
    tree.resize(2 * size);
}
```

그 후 tree vector의 크기를 넉넉히 $2 * \text{size}$ 로 해주게 된다면 틀은 다 잡히게 된다.
위의 예제에서는 size가 8이고, 16칸 짜리 segment tree 배열이 만들어지므로 충분하다.

왜 $2 * \text{size}$ 인지는 한번 생각해보자.

구현

```
void update(int pos, int x)
{
    //원래 index의 tree배열 상의 위치를 pos에 저장한다.
    int index = size + pos - 1;
    //원래 index의 값과 새로 업데이트할 값의 차이를 x에 저장한다.
    int u = x - tree[index];
    //pos의 위치에 있는 값을 포함하는 모든 구간합의 정보를 업데이트한다
    while (index)
    {
        tree[index] += u;
        index /= 2;
    }
}
```

update의 함수를 만들어 보았다.

위 예제에서 볼 때에는 원래는 3이 들어있던 2번째 index의 값을 5로 바꾸어 주는 것이었으므로, **pos는 2가 되고, x는 5가 된다.**

구현

```
void update(int pos, ll x)
{
    //원래 index의 tree배열 상의 위치를 pos에 저장한다.
    int index = size + pos - 1;
    //원래 index의 값과 새로 업데이트할 값의 차이를 x에 저장한다.
    int u = x - tree[index];
    //pos의 위치에 있는 값을 포함하는 모든 구간합의 정보를 업데이트한다
    while (index)
    {
        tree[index] += u;
        index /= 2;
    }
}
```

tree 배열 상에서의 위치를 index에 저장한다.

예제에서는 pos가 2였으므로,

$\text{index} = 8 + 2 - 1 = 9$ 가 되어 3이 담겨 있는 index를 저장하게 된다.

구현

```
void update(int pos, int x)
{
    //원래 index의 tree배열 상의 위치를 pos에 저장한다.
    int index = size + pos - 1;
    //원래 index의 값과 새로 업데이트할 값의 차이를 x에 저장한다.
    int u = x - tree[index];
    //pos의 위치에 있는 값을 포함하는 모든 구간합의 정보를 업데이트한다
    while (index)
    {
        tree[index] += u;
        index /= 2;
    }
}
```

u에 변화되는 값을 저장한다.

예제에서는 3에서 5로 값이 바뀌었으므로, +2만큼 값이 변하게 된다.

따라서 $u = x - \text{tree}[9] = 5 - 3 = 2$ 가 된다.

구현

```
void update(int pos, ll x)
{
    //원래 index의 tree배열 상의 위치를 pos에 저장한다.
    int index = size + pos - 1;
    //원래 index의 값과 새로 업데이트할 값의 차이를 x에 저장한다.
    int u = x - tree[index];
    //pos의 위치에 있는 값을 포함하는 모든 구간합의 정보를 업데이트한다
    while (index)
    {
        tree[index] += u;
        index /= 2;
    }
}
```

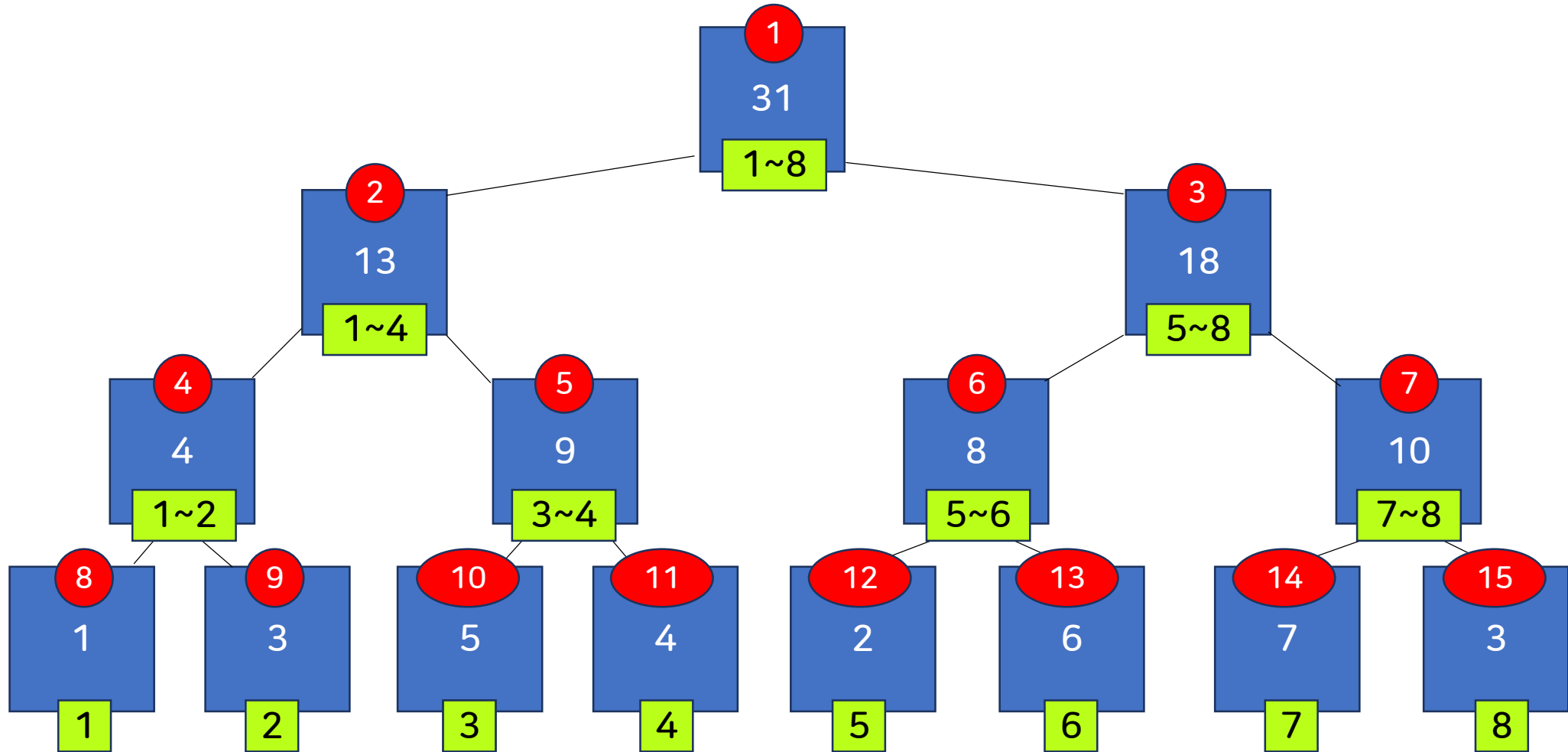
while문을 돌면서 2번째 index와

그 구간합을 저장한 tree의 원소 값을 모두 update시켜준다.

즉, 9 -> 4 -> 2 -> 1번째 값에 모두 2씩을 더해준다.

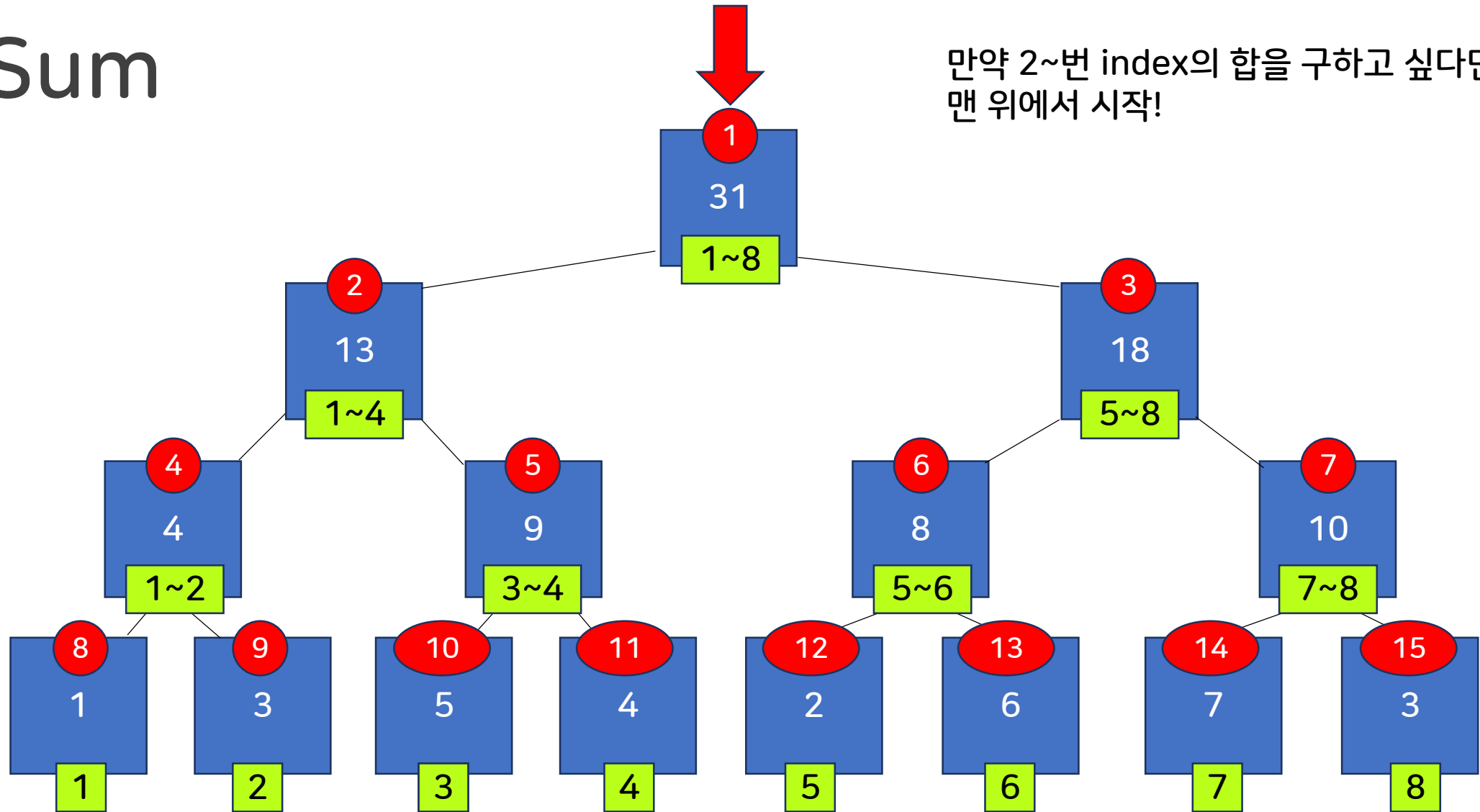
Sum

만약 2~번 index의 합을 구하고 싶다면?



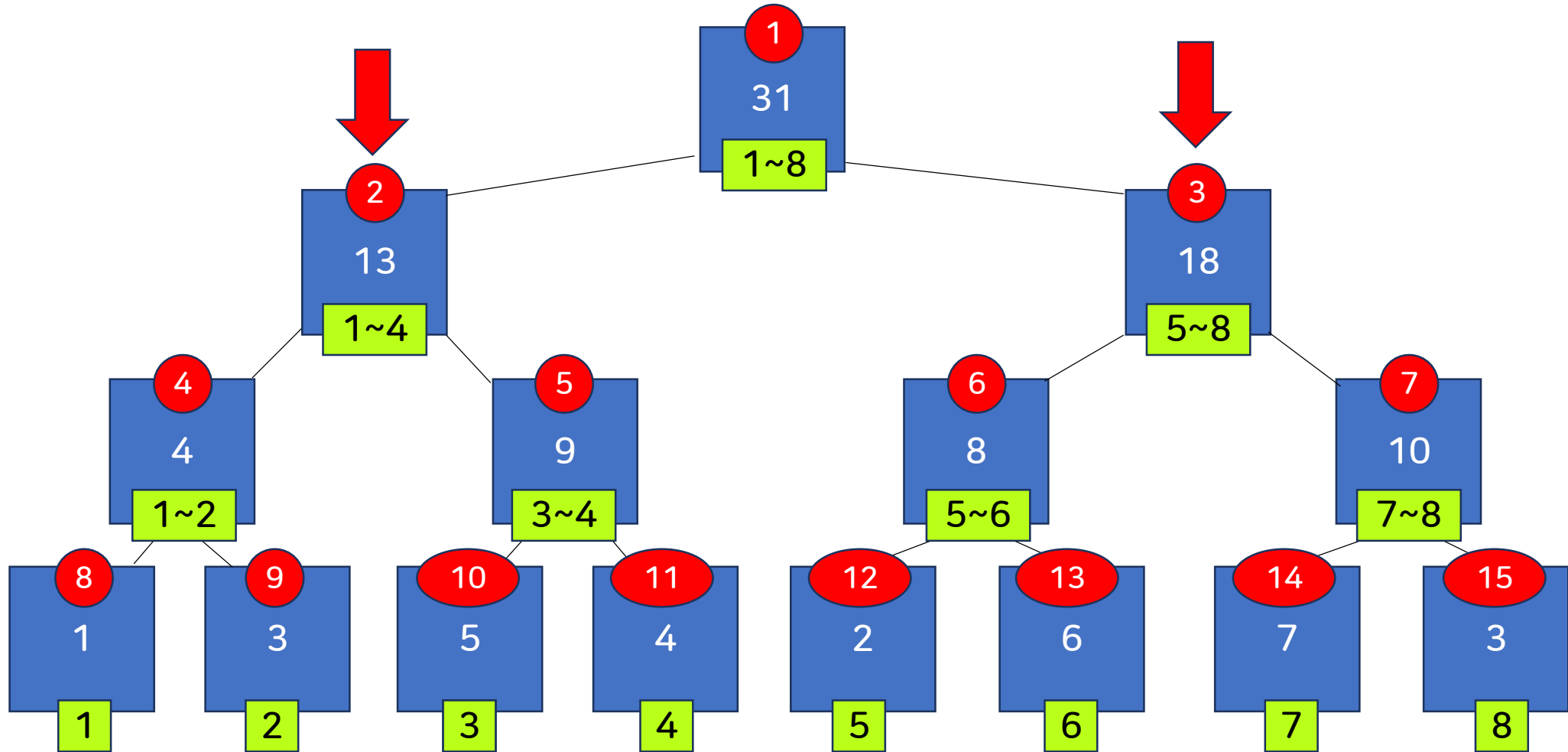
Sum

만약 2~번 index의 합을 구하고 싶다면?
맨 위에서 시작!



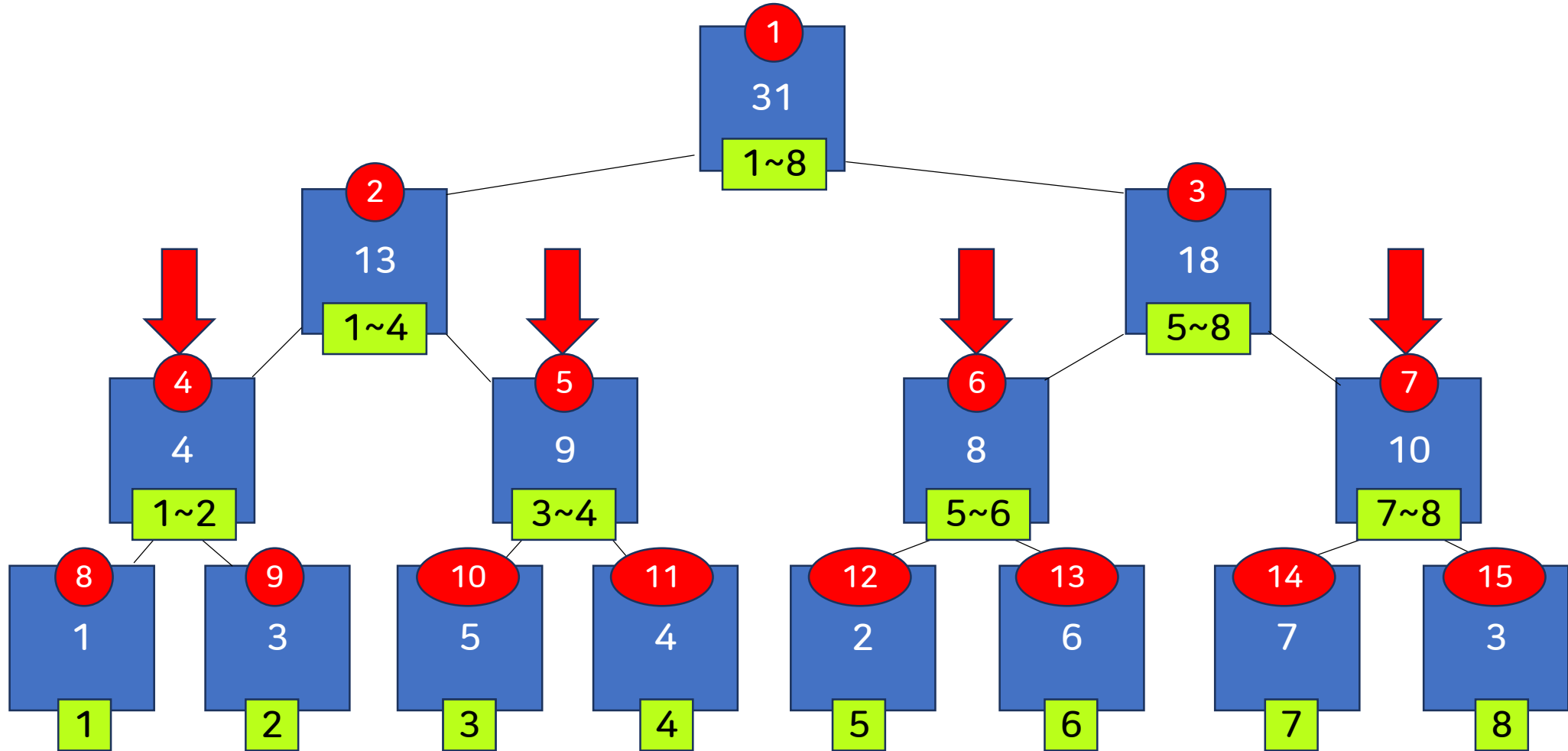
Sum

만약 2~번 index의 합을 구하고 싶다면?
1~8이 2~5에 들어가지 않으므로, 양 옆을 모두 탐색!



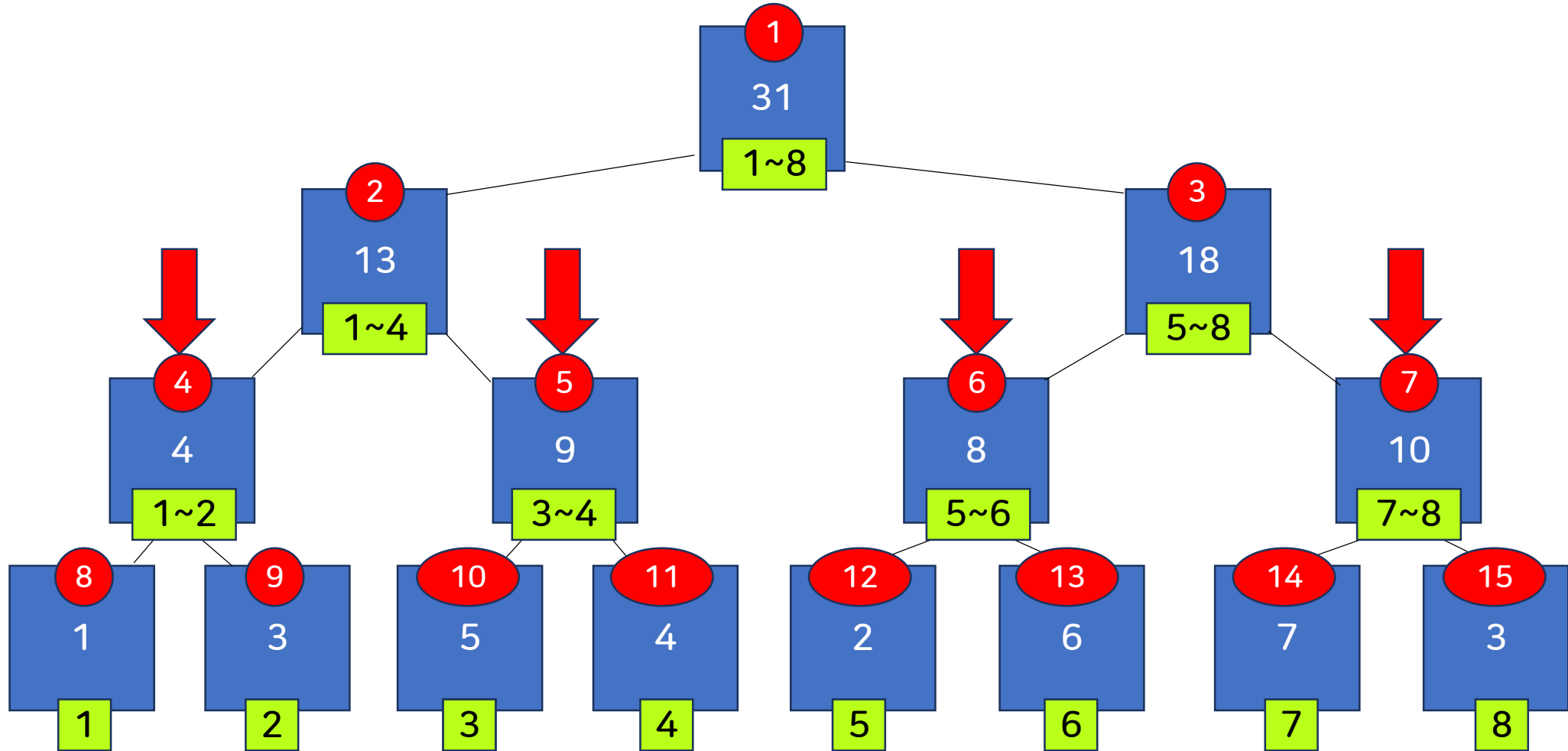
Sum

만약 2~번 index의 합을 구하고 싶다면?
1~4, 5~8 모두 2~5에 포함되지 않고, 겹치는 부분이 있으므로,
둘 다 양 옆을 모두 탐색!



Sum

만약 2~번 index의 합을 구하고 싶다면?
1~4, 5~8 모두 2~5에 포함되지 않고, 겹치는 부분이 있으므로,
둘 다 양 옆을 모두 탐색!



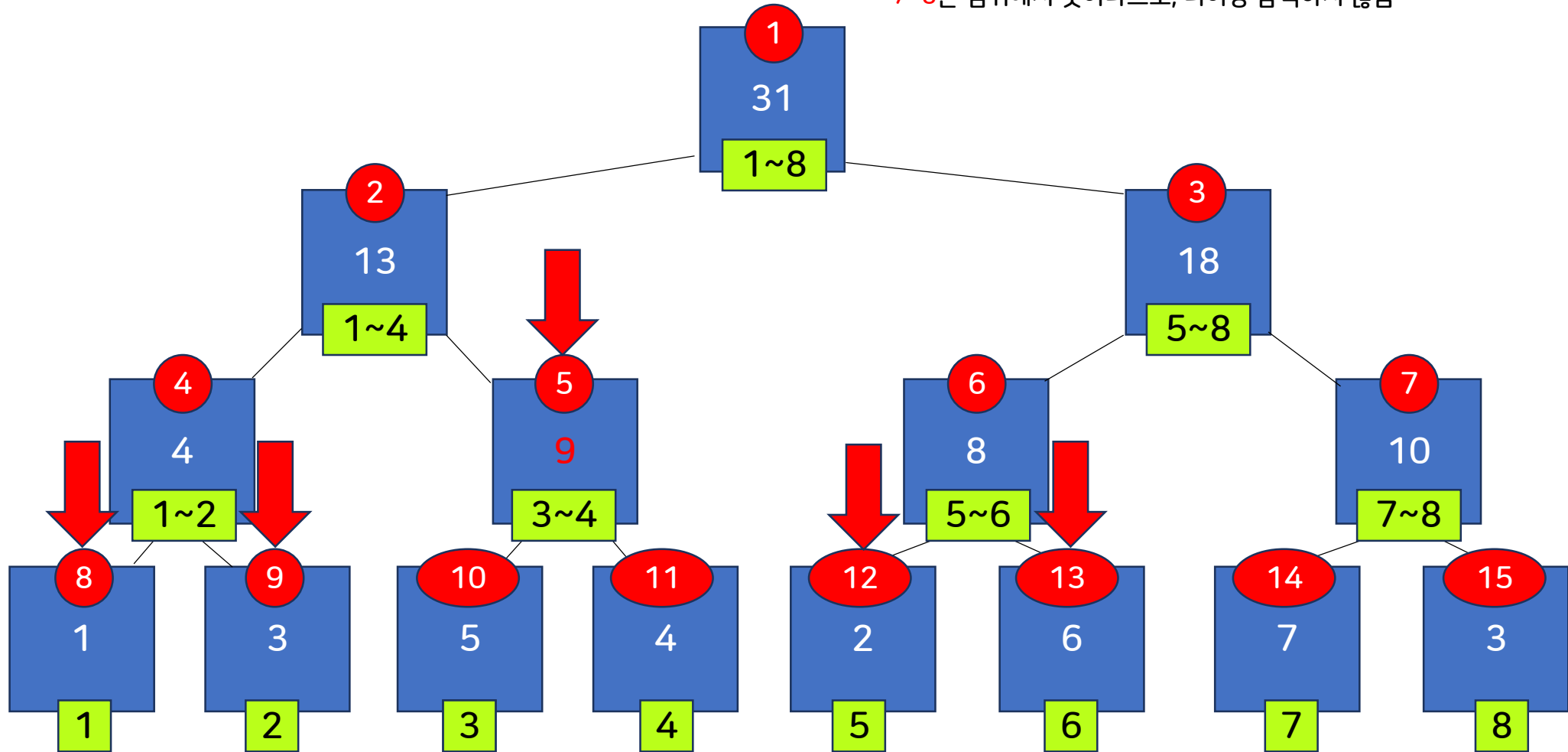
Sum

만약 2~5 index의 합을 구하고 싶다면???

1~2, 5~6은 2~5에 포함되지 않고, 겹치는 부분이 있으므로, 둘 다 양 옆을 모두 탐색

3~4는 2~5에 포함되므로, 그 값을 return

7~8은 범위에서 벗어나므로, 더이상 탐색하지 않음

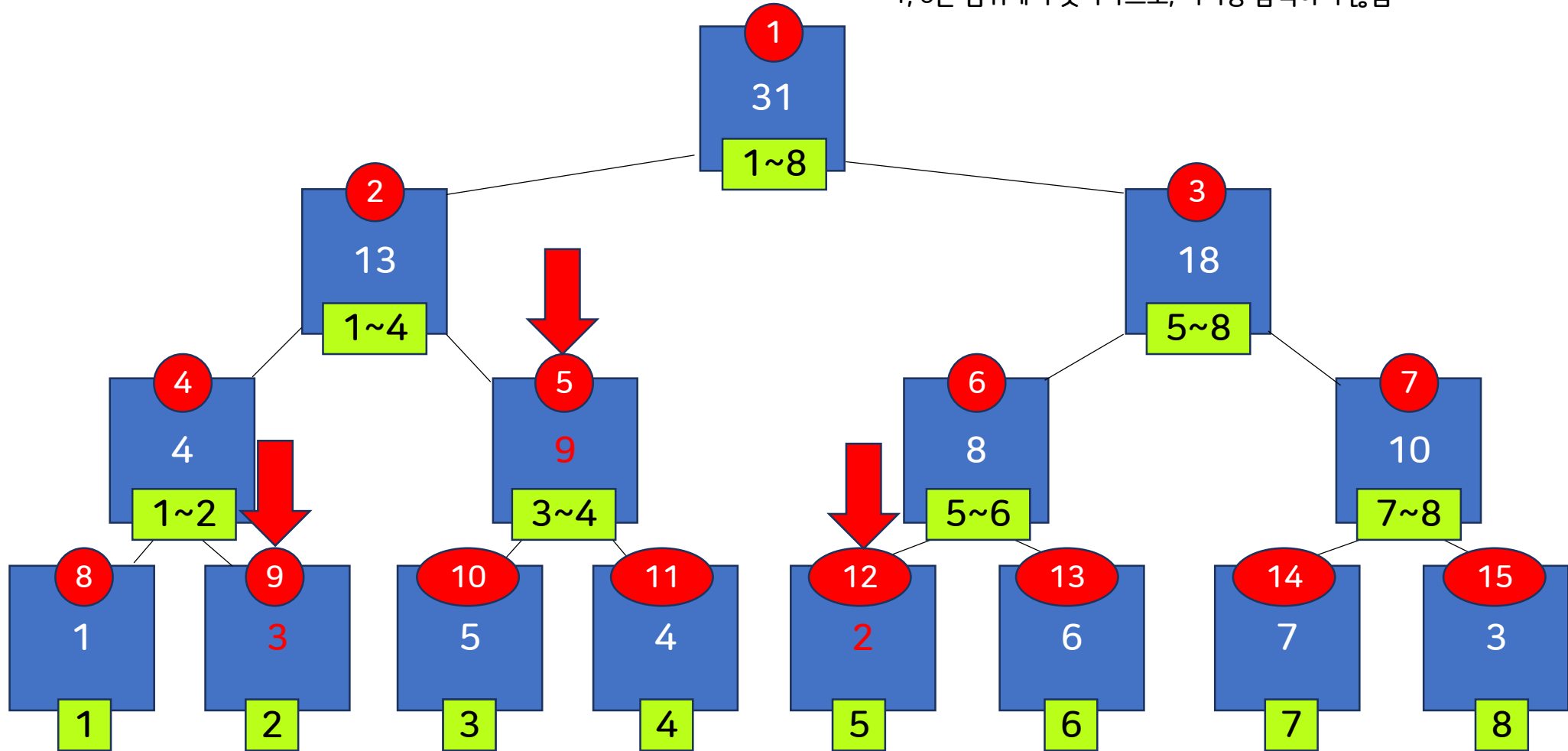


Sum

만약 2~5 index의 합을 구하고 싶다면???

2, 5는 2~5에 포함되므로, 그 값을 return

1, 6은 범위에서 벗어나므로, 더이상 탐색하지 않음



구현

```
|| getsum(int pos, int left, int right, int start, int end)
{
    //left, right가 내가 찾고자 하는 범위, pos가 내가 탐색중인 tree의 index, start, end가 이 index에서의 범위
    //만약 지금 탐색중인 위치가 내가 탐색하고자하는 left~right 범위를 벗어난다면, 0을 return해준다.
    if (right < start || left > end)
        return 0;
    //만약 지금 탐색중인 위치가 내가 탐색하고자 하는 left~right 범위 내에 포함되어있으면, 이 값을 return해준다.
    if (start >= left && end <= right)
        return tree[pos];
    //만약 지금 탐색중인 위치가 내가 탐색하고자 하는 left~right 범위와 겹치지만 포함되지는 않으면,
    //자식 index를 둘 다 탐색한 후 return값을 더해준다
    int mid = (start + end) / 2;
    return getsum(pos * 2, left, right, start, mid) + getsum(pos * 2 + 1, left, right, mid + 1, end);
}
```

left, right는 내가 찾고자 하는 범위, pos는 내가 탐색중인 tree의 index,
start, end는 이 index에서의 범위를 나타낸다.

기본적으로 top-down으로 탐색하므로, pos는 1 그리고 start와 end는 시작과 끝 index로 시작한다.
즉, 예시로 본다면 pos는 1, start는 1, end는 8, left는 2, right는 5가 되게 된다.

구현

```
|| getsum(int pos, int left, int right, int start, int end)
{
    //left, right가 내가 찾고자 하는 범위, pos가 내가 탐색중인 tree의 index, start, end가 이 index에서의 범위
    //만약 지금 탐색중인 위치가 내가 탐색하고자하는 left~right 범위를 벗어난다면, 0을 return해준다.
    if (right < start || left > end)
        return 0;
    //만약 지금 탐색중인 위치가 내가 탐색하고자 하는 left~right 범위 내에 포함되어있으면, 이 값을 return해준다.
    if (start >= left && end <= right)
        return tree[pos];
    //만약 지금 탐색중인 위치가 내가 탐색하고자 하는 left~right 범위와 겹치지만 포함되지는 않으면,
    //자식 index를 둘 다 탐색한 후 return값을 더해준다
    int mid = (start + end) / 2;
    return getsum(pos * 2, left, right, start, mid) + getsum(pos * 2 + 1, left, right, mid + 1, end);
}
```

탐색중인 위치가 내가 탐색하고자 하는 **left~right 범위를 벗어난다면,**

0을 return하고 탐색을 종료한다.

예를 들면, 2~5 구간합을 구하는데, 지금 7~8을 탐색 중이라면, 0을 return하고 탐색을 종료하게 된다.

구현

```
int getsum(int pos, int left, int right, int start, int end)
{
    //left, right가 내가 찾고자 하는 범위, pos가 내가 탐색중인 tree의 index, start, end가 이 index에서의 범위
    //만약 지금 탐색중인 위치가 내가 탐색하고자하는 left~right 범위를 벗어난다면, 0을 return해준다.
    if (right < start || left > end)
        return 0;
    //만약 지금 탐색중인 위치가 내가 탐색하고자 하는 left~right 범위 내에 포함되어있으면, 이 값을 return해준다.
    if (start >= left && end <= right)
        return tree[pos];
    //만약 지금 탐색중인 위치가 내가 탐색하고자 하는 left~right 범위와 겹치지만 포함되지는 않으면,
    //자식 index를 둘 다 탐색한 후 return값을 더해준다
    int mid = (start + end) / 2;
    return getsum(pos * 2, left, right, start, mid) + getsum(pos * 2 + 1, left, right, mid + 1, end);
}
```

탐색중인 위치가 내가 탐색하고자 하는 **left~right 범위 내에 포함된다면,**

이 tree의 index에 저장된 값을 return해준다.

예를 들어 2~5의 구간합을 구할 때 3~4 구간을 탐색 중이라면, 이 값을 return해준 뒤 탐색을 종료한다.

구현

```
|| getsum(int pos, int left, int right, int start, int end)
{
    //left, right가 내가 찾고자 하는 범위, pos가 내가 탐색중인 tree의 index, start, end가 이 index에서의 범위
    //만약 지금 탐색중인 위치가 내가 탐색하고자하는 left~right 범위를 벗어난다면, 0을 return해준다.
    if (right < start || left > end)
        return 0;
    //만약 지금 탐색중인 위치가 내가 탐색하고자 하는 left~right 범위 내에 포함되어있으면, 이 값을 return해준다.
    if (start >= left && end <= right)
        return tree[pos];
    //만약 지금 탐색중인 위치가 내가 탐색하고자 하는 left~right 범위와 겹치지만 포함되지는 않으면,
    //자식 index를 둘 다 탐색한 후 return값을 더해준다
    int mid = (start + end) / 2;
    return getsum(pos * 2, left, right, start, mid) + getsum(pos * 2 + 1, left, right, mid + 1, end);
}
```

탐색중인 위치가 내가 구간합을 구하고자 하는 **left~right 범위와 겹치지만 포함되지는 않으면**,

자식 index를 둘 다 탐색한 후 더해준 값을 return해준다.

예를 들어, 2~5의 구간합을 구하는데 1~4의 구간을 탐색 중이라면 1~2, 3~4를 모두 탐색한 후 return값을 더해서 return해준다.

전체 코드

```
class segtree {
public:
    vector<ll> tree;
    int size;
    segtree(int n)
    {
        for (size = 1; size < n; size *= 2);
        tree.resize(2 * size);
    }
    void update(int pos, ll x)
    {
        //원래 index의 tree배열 상의 위치를 pos에 저장한다.
        int index = size + pos - 1;
        //원래 index의 값과 새로 업데이트할 값의 차이를 x에 저장한다.
        int u = x - tree[index];
        //pos의 위치에 있는 값을 포함하는 모든 구간합의 정보를 업데이트한다
        while (index)
        {
            tree[index] += u;
            index /= 2;
        }
    }
}
```

전체 코드

```
,
|| getsum(int pos, int left, int right, int start, int end)
{
    //left, right가 내가 찾고자 하는 범위, pos가 내가 탐색중인 tree의 index, start, end가 이 index에서의 범위
    //만약 지금 탐색중인 위치가 내가 탐색하고자하는 left~right 범위를 벗어난다면, 0을 return해준다.
    if (right < start || left > end)
        return 0;
    //만약 지금 탐색중인 위치가 내가 탐색하고자 하는 left~right 범위 내에 포함되어있으면, 이 값을 return해준다.
    if (start >= left && end <= right)
        return tree[pos];
    //만약 지금 탐색중인 위치가 내가 탐색하고자 하는 left~right 범위와 겹치지만 포함되지는 않으면,
    //자식 index를 둘 다 탐색한 후 return값을 더해준다
    int mid = (start + end) / 2;
    return getsum(pos * 2, left, right, start, mid) + getsum(pos * 2 + 1, left, right, mid + 1, end);
};
```

BOJ 2042 구간 합 구하기

구간 합 구하기

한번 스스로 구현해보세요. 뒷 장에 답이 있습니다.

구간 합 구하기

```
int main()
{
    int n, m, k;
    scanf("%d%d%d", &n, &m, &k);
    segtree tree(n);
    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        int x;
        scanf("%d", &x);
        tree.update(i, x);
    }
    int t = m + k;
    while (t-->0)
    {
        int a, b, c;
        scanf("%d%d%d", &a, &b, &c);
        if (a == 1)
            tree.update(b, c);
        else
            printf("%d\n", tree.getsum(1, b, c, 1, tree.size));
    }
}
```

앞에서 구현한 class를 그대로 사용하고,
main문만 구현하면 됩니다!

BOJ 1275 커피숍2

커피숍2

구간 합 구하기와 비슷한 문제입니다

BOJ 2357 최솟값과 최대값

최솟값과 최댓값

구간합을 저장한 tree vector 대신에,
최댓값과 최솟값을 저장하는 min_tree vector와 max_tree vector를 만든 뒤,
getsum 대신에 getmax, getmin 함수를 비슷한 방법으로 구현해보세요!

BOJ 11505 구간 곱 구하기

구간 곱 구하기

더하기를 곱하기로만 바꾸면 되는데, update 함수를
getsum 함수를 구현했던 것처럼 top-down 방식으로 구현해보세요!

챕터 2: Fenwick Tree

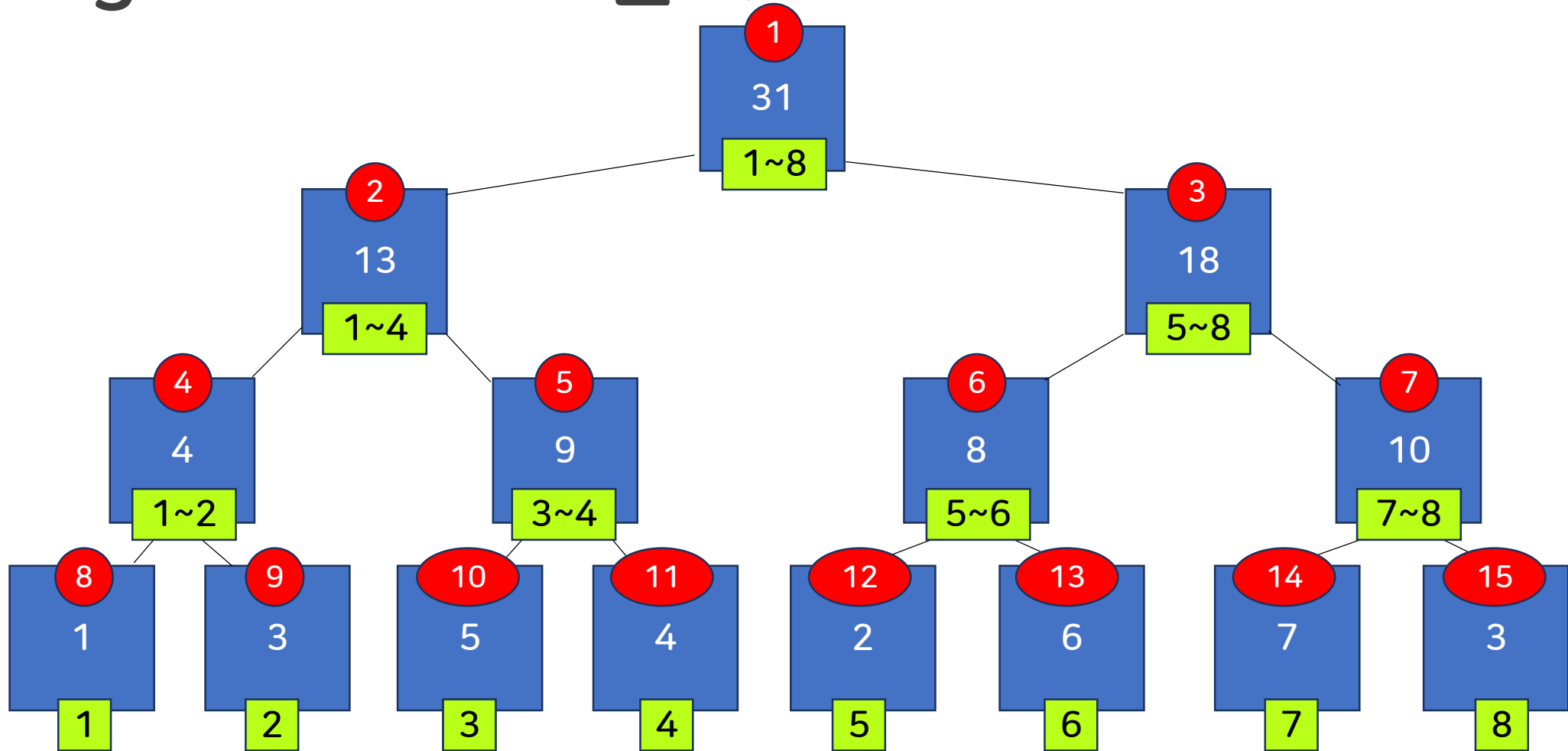
- 도입
- 구현

Fenwick Tree

Segment Tree와 비슷한데, **배열의 크기가 Segment Tree의 절반**이라 메모리를 아낄 수 있다!

Segment Tree 일때

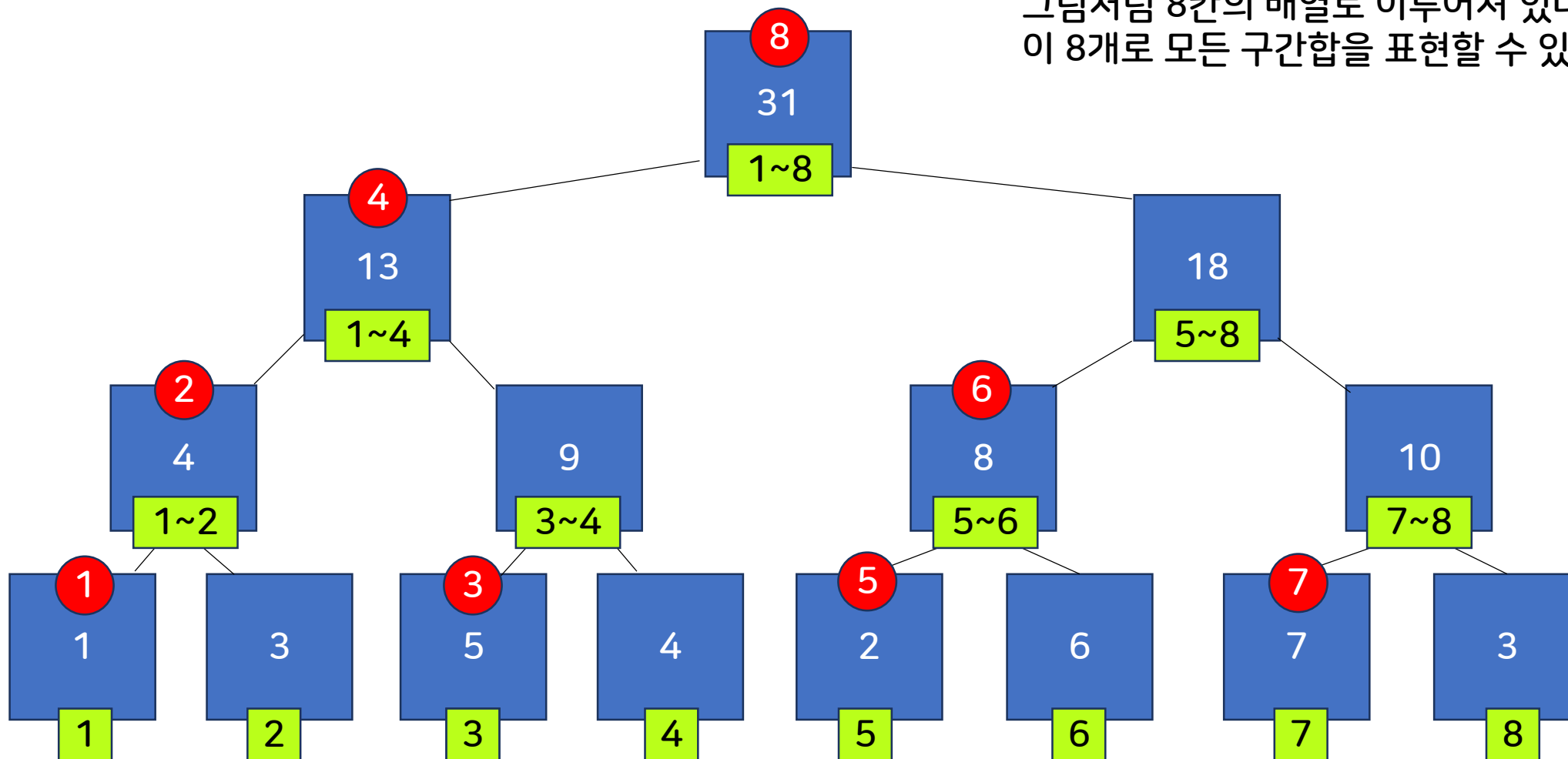
Fenwick Tree는?



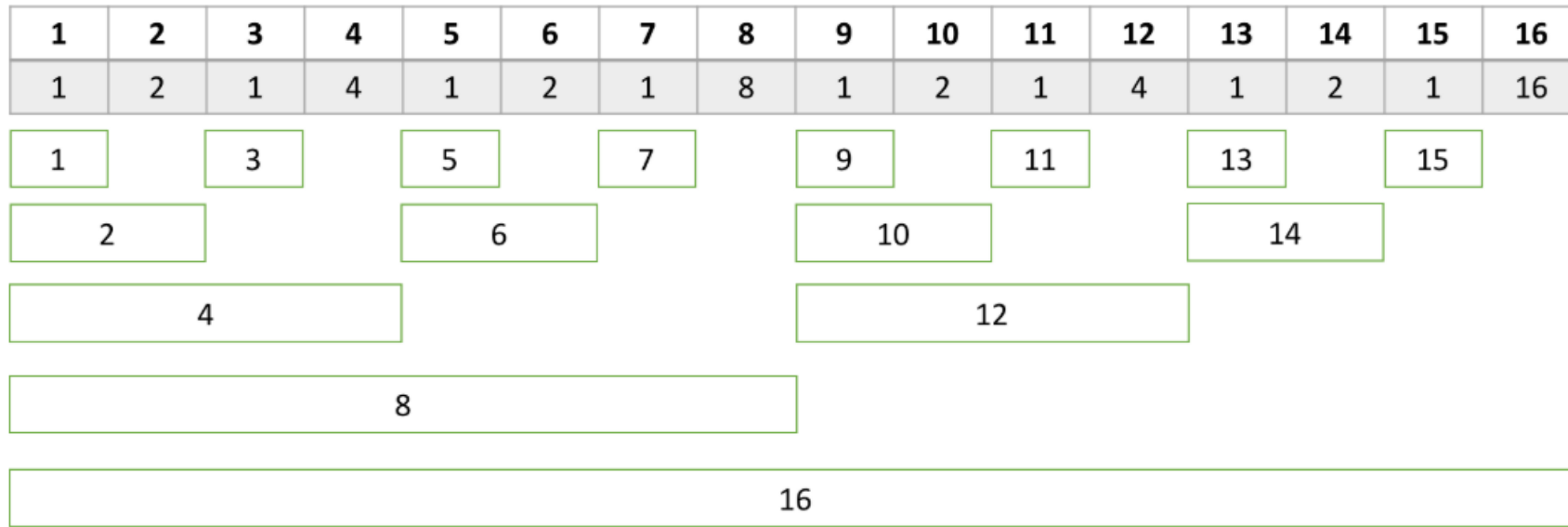
Fenwick Tree

Fenwick Tree는???

그림처럼 8칸의 배열로 이루어져 있다!
이 8개로 모든 구간합을 표현할 수 있다!



Fenwick Tree



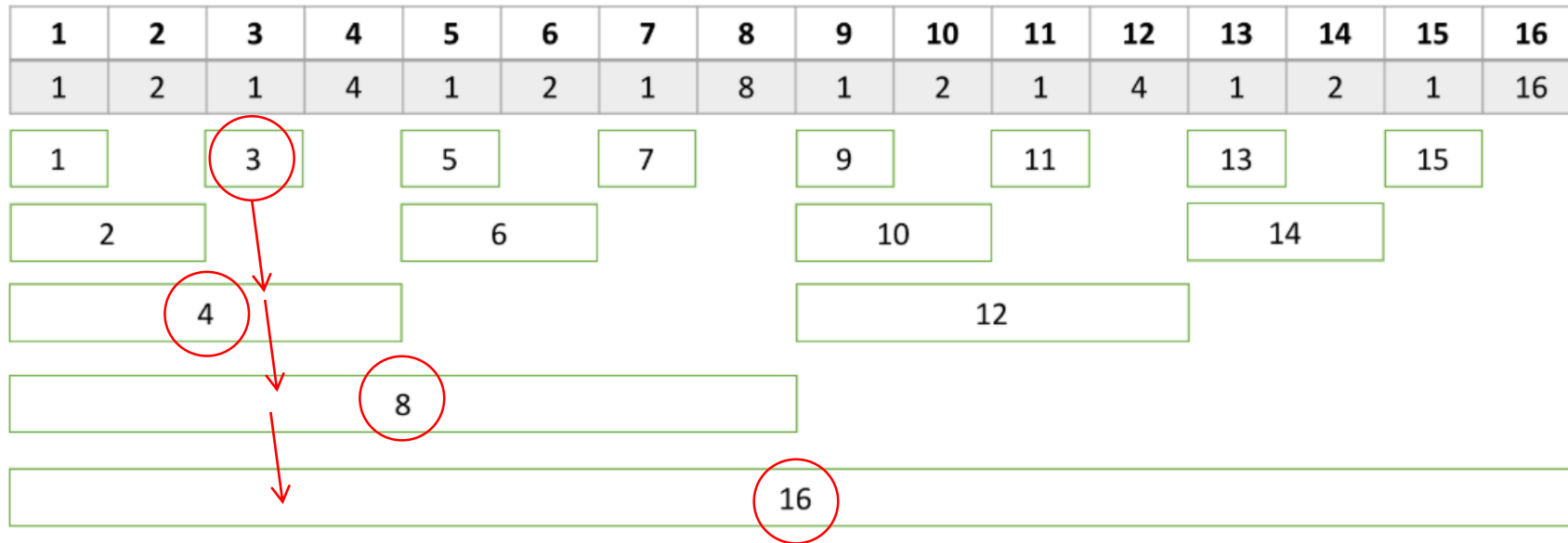
Fenwick Tree는 이와 같은 형태를 이루고 있다!

Update

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	1	4	1	2	1	8	1	2	1	4	1	2	1	16
1		3		5		7		9		11		13		15	
2				6				10				14			
4								12							
				8											
															16

만약 3번 index를 update한다면, 몇 번 index들을 update해 주어야 할까?

Update



3, 4, 8, 16번 index를 update시켜주어야 한다.

Update

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	1	4	1	2	1	8	1	2	1	4	1	2	1	16

The diagram illustrates the merging of two sorted sub-arrays into a single sorted array. The sub-arrays are [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8] and [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16]. The merged array is [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16]. Red circles highlight the elements 3, 4, 8, and 16, with arrows indicating the flow of the merge process.

3, 4, 8, 16이 어떻게 나올까?

Update

2진수로 표현해보자!

3 : 00011

+ 00001

4 : 00100

4 : 00100

+ 00100

8 : 01000

8 : 01000

+ 01000

16 : 10000

공통점은????

Update

2진수로 표현해보자!

3 : 00011

+ 00001

4 : 00100

4 : 00100

+ 00100

8 : 01000

8 : 01000

+ 01000

16 : 10000

최하위 비트를 계속 더해준다!

최하위 비트 구하는 방법

```
int f(int x)
{
    ...
    return (x & -x);
}
```

3을 예로 들어보자. $x = 0011$, $-x = 1101$ (2의 보수)

$x \& -x$ 를 하면,

0011

$\&1101 = 0001$ 최하위 비트가 나온다!

구현

```
class fwtree {  
public:  
    vector<ll> tree;  
    vector<ll> numbers;  
    int size;
```

segment tree처럼 class를 만들자.

vector<long long> tree, numbers와 int size를 변수로 선언해준다.

tree는 구간합들을 저장하고 있는 Fenwick tree 배열이고,
numbers는 원래의 값들을 저장하고 있는 배열이다.

구현

```
fwtree(int n)
{
    for (size = 1; size < n; size *= 2);
    tree.resize(size + 1);
    numbers.resize(size + 1);
}
```

생성자를 만들어준다. segment tree와 같은 방법을 사용하지만,
tree와 numbers vector의 크기를 $2 * \text{size}$ 가 아닌 **size + 1로 해줘도 충분**하다.

구현

```
void update(int pos, ll x)
{
    //pos가 update하고자 하는 index, x가 바꾸고자 하는 값을 나타낸다
    //원래 저장되어 있는 값과 바꾸고자하는 값과의 차이를 u라는 변수에 담는다.
    int u = x - numbers[pos];
    //numbers 배열에서 pos index 위치의 값을 x로 바꾸어준다.
    numbers[pos] = x;
    //pos가 size 이하일 동안 최하위비트를 더해주면서 update해준다
    while (pos <= size)
    {
        tree[pos] += u;
        pos += (pos & (-pos));
    }
}
```

pos는 update하고자 하는 index, x는 바꾸고자 하는 값을 나타낸다.

구현

```
void update(int pos, int x)
{
    //pos가 update하고자 하는 index, x가 바꾸고자 하는 값을 나타낸다
    //원래 저장되어 있는 값과 바꾸고자하는 값과의 차이를 u라는 변수에 담는다.
    int u = x - numbers[pos];
    //numbers 배열에서 pos index 위치의 값을 x로 바꾸어준다.
    numbers[pos] = x;
    //pos가 size 이하일 동안 최하위비트를 더해주면서 update해준다
    while (pos <= size)
    {
        tree[pos] += u;
        pos += (pos & (-pos));
    }
}
```

3번 index에 원래 있던 값이 3이고, 바꾸고자 하는 값이 5라면,
pos는 3, x는 5, u는 $5 - 3 = 2$ 가 된다.
그리고 **numbers[pos]** 값을 바꾸고자 하는 값인 **x**로 바꾸어준다.

구현

```
void update(int pos, ll x)
{
    //pos가 update하고자 하는 index, x가 바꾸고자 하는 값을 나타낸다
    //원래 저장되어 있는 값과 바꾸고자하는 값과의 차이를 u라는 변수에 담는다.
    int u = x - numbers[pos];
    //numbers 배열에서 pos index 위치의 값을 x로 바꾸어준다.
    numbers[pos] = x;
    //pos가 size 이하일 동안 최하위비트를 더해주면서 update해준다
    while (pos <= size)
    {
        tree[pos] += u;
        pos += (pos & (-pos));
    }
}
```

pos가 size 이하인 동안에는 pos에 최하위비트를 더해주면서 해당 tree의 값을 update해준다.
예를 들어 size가 16이고, pos가 3이라면 3, 4, 8, 16번째 값을 바꾸게 된다.

Sum

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	1	4	1	2	1	8	1	2	1	4	1	2	1	16
1		3		5		7		9		11		13		15	
2				6				10				14			
4								12							
8															
16															

그렇다면 구간합은 어떤 식으로 구할까?

Sum

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	1	4	1	2	1	8	1	2	1	4	1	2	1	16
1		3		5		7		9		11		13		15	
2				6				10				14			
4								12							
8															
16															

Fenwick Tree는 segment tree처럼

a ~ b까지의 구간 합을 구하는 함수를 구현하는 것이 아니라

처음부터 b까지, 즉 **1~b까지의 구간 합을 구하는 함수를 구현**한다.

Sum

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	1	4	1	2	1	8	1	2	1	4	1	2	1	16
1		3		5		7		9		11		13		15	
2				6				10				14			
4								12							
8															
16															

그렇다면 $a \sim b$ 까지의 구간합을 구하려면

$1 \sim b$ 까지의 구간합에서 $1 \sim (a-1)$ 까지의 구간합을 빼주면 된다.

즉, $\text{Sum}(b) - \text{Sum}(a-1)$ 을 해주면 된다.

Sum

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	1	4	1	2	1	8	1	2	1	4	1	2	1	16
1		3		5		7		9		11		13		15	
2				6				10				14			
4								12							
8															
16															

만약 13까지의 구간합을 구하려면 어느 index를 더해야 하는가?

Sum

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	2	1	4	1	2	1	8	1	2	1	4	1	2	1	16
1		3		5		7		9		11		13		15	
2				6				10				14			
4								12							
			8												
															16

8, 12, 13번 index의 값들을 더해주면 된다!
여기에는 어떤 규칙이 있을까?

Sum

2진수로 표현해보자!

13 : 11001

- 00001

12 : 11000

12 : 11000

- 01000

8 : 10000

8 : 10000

- 10000

0 : 00000

공통점은?

Sum

2진수로 표현해보자!

13 : 11001

- 00001

12 : 11000

12 : 11000

- 01000

8 : 10000

8 : 10000

- 10000

0 : 00000

0이 될 때까지 최하위 비트를 계속 빼준다!

구현

```
// sum(int pos)
{
    //구간합을 저장할 변수 ret를 0으로 초기화시켜준다.
    int ret = 0;
    //pos가 즉, index가 0이 되기 전까지 tree에 저장된 구간합의 값을 ret에 계속 더해준다
    while (pos > 0)
    {
        ret += tree[pos];
        pos -= (pos & (-pos));
    }
    //ret 값을 return해준다
    return ret;
}
```

pos를 인자로 받고, 1~pos까지의 구간합을 return해주는 함수이다.
먼저 return해줄 구간합을 담을 변수 **ret**를 **0**으로 초기화해준다

구현

```
// sum(int pos)
{
    //구간합을 저장할 변수 ret를 0으로 초기화시켜준다.
    int ret = 0;
    //pos가 즉, index가 0이 되기 전까지 tree에 저장된 구간합의 값을 ret에 계속 더해준다
    while (pos > 0)
    {
        ret += tree[pos];
        pos -= (pos & (-pos));
    }
    //ret 값을 return해준다
    return ret;
}
```

그 후 pos가 0이 되기 전까지 최하위비트를 계속 빼 주면서 구간합을 ret에 계속 더해준다.

예를 들어 pos가 13이라면 13, 12, 8에 담겨 있는 값들을 ret에 더해준다.

그 후 ret의 값을 return해준다.

전체 코드

```
class fwtree {
public:
    vector<ll> tree;
    vector<ll> numbers;
    int size;
    fwtree(int n)
    {
        for (size = 1; size < n; size *= 2);
        tree.resize(size + 1);
        numbers.resize(size + 1);
    }
};
```

전체 코드

```
void update(int pos, ll x)
{
    //pos가 update하고자 하는 index, x가 바꾸고자 하는 값을 나타낸다
    //원래 저장되어 있는 값과 바꾸고자하는 값과의 차이를 u라는 변수에 담는다.
    int u = x - numbers[pos];
    //numbers 배열에서 pos index 위치의 값을 x로 바꾸어준다.
    numbers[pos] = x;
    //pos가 size 이하일 동안 최하위비트를 더해주면서 update해준다
    while (pos <= size)
    {
        tree[pos] += u;
        pos += (pos & (-pos));
    }
}
```

전체 코드

```

}
|| sum(int pos)
{
    //구간합을 저장할 변수 ret를 0으로 초기화시켜준다.
    || ret = 0;
    //pos가 즉, index가 0이 되기 전까지 tree에 저장된 구간합의 값을 ret에 계속 더해준다
    while (pos > 0)
    {
        ret += tree[pos];
        pos -= (pos & (-pos));
    }
    //ret 값을 return해준다
    return ret;
}
};
```


BOJ 2042 구간 곱 구하기

구간 곱 구하기

아까 풀었던 문제지만 Fenwick Tree로 다시 풀어보자!

BOJ 12837 가계부(Hard)

가계부(Hard)

아까 풀었던 구간 합 구하기랑 비슷하다!

BOJ 3653 영화수집

영화 수집

배열의 위치에 DVD가 있으면 1 없으면 0을 저장하고

Fenwick Tree를 이용하여 구간 합을 구한다.

Fenwick Tree의 size를 $N + M$ 으로 설정하고 DVD를 옮겨 주면 된다.

BOJ 3006 터보소트

터보소트

배열의 위치에 숫자가 있으면 1 없으면 0을 저장하고
Fenwick Tree를 이용하여 구간 합을 구한다.

Index연산을 여러 번 하기 때문에 머리가 아프다!!

감사합니다!