ALOHA
#1주차

다양한 문제해결 기법

#CH.1

Brute Force Algorithm (완전탐색)

Brute Force Algorithm 이란?

"말그대로 Brute (짐승,야만적인) + Force (힘)"

브루트 포스 알고리즘은 완전탐색 알고리즘 즉,

가능한 모든 경우의 수를 모두 탐색하면서

요구조건에 충족되는 결과만을 가져오는 알고리즘 입니다.

이 알고리즘의 강력한 점은 예외없이 100%확률로 정답만을 출력합니다.

하지만 반대로 그만큼 시간이 오래 걸리고 많은 자원을 필요로 한다고 생각하시면 됩니다! ㅠ

Brute Force Algorithm 예시

▶1부터 n까지 선형으로 탐색해서 원하는 값x를 찾는다 거나...

▶A,B의 최대공약수를 구하고 싶을 때는 1부터 max(A,B) 까지 돌면서 두 수 동시에
나누어 떨어지는 마지막 수를 찾거나...

▶ A,B 의 최소공배수를 구하고 싶을 때는 A*B 부터 1까지 쭈욱 내려가면서
가장 처음에 A,B로 나누어 떨어지는 수를 찾는 등

이 이외에도 BFS,DFS 모두 Brute Force 라고 할 수 있고
이번 수업에서는 백트래킹을 제외한 브루트 포스에 대해서 다루도록 하겠습니다!

풀어볼까유

#2309
일곱 난쟁이

생각대로 구현해봐요!
1단계

브루트 포스 예제 (BOJ #2309)

◆Key idea

9명중에 7명을 선택하는 것보다 (7중 for문)
9명중에 2명을 선택하는 것이 (2중 for문)
더 나은 선택이 아닐까요?

브루트 포스중 더 나은 브루트 포스를 선택해 봅시다!

ㅇ 아홉 난쟁이 중 7명의 키를 더해 100이 되어야 한다.
ㅇ 전체 키 합 – 100 = x 라 가정
ㅇ 아홉 명 중 두 명을 뽑고 두 명의 키의 합이 x 가 될 시 나머지 7명 출력하자!

시간 복잡도는 9C7 == 9C2 (C -> combination)

BOJ #2309

```
8   int main() {
9       for (int i = 0; i < 9; i++) {
10          cin >> arr[i];
11          x += arr[i];
12      }
13      // ↑이때까지 구한 x는 9명 전체의 키의 합을 말합
14      x -= 100;
15
16      for (int i = 0; i < 9; i++) {
17          for (int j = 0; j < i; j++) {
18              //9명의 난쟁이중 2명을 선택하는 과정
19              if (arr[i] + arr[j] == x) {
20
21                  arr[i] = 0, arr[j] = 0;
22                  sort(arr, arr + 9);
23                  //0을 제외한 값들 출력
24                  for (int k = 2; k < 9; k++) {
25                      cout << arr[k] << "₩n";
26                  }
27                  return 0; //메인함수 종료
28
29              }
30          }
31      }
32
33  }
```

풀어볼까유

#18111 마인크래프트

생각대로 구현해봐요!
2단계

브루트 포스 예제 (BOJ #18111)

- 땅 고르기로 인해서 선택할 수 있는 땅의 높이는 0층부터 256층이다!
- N,M<=500 이고 모든 땅의 높이에 대해서 시간을 계산해도 시간복잡도는 500*500*256 으로 1억보다 작아서 1초 이내로 마무리 할 수 있다!

이때 중요한 것은 x[0,256] 라는 층으로 만들기 위해서 작업의 순서는 중요하지 않다는 것이다!

만일 해당 작업을 끝내고 인벤토리 값이 양수일시 x층으로 땅 고르기는 가능하지만
만일 인벤토리 값이 음수일시에는 블록이 부족하므로 X층 땅 고르기는 불가능하다는 것이다!

■ 작업도중 인벤토리 값이 음수가 되도 마지막에 결국 인벤토리 값이 양수가 되기만 하면 x 층으로 땅고르기 가능! (블록 뺐다 집어넣는 순서만 잘 조정하면 되기때문에!)

BOJ #18111

```
16      int ans_time = 987654321, ans_layer = -1;
17      //정답시간은 가장 크게, 정답높이는 가장작게 초기화
18      //가능한 모든 층에대해서 0층부터 256 층까지 모두확인
19      for (int now_layer = 256; now_layer >=0 ; now_layer--) {
20
21          int now_time = 0;
22          int now_inventory = B;
23
24          //각각의 해당 a층을 만드는데 걸리는 시간구하기!
25          for (int i = 1; i <= N; i++) {
26              for (int j = 1; j <= M; j++) {
27                  if (arr[i][j] > now_layer) {
28                      //만일 현재확인하는 칸이  목표층보다 높을시
29                      now_inventory += (arr[i][j] - now_layer);
30                      now_time += (arr[i][j] - now_layer) * 2;
31                  }
32                  else if (arr[i][j] < now_layer) {
33                      //만일 현재확인하는칸이 목표층보다 낮을시
34                      now_inventory -= (now_layer - arr[i][j]);
35                      now_time += (now_layer - arr[i][j]);
36                  }
37              }
38          }
39          //작업이끝나고 만일 인벤토리값이 음수면 해당층으로 통일하는것은 불가능하다!
40          //(블럭부족)
41          if (now_inventory < 0) continue;
42          if (now_time < ans_time) ans_time = now_time, ans_layer = now_layer;
43      }
44      cout << ans_time << " " << ans_layer << "₩n";
```

#CH.2

Greedy Algorithm (탐욕법)

Greedy Algorithm 이란?

그리디 알고리즘은
탐욕 알고리즘 혹은 욕심쟁이 알고리즘으로도 불리는 데요.
(요즘 SW 테스트,경시대회에서 핫 함)

미래를 생각하지 않고 각 단계에서 가장 최선의 선택을 하는 기법
입니다. 이렇게 각 단계에서 최선을 한 것이 전체적으로 최선이길
바라는 알고리즘이라고 생각하시면 됩니다!

저희가 다음에 배울
Prim algorithm 과 다익스트라 알고리즘 역시
Greedy의 일종이라고 보시면 됩니다!

풀어볼까유

#1931
회의실 배정

대표적인
활동 선택 문제

그리디 예제 – 활동 선택 문제 (BOJ #1931)

♣ 문제 이해하기

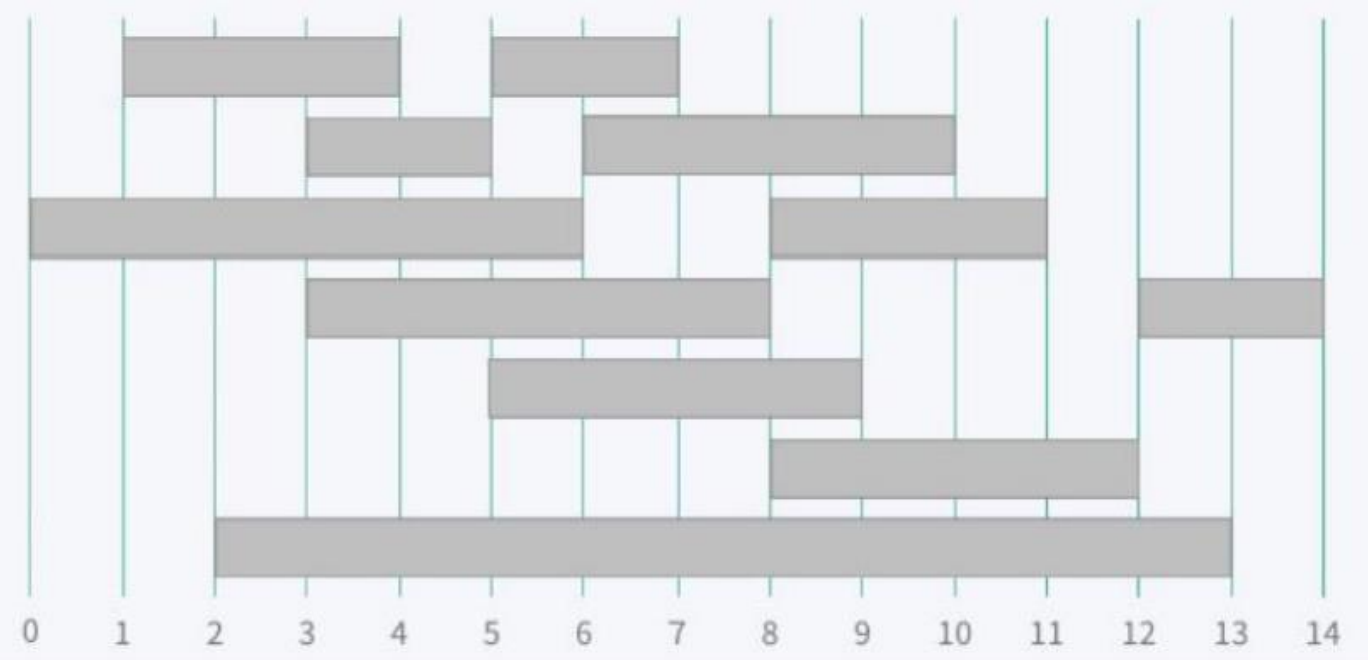
우리에게 주어진 건 단 하나의 회의실이다.
시작시간과 종료시간을 가진 여러 회의를 입력하고
회의가 서로 겹치지 않게 최대한 많은 수의 회의를 진행할 수 있는 방법을 찾아야 한다.

문제에 주어진 조건
1. 회의가 한번 시작하면 중단되지 않는다.
2. 한 회의가 끝--나는 것과 동시에 다음회의가 시작될 수 있다.
3. 회의의 시작시간과 종료시간이 같을 수가 있다!

★ 이를 만족하는 최대 회의 진행 가능 수를 출력해주면 된다!

그리디 예제 – 활동 선택 문제 (BOJ #1931)

현재 문제 예제에 나온 입력 결과에 따라 회의 진행을 막대 그림으로 나타내면 다음과 같다.



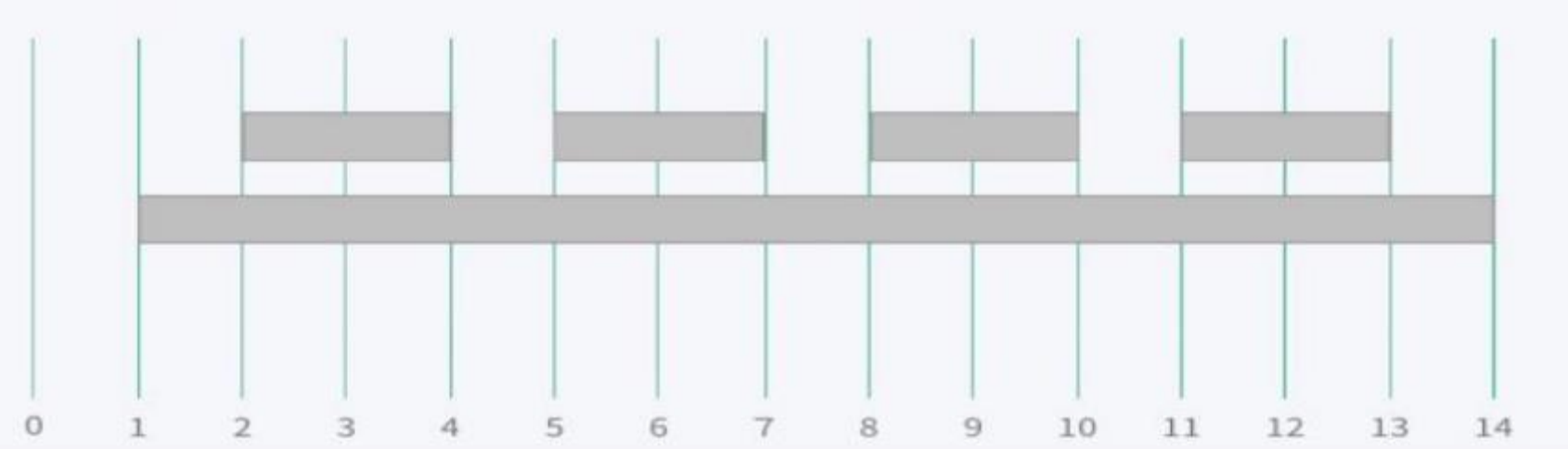
다음 페이지부터는 문제의 해답이 포함되어 있습니다.

그리디 예제 – 활동 선택 문제 (BOJ #1931)

- 회의를 일찍 시작하는 순으로 접근하면?

가장 처음 생각나는 방법이다. 일찍 시작하는 순으로 정렬하면 구할 수 있지 않을까?

하지만 아래 그림과 같은 반례가 존재한다.

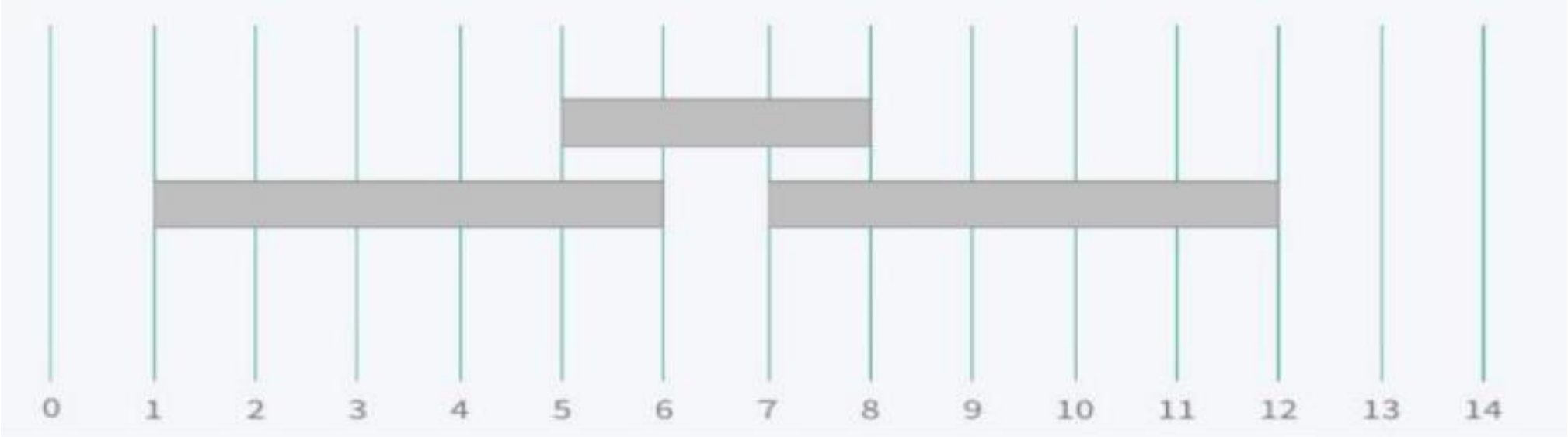


일찍 시작했지만, 종료시간이 늦어서 중간에 빨리 끝나는 회의가 있으면 최대 회의 수를 구할 수 없다.

그리디 예제 – 활동 선택 문제 (BOJ #1931)

- 그렇다면 회의가 짧은 순으로 구하면?!

위에서 존재했던 반례를 이용해 짧은 순으로 정렬하면 가능할까 싶지만, 또 반례가 존재한다.



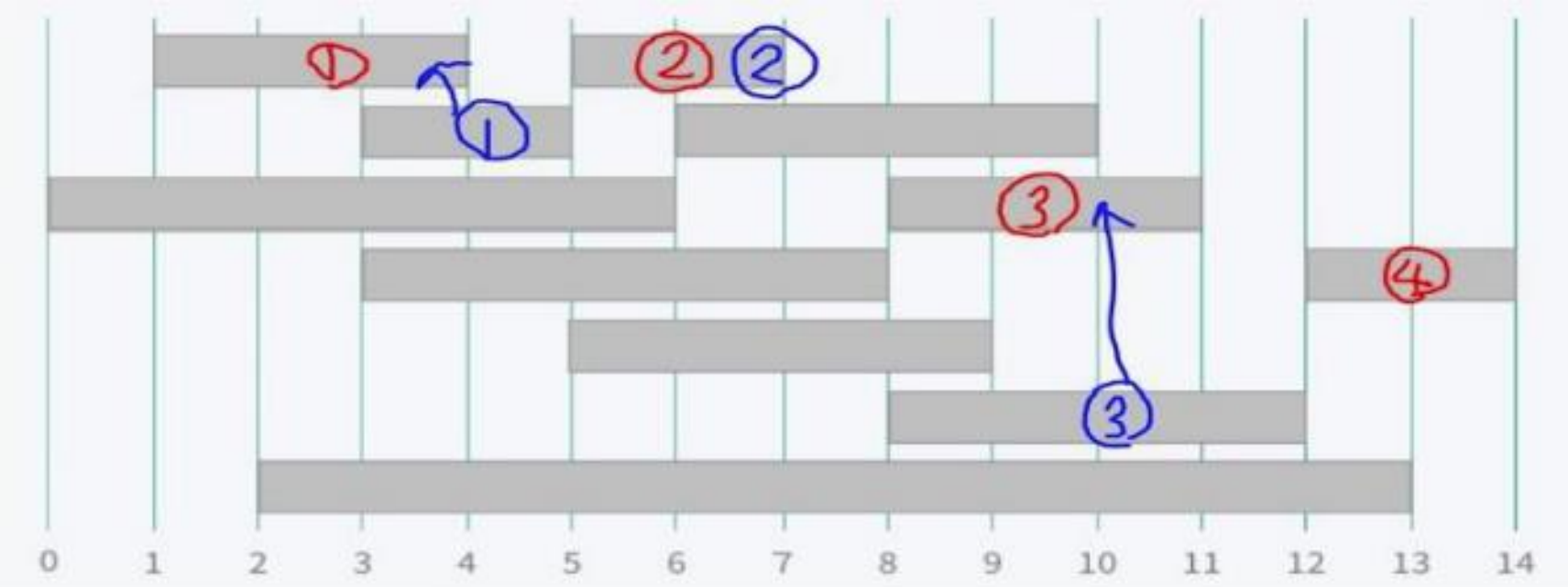
위 그림과 같이 존재한다면, 아무리 짧은 회의 더라도 최대 회의 수를 구할 수 없다.

그리디 예제 – 활동 선택 문제 (BOJ #1931)

- **일찍 끝나는 회의**를 기준으로 잡으면?!

회의가 일찍 끝나는 것을 기준으로 잡으면, 회의를 선택할 수 있는 범위가 넓어진다.

일찍 끝나면 더 회의를 많이 진행할 수 있기 때문이다.



그리디 예제 – 활동 선택 문제 (BOJ #1931)

♣ 여기서 몇 가지 의문을 가져봅시다.

1. 과연 예외는 없을까?
2. 그냥 단순히 내가 감으로 푸는게 아닐까?
3. 진짜 빨리 끝나는 순으로 정렬했을 때 그것이 전체적으로 최선의 선택이라고 단정짓기에는 좀 이른 감이 있지 않을까?

“그게 돼?”

그리디 예제 – 활동 선택 문제 (정당성의 증명)

1. 탐욕적 선택 속성

동적 계획법처럼 답의 모든 부분을 고려하지않고 탐욕적으로만 선택하더라도 최적해를 구할 수 있는 속성

◆ **가장 종료 시간이 빠른 회의 S_min 을 포함하는 최적해가 반드시 존재한다.**

증명)
S는 회의 목록, S_min 은 가장 일찍 끝나는 회의.
S의 최적해 중 S_min을 포함하지 않는 답이 있다고 가정하자.
이 답은 서로 겹치지 않는 회의의 목록이다.
이 목록에서 첫번째로 개최되는 회의를 지우고 S_min 을 추가해 새로운 목록을 만든다.
S_min은 S에서 가장 일찍 끝나는 회의의기 때문에, 지워진 회의는 S_min보다 일찍 끝날 수 없다.
따라서 두번째 회의와 S_min이 겹치는 일은 없으며, 새로 만든 목록도 최적해가 될 수 있다.

그리디 예제 – 활동 선택 문제 (정당성의 증명)

2. 최적 부분 구조

항상 최적의 선택만을 내려서 전체 문제의 최적해를 얻을 수 있음을 보여야한다!

즉, 부분문제의 최적해에서 전체 문제의 최적해를 만들 수 있음을 보여야한다!

모든 회의를 종료시간의 오름차순으로 정렬해 두고

정렬 된 배열의 첫 번째 회의는 무조건 선택해도 된다!! (아까 전에 증명했어용 😊)

그 후 정렬 된 배열을 순회하면서 첫 번째 회의와 겹치지 않는 회의를 찾습니다.

회의들은 오름차순으로 정렬 되어있기에

겹치지 않는 회의를 찾자 마자 나머지를 보지 않고 선택해도 된다.

BOJ #1931 (구조체 정의)

```
7   //회의라는 구조체를 미리 만들어서 시작시간 끝나는시간을 정의하고 생성자
8   //역시 미리 만들어둡니다.
9   struct conference {
10      int start;
11      int finish;
12      conference(int a, int b) : start(a), finish(b) {}
13  };
14  // 정렬순서는 끝나는시간이 빠른순으로 갔다놓고 같은 시간에 끝날시 시작시간이 빠른것을 앞에다 둡니다.
15  bool operator<(conference a,conference b) {
16      if (a.finish == b.finish) {
17          return a.start < b.start;
18      }
19      return a.finish < b.finish;
20  }
```

BOJ #1931 (main 함수)

```
21  int main() {
22      int N;  cin >> N;
23      vector<conference> vec;
24      for (int i = 0; i < N; i++) {
25          int start_time, end_time;
26          cin >> start_time >> end_time;
27          vec.push_back(conference(start_time, end_time));
28      }
29      sort(vec.begin(), vec.end());
30
31      int answer = 1; //회의의 최대개수(0번 추가한 상태)
32      int before_conference = 0;    //직전에 하였던 회의의번호
33      //vec[0]은 무조건 정답에 해당하므로 1번부터 검사합니다.
34      for (int i = 1; i < N; i++) {
35          //만일 직전회의랑 현재보고있는 회의의 시작시간이 겹치지 않는다면
36          if (vec[i].start >= vec[before_conference].finish) {
37              before_conference = i;
38              answer++;
39          }
40      }
41      cout << answer << '₩n';
42  }
```

풀어볼까유

#1026 보물

탐욕적으로 생각해보아요

그리디 예제 (BOJ #1026)

문제 풀다 보면..?

어??? 이거 왠지 하나는 오름차순 하나는 내림차순 하면 될 거 같지 않아?

라는 느낌 적인 느낌이 들고 그것을 코드로 돌려보면 정답이 나와요 ㅎㅅㅎ

근데...

그리디 예제 (BOJ #1026)

- 과연 하나는 오름차순, 하나는 내림차순으로 정렬했다고 해서 각각의 값들은 곱한 것의 합이 최소라고 할 수 있을까?
- 과연 반례가 진짜 하나도 없는 걸까???

“그게 돼?”

그리디 예제 (BOJ #1026)

▶ 증명해 봅시다

만일 A1 < A2 , B1 < B2 라고 가정할 시 A1 * B1 + A2*B2 > A1*B2 + A2*B1 이 됩니다.

이를 증명하기 위해서는 각 변의 식을 요리조리 넘기고 정리하면

A1(B1-B2) + A2(B2-B1) > 0 이 되고

위 식 다시 정리 시

A1(B1-B2) - A2(B1-B2) > 0 → (A1-A2)(B1-B2) > 0 이 되므로 증명됩니다! ---(명제1)

만일 A배열, B배열을 오름차순으로 정리 후

S= A[1] * B[N] + A[2] * B[N-1] + A[3] * B[N-3]..... 이라 가정 시

어느 한부분이라도 A와 B의 연결을 임의로 바꿔버리면

위의 명제1과 같이 A1*B1 + A2*B2 > A1*B2 + A2*B1 과 같은 부분이 나오기 때문에

최소라는 조건에 벗어나게 된다!

#CH.3

Divide and Conquer (분할정복)

Divide and Conquer

분할정복 알고리즘(Divide and Conquer)은 문제를 나눌 수 없을 때까지 나누어서 각각을 풀면서 다시 합병하여 문제를 푸는 알고리즘입니다.

알고리즘 설계 요령

(1) Divide : 문제가 분할이 가능한 경우, 2개 이상의 문제로 나눈다.

(2) Conquer : 나누어진 문제가 여전히 분할이 가능하면, 또 다시 Divide를 수행한다. 분할이 안될 경우 그 문제를 푼다.

(3) Combine : Conquer한 문제들을 통합하여 문제의 답을 얻는다.

Divide and Conquer 응용 (병합 정렬)

■ **병합 정렬 (Merge sort)** (1-2 이산수학, 2-2 알고리즘 시간에 배우게 돼요 😊)

시간 복잡도 O(n log n), 공간 복잡도는 O(n) 인 정렬 알고리즘

알고리즘

1. 정렬할 데이터 집합의 크기가 0또는 1이면 이미 정렬된 것으로 보고, 그렇지 않으면 데이터의 **집합을 반으로** 나눈다.
2. 원래 같은 집에서 나뉘어져 나온 데이터 **집합 둘을 병합하여 하나의 데이터 집합으로** 만든다.
3. 데이터 집합이 다시 하나가 될 때까지 1,2를 반복한다.

Divide and Conquer 응용 (병합 정렬)

■ 병합 정렬 (Merge sort)

7	2	5	9	6	4	1	3	8

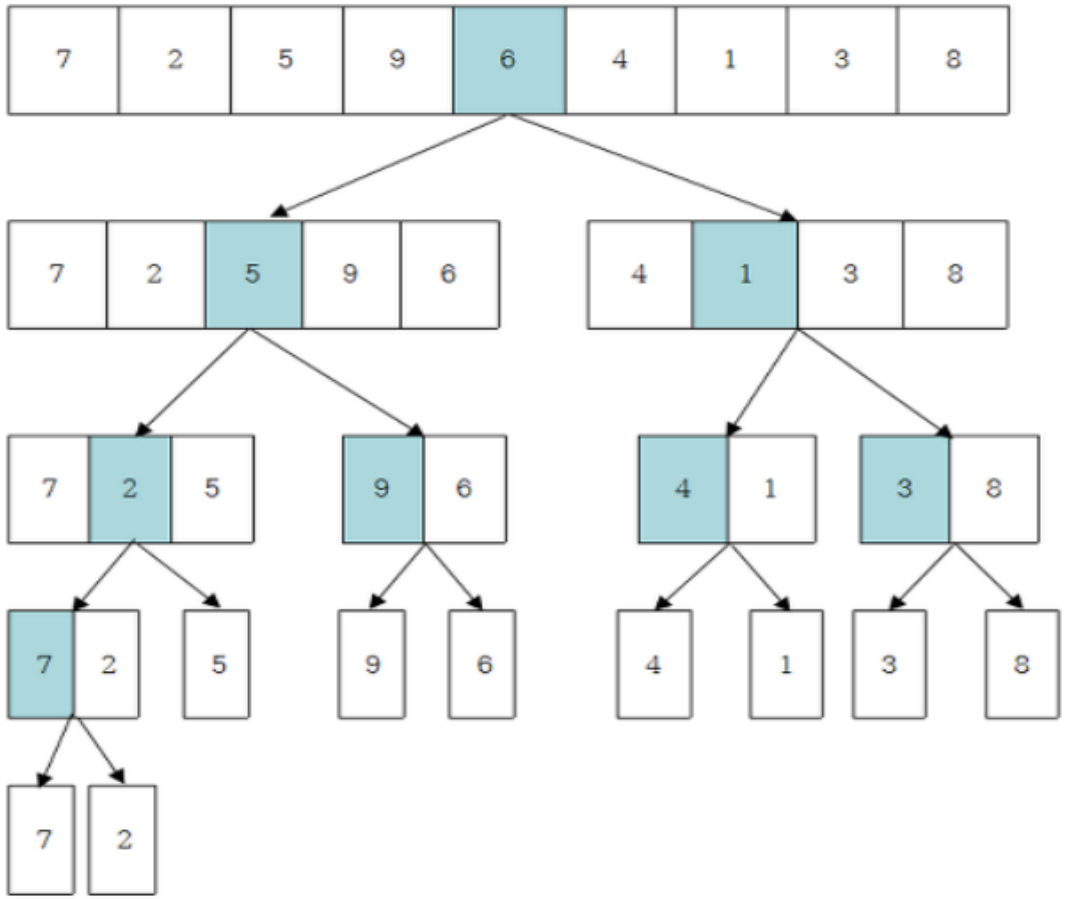
다음과 같은 배열을

공간복잡도 O(N)

시간복잡도 O(NlogN)

분할정복을 이용해서 오름차순으로 정렬해봅시다.

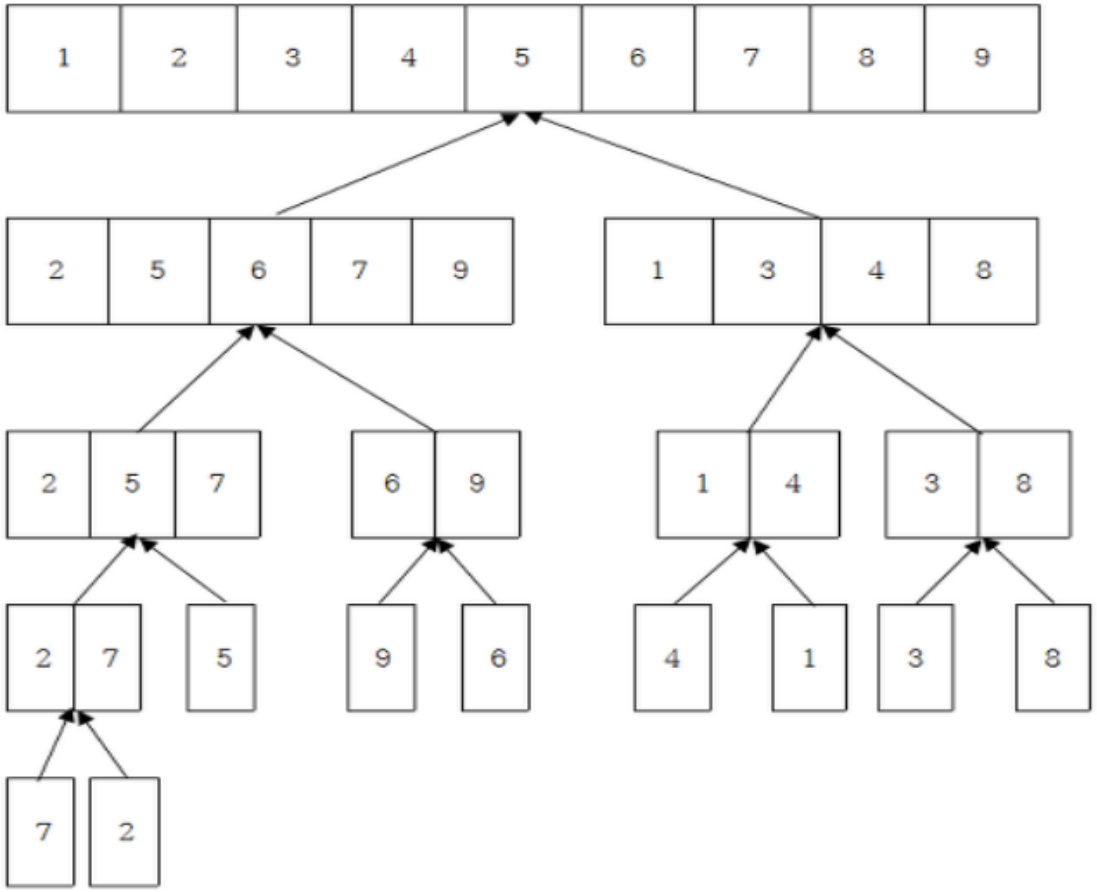
Divide and Conquer 응용 (병합 정렬)



1. 정렬할 데이터 집합의 크기가 0또는 1이면 이미 정렬된 것으로 보고, 그렇지 않으면 데이터의 집합을 반으로 나눈다.

▶ mid = (start + end)/2 를 기준으로 [start, mid] 와 [mid+1, end]로 divide

Divide and Conquer 응용 (병합 정렬)



2. 원래 같은 집합에서 나뉘어져 나온 데이터 집합 둘을 병합(merge)하여 하나의 데이터 집합으로 만든다.

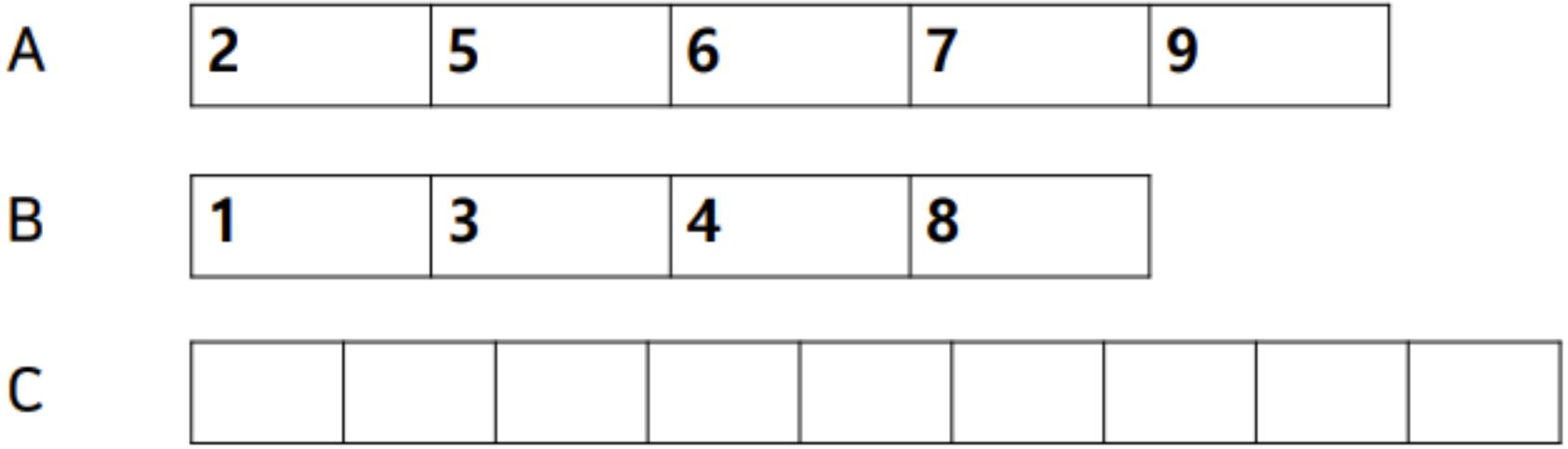
▶ 이때 병합이 완성된 후의 집합은 오름차순이 되어있어야 한다!

How???? (다음page에 나옵니다)

Divide and Conquer 응용 (병합 정렬)

■ 두 데이터 집합을 정렬하면서 합치는 방법

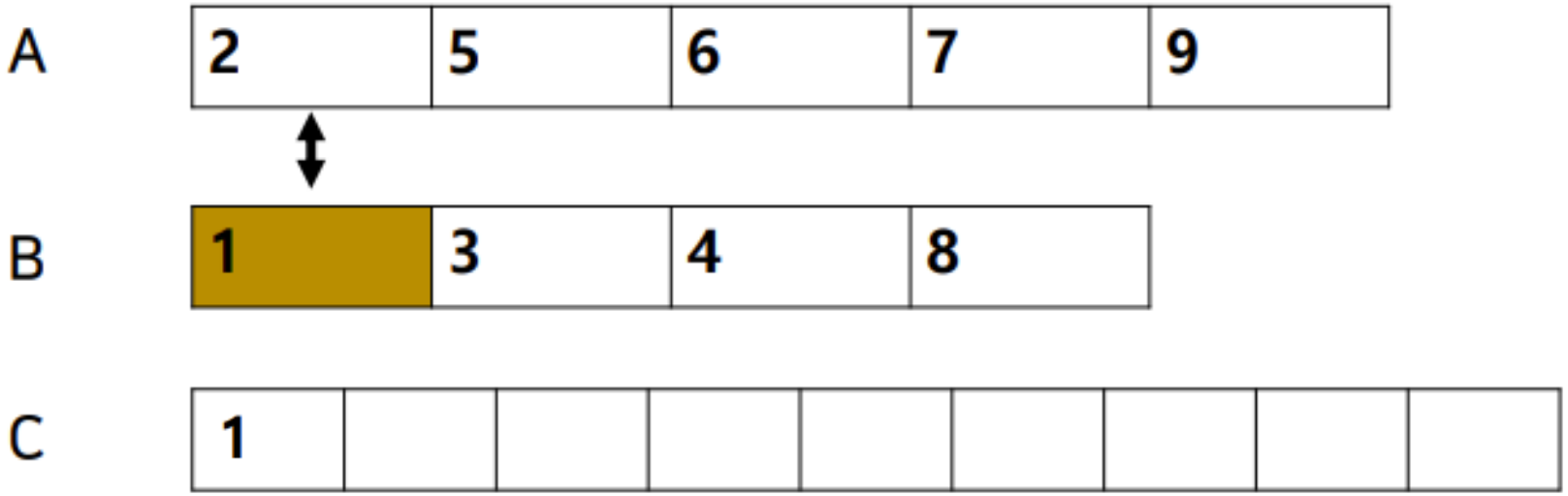
1. 두 데이터 집합의 크기의 합만큼의 크기를 가지는 빈 데이터 집합을 만든다.
2. 두 데이터 집합의 첫 번째 요소들을 비교하여 작은 요소를 빈 데이터 집합에 추가한다.
   (이때 새 데이터 집합에 추가한 요소는 원래 데이터 집합에서 삭제한다.)
3. 원래 두 데이터 집합의 요소가 모두 삭제 될 때까지 2를 반복한다.



Divide and Conquer 응용 (병합 정렬)

2. 두 데이터 집합의 첫 번째 요소들을 비교하여 작은 요소를 빈 데이터 집합에 추가한다.
(이때 새 데이터 집합에 추가한 요소는 원래 데이터 집합에서 삭제한다.)

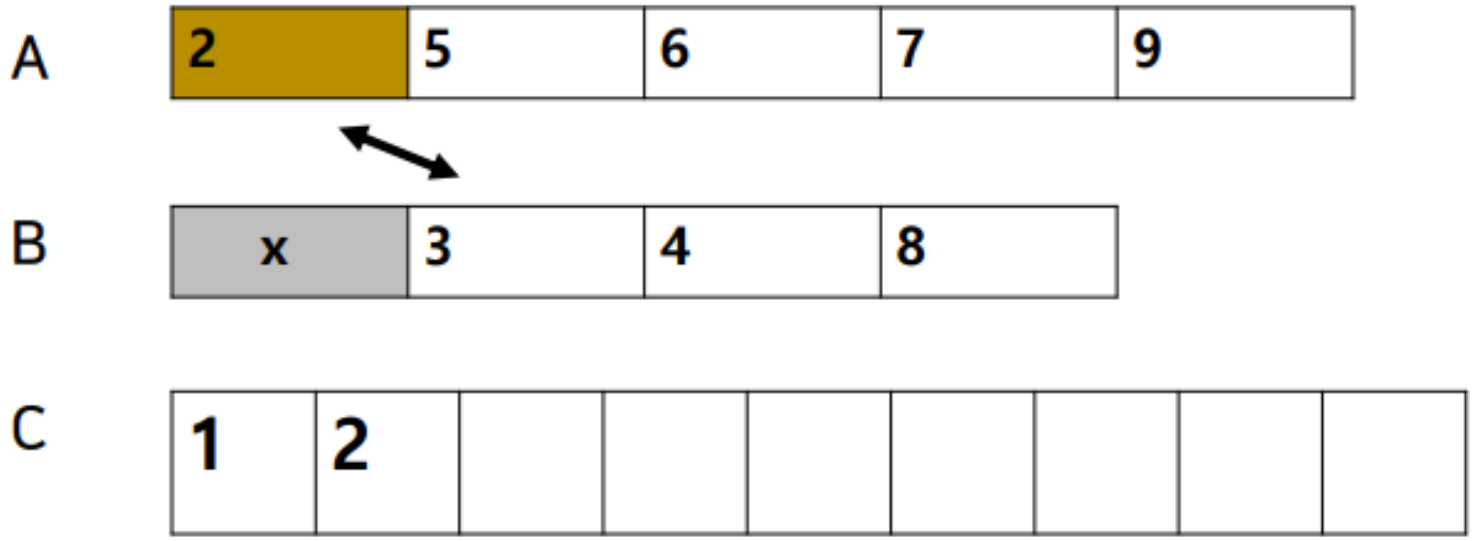
두데이터 집합의 첫번째 요소를 비교한다.
A의 첫번째 요소는2, B의 첫번째 요소는 1이므로 B의 것이 더 크다.
C에 1을 추가하고 B에 1을 삭제한다.



Divide and Conquer 응용 (병합 정렬)

3. 원래 두 데이터 집합의 요소가 모두 삭제 될 때까지 2를 반복한다.

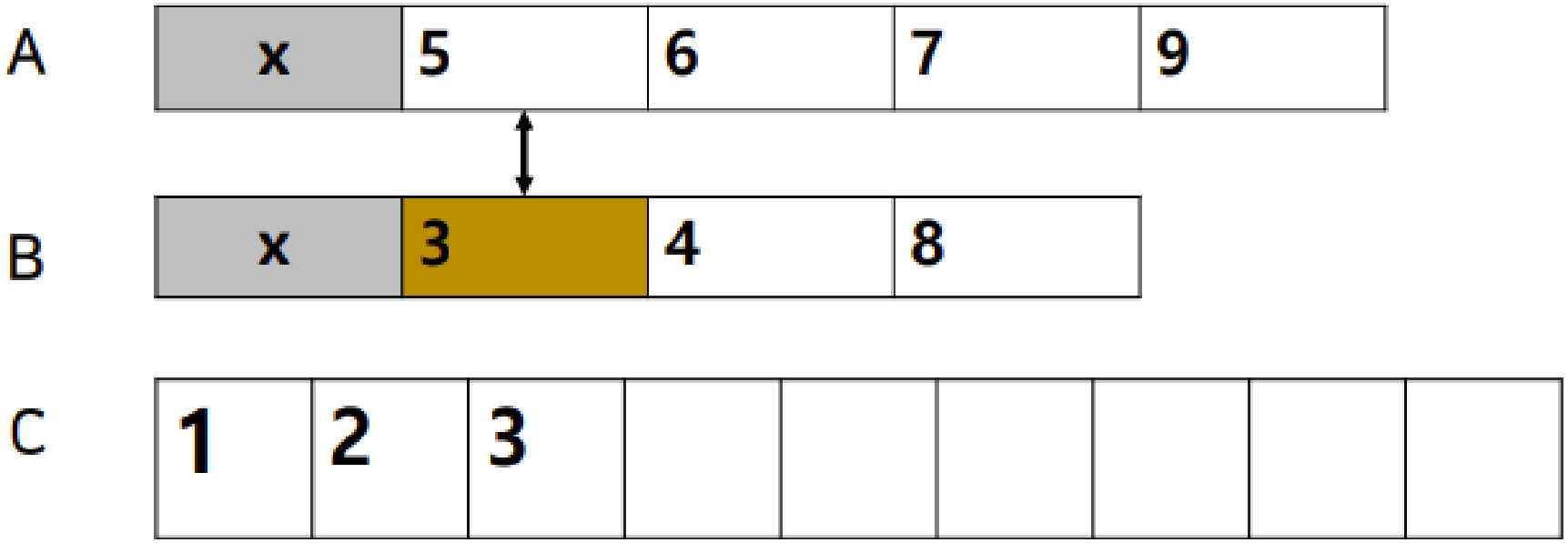
A의 2와 B의 3을 비교한다.
2가 작으니 C를 2에 추가하고 A에 2를 삭제한다!



Divide and Conquer 응용 (병합 정렬)

3. 원래 두 데이터 집합의 요소가 모두 삭제 될 때까지 2를 반복한다.

A의 5와 B의 3을 비교한다.
3이 작으니 C에 3을 추가하고 B에서 3을 삭제한다.

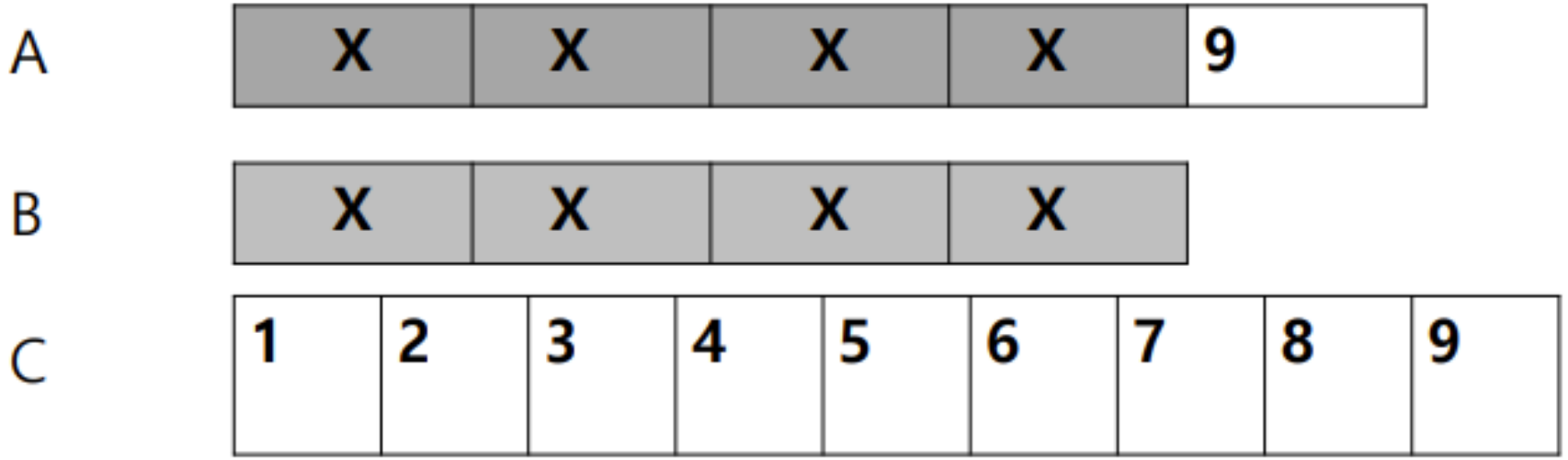


Divide and Conquer 응용 (병합 정렬)

3. 원래 두 데이터 집합의 요소가 모두 삭제 될 때까지 2를 반복한다.

이렇게 데이터 A와 B의 요소들을 비교해서 C에 넣고 A와 B의 각 요소들을 삭제해 나가다 보면 A에 9 하나만 남게 되고 B에는 비교할 요소가 남아있지 않게 된다.

A에 남은 요소들을 C의 마지막에 추가해준 후 A의 남은 요소(여기에서는 9 하나)를 삭제한다.
이로써 A와 B의 요소들이 모두 삭제 되었고 C는 정렬된 데이터 집합이 되었다



Divide and Conquer 응용 (병합 정렬)

■알고리즘 설계 요령

(1) Divide : 문제가 분할이 가능한 경우, 2개 이상의 문제로 나눈다.

(2) Conquer : 나누어진 문제가 여전히 분할이 가능하면, 또 다시 Divide 를 수행한다. 분할이 안될시 그 문제를 푼다.

(3) Combine : Conquer 한 문제들을 통합하여 문제의 답을 얻는다.

```
50  void merge_sort(int start, int end) {
51      if (start < end) {
52          //merge_sort 할려는 배열의 크기가 2개이상일시
53          int mid = (start + end) / 2; //집합을 두개로 나누어서
54          merge_sort(start, mid); //  앞에꺼 또 나누어주고
55          merge_sort(mid + 1, end); // 뒤에꺼 또 나누어줍시다
56          merge(start, mid, end); //나누어진 두개의 집합을 병합하자
57      }
58  }
```

Divide and Conquer 응용 (병합 정렬)

분할되었고 정렬된 두개의 배열을 합쳐서
하나의 정렬된 배열로 만드는 merge 함수의 코드를 봅시다😊

Merge 함수 보기전에!!! Merge 함수의 목적과 기능

1. 두 개의 배열은 정렬된 상태이거나 크기가 1이다.
2. 우리의 목표는 두개의 배열을 합쳐서 하나의 정렬된 배열로 만들 것이다
3. 첫 번째 배열은 vector_index : start~mid 까지
   두 번째 배열은 vector_index : mid+1~end 까지이다!
4. 두 배열의 크기는 모두 1이상이다. (merge_sort의 if문참조)

```
21  void merge(int start, int mid, int end) {
22      int i = start;      //첫번째 배열 시작 index
23      int j = mid + 1;    //두번째 배열 시작 index
24      int k = start;      //결과값을 sorted 배열에 저장시 사용할 index -> k
25
26      while (i <= mid && j <= end) {
27          // 첫번째 배열 두번째배열 모두 아직 i,j가 끝까지 확인안했을때?
28          //아마 i,j의 index를 각각 모두 비교해서 작은수를 집어넣어야겠죠?
29      }
30      if (i > mid) {                      //첫번째 배열 index를 모두 돌았을때
31          for (int t = j; t <= end; t++) {
32              sorted[k] = vec[t];         //두번째 배열값만 주구장창 집어넙시다.
33              k++;
34          }
35      }
36      else {                              //두번째 배열 index를 모두 다 돌았을때
37          for (int t = i; t <= mid; t++) {
38              sorted[k] = vec[t];         //첫번째 배열값만 주구장창 집어넙시다.
39              k++;
40          }
41      }
42      //sorted 에는 정렬된 vector 값들이 들어가게됩니다!
43      for (int t = start; t <= end; t++) {
44          vec[t] = sorted[t];
45      } //마무리는 vector 값역시 sorted의 값을 대입해서 다음 conquer 때 사용해야죠!
46  }
47
```

merge 함수

```
26      while (i <= mid && j <= end) {
27          if (vec[i] <= vec[j]) {   //첫번째 배열값이 두번째 배열보다작을경우
28              sorted[k] = vec[i];
29              i++; //index 증가
30          }
31          else { //두번째 배열값이 첫번째 배열보다 작을경우
32              sorted[k] = vec[j];
33              j++; //index 증가
34          }
35          k++;
36      }
```

while 함수

Divide and Conquer 응용 (병합 정렬)

성질 하나만 알고 갑시다!

정렬의 안정성이란?

같은 값을 가진 데이터의 순서가 정렬 후에도 바뀌지 않고 그대로 유지 되는 정렬을 안정적인 정렬이라고 함.

ex) 3 1 0 1 1 2 3 → 0 1 1 1 2 3 3

Merge sort는 안정적인 정렬이라고 할 수 있겠죠?

풀어볼까유

#1517 버블 소트

제목만 버블 소트

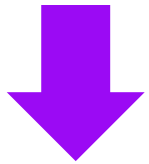
Divide and Conquer 응용 (병합 정렬)

알고리즘	최선 시간복잡도	평균 시간복잡도	최악 시간복잡도	안정/불안정	메모리
삽입(Insertion) 정렬	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	안정	1
선택(Selection) 정렬	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	불안정	1
버블(Bubble) 정렬	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	안정	1
퀵(Quick) 정렬	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n^2)$	불안정	$\log n \sim n$
힙(Heap) 정렬	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	불안정	1
병합(Merge) 정렬	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	안정	n
인트로(Intro) 정렬	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	불안정	$\log n$

많은 정렬 알고리즘 중에서, 앞서 배운 병합 정렬과 문제에서 등장한 버블 정렬은 안정적인 정렬입니다.
즉, 정렬되는 과정에서 임의의 두 원소를 선택했을 때, **두 원소가 정렬된 상태라면,**
정렬이 완료될 때까지 두 원소의 정렬된 상태는 변화하지 않는다고 생각할 수 있습니다.

Divide and Conquer 응용 (병합 정렬)

많은 정렬 알고리즘 중에서, 앞서 배운 병합 정렬과 문제에서 등장한 버블 정렬은 안정적인 정렬입니다.
즉, 정렬되는 과정에서 임의의 두 원소를 선택했을 때, **두 원소가 정렬된 상태라면,**
정렬이 완료될 때까지 두 원소의 정렬된 상태는 변화하지 않는다고 생각할 수 있습니다.



따라서 **병합 정렬에서 병합이 일어나는 과정**을 **버블 정렬의 swap이 여러 번 일어나는 것**으로 생각해도,
과정상 전혀 문제가 되지 않습니다. 그렇다는 것은 swap의 개수를 구하는 문제를 시간 복잡도 $O(n^2)$인
버블 정렬을 이용하는 대신 시간 복잡도 $O(n \log n)$인 병합 정렬을 이용해 효율적으로 해결할 수 있겠죠?

Divide and Conquer 응용 (병합 정렬)

1	3	4	8

2	5	6	7	9

버블소트에서 swap 이 일어나는 조건 ▶ 앞에 수가 뒤에 수 보다 클때 ▶ 뒤에 수가 앞에 수보다 작을 때

만약 이 두 배열을 일렬로 합친다고 가정 했을 때 2라는 수는 1 뒤로 가서
1 2 3 4 8 5 6 7 9 가 되고 이때 swap 은 3번 일어나게 됩니다.

같은 방식으로 5를 적용할 시
1 2 3 4 5 8 6 7 9 가 되고 이때 swap 은 1번 일어나게 됩니다.

같은 방식으로 6,7,9에 대해서 swap 의 개수만 세어주면 swap 의 총 횟수를 구해줄 수 있습니다!
즉, 두번째 탐색하는 배열 값이 첫번째 탐색하는 배열 값보다 작을 경우에만 swap 횟수를 세어주면
자동으로 오름차순 정렬이 되므로 그 부분에만 swap 횟수를 더해줍시다 !

잠시 휴식시간

Divide and Conquer 응용 (거듭제곱)

■ 거듭 제곱 (Exponentation)

N 거듭 제곱은 자신을 N 번 곱해야 하므로 O(N) 의 시간이 소요된다.

이것을 계산하기 위해 조금 바꾸어 보자

$$C^8 = C * C * C * C * C * C * C * C$$

로 정의 되지만 다음과 같이 표현이 가능하다

$$C^8 = C^4 * C^4 = (C^4)^2 = ((C^2)^2)^2$$

C의 8제곱을 구할 때 C를 8번 곱하지 않고 제곱을 두 번 더 반복하면

결국 세번의 연산만으로 같은 결과를 얻을 수 있다.

이를 알고리즘으로 구현하려면 ?

Divide and Conquer 응용 (거듭제곱)

- 지수가 짝수일때는 지수를 반으로 나누어서 곱한다.
- 지수가 홀수일때는 지수에서 1을 빼고 반으로 나누어서 곱하고 밑은 한번 더 곱하면 된다.

$$C^n = \begin{cases} C^{n/2} C^{n/2} & (n\text{은짝수}) \\ C^{(n-1)/2} C^{(n-1)/2} C & (n\text{은홀수}) \end{cases}$$

Divide and Conquer 응용 (거듭제곱)

```
9   long long A, B;
10  //A를 B번 곱한값 구하는 코드
11  long long what(long long b) {
12
13      long long tmp; //memorization
14      if(b>1) tmp = what(b / 2);
15
16      if (b == 1) return A;   //1일때는 그냥 A값 반환
17      else if (b % 2 == 0) {
18          return (tmp*tmp); //짝수일때는 두번 나눈 값반환
19      }
20      else if (b % 2 == 1) {
21          return ((tmp*tmp)*A);
22          //홀수일때는 2번나눈값 제곱하고 홀수이므로 A값 한번 더 곱하자!
23      }
24  }
```

풀어볼까유

#1629 곱셈

간단한
거듭제곱 문제

풀어볼까유

#2630
색종이 만들기

분할 정복의 활용

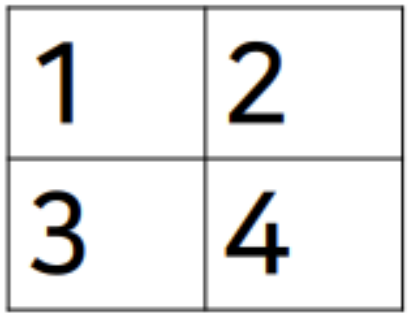
Divide and Conquer 응용 (BOJ #2630)

처음으로 돌아가서 분할정복을 푸는 순서는

(1) Divide : 문제가 분할이 가능한 경우, 2개 이상의 문제로 나눈다.

(2) Conquer : 나누어진 문제가 여전히 분할이 가능하면,
또 다시 Divide 를 수행한다. 분할이 안 될 시 그 문제를 푼다.

(3) Combine : Conquer 한 문제들을 통합하여 문제의 답을 얻는다.



다음과 같이
네 부분으로 나누고 안 나누어질 때까지
나눈 다음에 다시 합치면 끝!

Divide and Conquer 응용 (BOJ #2630)

```
7   int white, blue;
8   void divide_and_conquer(int start_row,int start_col,int end_row,int end_col) {
9
10      //하나의 정사각형이 되어 더이상 못자를때!
11      if (start_row == end_row && start_col == end_col) {
12          if (arr[start_row][start_col] == 0)  white++;
13          else                                 blue++;
14          return;
15      }
16      //만일 현재 확인하는 영역이 모두 같은색일때
17      bool all_same_color = true;
18      int before_color = arr[start_row][start_col];
19      //하나의 값을 기준으로 정해놓고 나머지값중 하나라도 다를시 false 로 표시
20      for (int i = start_row; i <= end_row; i++) {
21          for (int j = start_col; j <= end_col; j++) {
22              if (arr[i][j] != before_color) all_same_color = false;
23          }
24          if (!all_same_color) break;
25      }
26      if (all_same_color) {
27          if (before_color == 0) white++;
28          else                   blue++;
29          return;
30      }
31      //현재확인하는영역에 다른색깔의 색이 하나라도 있을시 나누어줍시다.
32      int rowmid = (start_row + end_row) / 2 ,  colmid = (start_col + end_col) / 2;
33      divide_and_conquer(start_row,start_col,rowmid,colmid);                  //1 영역
34      divide_and_conquer(start_row,colmid+1 ,rowmid,end_col);                 //2 영역
35      divide_and_conquer(rowmid+1,start_col, end_row,colmid);                 //3 영역
36      divide_and_conquer(rowmid+1,colmid+1,  end_row,end_col);                //4 영역
37      return;
```

문제 풀이 타임

Brute Force 예제

#3190
뱀

"구현" 문제

Brute Force 예제 (BOJ #3190)

말 그대로 문제에서 시키는 대로만 구현을 하면 되는데
문제에서 시키는게 좀 많아서 힘들었던 문제

key idea 는 뱀의 몸을 배열에다가 저장을 해서 뱀이 움직일 때 머리와 꼬리만 움직이고
나머지 부분은 따로 신경을 안 써줘도 된다는 것을 알면 조금이나마 쉽게 풀 수 있다.

배열에다가 그때당시 뱀의 머리가 보고있던 방향 역시 저장을 해서
꼬리가 이동할 시 조금 더 편리하게 이동할 수 있다!

각 이동할 때마다 뱀의 몸통을 다 출력해 보는 것도 좋은 디버깅 방법이다!

```
7   //함수
8   void snake_move(); //뱀의 머리가 보고있는 방향으로 한칸이동!
9   int change_direction(int now_dir, char change);  //뱀의 머리가'C' 'D' 에따라서 방향바뀜
10  // ↑ snake_look 의 index 가 return 값이다!
11
12  //자료형
13  int snake_body[103][103]; //뱀의 몸전체를 2차원 배열로 표현
14  //int 형으로 한이유는 각각의 몸부위에 보는방향 저장
15
16  pair<int, int> snake_look[4] = { { 1,0 },{ 0,1 },{ -1,0 },{ 0,-1 } };
17                                 //   ↓      →       ↑       ← //다음과 같이 보는방향
18
19  //머리와 꼬리 부분 전역변수로 따로저장
20  int snake_head_row = 1, snake_head_col = 1;
21  int snake_tail_row = 1, snake_tail_col = 1;
22
23  bool where_is_apple[103][103]; //사과위치 저장
24  int N, K,L,X;
25  char C;
26  queue<pair<int,char>> q; //input 큐에다가 저장할것임
27  int now_time; //정답으로 출력할값
```

전역 변수 & 함수

```cpp
int main() {
    //뱀 초기화
    memset(snake_body, -1, sizeof(snake_body));  snake_body[1][1] = 1;
    cin >> N >> K;
    while (K--) {
        int apple_row, apple_col;
        cin >> apple_row >> apple_col;
        where_is_apple[apple_row][apple_col] = true;
    }
    cin >> L;
    while (L--) {
        cin >> X >> C;
        q.push({ X,C });
    }
    now_time = 0;
    while (!q.empty()) {
        pair<int, char> now_order = q.front(); q.pop();
        int  change_time = now_order.first;
        char direction   = now_order.second;
        //change_time 이라는 시간 전까지 뱀은 머리가 향하는 방향으로 계속 움직여야한다!
        while (now_time < change_time) {
            now_time++;
            snake_move();
        }
        //change_time 시간이끝나면 오른쪽혹은 왼쪽으로 뱀의 머리가 방향을 90도 턴한다.
        int snake_head_look = snake_body[snake_head_row][snake_head_col];
        snake_body[snake_head_row][snake_head_col] = change_direction(snake_head_look, direction);
    }
    //만일 명령을 다 수행하였는데도 게임이 안끝났으면 게임이끝날때까지 움직이자!
    while (true) {
        now_time++;
        snake_move();
    }
}
```

main 함수

```
65  int change_direction(int now_dir,char change) {
66
67      // pair<int, int> snake_look[4] = { { 1,0 },{ 0,1 },{ -1,0 },{ 0,-1 } };
68      //   ↓       →       ↑       ← //다음과 같이 보는방향
69      //전역변수에 다음과 같이 선언하였었습니다!
70
71      if (now_dir == 0) {
72          if (change == 'L')      return 1;   //  ↓ +'L' =  → 반환
73          else if (change == 'D') return 3;   //  ↓ +'D' =  → 반환
74      }
75      else if (now_dir == 1) {
76          if (change == 'L')      return 2;   //  → + 'L' = ↑ 반환
77          else if (change == 'D') return 0;   //  → + 'D' = ↓ 반환
78      }
79      else if (now_dir == 2) {
80          if (change == 'L')      return 3;   //  ↑ + 'L' = ← 반환
81          else if (change == 'D') return 1;   //  ↑ + 'D' = → 반환
82      }
83      else if (now_dir == 3) {
84          if (change == 'L')      return 0;   //   ← + 'L' = ↓ 반환
85          else if (change == 'D') return 2;   //   ← + 'D' = ↑ 반환
86      }
87  }
```

함수 소개 1

change_direction

```
89  void snake_move() {
90      int now_look = snake_body[snake_head_row][snake_head_col];
91
92      //1. 뱀의 몸길이를 늘려서 머리를 다음칸에 위치시키는 과정
93      int next_head_row = snake_head_row + snake_look[now_look].first;
94      int next_head_col = snake_head_col + snake_look[now_look].second;
95
96      //만일 뱀의 머리가 맵밖으로 나가게 된다면 프로그램종료
97      if ( !(next_head_row >= 1 && next_head_row <= N && next_head_col >= 1 && next_head_col <= N) ) {
98          cout << now_time << 'Wn';
99          exit(0);
100     }
101     //만일 뱀의 머리가 자신의 몸과 부딪히게 된다면 프로그램 종료
102     if (snake_body[next_head_row][next_head_col] != -1) {
103         cout << now_time << 'Wn';
104         exit(0);
105     }
```

함수 소개 2

snake_move

```
106
107     if (where_is_apple[next_head_row][next_head_col]==true) {
108         //2.사과가 있을시 사과 없애고 꼬리는 움직이지 말자
109         where_is_apple[next_head_row][next_head_col] = false;
110     }
111     else {
112         //3.사과가 없을시 몸길이를 줄여서 꼬리가 위치한 칸을 비워준다.
113         //이때 꼬리는 snake_body 에 저장되어있는 tail 이 보고있는방향으로 이동해준다
114         int tail_look     = snake_body[snake_tail_row][snake_tail_col];
115         int next_tail_row = snake_tail_row + snake_look[tail_look].first;
116         int next_tail_col = snake_tail_col + snake_look[tail_look].second;
117
118         snake_body[snake_tail_row][snake_tail_col] = -1;
119         //뱀 꼬리 다시 세팅 + 원래꼬리 -1로 재배치!
120         snake_tail_row = next_tail_row;
121         snake_tail_col = next_tail_col;
122     }
123
124     //뱀 머리  다시 세팅
125     snake_body[next_head_row][next_head_col] = now_look;
126     snake_head_row = next_head_row;
127     snake_head_col = next_head_col;
128 }
```

함수 소개 2

snake_move

풀어볼까유

#1541

잃어버린 괄호

탐욕적으로
생각해봐요

Greedy 예제 (BOJ #1541)

처음 마이너스 나온 값을 기준으로
(a1 + a2+ …….an) " – " (b + c + d – e – g + f …..)
다음과 같이 첫번째 부분 두번째 부분으로 나눌 수 있고, 이때 n의 값이 1이상입니다.

결론적으로 말하자면
이 두번째 부분은 우리가 괄호를 적절히 쳤을 때
-b-c-d –e-g-f 로 만들 수 있습니다!

이후에는 문자열 처리와 다름없는 문제가 되므로 쭈욱 풀면 됩니다!

1. 두번째 괄호 부분에plus 가 들어가 있으면 A+B
이런 형태일 텐데 – (A+B) 이렇게 해주시면 되고
2. 괄호부분에 minus 가 들어가 있으면 (a1+a2..) - (A-B)
이런 형태일 텐데 이때는 그냥 순차적으로 마이너스 해주시면 됩니다

즉,두번째 괄호부분부터 나오는 숫자는 모두 빼기 해주면 해결!

```
6   string str;
7   int minResult()
8   {
9       int result = 0;
10      string temp = "";
11      bool minus = false;
12      for (int i = 0; i <= str.size(); i++)
13      {
14          //연산자일 경우
15          if (str[i] == '+' || str[i] == '-' || str[i] == 'W0')
16          {
17              if (minus) result -= stoi(temp); //첫번째 마이너스가 나온이후
18              else result       += stoi(temp); //첫번째 마이너스가 나오기이전
19
20              temp = ""; //초기화
21
22              if (str[i] == '-') minus = true;
23              //첫번째 마이너스가 나오면 이후에 계속 마이너스 해줘도 된다
24              continue;
25          }
26          //피연산자일 경우
27          temp += str[i]; //temp 에 입력받은 문자열저장(곧숫자가될예정)
28      }
29      return result;
30  }
```

"그게 돼?"

풀어볼까유

#10830 행렬 제곱

행렬 && 거듭제곱

Divide and Conquer 응용 (BOJ #10830)

```
7   typedef vector<vector<int>> matrix;
8   //matrix 라는 데이터를 vector<vector<int>> 로 정의합니다!
9   int N; //matrix 사이즈라고 생각해주시면되요:)
10
11  //창소프시간때 배운 연산자 오버로딩+ struct 반환 함수를 정의해줍시다!
12  matrix operator*(matrix mat1, matrix mat2) {
13
14      matrix ret(N, vector<int>(N)); //return 할 matrix 정의 (초기값은 자동적으로 모두 0입니다)
15
16      for (int i = 0; i < N; i++) {
17          for (int j = 0; j < N; j++) {
18              for (int k = 0; k < N; k++) {
19                  ret[i][j] = (ret[i][j]+(mat1[i][k] * mat2[k][j]));
20                  //행렬곱은 기본적으로 다 하실줄 안다고 믿겠습니다:)
21              }
22          }
23      }
24      return ret;
25  }
26
```

풀어볼까유

#6549

히스토그램에서
가장 큰 직사각형

분할정복을
정복해봐요

분할정복 예제 (BOJ #6549)

1. 0~N 까지의 구간에서 최댓값을 구한다고 가정하면

2. start~ mid-1 까지의 최댓값과
3. mid 가 포함되어 있을 때의 최댓값과
4. mid+1 부터 end 까지의 최댓값을 구하고

2, 3, 4 중에서 최댓값을 구해봅시다!

여기부터는 추가 문제

풀어볼까유

#1107 리모컨

브루트포스

풀어볼까유

#14502 연구소

브루트포스

풀어볼까유

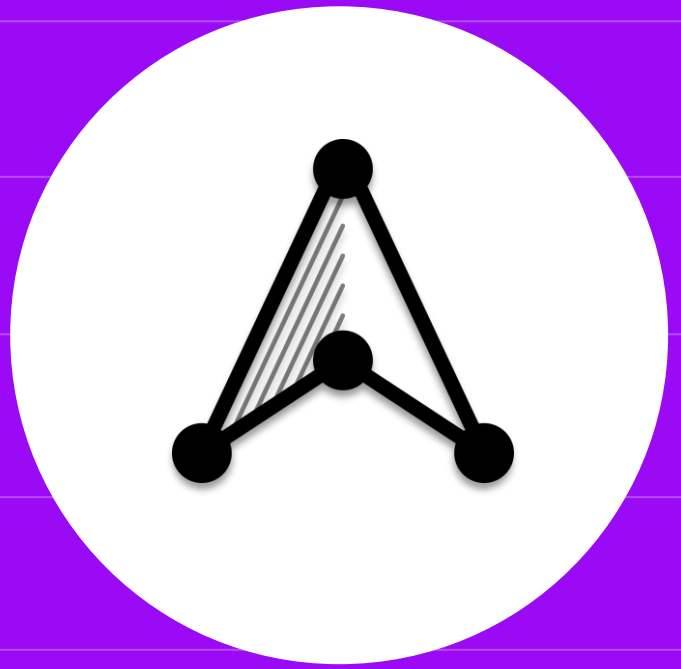
#1946 신입 사원

그리디

풀어볼까유

#1992 쿼드트리

분할정복



다음 시간에 만나요~