$x \geq 1,\ y \geq 1$ のときマス $(x, y)$ の値は ${}_{x+y}\mathrm{C}_y$ であるから，$A, B, C$ はある非負整数 $r, c$ を用いて次のように表せる：

$$\begin{cases} A = {}_{r+c}\mathrm{C}_r = {}_{r+c}\mathrm{C}_c \\ B = {}_{r+c+1}\mathrm{C}_r = {}_{r+c+1}\mathrm{C}_{c+1} \\ C = {}_{r+c+1}\mathrm{C}_{r+1} \end{cases}$$

**[1]** $A = 0$ または $A = 1$ のとき

明らかに $r = B - 1,\ c = C - 1$ が成り立つ。

**[2]** $A \geq 2$ のとき

$A \geq 2$ ならば $r \geq 1,\ c \geq 1$ である。

一般に，$n \geq 2,\ k \geq 1$ のとき

$$k \times {}_n\mathrm{C}_k = n \times {}_{n-1}\mathrm{C}_{k-1}$$

が成り立つから，$A, B, C$ に関して次が成り立つ：

$$\begin{cases} (r+1)\ C = (r+c+1)\ A \\ (c+1)\ B = (r+c+1)\ A \end{cases}$$

$\beta = \dfrac{B}{A},\ \gamma = \dfrac{C}{A}$ とおき，$1 \leq A < B,\ 1 \leq A < C$ より $\beta > 1,\ \gamma > 1$ であることに注意してこれを解くと，

$$\begin{cases} r = \dfrac{(\beta - 1)\gamma}{1 - (\beta - 1)(\gamma - 1)} \\[2ex] c = \dfrac{(\gamma - 1)\beta}{1 - (\beta - 1)(\gamma - 1)} \end{cases}$$

である。