

1 以上 N 以下の整数から重複を許して 3 つの数字をとる順列の個数は N^3 個であり、これらは同様に確からしい。

中央値が K となるような 3 数の組合せは、

- i). 1 つが K
- ii). 1 つが K 以下
- iii). 1 つが K 以上

となるときである。

K が 1 個となるような組合せの個数は、 K より小さい数と大きい数をひとつずつ選ぶ選び方の個数を考えると $(K-1)(N-K)$ 通りであり、このそれぞれに対して、3 数の並べ方は $3!$ 通りである。

K が 2 個となるような組合せの個数は、 K 以外の数をひとつ選ぶ選び方の個数を考えると $(N-1)$ 通りであり、このそれぞれに対して、3 数の並べ方は 3 通りである。

K が 3 個となるような組合せの個数は、1 通りであり、3 数の並べ方は 1 通りである。

したがって、中央値が K となるような 3 数の並べ方は、

$$(K-1)(N-K) \times 3! + (N-1) \times 3 + 1 \times 1$$

以上より、求める確率は

$$\frac{(K-1)(N-K) \times 3! + (N-1) \times 3 + 1 \times 1}{N^3}$$

である。