容器の体積を $V_0=a^2b$ とおき,水がちょうど溢れるときの水筒の傾きの角度を θ とおく。水がちょうど溢れるとき,容器内の水の形は四角柱 (fig. 1) または三角柱 (fig. 2) であり,水の体積は,

$$x = \begin{cases} a^2b - \frac{1}{2}a^3 \tan \theta & (x \ge \frac{1}{2}V_0 \text{ のとき}) \\ \\ \frac{ab^2}{2\tan \theta} & (x < \frac{1}{2}V_0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

と表せる。したがって、

$$\theta = \begin{cases} \arctan \frac{2(a^2b - x)}{a^3} & (x \ge \frac{1}{2}V_0 \text{ のとき}) \\ \\ \arctan \frac{ab^2}{2x} & (x < \frac{1}{2}V_0 \text{ のとき}) \end{cases}$$

である。求める値は θ を度数法に変換したものである。

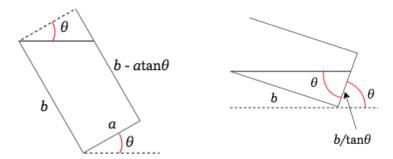


Figure 1: 四角柱

Figure 2: 三角柱