一般に、ある正整数 n の素因数分解が相異なる素数 $p_1, p_2, \dots, p_k$ を用いて

$$n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \dots p_k^{\alpha_k}$$

と表せるとき、n の正の約数の個数は

$$(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots (\alpha_k + 1)$$

である。

$75 = 3 \cdot 5^2$ なので、七五数は相異なる素数 a, b, c を用いて

$$a^4 b^4 c^2 \quad \text{または} \quad a^{14} b^4 \quad \text{または} \quad a^{24} b^2 \quad \text{または} \quad a^7 4$$

と表せる数である。

$N!$ の素因数のうち、$N!$ の素因数分解に 2 個以上、4 個以上、14 個以上、24 個以上、74 個以上含まれるようなものの集合をそれぞれ $G_2, G_4, G_{14}, G_{24}, G_{74}$ とおき、

$$\begin{aligned}
d_0 &= |G_{24}| \\
d_1 &= |G_2 \setminus G_{24}| \\
d_2 &= |G_{14}| \\
d_3 &= |G_4 \setminus G_{14}| \\
d_4 &= |G_4| \\
d_5 &= |G_2 \setminus G_4| \\
d_6 &= |G_{74}|
\end{aligned}$$

とおく。

求める七五数の個数は、

$$\begin{aligned}
& d_0(d_0 - 1) + d_1 d_0 \\
& + d_2(d_2 - 1) + d_3 d_2 \\
& + d_4 \times {}_{d_4 - 1}\mathrm{C}_2 + d_5 \times {}_{d_4}\mathrm{C}_2 \\
& + d_6
\end{aligned}$$

である。