2 つの自然数 m, n に対して，$f(m, n)$ を，m を n で割った余りと定義すると，除法の定理により $f(m, n)$ は $0 \leq f(m, n) < n$ の範囲にただひとつ存在する。

数列 $\{r_n\}$ を次の漸化式によって定める：

$$r_0 = a,\ r_1 = b \qquad (a, b \text{ は正整数})$$
$$r_n = f(r_{n-2},\ r_{n-1}) \qquad (n \geq 2)$$

ただし，ユークリッドの互除法の基本原理によれば $\{r_n\}$ は狭義単調減少であって $r_{n+1} = 0$ となるような n (このような n を N とおく) が存在するから，割り算の余りが定義できない。したがって，第 N 項より後は定義しないものとする。

数列 $\{r_n\}$ に対して，ユークリッドの互除法によって

$$\gcd(a, b) = \gcd(r_0, r_1) = \gcd(r_{N-1}, r_N) = r_N$$

が成り立ち，N は本問における「再帰の回数」に一致する。

ここで，フィボナッチ数列 $\{F_n\}$ を次の漸化式によって定める：

$$F_0 = 0,\ F_1 = 1$$
$$F_n = F_{n-2} + F_{n-1} \qquad (n \geq 2)$$

3 以上の任意の正整数 k に対して

$$f(F_{k+1},\ F_k) = F_{k-1}$$

が成り立つから，任意の正整数 K に対して，

$$\begin{aligned} r_0 &= F_{K+2} \\ r_1 &= F_{K+1} \\ r_2 &= f(F_{K+2},\ F_{K+1}) = F_K \\ &\vdots \\ r_K &= f(F_4,\ F_3) = F_2 \\ r_{K+1} &= f(F_3,\ F_2) = 0 \end{aligned}$$

となる。したがって，K が指定されたとき，求める正整数の組 $(a,\ b)$ のひとつは $(F_{K+2},\ F_{K+1})$ である。