A と B の公約数の集合を R とおき，A と B の共通の素因数の集合と $\{1\}$ との和集合を S とおく。すなわち，たとえば $A = 12, B = 18$ のときは，

$$R = \{1, 2, 3, 6\}, S = \{1, 2, 3\}$$

である。

R の部分集合でその要素が対ごとに素であるような集合を「問題の集合」と呼ぶことにし，「問題の集合」のうち要素の個数が最大のものを R_0 とおくと，R_0 の要素の個数が求める値である。

R, S に対して次が成り立つ：

> 性質 i) $S \subset R$
> 性質 ii) R に含まれる任意の合成数 c について，c の素因数はすべて S に含まれる

性質 i) について，$p \in S$ ならば p は A も B も割り切るので $p \in R$，ゆえに $S \subset R$ である。

性質 ii) について，R に含まれる任意の合成数 c とその任意の素因数 p をとると，p が c を割り切ることと，c が A も B も割り切ることから，p は A も B も割り切る。したがって p は A と B の共通の素因数なので，$p \in S$ である。よって性質 ii) が成り立つ。

ここで，R_0 に合成数 c が含まれると仮定すると，R_0 から c を除いて代わりに c の素因数を含めた集合を R_0' とおけば，性質 ii) によって R_0' もまた「問題の集合」であるが，その要素の個数は R_0 より多いので，R_0 の定義に矛盾する。よって R_0 は合成数を含まない。

したがって，R_0 は R に含まれる素因数の集合と $\{1\}$ との和集合であり，性質 i) によって $R_0 = S$ である。