次のように点をとる：

$$\begin{aligned} &A(x_1, y_1) \\ &P_1(x_2, y_2) \\ &P_2(x_3, y_2) \\ &P_3(x_3, y_3) \\ &P_4(x_2, y_3) \end{aligned}$$

点 A を中心とする半径 r の円 C の円周および内部が赤く塗られ，4 点 P_1, P_2, P_3, P_4 の長方形 D の周および内部が青く塗られ，2 つの図形の共通部分が紫に塗られる。

2 つの図形が一致することはないので，2 つの図形の包含関係は次の 3 通りのいずれかひとつのみが成り立つ。

i) $C \subset D$
ii) $D \subset C$
iii) 上記以外

ここで，次の同値関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} i) &\iff \text{赤い部分が存在しない} \\ ii) &\iff \text{青い部分が存在しない} \end{aligned}$$

まず，赤い部分の存在条件 i) を考える。i) が成り立つのは点 A が長方形の内部にあって A と長方形 D の各辺との距離がいずれも r 以上のとき，およびそのときのみであるから，

$$x_2 + r \leq x_1 \leq x_3 - r \text{ かつ } y_2 + r \leq y_1 \leq y_3 - r$$

と同値である。

次に，青い部分の存在条件 i) を考える。赤い部分が存在しないならば青い部分が存在するから，赤い部分が存在するという前提のもとで青い部分の存在条件 ii) を考えればよい。

ii) が成り立つのは点 A と長方形の各頂点との距離の最大値が r 以下のとき，およびそのときのみであるから，

$$\max\{AP_1, AP_2, AP_3, AP_4\} \leq r$$

すなわち，

$$\max\{AP_1^2, AP_2^2, AP_3^2, AP_4^2\} \leq r^2$$

と同値である。