1 振り返りと導入

- KL ダイバージェンス
- Fisher 情報量
- アファイン接続

2 期待値パラメータ空間

指数型分布族の話題に戻る。以降、本節では $\mathcal{X}$ を可測空間、$\mathcal{P} \subset \mathcal{P}(\mathcal{X})$ を $\mathcal{X}$ 上の指数型分布族、(V, T, ν) を $\mathcal{P}$ の実現、$\Theta := \Theta_{(V,T,\nu)}$ を (V, T, ν) の自然パラメータ空間とする。

定義 2.1 (期待値パラメータ空間). 集合 $\mathcal{M}_{(V,T,\nu)}$

$$\mathcal{M}_{(V,T,\nu)} := \left\{\mu \in V \mid \exists\, p \colon \mathcal{X} \text{ 上の確率分布 s.t. } p \ll \nu,\ E_p[T] = \mu\right\} \tag{2.1}$$

を (V, T, ν) の**期待値パラメータ空間 (mean parameter space)** という。

期待値パラメータ空間 $\mathcal{M}$ は、$\mathcal{P}$ に属する確率分布に関する T の期待値をすべて含んでいる (一般には真に含んでいる)。

命題 2.2. $\mu \in V$ がある $p \in \mathcal{P}$ に関する T の期待値ならば (すなわち $\mu = E_p[T]$ ならば)、μ は $\mathcal{M}_{(V,T,\nu)}$ に属する。

証明 [TODO] □

命題 2.3 ($\mathcal{M}$ は凸集合). $\mathcal{M}_{(V,T,\nu)}$ は V の凸集合である。

証明 [TODO] □

3 今後の予定

- KL ダイバージェンス
- Fisher 計量
- アファイン接続

4 参考文献

[Ama16] Shun-ichi Amari, **Information Geometry and Its Applications**, Applied Mathematical Sciences, vol. 194, Springer Japan, Tokyo, 2016 (en).

[Yos] Taro Yoshino, **bn1970.pdf**, Dropbox.