

Inteligência Computacional

Luís A. Alexandre

UBI

Ano lectivo 2019-20

Conteúdo

Sistemas de inferência difusa

Regras difusas
Sistema difuso baseado em regras
Fuzificação
Inferência difusa
Desfuzificação

Exercícios

Controladores Difusos

Componentes dum controlador difuso
Componentes dum controlador difuso
Tipos de controladores difusos

Exercício

Leitura recomendada

Introdução

- ▶ Os operadores difusos estudados na aula anterior permitem efetuar algum raciocínio básico sobre factos.
- ▶ Vejamos o exemplo seguinte. Consideremos três conjuntos difusos: A =alto, B =bom atleta e C =bom jogador de basket. Consideremos ainda os seguintes valores da função de pertença para dois jogadores

$$\mu_A(\text{Pedro}) = 0.7, \mu_A(\text{Rui}) = 0.9, \mu_B(\text{Pedro}) = 0.8, \mu_B(\text{Rui}) = 0.6$$

- ▶ Sabendo que um bom jogador de basket é alto e bom atleta, qual dos dois será o melhor jogador de basket ? Temos que inferir o grau de pertença a C .
- ▶ Podemos usar o operador intersecção para obter

$$\mu_{A \cap B}(\text{Pedro}) = \min\{0.7, 0.8\} = 0.7$$

$$\mu_{A \cap B}(\text{Rui}) = \min\{0.9, 0.6\} = 0.6$$

logo inferimos a partir da informação que possuíamos, que o Pedro deverá ser melhor jogador de basket que o Rui.

Introdução

- ▶ O exemplo anterior é muito simplista.
- ▶ Em casos reais, como num controlador, o resultado é obtido a partir de um conjunto de regras se-então.
- ▶ Estas regras descrevem as ações a tomar se se encontrarem reunidas determinadas condições.
- ▶ No entanto é possível que várias regras sejam ativadas simultaneamente e aí o problema passa a ser saber qual a melhor ação a tomar.
- ▶ Para tal é necessário um mecanismo que permita inferir qual a melhor ação a tomar quando um conjunto de situações ocorre.
- ▶ No caso dos controladores difusos, as **situações** são expressas em termos de funções de pertença e a inferência difusa sobre a informação disponível determina a **ação a tomar**.

Introdução

- ▶ Um **controlador difuso** é um dispositivo que é usado para efetuar o controlo de máquinas tendo por base um sistema difuso.
- ▶ O Japão é líder na aplicação deste tipo de controladores.
- ▶ Alguns exemplos:
 - ▶ 1987: Takeshi Yamakawa usou um controlador difuso para a controlar um pêndulo invertido: um veículo tenta manter uma barra vertical andando para trás e para a frente. O mesmo investigador colocou mais tarde um copo com água e até um rato vivo no topo da barra, tendo o controlador sido capaz de manter ainda assim a barra vertical.
 - ▶ A Matsushita vende aspiradores com microcontroladores que executam algoritmos de controlo difuso para receberem informação de sensores de pó e ajustar a força de sucção.
 - ▶ A Hitachi vende máquinas de lavar com controladores difusos para receber informação do peso da roupa, do tipo de tecidos e da sujidade e ajustar automaticamente o programa de lavagem de forma a poupar detergente, água e energia.

Introdução

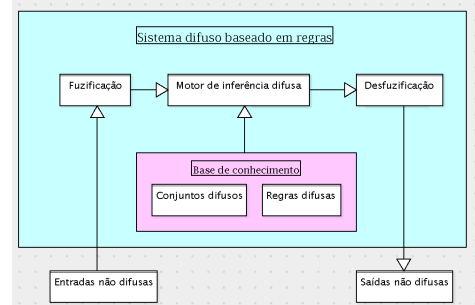
- ▶ Alguns exemplos (continuação):
 - ▶ A Canon tem um sistema de focagem baseado em controlo difuso. Usa 12 entradas: 6 para medir a claridade e 6 para medir a taxa de movimento das lentes. A saída é a posição das lentes. O sistema usa 13 regras e 1.1 kilobytes de memória.
 - ▶ A Mitsubishi tem um ar condicionado industrial que usa 25 regras de aquecimento e 25 de arrefecimento. O sensor de temperatura fornece a entrada, e as saídas controlam um inversor, a válvula do compressor e motor da ventoinha. Quando comparado com uma versão anterior este modelo aquece e arrefece 5 vezes mais rápido, reduz o consumo energético em 24%, aumenta a estabilidade da temperatura 2 vezes e usa menos sensores.

Regras difusas

- ▶ Para sistemas difusos em geral (não apenas os controladores difusos referidos atrás), o comportamento dinâmico do sistema é gerido por um conjunto de **regras difusas**.
- ▶ Estas regras são obtidas normalmente a partir de um perito humano.
- ▶ As regras difusas (na abordagem Mamdani) são da forma
se antecedente(s) **então** consequente(s)
- ▶ Os **antecedentes** são uma combinação de conjuntos difusos através da aplicação dos operadores lógicos (complemento, intersecção e reunião).
- ▶ O **consequente** é normalmente apenas um conjunto difuso, mas poderão ser vários combinados com os operadores lógicos.

Sistema difuso baseado em regras

- ▶ Os conjuntos difusos e as regras difusas formam a **base de conhecimento** de um sistema difuso baseado em regras.
- ▶ Além da base de conhecimento, um sistema difuso baseado em regras é composto ainda por três outros componentes que realizam as seguintes tarefas: fuzificação, inferência e desfuzificação.



Fuzificação

- ▶ Os antecedentes das regras difusas formam o **espaço difuso de entrada** enquanto que os consequentes formam o **espaço difuso de saída**.
- ▶ O **processo de fuzificação** trata de arranjar uma representação difusa de valores de entrada não difusos.
- ▶ Isto é conseguido aplicando funções de pertença associadas aos conjuntos difusos do espaço difuso de entrada.
- ▶ Para exemplificar podemos considerar o problema visto antes sobre os jogadores de basket. A ideia é receber p.ex. as suas alturas em metros e ter que lhes atribuir um grau de pertença no conjunto A. Este passo resume-se à aplicação das funções de pertença a valores do problema que não estejam originalmente na forma difusa.

Inferência difusa

- ▶ Num sistema de regras não difuso, cada regra é avaliada de forma sequencial, até uma disparar. No caso difuso todas as regras disparam e são usadas para obter a resposta final.
- ▶ Consideremos dois conjuntos difusos A e B de entrada e um conjunto difuso de saída C.
- ▶ As variáveis x e y são de variáveis de entrada enquanto que z é variável de saída.
- ▶ Consideremos ainda a seguinte regra

se x é A e y é B então z é C

- ▶ Do processo de fuzificação sabemos os valores de $\mu_A(x)$ e $\mu_B(y)$.
- ▶ Para efetuarmos o processo de inferência devemos começar por calcular a **força de disparo** de cada regra constante da base de regras.
- ▶ Isto é feito combinando os conjuntos antecedentes através dos operadores lógicos difusos.

Inferência difusa

- ▶ Existem várias possibilidades de combinação dos operadores difusos para a obtenção da força de disparo. Vamos considerar apenas a intersecção.
- ▶ Para a regra anterior, força de disparo seria então dada por

$$\alpha = \min\{\mu_A(x), \mu_B(y)\}$$

- ▶ Neste caso temos apenas uma regra mas em geral para cada regra k teria de ser calculada a sua força de disparo, α_k .
- ▶ O passo seguinte consiste em acumular todos os valores de saída achando apenas um valor difuso para cada conj. difuso de saída C_i .
- ▶ Normalmente esse valor difuso β_i associado a C_i é obtido usando o operador máximo

$$\beta_i = \max_{\forall k} \{\alpha_{k_i}\}$$

onde α_{k_i} é a força de disparo da regra k que tem como saída C_i .

Inferência difusa

- ▶ Os β_i são usados para modificar o conjunto difuso de saída C_i .
- ▶ Essa modificação pode ser feita de várias formas, mas iremos apenas considerar o uso do operador mínimo: achamos o mínimo entre o valor da função de pertença de C_i e o respetivo β_i .
- ▶ A saída do processo de inferência difusa é um **conjunto difuso**, para cada variável de saída.
- ▶ As regras podem ainda ser pesadas *a priori* com pesos pertencentes a $[0, 1]$ que representam o grau de confiança em cada regra. Estes valores são normalmente definidos por peritos durante o desenho do sistema.
- ▶ Esses pesos multiplicam os α_k antes da determinação dos β_i .

Inferência difusa

► Resumo dos passos de fuzificação e inferência:

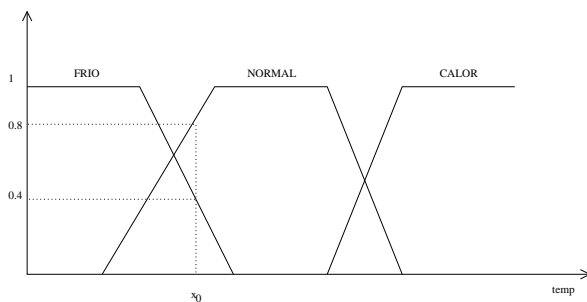
1. Determinar os **valores fuzificados** de cada variável de **entrada** (são os valores das funções de pertinência das variáveis a cada um dos conjuntos difusos de entrada);
2. Achar a **força de disparo** de cada regra, α_k , $k = 1, \dots, R$, onde R é o número total de regras, usando o mínimo entre os valores fuzificados das variáveis de entrada que fazem parte dos antecedentes de cada regra;
3. Achar os **valores difusos** associados a cada **saída**, β_i , $i = 1, \dots, S$, onde S é o número de conjuntos difusos das saídas, usando o máximo entre as forças de disparo que têm como consequentes o mesmo conjunto;
4. Criar o **conjunto difuso de saída** da inferência combinando através da reunião, os conjuntos C_i limitados pelos respectivos β_i (o mínimo entre μ_{C_i} e β_i).

Inferência difusa: exemplo

- Consideremos que pretendemos controlar uma ventoinha num café em função da temperatura do ar.
- A temperatura x é medida e fuzificada em 3 conjuntos: FRIO, NORMAL e CALOR.
- A velocidade de rotação da ventoinha z é caracterizada por 2 conj. difusos: LENTA e RÁPIDA.
- As regras da base de conhecimento são as seguintes:
 - R1: Se x é FRIO então z é LENTA
 - R2: Se x é NORMAL então z é RÁPIDA
 - R3: Se x é CALOR então z é RÁPIDA
- Usando as funções de pertinência das figuras seguintes, queremos obter a saída da inferência difusa quando é lida a temperatura x_0 .

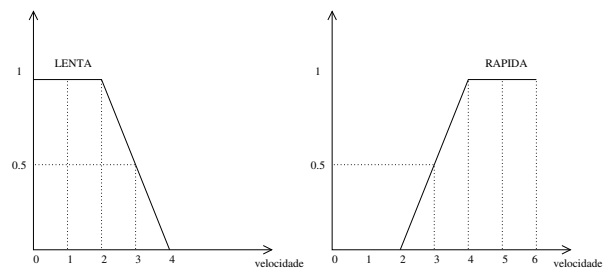
Inferência difusa: exemplo

Conjuntos difusos para a variável x de entrada (temperatura):



Inferência difusa: exemplo

Conjuntos difusos para a variável z de saída (velocidade da ventoinha):



Inferência difusa: exemplo

- Começamos por determinar a força de disparo de cada regra. Para x_0 temos os seguintes valores das funções de pertinência: $\mu_{FRIO}(x_0) = 0.4$, $\mu_{NORMAL}(x_0) = 0.8$ e $\mu_{CALOR}(x_0) = 0$.
- Agora podemos obter os valores de α_k para cada regra ($k = 1, 2, 3$): $\alpha_1(x_0) = 0.4$, $\alpha_2(x_0) = 0.8$ e $\alpha_3(x_0) = 0$.
- Como todas as regras tinham apenas um conjunto no antecedente o valor dos α é igual aos valores difusos da temperatura.
- Para determinarmos os valores de β_{LENTA} e β_{RAPIDA} precisamos de achar o máximo entre as forças de ativação (os α) das regras que têm como consequente cada um destes conjuntos.

Inferência difusa: exemplo

- Assim:
 - $\beta_{LENTA} = \max\{\alpha_1(x_0)\} = \max\{0.4\} = 0.4$
 - $\beta_{RAPIDA} = \max\{\alpha_2(x_0), \alpha_3(x_0)\} = \max\{0.8, 0\} = 0.8$
- Agora podemos obter o conjunto difuso de saída da fase de inferência: $\{0.4/0, 0.4/1, 0.4/2, 0.5/3, 0.8/4, 0.8/5, 0.8/6\}$.

Desfuzificação

- ▶ A tarefa da **desfuzificação** consiste em transformar a saída do processo de inferência difusa em valores escalares para cada variável de saída.
- ▶ Veremos de seguida várias abordagens embora existam muitas mais.
- ▶ Para facilitar a explicação, usaremos o exemplo do controlo da ventoinha, que acabámos de estudar.

Desfuzificação: Método da média dos máximos

- ▶ Método da média dos máximos: determina-se o valor médio de todos os valores em que a função de pertença atinja o máximo.
- ▶ Para o exemplo, temos

$$z_0 = (4 + 5 + 6)/3 = 5$$

Desfuzificação: Método biseção da área

- ▶ Método biseção da área: determina-se o valor z_0 que separa a área da função de pertença em duas regiões com a mesma área.
- ▶ Mais formalmente:

$$\int_a^{z_0} \mu_C(z) dz = \int_{z_0}^b \mu_C(z) dz$$

onde $z \in [a, b]$.

Desfuzificação: Método do primeiro máximo

- ▶ Método do primeiro máximo: determina-se o valor z_0 que corresponde ao primeiro máximo da função de pertença.
- ▶ Para o exemplo, temos máximos = {4, 5, 6}, logo $z_0 = 4$.

Desfuzificação: Método do centróide

- ▶ Método do centróide: determina-se o centróide da área debaixo da função de pertença e a saída do controlador é a abcissa do centróide.
- ▶ O cálculo do centróide das áreas trapezoidais depende de o domínio das funções de pertença ser discreto ou contínuo:
 1. Para o caso discreto em que as funções de pertença só possam tomar um de n valores, a saída do processo de desfuzificação é dada por

$$z_0 = \frac{\sum_{i=1}^n z_i \mu_C(z_i)}{\sum_{i=1}^n \mu_C(z_i)}$$

2. No caso contínuo a saída do processo de desfuzificação é dada por

$$z_0 = \frac{\int_{z \in Z} z \mu(z) dz}{\int_{z \in Z} \mu(z) dz}$$

onde tanto os somatórios como os integrais têm o seu significado algébrico comum.

Exercícios

1. Considere as seguintes regras

R1: se x é Pequeno então y é Grande

R2: se x é Médio então y é Pequeno

R3: se x é Grande então y é Médio

Responda às seguintes questões, usando as funções de pertença que se representam abaixo e considerando um valor de entrada $x = 1.5$:

- 1.1 Desenhe o resultado do processo de inferência difusa.
- 1.2 Calcule a saída desfuzificada sobre o seguinte domínio discreto usando o método do centróide
 $Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

Exercícios

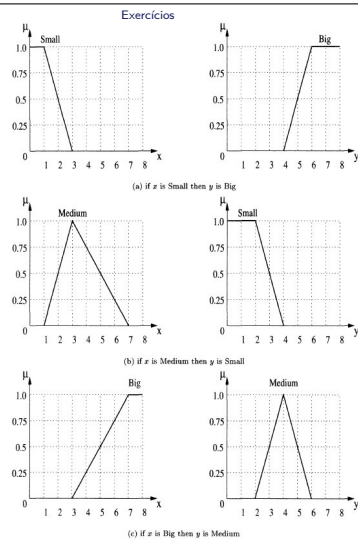


figura de Engelbrecht p.231

Exercícios

- Apresente a saída do processo de desfuzificação (usando o método do centróide) para o exemplo do controlador da ventoinha, considerando que a mesma só pode rodar com as seguintes velocidades: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ m/s.

Controladores Difusos

- O primeiro controlador difuso foi implementado por Mamdani e Assilian em 1975 para o controlo dum motor a vapor.
- Hoje em dia existem inúmeras aplicações dos controladores difusos, tanto em aplicações de consumo como industriais: máquinas de lavar roupa, câmaras de vídeo, ar condicionados, controlo de robots, nas barragens, em cimenteiras, etc.

Componentes dum controlador difuso

- Um controlador é usado para controlar algum sistema ou processo.
- Um controlador pode ser visto como uma função não-linear que mapeia as entradas nas saídas.
- O sistema sob controlo tem de apresentar um determinado comportamento independentemente dos valores recebidos nas entradas.
- Exemplo: manter temperatura numa máquina de extrusão de plástico.

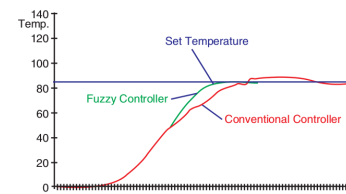
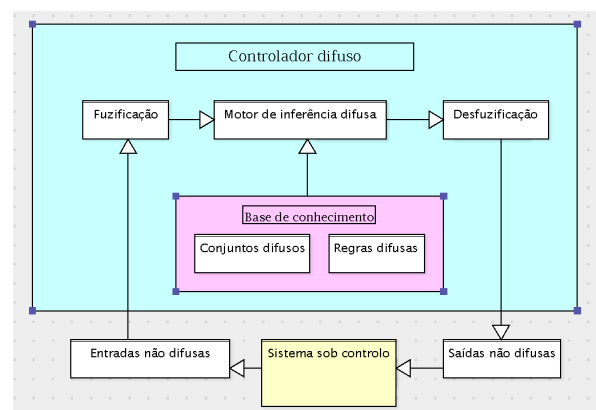


Imagem de 'Introduction to Fuzzy Logic using MATLAB'

Componentes dum controlador difuso

- Os componentes de um controlador difuso são os mesmos de um sistema de inferência difusa, pois o controlador é um caso particular dum destes sistemas.
- Assim sendo, os seus componentes são: fuzzificador, motor de inferência, base de conhecimento (composta pelos conj. difusos e pelas regras difusas) e o desfuzificador.

Componentes dum controlador difuso



Tipos de controladores difusos

- ▶ As diferenças principais entre os vários tipos de controladores difusos são ao nível do motor de inferência e do desfuzificador.
- ▶ Independentemente do tipo, todos os controladores difusos partilham os seguintes passos em termos da sua construção:
 - ▶ os conjuntos difusos e as respetivas funções de pertença têm de ser definidos tanto para o espaço de entrada como para o de saída
 - ▶ têm de ser definidas as regras com a ajuda de um perito humano
 - ▶ tem de ser decidido como efetuar a implementação do fuzificador, do motor de inferência e do desfuzificador, dadas as possibilidades discutidas anteriormente.

Controlador baseado em tabela

- ▶ Estes controladores são usados em **universos discretos** onde é prático calcular todas as combinações possíveis para as entradas do controlador.
- ▶ As saídas para cada combinação das entradas são então colocadas numa tabela: p. ex., se o sistema tiver apenas duas entradas e uma saída, uma matriz bidimensional serve para guardar a informação do controlador. As duas entradas servem para se escolher uma célula da matriz que contém o valor a apresentar na saída do controlador.
- ▶ Uma vantagem destes controladores é serem muito rápidos e necessitarem de pouca capacidade de processamento, uma vez que a tabela esteja construída.
- ▶ O problema destes controladores reside no facto de se tornar complicado criar as tabelas para os casos em que o número de combinações possíveis é elevado.

Controlador Mamdani

- ▶ Este tipo de controladores usa os seguintes passos:
 1. Identificar e dar nome às variáveis de entrada e definir a suas gamas numéricas
 2. Idem para as variáveis de saída
 3. Definir os conjuntos difusos relativos às variáveis de entrada e saída
 4. Construir as regras difusas
 5. Fuzificar as variáveis de entrada
 6. Efetuar a inferência difusa
 7. Desfuzificar usando a regra do centróide
- ▶ Uma desvantagem destes controladores é o custo computacional pois usam formas bidimensionais (as funções de pertença) e por vezes é necessário efetuar integrações.

Controlador Takagi-Sugeno

- ▶ Os controladores do tipo Mamdani são bons para capturar o conhecimento de peritos quando esse conhecimento não é representável de forma analítica.
- ▶ Quando o conhecimento pode ser representado analiticamente deve usar-se um controlador Takagi-Sugeno.
- ▶ Takagi e Sugeno sugeriram que se efetuasse uma representação diferente das regras difusas permitindo que as saídas fossem obtidas a partir das entradas através de funções matemáticas.
- ▶ Para este tipo de controladores as regras apresentam a seguinte forma:

se $f_1(a_1 \text{ é } A_1, a_2 \text{ é } A_2, \dots, a_n \text{ é } A_n)$ então $C = f_2(a_1, a_2, \dots, a_n)$

onde f_1 é um operador lógico difuso e f_2 uma função linear das entradas; C é o consequente, os a_i são as variáveis de entrada e A_i os conjuntos difusos de entrada.

Controlador Takagi-Sugeno

- ▶ A força de disparo de cada uma das K regras é obtida usando

$$\alpha_k = \min_{\forall i: a_i \in Ant_k} \{\mu_{A_i}(a_i)\}$$

ou

$$\alpha_k = \prod_{\forall i: a_i \in Ant_k} \mu_{A_i}(a_i)$$

onde Ant_k é o conjunto dos antecedentes da regra k .

- ▶ A saída do controlador é dada por

$$C = \frac{\sum_{k=1}^K \alpha_k f_{2,k}(a_1, \dots, a_n)}{\sum_{k=1}^K \alpha_k}$$

onde $f_{2,k}$ é a função dos consequentes da regra k .

Exercício

- ▶ Dadas as seguintes regras dum sistema Takagi-Sugeno:

se x é A_1 e y é B_1 então $z_1 = x + y + 1$

se x é A_2 e y é B_1 então $z_2 = 2x + y + 1$

se x é A_1 e y é B_2 então $z_3 = 2x + 3y$

se x é A_2 e y é B_2 então $z_4 = 2x + 5$

ache o valor de z usando a regra do mínimo para achar as forças de disparo e considerando $x = 1$, $y = 4$ e os seguintes conjuntos difusos antecedentes:

$A_1 = \{0.1/1, 0.6/2, 1.0/3\}$

$A_2 = \{0.9/1, 0.4/2, 0.0/3\}$

$B_1 = \{1.0/4, 1.0/5, 0.3/6\}$

$B_2 = \{0.1/4, 0.9/5, 1.0/6\}$

Leitura recomendada

- ▶ Engelbrecht, caps. 19 e 20.
- ▶ Introduction to Fuzzy Logic using MATLAB, S.Sivanandam, S.Sumathi, S.Deepa, Springer 2007