

Kinematics

[로봇]

- ◆ 서비스용 로봇
- ◆ 제조업용 로봇
- ◆ ETC

[로봇]

◆ 서비스용 로봇



◆ 제조업용 로봇

- 직교
- 수평다관절
- 수직다관절



◆ ETC

- 컨트롤러
- 모터
 - 서보
 - 스텝
- Sensor / 계측기
 - 리니어 스케일



[서비스용 로봇]

◆ 서비스용 로봇

- 방범로봇
- 안내로봇
- 청소로봇
- 애완로봇
- 휴머노이드 및 연구용플랫폼

[제조업용 로봇]

◆ 제조업용 로봇

– 직교좌표 로봇



– 수평다관절

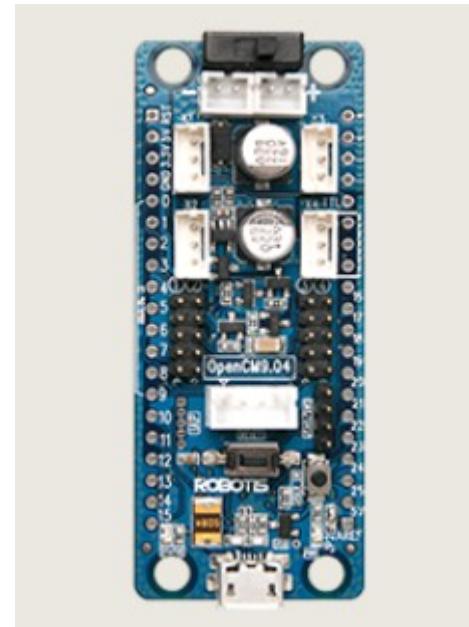
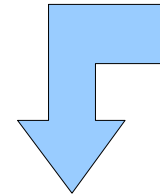


– 수직다관절



로봇에 활용되는 기술

- ◆ HW(하드웨어)
 - 전기적, 기구적



로봇에 활용되는 기술

◆ SW(소프트웨어)

- 인식(Interaction)
 - 영상인식(카메라)
 - 물체인식, SLAM
 - 센서인식
 - 센서해석(터치, 기울기 등등...)
 - 소리인식
 - Sound local, 음성인식
- 기구해석
 - 보행
 - 현 자세와 다음 자세간 Interpolation
 - 모션의 생성

로봇의 제어

◆ PC 에서의 직접제어

- 장점 : 어떠한 상황이라도 대응이 가능할 정도로 프로그래밍의 제약이 없다.
- 단점 : 모든 동작 하나하나를 일일이 계산하거나 설정 해 주어야 함

◆ 로봇에 CPU 보드에 직접 프로그래밍 후 제어

- 장점 : 쉽다. 모든구성이 어느정도는 만들어져 있다.
- 단점 : 통일된 설정이 없어 로봇마다 사용 방법이 전부 틀리다. 로봇에 구성된 기능만 사용 가능하다.(확장 어려움) 내부 메모리의 용량을 넘어선 프로그래밍이 불가능하다.

◆ 원격제어(로보이드)

- 블루투스, 네트워크(유/무선) 등으로 외부에 로봇의 머리를 두고 제어 하는 방식.
- 장점 : PC 에서와 마찬가지로 프로그래밍의 제약이 적다. 용량의 제한 이 없다.
- 단점 : 망이 끊기는 경우 로봇의 제어가 안됨. 얻은 정보를 보내고 지령 을 받는 관계이기에 속도가 빠르지 않다.

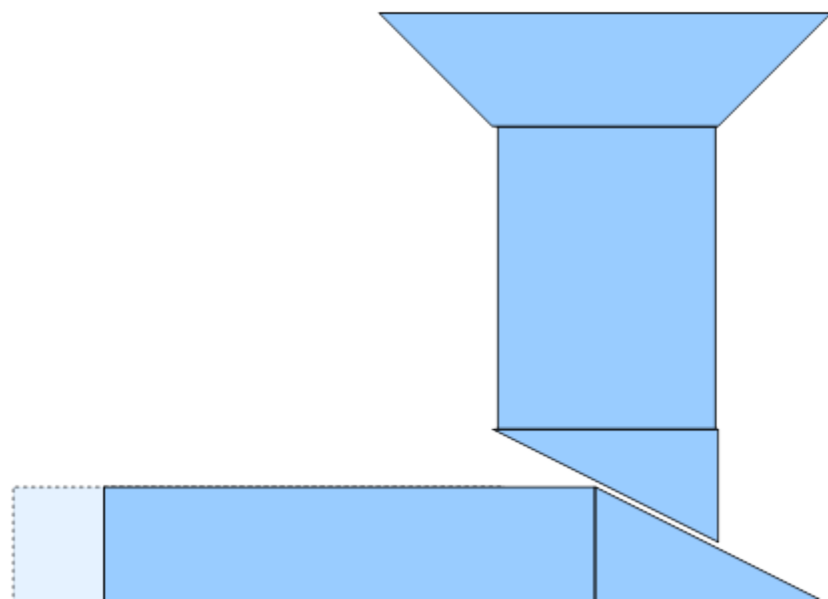
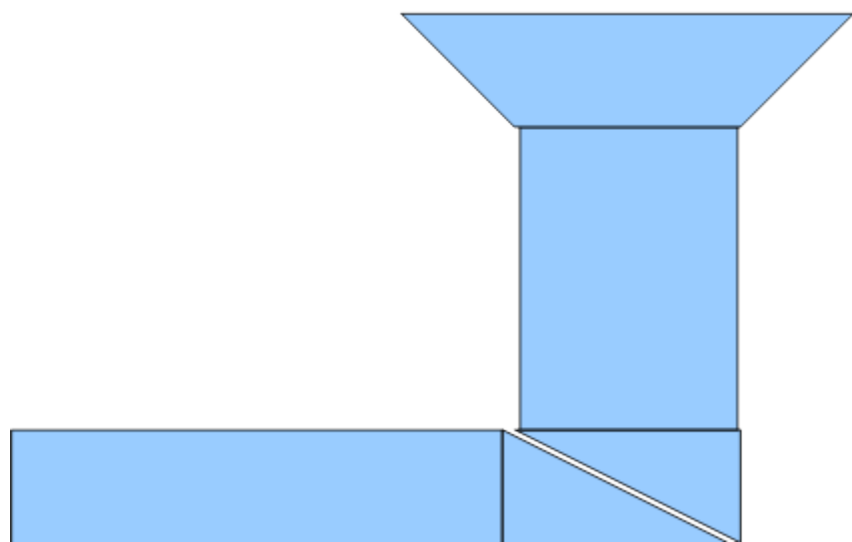
[로봇과 수학...]

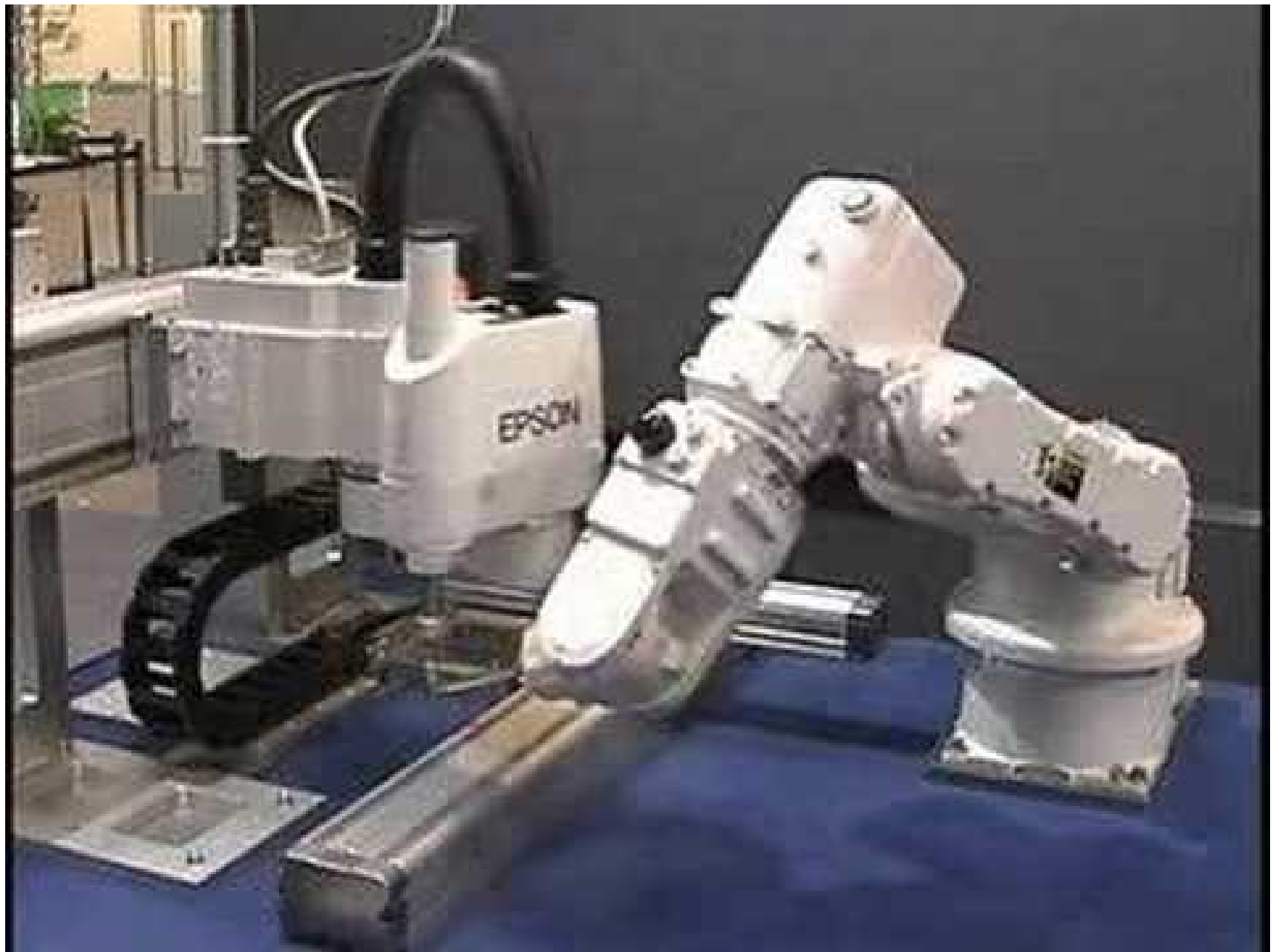
로봇과 수학

◆ 로봇을 공부하는데 “왜” 수학이 필요할까?

- 이심률, 도형의 기울기, 물건의 이동(좌표이동), 각도로 동작하는 로봇을 ...

로봇과 수학





Forward Kinematics

- 자유도? (Degree of freedom = dof)
- 관절의 형태

관절의 형태	표시법	의 미
회전 관절	R	축을 중심으로 회전운동을 하는 관절
직동관절	P	축방향으로 직선운동을 하는 관절

- **핸디 미 티오**

형	위치 결정	자세 결정	자유도
직각 좌표형	PPP	RRR	6
원통 좌표형	RPP	RRR	6
극 좌표형	RRP	RRR	6
다관절형	RRR	RRR	6

P(prismatic, translational)은 직동관절(미끄럼관절), R(revolute, rotary)은 회전관절

Kinematics란?

- 기구학, 혹은 운동학 어느것이 맞을까?
- 정의
 - 기계요소들 간의 상호 연계되어 움직이는 운동을 공간적 해석으로 파악하는 방법을 연구하는 학문
- 정기구학(Forward Kinematics)
 - 관절 각도가 주어지고 주어진 각도를 이용해 관절의 말단 위치가 공간상의 어느 위치에 있는지를 X, Y, Z 를 이용하여 표현하는 것으로 하는 한개만 존재한다.

기구학을 위한 이론적 접근(1/3)

- 병진 변환 (Translation)

- 임의의 점 $P(x,y,z)$ 를 x 방향으로 dx , y 방향으로 dy , z 방향으로 dz 로 이동시켜 얻어지는 점 $Q(X, Y, Z)$ 는
$$\begin{aligned} X &= x + dx \\ Y &= y + dy \\ Z &= z + dz \end{aligned}$$
같다

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & dx \\ 0 & 1 & dy \\ 0 & 0 & dz \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

- 이를 행렬로 표현하면

기구학을 위한 이론적 접근(2/3)

- 회전 변환 (Rotation)
 - 임의의 점 $P(x,y,z)$ 를 각 축에 대해 회전 시키는 변환으로 R 로 표현한다.

$$X\text{축회전} : R_x : \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$Y\text{축회전} : R_y : \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$Z\text{축회전} : R_z : \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

기구학을 위한 이론적 접근(3/3)

- T (Transformation Matrix) : 변환행렬
 - 4 * 4 행렬 하나로 회전 변환과 병진 변환을 동시에 표현하는 행렬

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & dx \\ & R & & dy \\ & & & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

D-H Notation

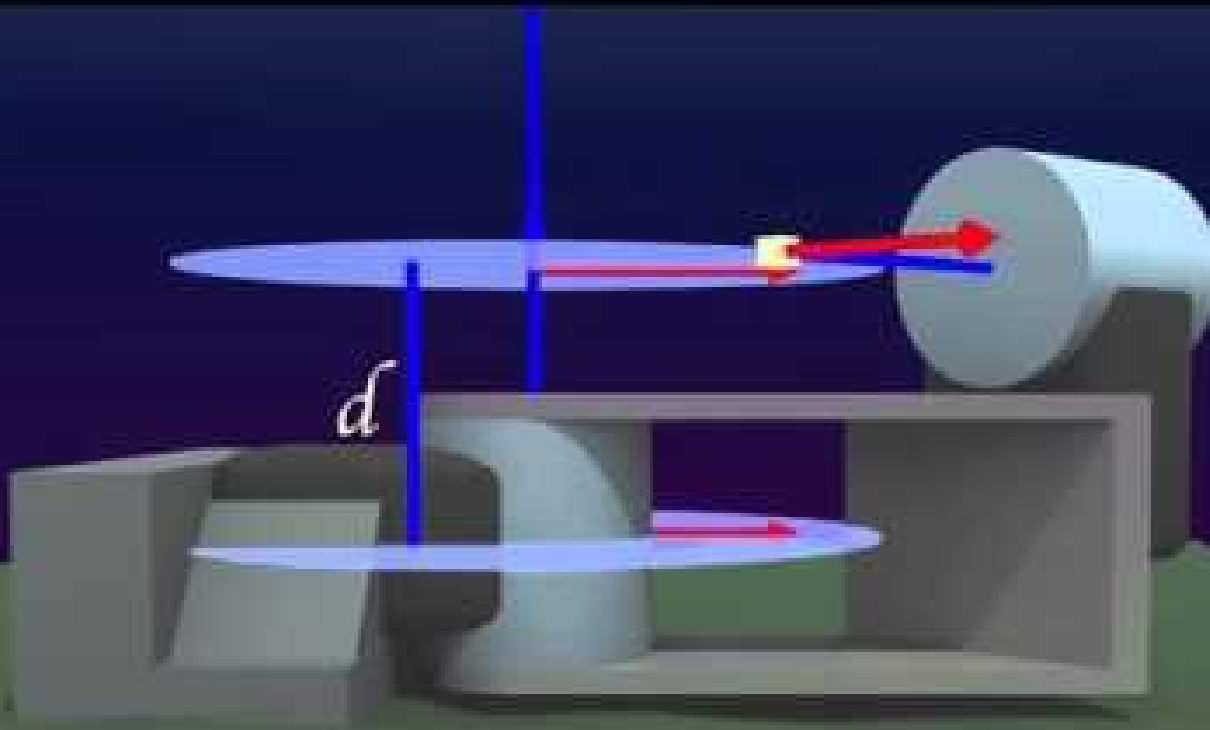
- Denavit-Hartenberg 규약이라고도 하며 각 동차변환을 4개의 기본 변환 행렬의 곱으로 표현하는 기구학의 표준 규약
- 오일러(Euler) 각도가 기구부 구성이 많아질 수록 복잡도가 높아지는 반면 D-H 는 4개의 파라미터로 표현 가능
 - a_i : 길이(length) d_i : 오프셋(offset)
 - α_i : 비틀림(twist) θ_i : 각도(angle)
- 중요 파라미터 및 특성
 - 파라미터
 - (DH1) x_{i+1} 축은 z_i 축과 수직이다.
 - (DH2) x_{i+1} 축은 z_i 축과 만난다.

D-H Notation 행렬

- Denavit-Hartenberg
- 행렬 표현식

$$\begin{aligned}
 A_i &= Rot_{z,\theta_i} Trans_{z,d_i} Trans_{x,a_i} Rot_{x,\alpha_i} \\
 &= \begin{bmatrix} C_{\theta_i} & -S_{\theta_i} & 0 & 0 \\ S_{\theta_i} & C_{\theta_i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{\alpha_i} & -S_{\alpha_i} & 0 \\ 0 & S_{\alpha_i} & C_{\alpha_i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} C_{\theta_i} & -S_{\theta_i}C_{\alpha_i} & S_{\theta_i}S_{\alpha_i} & a_iC_{\theta_i} \\ S_{\theta_i} & C_{\theta_i}C_{\alpha_i} & -C_{\theta_i}S_{\alpha_i} & a_iS_{\theta_i} \\ 0 & S_{\alpha_i} & C_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

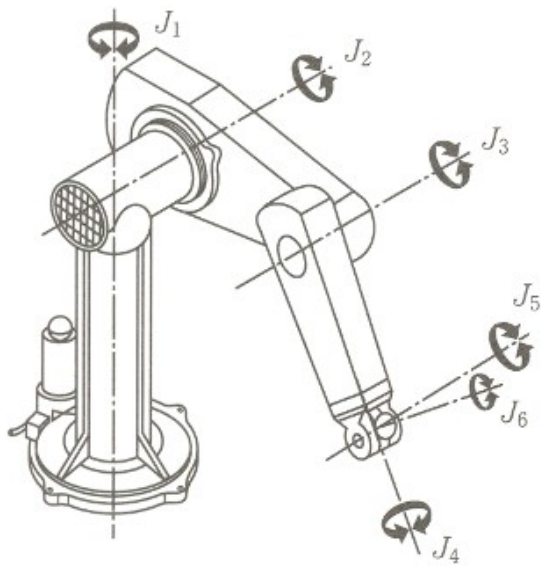
D-H Notation



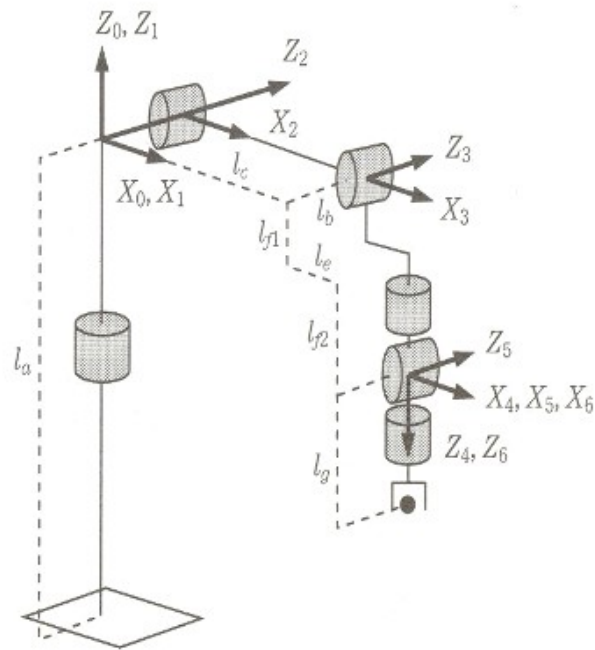
d is the depth along the previous joint's z axis

Link Parameter

- D-H 표시법을 이용한 링크표시



Puma형 robot



Puma형 robot의 구조와 좌표계

Puma형 robot의 link parameter

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0°	0	θ_1
2	0	-90°	l_b	θ_2
3	l_c	0°	0	θ_3
4	l_e	-90°	l_f	θ_4
5	0	90°	0	θ_5
6	0	-90°	0	θ_6

2링크에서의 계산...

link i	d_i	a_i	a_i	θ_i
1	0	l_1	0	θ_1
2	0	l_2	0	θ_2

따라서 식(3.4.4)를 이용하여 i 좌표계의 i-1 좌표계에 대한 변환 행렬 ${}^{i-1}_i H$ 은 다음과 같이 주어진다.

$${}^1_0 H = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & l_1 C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & l_1 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad {}^2_1 H = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & l_2 C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & l_2 S_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

따라서

$${}^2_0 H = {}^1_0 H {}^2_1 H = \begin{bmatrix} C_{12} & -S_{12} & 0 & l_1 C_1 + l_2 C_{12} \\ S_{12} & C_{12} & 0 & l_1 S_1 + l_2 S_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

• Inverse Kinematics (2/3)

```
ft34=t3+t4
ft5=t5
```

```
H0=190
H1=200
H=H0+H1
W0=-246
L0=625
L1=482
```

```
depth=z-W0
width=x
t2=atan2(depth,width)
```

```
b = L1
c = L0
```

```
Length2=x*x + pow(y-H,2) + pow(z-W0,2)
Length=sqrt(Length2,2)
```

```
fTheta4=acos((b*b+c*c-Length2)/(2*b*c))
t4=180-fTheta4
//////////
```

```
b = Length
bb=Length2
c = H1+H0
aa=x*x + y*y + pow(z-W0,2)
fTheta3_0=acos((bb+c*c-aa)/(2*b*c))
```

```
b = L0
a = L1
c = Length
fTheta3_1=acos((b*b+c*c-a*a)/(2*b*c))
T3=180-(fTheta3_0 + fTheta3_1)
```

```
t5=ft5 + ft34 - t3 - t4
```



• Inverse Kinematics (3/3)

[Axis X]	[Axis Y]	[Axis Z]	[Result]
$-S(t2)*C(t3+90)*C(t4)-S(t2)*-S(t3+90)*S(t4)*C(t5)$ $-S(t2)*C(t3+90)*-S(t4)-S(t2)*-S(t3+90)*C(t4)*S(t5)$ $S(t3+90)*C(t4)+C(t3+90)*S(t4)*C(t5)+$ $S(t3+90)*-S(t4)+C(t3+90)*C(t4)*S(t5)$ $-1*C(t2)*C(t3+90)*C(t4)-1*C(t2)*-S(t3+90)*S(t4)*C(t5)$ $-1*C(t2)*C(t3+90)*-S(t4)-1*C(t2)*-S(t3+90)*C(t4)*S(t5)$ 0	$-S(t2)*C(t3+90)*C(t4)-S(t2)*-S(t3+90)*S(t4)*-S(t5)$ $-S(t2)*C(t3+90)*-S(t4)-S(t2)*-S(t3+90)*C(t4)*C(t5)$ $S(t3+90)*C(t4)+C(t3+90)*S(t4)*-S(t5)+S(t3+90)*$ $-S(t4)+C(t3+90)*C(t4)*C(t5)$ $-1*C(t2)*C(t3+90)*C(t4)-1*C(t2)*-S(t3+90)*S(t4)*-S(t5)$ $-1*C(t2)*C(t3+90)*-S(t4)-1*C(t2)*-S(t3+90)*C(t4)*C(t5)$ 0	$C(t2)$ 0 $-1*S(t2)$ 0	$-S(t2)*C(t3+90)*482*C(t4)-S(t2)*-S(t3+90)*482*S(t4)-S(t2)*625*C(t3+90)$ $S(t3+90)*482*C(t4)+C(t3+90)*482*S(t4)+625*S(t3+90)+200+190$ $-1*C(t2)*C(t3+90)*482*C(t4)-1*C(t2)*-S(t3+90)*482*S(t4)-1*C(t2)*625*C(t3+90)-246$ 1

$$\begin{aligned}
 X &= -\sin(t2) * \cos(t3+90) * 482 * \cos(t4) - \sin(t2) * -\sin(t3+90) * 482 * \sin(t4) - \sin(t2) * 625 * \cos(t3+90) \\
 Y &= \sin(t3+90) * 482 * \cos(t4) + \cos(t3+90) * 482 * \sin(t4) + 625 * \sin(t3+90) + 200 + 190 \\
 Z &= -1 * \cos(t2) * \cos(t3+90) * 482 * \cos(t4) - 1 * \cos(t2) * -\sin(t3+90) * 482 * \sin(t4) - 1 * \cos(t2) * 625 * \cos(t3+90) - 246
 \end{aligned}$$

[For example...]

$t2 = 30$
 $t3 = 60$
 $t4 = 110$
 $t5 = -60$

=====

$$\begin{aligned}
 X &= -S(t2)*C(t3+90)*482*C(t4)-S(t2)*-S(t3+90)*482*S(t4)-S(t2)*625*C(t3+90) &= 312.4821495 \\
 Y &= S(t3+90)*482*C(t4)+C(t3+90)*482*S(t4)+625*S(t3+90)+200+190 &= 227.822663 \\
 Z &= -1*C(t2)*C(t3+90)*482*C(t4)-1*C(t2)*-S(t3+90)*482*S(t4)-1*C(t2)*625*C(t3+90)-246 &= 295.2349594
 \end{aligned}$$

- 오랫동안 꿈을 그리는 사람은 마침내 그 꿈을 닮아간다.
 - - 앙드레 말로
- A person longing for any dream for a long time resembles that dream at last.
 - -Andre Georges Malraux

감사합니다.