

# SWAQ

特定の問題にちょっと強くなった量子アニーリングシミュレーター

---

岡田颯斗

大阪府立四條畷高等学校

# 目次

自己紹介

前提

背景

問題例

デモ

手法

一般化

比較

参考文献

## 自己紹介

---

# どうもこんにちは

- 名前：岡田颯斗（高校3年生）
- 趣味・興味：
  - 競技数学
  - 量子コンピュータ

## 前提

---

# 量子アニーリングは組合せ最適化問題を解く手段の一つ

よく扱われる問題の例：

## 彩色問題

- 隣り合う場所は異なる色で塗分ける

## 巡回セールスマン問題

- 複数の街を最短経路ですべて訪れる

彩色問題：リンク

## 量子アニーリングは組合せ最適化問題を解く手段の一つ

### 彩色問題

- 隣り合う場所は異なる色で塗分ける

### 巡回セールスマン問題

- 複数の街を最短経路ですべて訪れる



## 量子アニーリングは組合せ最適化問題を解く手段の一つ

### 彩色問題

- 隣り合う場所は異なる色で塗分ける

### 巡回セールスマン問題

- 複数の街を最短経路ですべて訪れる

しかし、量子アニーリングは最適化問題を効率よく解けるかというと...

背景



# 量子アニーリングは $m$ 個の中から $n$ 個選ぶのが苦手

なぜなら...

- 制約がペナルティ項として目的関数につけられてしまう
- すると問題が非本質な方向へ最適化される

$$\begin{array}{ll}\text{minimize} & H_{\text{object}} \\ \text{subject to} & H_{\text{constraint}} = c\end{array}$$

# 量子アニーリングは $m$ 個の中から $n$ 個選ぶのが苦手

なぜなら...

- 制約がペナルティ項として目的関数につけられてしまう
- すると問題が非本質な方向へ最適化される

$$\text{minimize } H_{\text{object}} + \underbrace{(H_{\text{constraint}} - c)^2}_{H_{\text{penalty}}}$$

# 式で見ると

## 彩色問題

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && \sum_{i,j \in Adj} \sum_{k \in color} q_{i,k} q_{j,k} \\ &\text{subject to} && \sum_{i \in vertices} q_{i,k} = 1 \end{aligned}$$

↓

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && \sum_{i,j \in Adj} \sum_{k \in color} q_{i,k} q_{j,k} \\ &&& + \sum_{k \in color} \left( \sum_{i \in Adj} q_{i,k} - 1 \right)^2 \end{aligned}$$

## 巡回セールスマン問題

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && \sum_{i,j \in C} \sum_{k=0}^n w_{i,j} q_{i,k} q_{j,k+1} \\ &\text{subject to} && \sum_{i \in C} q_{i,k} = 1 \\ &&& \sum_{k=0}^n q_{i,k} = 1 \end{aligned}$$

↓

$$\begin{aligned} &\text{minimize} && \sum_{i,j \in C} \sum_{k=0}^n w_{i,j} q_{i,k} q_{j,k+1} \\ &&& + \sum_{k=0}^n \left( \sum_{i \in C} q_{i,k} - 1 \right)^2 + \sum_{i \in C} \left( \sum_{k=0}^n q_{i,k} - 1 \right)^2 \end{aligned}$$

## 量子アニーリングは組合せ最適化問題を解く手段の一つ

### 彩色問題

- 隣り合う場所は異なる色で塗分ける
- 各地点はちょうど一色で塗られる

### 巡回セールスマン問題

- 複数の街を最短経路ですべて訪れる
- 各時間に訪れることのできるサイトはちょうど1か所
- 各地点ちょうど1回訪れる

## 量子アニーリングは組合せ最適化問題を解く手段の一つ

### 彩色問題

- 隣り合う場所は異なる色で塗分ける
- 各地点はちょうど一色で塗られる

### 巡回セールスマン問題

- 複数の街を最短経路ですべて訪れる
- 各時間に訪れることのできるサイトはちょうど1か所
- 各地点ちょうど1回訪れる

これらの制約を常に満たすように解を遷移させていけば効率が上がりそう

デモ

---



エネルギーが下がっていく様子を付けた  $20 \times 20$  の彩色問題の動画

## 手法

---

## 簡単な例：彩色問題

| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 色 1       | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 色 2       | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 色 3       | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 色 4       | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |

## 簡単な例：彩色問題

| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 色 1       | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 色 2       | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 色 3       | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 色 4       | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |

## 簡単な例：彩色問題

| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 色 1       | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 色 2       | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 色 3       | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 色 4       | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |

## 簡単な例：彩色問題

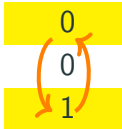
| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 色 1       | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 色 2       | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 色 3       | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 色 4       | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |

## 簡単な例：彩色問題

| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 色 1       | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 色 2       | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 色 3       | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 色 4       | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |

## 簡単な例：彩色問題

| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 色 1       | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 色 2       | 1    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 色 3       | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 色 4       | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |





## その次くらいに簡単な例：巡回セールスマン

| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 順番 1      | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 順番 2      | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 順番 3      | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 順番 4      | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 順番 5      | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |

## その次くらいに簡単な例：巡回セールスマン

| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 順番 1      | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 順番 2      | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 順番 3      | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 順番 4      | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 順番 5      | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |

## その次くらいに簡単な例：巡回セールスマン

| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 順番 1      | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 順番 2      | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 順番 3      | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 順番 4      | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 順番 5      | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |

## その次くらいに簡単な例：巡回セールスマン

| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 順番 1      | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 順番 2      | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 順番 3      | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 順番 4      | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 順番 5      | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |

## その次くらいに簡単な例：巡回セールスマン

| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 順番 1      | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 順番 2      | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 順番 3      | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 順番 4      | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 順番 5      | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |

## その次くらいに簡単な例：巡回セールスマン

| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 順番 1      | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 順番 2      | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 順番 3      | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 順番 4      | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 順番 5      | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |

## その次くらいに簡単な例：巡回セールスマン

| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 順番 1      | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 順番 2      | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 順番 3      | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 順番 4      | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 順番 5      | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |

## その次くらいに簡単な例：巡回セールスマン

| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 順番 1      | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 順番 2      | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 順番 3      | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 順番 4      | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 順番 5      | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |



## その次くらいに簡単な例：巡回セールスマン

| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 順番 1      | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 順番 2      | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 順番 3      | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 順番 4      | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 順番 5      | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |

## その次くらいに簡単な例：巡回セールスマン

| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 順番 1      | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 順番 2      | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 順番 3      | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 順番 4      | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 順番 5      | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |

## その次くらいに簡単な例：巡回セールスマン

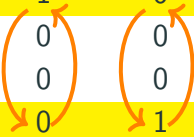
| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 順番 1      | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 順番 2      | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 順番 3      | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 順番 4      | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 順番 5      | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |

## その次くらいに簡単な例：巡回セールスマン

| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 順番 1      | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 順番 2      | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 順番 3      | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 順番 4      | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 順番 5      | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |

## その次くらいに簡単な例：巡回セールスマン

| $q_{i,j}$ | 場所 1 | 場所 2 | 場所 3 | 場所 4 | 場所 5 |
|-----------|------|------|------|------|------|
| 順番 1      | 0    | 0    | 1    | 0    | 0    |
| 順番 2      | 1    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 順番 3      | 0    | 0    | 0    | 0    | 1    |
| 順番 4      | 0    | 0    | 0    | 1    | 0    |
| 順番 5      | 0    | 1    | 0    | 0    | 0    |



一般化するにはごによごによ

比較

---

hamiltonian に penalty を含むものと含まないもののエネルギーの落ち方



## 参考文献

---

