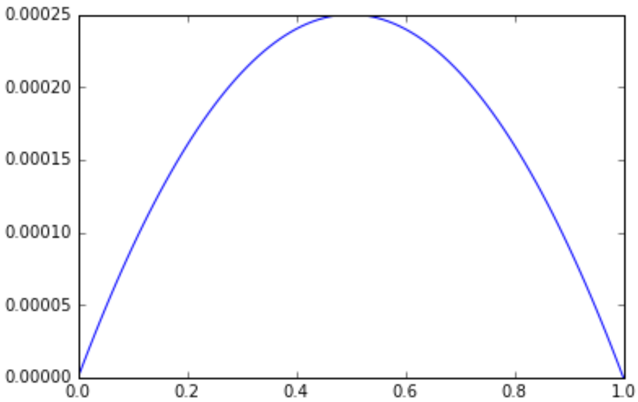
In [3]:
```
import scipy.stats as sts
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
```

Рассмотрим $X1, ..., Xn \sim Bern$(p). По сетке значений p ∈ [0, 1] с шагом 0.01 постройте график зависимости нижней оценки дисперсии произвольной несмещенной оценки из неравенства Рао-Крамера от p.

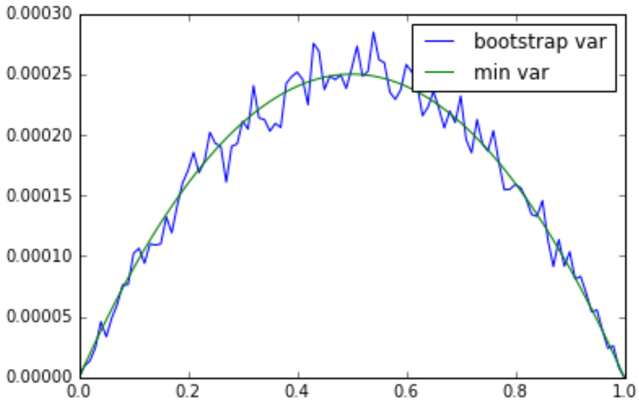
In [4]:
```
x = np.arange(0., 1.01, 0.01)
```

In [5]:
```
N = 1000.
plt.plot(x, (lambda x: x * (1. - x) / N) (x))
plt.show()
```



Для каждого значения p (для той же сетки) сгенерируйте выборку размера N = 1000 для параметра p, посчитайте эффективную оценку $\hat{p}$ и бутстрепную оценку дисперсии (параметрический бутстреп, количество бутстрепных выборок равно 500) этой эффективной оценки. Нарисуйте график зависимости полученных бутстрепных оценок от p.

In [7]:
```
s2 = []
for theta in x:
    samples = sts.bernoulli.rvs(size=N, p=theta)
    theta2 = np.mean(samples)
    bootstrap = []
    for i in range(500):
        samples = sts.bernoulli.rvs(size=N, p=theta2)
        bootstrap.append(np.mean(samples))
    s2.append(np.var(bootstrap))
plt.plot(x, s2, label="bootstrap var")
plt.plot(x, (lambda x: x * (1. - x) / N) (x), label="min var")
plt.legend()
plt.show()
```



Мы можем видеть, что бутстрепная оценка дисперсии приближает нижнюю оценку дисперсии из неравенства Рао-Крамера.