

```
In [78]: import scipy.stats as sts
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
```

Сгенерируйте выборку X_1, \dots, X_N из равномерного распределения на отрезке $[0, \theta]$ для $N = 10^4$

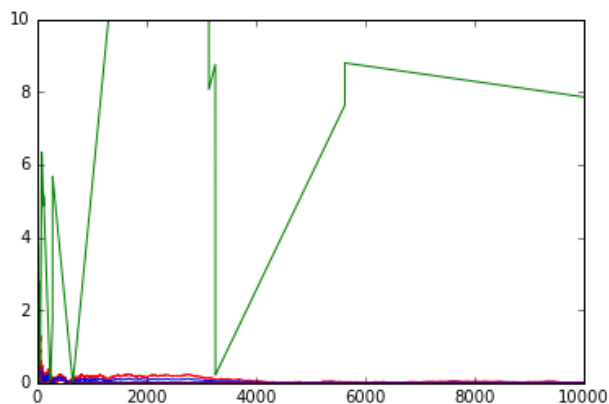
```
In [79]: theta = 10.
samples = sts.uniform.rvs(size=10000, loc=0, scale=theta)
N = np.size(samples)
```

Для всех $n \leq N$ посчитайте оценки параметра θ из теоретической задачи: $2X$, $X + X(n)/2$, $(n+1)X(1)$, $X(1) + X(n)$, $(n+1)/n X(n)$.

```
In [80]: res = [[] for i in range(5)]
for n in range(1, N + 1) :
    res[0].append(2. * np.mean(samples[:n]))
    res[1].append(np.mean(samples[:n]) + np.max(samples[:n]) / 2.)
    res[2].append((n + 1.) * np.min(samples[:n]))
    res[3].append(np.min(samples[:n]) + np.max(samples[:n]))
    res[4].append((n + 1.) / n * np.max(samples[:n]))
for i in range(5):
    res[i] = np.abs(np.array(res[i]) - theta)
```

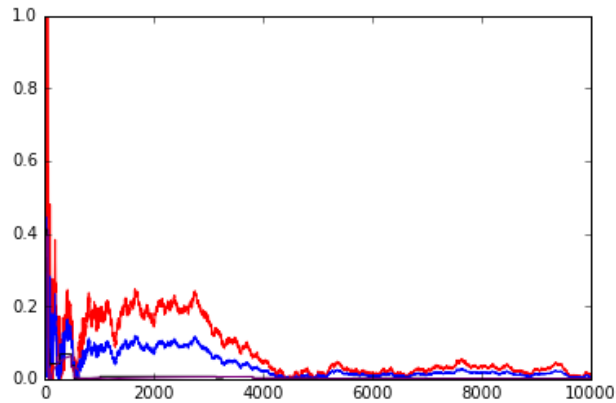
Постройте на одном графике разными цветами для всех оценок функции модуля разности оценки и истинного значения θ в зависимости от n .

```
In [81]: colors = ['red', 'blue', 'green', 'black', 'purple']
x = np.arange(N) + 1;
plt.ylim([0., theta])
plt.xlim([1., N])
for i in range(5):
    plt.plot(x, res[i], color=colors[i])
plt.show()
```



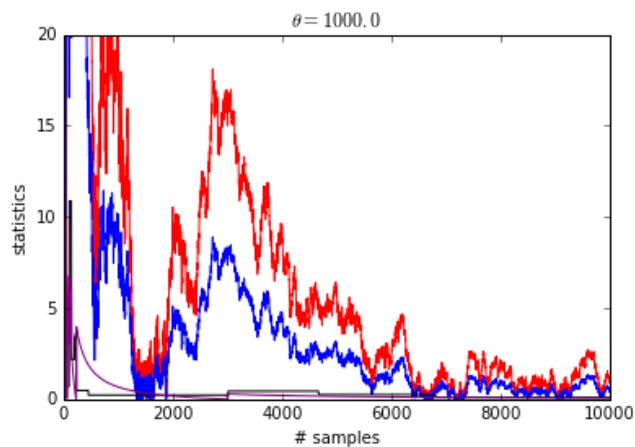
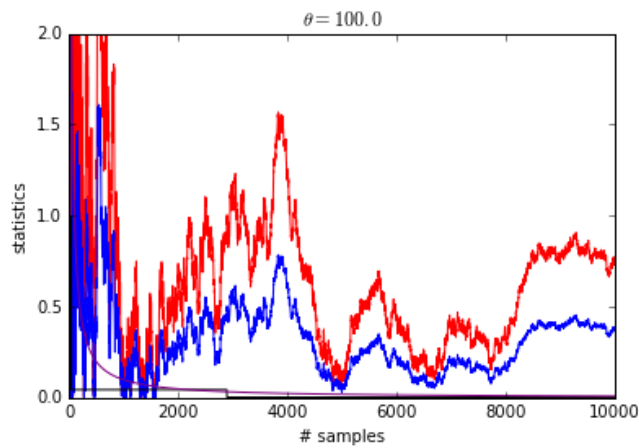
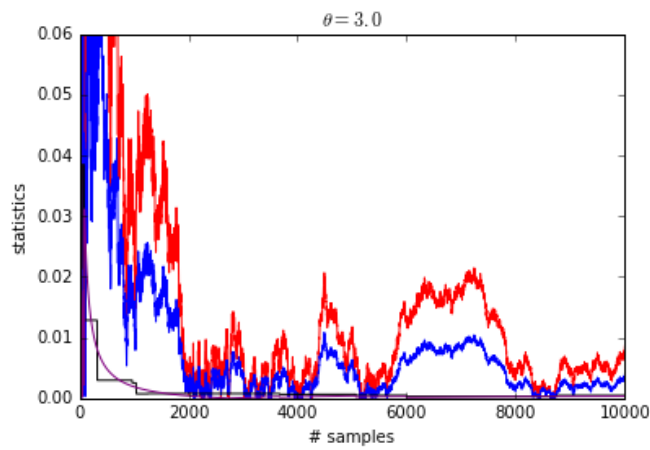
Если некоторые оценки (при фиксированном значении θ) сильно отличаются от истинного значения параметра θ , то исключите их и постройте еще один график со всеми кривыми (для измененного значения θ). Мы видим, что зеленый график (те график для $(n+1) * X(1)$) сильно отличается от θ , поэтому следующий график будет без него. (Тета поменяла в самом начале). Для избавления от больших значений разности в начале ограничьте масштаб графика. Для наглядности точки можно соединить линиями.

```
In [82]: res.pop(2)
colors.pop(2)
plt.ylim([0, 1])
plt.xlim([1, N])
for i, y in enumerate(res):
    plt.plot(x, y, color=colors[i])
plt.show()
```



Какая оценка получилась лучше (в смысле упомянутого модуля разности при $n = N$)? Лучше всего получились оценки - фиолетовая и черная (то есть $X(n+1) + X(1)$ && $(n+1)/n X(n)$). То, что именно $X(1)$ ($n + 1$) сильно отличалась от остальных - логично, тк она единственная не состоятельная. А синяя $(X + X(n)) / 2$ не очень хорошая, тк она смещенная. Что же касается красной ($2 * X$) - почему она плохая - не очень понятно, возможно, это дело случая. Поэтому построим еще 2 графика для тета равных 100 и 1000. Проведите эксперимент для разных значений theta (количество графиков равно количеству значений theta).

```
In [83]: colors = ['red', 'blue', 'black', 'purple']
        for theta in [3., 100., 1000.]:
            samples = sts.uniform.rvs(size=10000, loc=0, scale=theta)
            N = np.size(samples)
            res = [[] for i in range(4)]
            for n in range(1, N + 1) :
                res[0].append(2. * np.mean(samples[:n]))
                res[1].append(np.mean(samples[:n]) + np.max(samples[:n]) / 2.)
                res[2].append(np.min(samples[:n]) + np.max(samples[:n]))
                res[3].append((n + 1.) / n * np.max(samples[:n]))
            for i in range(4):
                res[i] = np.abs(np.array(res[i]) - theta)
            x = np.arange(N) + 1;
            plt.ylim([0., theta / 50])
            plt.xlim([1., N])
            plt.title("$\\theta = " + str(theta) + "$")
            plt.xlabel("# samples")
            plt.ylabel("statistics")
            for i in range(4):
                plt.plot(x, res[i], color=colors[i])
            plt.show()
```



После проведения еще двух экспериментов подтверждается, что зеленая $((n+1) X(1))$ - самая плохая оценка. Красная $(2X)$ и синяя $(X + X(n) / 2)$ явно проигрывают черной $(X_{(n+1)} + X_{(1)})$ и фиолетовой $((n+1)/n X(n))$. Но при этом так же становится видно, что синяя лучше красной, а фиолетовая $((n+1)/n X(n))$ лучше черной $(X(n+1) + X(1))$. То есть самая лучшая оценка фиолетовая $((n+1)/n * X(n))$.

In []: