

政治学方法論 II – 課題 4

提出期限：2015 年 5 月 13 日（水）午前 9 時（日本時間）

提出方法：担当教員に**メールの添付ファイル**として送る

提出するメールの件名：政治学方法論 2 課題 3

注意 1：提出するファイルは 1 つ（PDF ファイル）、ファイル名は `rm2-hw04-NAME.pdf`

問 1. パラメトリック近似による事前分布の設定

あるベルヌーイ試行について、成功確率 θ の事前分布の期待値が $1/3$ 、分散が $1/32$ であるという情報（信念）を持っていると仮定する。実際に試行を 20 回行ったところ、8 回成功が得られた。 θ の事後分布を示しなさい。

問 2. 「過去のデータ」としての事前分布

ある賭けに勝つ確率 θ について、期待値は 0.4 であるという事前情報を持っており、この事前情報の価値は 12 回試行を行ったときの観測値に匹敵するという信念を持っていると仮定する。実際に 25 回賭けを行ったところ、12 回勝つことができた。 θ の事後分布を示しなさい。

問 3. 世論調査による選挙結果の予測 (Jackman 2009)

単純小選挙区制 (FPTP) で行われるある選挙に、現職と新人の二人の候補が立候補している。選挙前に新聞 3 社が行った世論調査の結果、現職に投票するという回答者の割合は、表 1 のようになった。ただし、無回答や回答拒否等はなく、全員がどちらかの候補者への支持を表明したものとする。また、サンプルは、全有権者を母集団とし、単純無作為抽出によって得られたものとする。このとき、以下の各問に答えなさい。

表 1 現職への支持：新聞 3 社の世論調査の結果

新聞社	現職の支持率 (%)	サンプルサイズ
A	49	500
M	51	650
Y	52	350

1. 有権者のうち、現職に投票する者の割合を θ とする。このとき、 θ の分布（値）を推定するための確率モデルを、各新聞社について示しなさい。
2. θ についての事前知識がない場合の θ の事後分布を、各新聞社のデータについて別々に求めなさい。また、分布を図示しなさい。
3. すべての新聞社の調査結果を合わせて考えた場合の θ の事後分布を示しなさい。また、それを図示しなさい。
4. すべての新聞社の調査結果を合わせて考えた場合に、現職が勝つ事後確率を求めなさい。
5. 事後分布の平均（期待値）と、世論調査結果の平均値は等しいかどうか、また「等しい or 等しくない」のはなぜか答えなさい。

問 4. 無情報事前分布

ある病気にかかる確率 θ を推定したい。この病気は非常に珍しい病気であり、 θ は非常に小さい値になるはずである。患者数は 1 万人に 1 人程度であると考えるのが妥当である。しかし、事前分布を恣意的に想定すると分析の客観性を損なうので、無情報事前分布 $\theta \sim U(0, 1)$ を用いて推定を行うことにする。このとき、以下の各問に答えなさい。

1. 12 人を検査したところ、この病気に罹っている者は一人もいなかった。この場合の θ の事後分布を求めなさい。
2. 12 人を検査したところ、この病気に罹っている者が一人いた。この場合の θ の事後分布を求めなさい。
3. これらの推定結果から、この推定過程にどのような問題があると考えられるか、また、その問題を改善・解消するためにどのような方法が考えられるか答えなさい。