

# 政治学方法論 II

## 第5回：多変量の推定

矢内 勇生

法学部・法学研究科

2015 年 5 月 13 日

## 今日の内容

- 1 多変量のベイズ推定
  - 1 変量の推定から多変量の推定へ
  - 局外変数を捨象する

# 1 変量の推定

- 推定の対象： $\theta$
- 尤度（サンプリングモデル）： $p(y|\theta)$
- 事前分布： $p(\theta)$
- 事後分布：

$$p(\theta|y) \propto p(y|\theta)p(\theta)$$

## 多変量の推定：2母数の場合

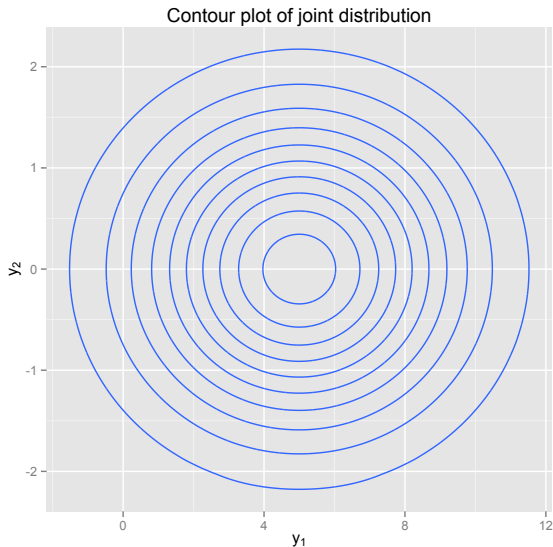
- 推定の対象： $\theta = (\theta_1, \theta_2)$
- 尤度（サンプリングモデル）： $p(y|\theta)$
- 事前分布： $p(\theta)$
- 事後分布：

$$p(\theta|y) \propto p(y|\theta)p(\theta)$$

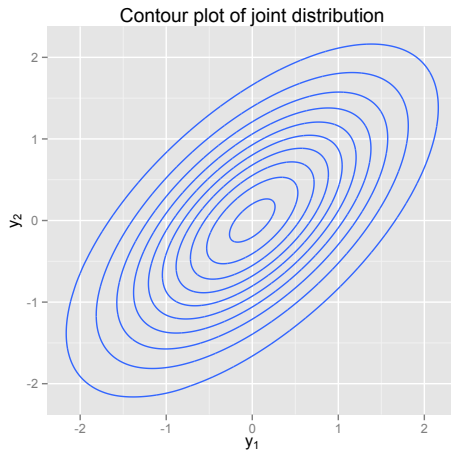
$$p(\theta_1, \theta_2|y) \propto p(y|\theta_1, \theta_2)p(\theta_1, \theta_2)$$

- 同時分布 (joint distribution) を考える

## 同時分布：相関がない場合



## 同時分布：相関がある場合



## 興味の対象となる母数と対象とならない母数

- $\theta = (\theta_1, \theta_2)$  のうち、 $\theta_1$  のみに興味があるとする
- 例：  $y \sim N(\mu, \sigma^2)$  で、 $\mu$  を知りたい
- $\theta_2$ ：局外（攪乱）母数 (nuisance parameter) と呼ぶ
- 推定の目標：  $p(\theta_1|y)$
- ベイズルール：

$$p(\theta_1, \theta_2|y) \propto p(y|\theta_1, \theta_2)p(\theta_1, \theta_2)$$

- どうする？

## 積分する

- $p(\theta_1, \theta_2 | y)$  を得ることはできる
- $p(\theta_1 | y)$  が知りたい
- 積分する (integrate out  $\theta_2$ )

$$p(\theta_1 | y) = \int p(\theta_1, \theta_2 | y) d\theta_2$$



## 分解して考える

- 分解してから、積分する

$$p(\theta_1|y) = \int p(\theta_1|\theta_2, y)p(\theta_2|y)d\theta_2$$

- 右辺の中身
  - $p(\theta_1|\theta_2, y)$  : 条件付き確率
  - $p(\theta_2|y)$  :  $\theta_2$  のウェイト