УТВЕРЖДЕНЫ
Протокол № 3 от 31.10.23 г.
Зав. кафедрой высшей математики
_________________/ О. Н. Пыжкова/

Задачи для подготовки к экзамену по дисциплине
«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»
(III семестр, 2ФИТ 1-6)

1. На 6 карточках написаны цифры 1; 2; 3; 4; 5; 6. Какова вероятность того, что наугад взятые 3 цифры образуют трехзначное число, кратное 3?
2. В урне находятся 4 белых и 6 черных шаров. Наугад вынули 5 шаров. Какова вероятность того, что из них было 2 белых и 3 черных шара?
3. Собрание, на котором присутствует 30 человек, из которых 10 женщин, выбирает делегацию из трех человек. Найти вероятность того, что в нее войдут 2 женщины и один мужчина.
4. Одновременно бросают 2 игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков будет четным.
5. В ящике находится 100 одинаковых по виду деталей, из которых 80 стандартных. Из ящика берут 3 детали. Какова вероятность, что среди них 2 стандартные?
6. Набирая номер телефона, абонент забыл последние 2 цифры и, помня лишь то, что они различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
7. Три стрелка производят по одному выстрелу по цели, вероятность попадания в которую равна: для первого стрелка 0,6, для второго - 0,7, для третьего - 0,8. Рассмотрим события А = {одно попадание в цель} , В = {три попадания в цель} , С= {не менее двух промахов}. Найдите вероятности событий А + В, С.
8. Охотник выстрелил три раза по удаляющейся цели. Вероятность попадания в нее в начале стрельбы равна 0,7 и после каждого выстрела уменьшается на 0,1. Рассмотрим события. A = (охотник промахнется все три раза) , B ={ охотник попадёт один раз} , C= [охотник попадёт хотя бы два раза} .Найдите вероятности событий A *и* $B + C$, B □ C . Являются ли события A и $B+C$ несовместными ? Являются ли события В и В□С противоположными?
9. Два студента ищут нужную им книгу в букинистических магазинах. Вероятность того, что книга будет найдена первым студентом, равна 0,6, а вторым – 0,7. Рассмотрим события: A = {только один студент найдет книгу}, В = {хотя бы один студент найдет книгу}, C = { оба студента найдут книгу}. Найдите вероятности событий A□B , B , $B+C$. Являются ли события $A+C$ и B противоположными ? Являются ли события B и С несовместными?
10. Из урны, содержащей 6 белых и 4 черных шара, наудачу и последовательно извлекают по одному шару до появления черного шара. Выборка производится без возвращения. Рассмотрим события: А = { произведено

три извлечения}, B = {произведено более трех извлечений}, C ={произведено не более трех извлечений}. Найдите вероятности событий A, B, C. Являются ли события A и B несовместными? Являются ли события B и C противоположными?

11. Два автомата производят детали, которые поступают на общий конвейер. Вероятность получения нестандартной, детали на первом автомате 0,001, на втором – 0,005. Производительность второго автомата втрое больше, чем первого. Найдите вероятность того, что наугад взятая с конвейера деталь стандартная.
12. На базе находятся электрические лампочки, изготовленные на двух заводах. Среди них *60%* изготовлено на первом заводе и 40% - на втором. Известно, что из каждых 100 лампочек, изготовленных на первом заводе, 98 соответствует стандарту, а из 100 лампочек, изготовленных на втором заводе, соответствует стандарту 97. Найдите вероятность того, что взятая наудачу лампочка с базы будет соответствовать стандарту.
13. В ящике имеется 5 деталей, изготовленных заводом №1 и 10 деталей, изготовленных заводом № 2. Сборщик последовательно вынимает из ящика детали одну за другой. Найдите вероятность того, что во второй раз будет извлечена деталь, изготовленная заводом № I.
14. На наблюдательной станции установлены четыре радиолокатора различных конструкций. Вероятность обнаружения цели с помощью первого локатора равна 0,8; второго – 0,9, третьего – 0,93, четвертого – 0,95. Наблюдатель наугад включает один из локаторов. Какова вероятность обнаружения цели?
15. Два автомата производят детали, которые поступают на общий конвейер. Вероятность получения нестандартной детали на первом автомате равна 0,07, а на втором – 0,09. Производительность второго автомата вдвое больше, чем первого. Найдите вероятность того, что наугад взятая с конвейера деталь, нестандартная.
16. В урне 10 шаров, из них 4 черных. Из урны два шара унесли. Найдите вероятность того, что первый извлеченный после этого шар – черный.
17. В первой урне содержится 5 шаров, из них 2 белых; во второй урне – 6 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по два шара, а затем из этих четырех шаров наудачу взят один шар. Найдите вероятность того, что взят белый шар.
18. На сборку поступают детали с трех автоматов. Первый автомат дает 0,3% брака, второй - 0,2%, третий - 0,4%. Найдите вероятность попадания на сборку бракованной детали, если с первого автомата поступило 1000, со второго 2000 и с третьего 2500 деталей.
19. Вероятность выхода из строя за некоторое время T одного конденсатора равна 0,2. Найдите вероятность того, что из 100 независимо работающих конденсаторов в течение времени T выйдет из строя более 20 конденсаторов.
20. Вероятность того, что изделие не выдержит испытания равна 0,0004. Найдите вероятность того, что из 1000 наудачу взятых изделий не выдержит испытаний не менее двух изделий.

21. Вероятность того, что изделие не выдержит испытания равна 0,0004. Найдите вероятность того, что из 1000 наудачу взятых изделий не выдержит испытаний не менее двух изделий.
22. Найдите вероятность того, что в серии из 1000 независимых опытов число удачных опытов будет равно 450, если вероятность того, что опыт будет удачен, постоянна и равна 0.5.
23. Какова вероятность того, что, хотя бы один из трех независимо работающих узлов ходовой части автомобиля останется исправным после 1000-километрового пробега, если известно, что для каждого узла такая вероятность равна 0,8?
24. Вероятность выживания бактерий после радиоактивного облучения равна 0,004. Найдите вероятность того, что после облучения из 500 бактерий останется более 3 бактерий.
25. В партии деталей 10% нестандартных. Наудачу отобраны 4 детали. Составьте закон распределения числа ξ нестандартных деталей среди четырех отобранных. Найдите $M_\xi, D_\xi, \sigma_\xi, P\{\xi = 3.5\}, P\{1 < \xi < 4\}, P\left\{\left|\xi - M_\xi\right| < 2\sigma_\xi\right\}$. Постройте график функции $F_\xi(x)$. Какова размерность: $F_\xi(x)$?
26. Охотник, имеющий четыре патрона, стреляет в цель до первого попадания (или пока не израсходует все патроны). Вероятность попадания при одном выстреле равна 0,6. Постройте ряд распределения числа ξ израсходованных патронов. Найдите $M_\xi, D_\xi, \sigma_\xi, P\{\xi > 3\}, P\{\xi = 0\}, P\{1 < \xi \le 3\}, P\left\{\left|\xi - M_\xi\right| < \sigma_\xi\right\}$. Постройте график функции $F_\xi(x)$. Какова размерность M_ξ, D_ξ?
27. В группе из 6 изделий имеется одно бракованное. Чтобы его обнаружить, выбирают наугад одно изделие за другим и каждое вынутое проверяют. Найдите $\sigma_\xi, P\{\xi \ge 5\}, P\{|\xi| \le 2\}$, где ξ - число проверенных изделий. Постройте график функции $F_\xi(x)$. Какова размерность M_ξ, D_ξ?
28. Из урны, содержащей 3 белых и 6 черных шаров, извлекают шары до появления белого шара. Постройте ряд распределения числа извлеченных черных шаров. Найдите $M_\xi, D_\xi, \sigma_\xi, P\{\xi > -2\}, P\{1 < \xi \le 3\}$. Постройте график функции $F_\xi(x)$. Какова размерность: M_ξ, D_ξ?
29. Постройте ряд распределения случайной величины ξ - числа появлений герба при трех независимых бросаниях правильной монеты. Найдите $P\left\{\left|\xi - M_\xi\right| < 1\right\}, D_\xi, \sigma_\xi, P\{\xi = 2.5\}, P\{\xi < -1\}$. Постройте график функции $F_\xi(x)$. Какова размерность M_ξ, D_ξ?
30. Постройте ряд распределения ξ - числа попаданий при четырех независимых выстрелах, если вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,2. Найдите $M_\xi, D_\xi, \sigma_\xi, P\{\xi \ge 3\}, P\{\xi = 0.5\}, P\{1 \le \xi < 3\}$ $P\{\xi < M_\xi\}$. Постройте график функции $F_\xi(x)$. Какова размерность: M_ξ, D_ξ ?

31. Найти **M**ξ, **D**ξ, σ_ξ и вероятности $\mathbf{P}(\xi=2), \mathbf{P}(\xi=3), \mathbf{P}(1<\xi\le 4)$ по заданному закону распределения СВ ξ:

ξ	1	3	4	7
P	0,2	0,5	0,1	0,2

32. Найти **M**ξ, **D**ξ, $\mathbf{P}(|\xi-\mathbf{M}\xi|>\sigma_\xi)$, если известен закон распределения случайной величины ξ.

ξ	1	2	3	4	5
P	0,3	0,1	0,3	0,2	0,1

33. Найти $\mathbf{M}\xi, \mathbf{D}\xi, \mathbf{P}(\xi>\mathbf{M}\xi)$, построить график функции распределения случайной величины ξ, если известен ее закон распределения.

ξ	–3	1	2
P	0,3	0,3	*p*

34. По данному ряду распределения случайной величины ξ найти *p*, **M**ξ, **D**ξ, построить график функции распределения.

ξ	–3	–1	0	3
P	0,3	0,15	*p*	0,15

35. По данному ряду распределения случайной величины ξ найти *p*, **M**ξ, **D**ξ, построить график функции распределения.

ξ	–2	0	1	4
P	0,2	0,2	*p*	0,2

36. По ряду распределения случайной величины ξ найти *p*, числовые характеристики и функцию распределения.

ξ	0	1	2	3	4
P	0,15	*p*	0,15	0,15	0,15

37. Найти закон распределения и построить график функции распределения случайной величины ξ, если **M**ξ = 1,8 и ряд распределения имеет вид

ξ	0	2	4
P	p_1	p_2	0,3

38. Найти функцию распределения дискретной случайной величины ξ, если известно, что **M**ξ = 0 и **D**ξ = 3, причем случайная величина ξ принимает только значения –2; 1; 2.
39. Охотник стреляет 3 раза по удаляющейся цели. Вероятность попадания в начале стрельбы 0,8 и с каждым выстрелом уменьшается на 0,2. Пусть ξ – число промахов. Построить график функции распределения случайной величины ξ.
40. Охотник, имея 3 патрона, стреляет в цель до первого попадания (или пока не израсходует все патроны). Вероятность попадания при каждом выстреле 0,8. Пусть ξ – число промахов. Построить график функции распределения случайной величины ξ.
41. Из коробки, в которой лежат 5 синих и 3 красных шара, извлекают шары до появления синего. Найти **M**ξ, если ξ – число извлечений.
42. Найти числовые характеристики и $\mathbf{P}(\xi\in[-2;2])$, если случайная величина ξ задана функцией распределения: $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le -1,\\ 0,25x+0,25 & \text{при } -1<x\le 3,\\ 1 & \text{при } x>3.\end{cases}$

43. Найти числовые характеристики и $\mathbf{P}(\xi > 1)$, если известна функция распределения случайной величины ξ: $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 0, \\ x^3/64, & \text{если } 0 < x \le 4, \\ 1, & \text{если } x > 4. \end{cases}$

44. Найти значение a и вероятности $\mathbf{P}(\xi \le 1)$, $\mathbf{P}(0 < \xi \le 4)$, $\mathbf{P}(\xi = 0)$, если дана функция распределения ξ: $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le -1, \\ a(x^3+1), & \text{если } -1 < x \le 3, \\ 1, & \text{если } x > 3. \end{cases}$

45. Зная функцию распределения ξ: $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2, \\ a(x^2-2x), & \text{если } 2 < x \le 4, \\ 1, & \text{если } x > 4, \end{cases}$ найти a, $\mathbf{M}\xi$, $\mathbf{D}\xi$, $\mathbf{P}(\xi \ge 3)$.

46. Найти a, $\mathbf{M}\xi$, $\mathbf{D}\xi$, $\mathbf{P}(\xi > 0{,}5)$, $\mathbf{P}(-1 < \xi \le 1)$, $\mathbf{P}(\xi = -1{,}5)$, если дана плотность распределения случайной величины ξ: $p_\xi(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \le -3, \\ a(x+3), & \text{если } -3 < x \le 0, \\ 0, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

47. Найти значение a и числовые характеристики случайной величины ξ, заданной плотностью распределения: $p_\xi(x) = \begin{cases} ax^4, & \text{если } -1 < x \le 2, \\ 0, & \text{если } x \le -1 \text{ или } x > 2. \end{cases}$

48. Сформулировать определение и свойства плотности распределения. Найти значение a и вероятности $\mathbf{P}(-1 < \xi \le 1)$, $\mathbf{P}(\xi > \mathbf{M}\xi)$, $\mathbf{P}(\xi = -1)$, если дана плотность распределения ξ: $p_\xi(x) = \begin{cases} a(4-x^2), & \text{если } -2 < x \le 1, \\ 0, & \text{если } x \le -2 \text{ или } x > 1. \end{cases}$

49. Найти функцию распределения и $\mathbf{M}\xi$, $\mathbf{D}\xi$, $\mathbf{P}(\xi > 1{,}5)$, если дана плотность распределения:

$$p_\xi(x) = \begin{cases} \dfrac{2x}{25}, & \text{если } 0 < x \le 5, \\ 0, & \text{если } x \le 0 \text{ или } x > 5. \end{cases}$$

50. Найти функцию распределения и $\mathbf{M}\xi$, $\mathbf{D}\xi$, $\mathbf{P}(\xi > -0{,}5)$, если дана плотность распределения: $p_\xi(x) = \begin{cases} \dfrac{3}{16}x^2, & \text{если } -2 < x \le 2, \\ 0, & \text{если } x \le -2 \text{ или } x > 2. \end{cases}$

51. Найти числовые характеристики и вероятность $\mathbf{P}(\xi \in [-4; 0])$, если известна плотность распределения случайной величины ξ: $p(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{\pi}}\,\mathrm{e}^{-\frac{(x+4)^2}{4}}$.

52. Найти числовые характеристики и вероятность $\mathbf{P}(\xi \in [1; 10])$, если известна плотность распределения случайной величины ξ: $p(x) = \dfrac{1}{6\sqrt{2\pi}}\,\mathrm{e}^{-\frac{(x-2)^2}{72}}$.

53. Случайная величина ξ имеет нормальное распределение с $\mathbf{M}\xi = 0$. Найти среднее квадратичное отклонение, если $\mathbf{P}(\xi \le 1) = 0{,}85$.

54. Найти вероятность $\mathbf{P}(\xi < 4)$, если случайная величина ξ имеет биномиальное распределение с $\mathbf{M}\xi = 2, \mathbf{D}\xi = 0{,}8$.

55. Известны $\mathbf{M}\xi = 1$ и $\mathbf{D}\xi = 0,75$ случайной величины ξ, имеющей биномиальное распределение. Найти $\mathbf{P}(\xi > 1)$.
56. Найти $\mathbf{P}(2 \le \xi < 4)$, если случайная величина ξ имеет биномиальное распределение с $\mathbf{M}\xi = 2, \mathbf{D}\xi = \frac{4}{3}$.
57. Непрерывная случайная величина ξ имеет равномерное распределение с $\mathbf{M}\xi = 2$, $\mathbf{D}\xi = 3$. Найти вероятность $\mathbf{P}(-5 < \xi \le 1)$.
58. Непрерывная случайная величина ξ имеет равномерное распределение с $\mathbf{M}\xi = 10$, $\mathbf{D}\xi = 12$. Найти вероятность $\mathbf{P}(\xi \in [3; 9])$.
59. Непрерывная случайная величина ξ имеет равномерное распределение с $\mathbf{M}\xi = -0,5$, $\mathbf{D}\xi = 0,75$. Найти вероятность $\mathbf{P}(-1 < \xi \le 2)$.
60. Задан закон распределения двумерной случайной величины $(\xi; \eta)$. Найти значение p, числовые характеристики и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η.

$\xi \setminus \eta$	–1	0	1
–4	0,1	0,1	0,1
4	p	0	0,2

61. Задан закон распределения двумерной случайной величины $(\xi; \eta)$. Найти значение p, числовые характеристики и коэффициент корреляции случайных величин ξ и η.

$\xi \setminus \eta$	–1	0	1
–2	0	0,2	p
2	0,2	0	0,2

62. Найти плотность распределения случайной величины $(\xi; \eta)$ и $\mathbf{P}(-1 < \xi < 4, 0 \le \eta \le 1)$, если известна функция распределения

$$F_{\xi;\eta}(x; y) = \begin{cases} (1-\mathrm{e}^{-4x})(1-\mathrm{e}^{-6y}), & \text{если } x > 0 \text{ и } y > 0, \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

63. Найти коэффициент корреляции случайных величин ξ и $\zeta = 3\xi - \eta$, если $\mathbf{M}\xi = 4$, $\mathbf{D}\xi = 2$, $\mathbf{M}\eta = 4$, $\mathbf{D}\eta = 9$, $\operatorname{cov}(\xi; \eta) = -2$.
64. Найти коэффициент корреляции случайных величин ξ и $\zeta = 3\xi - \eta + 2$, если $\mathbf{M}\xi = 20$, $\mathbf{D}\xi = 23$, $\mathbf{M}\eta = 20$, $\mathbf{D}\eta = 23$, $r_{\xi;\,\eta} = 0,2$.
65. Найти $r_{\xi;\,\zeta}$, если $\zeta = \xi - 2\eta + 4$, случайные величины ξ и η независимы и $\mathbf{M}\xi = -1$, $\mathbf{D}\xi = 1$, $\mathbf{M}\eta = 1$, $\mathbf{D}\eta = 1$.
66. По данной выборке найти выборочные среднее и дисперсию, записать эмпирическую функцию распределения и построить ее график:

3 6 4 1 2 5 8 3

67. По данной выборке получить несмещенные оценки для математического ожидания и дисперсии, найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график:

0 4 4 3 2 5 8 8 2 6

68. Игральную кость подбросили 60 раз. Найти несмещенную оценку для математического ожидания, построить полигон относительных частот и график эмпирической функции распределения.

Число очков	1	2	3	4	5	6

n_i	10	15	7	10	5	13

69. По данному статистическому ряду найти несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии, построить график эмпирической функции распределения.

x_i	–3	–1	0	3
n_i	6	18	12	4

70. По данному интервальному статистическому ряду построить график эмпирической функции распределения, найти несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.

$[x_{i-1}; x_i)$	[–1; 1)	[1; 3)	[3; 5)	[5; 7)
n_i	20	90	60	30

71. Предполагая, что выборка взята из нормального распределения, получить 5-процентный доверительный интервал для математического ожидания:

$$-1;\quad -2;\quad 1;\quad 7;\quad 1;\quad 4;\quad 3;\quad -1.$$

72. По интервальному статистическому ряду, предполагая, что выборка взята из нормального распределения, оценить математическое ожидание с надежностью $\gamma = 0,95$.

$[x_{i-1}; x_i)$	[–2; 2)	[2; 6)	[6; 10)	[10; 14)
n_i	4	18	12	6