Глава 3

Измерение времени и теоретические модели

Еще в начале шестидесятых годов, через пятьдесят лет после публикации эйнштейновской общей теории относительности (ОТО), измерение времени, а в действительности и вся метрология, все еще не учитывали эту теорию. Конечно, некоторые эксперименты были направлены на проверку ОТО, но говоря словами С.Вилла [3.1] «отношение к этой теории кажется таким, что в то время как она несомненно важна для фундаментальной теории природы, ее исследовательские контакты ограничены классическими проверками и космологией. Как следствие, ОТО была выброшена на обочину главного направления в физике». Только выводы специальной теории относительности обычно принимались во внимание.

Однако, со временем, интерес к релятивистской теории проснулся снова и начал быстро возрастать. Причина кроется в разработках по теоретической астрофизике и космологии, подтвержденных прогрессом в наблюдениях. Мы увидим, что этот экспериментальный прогресс в значительной степени обязан быстрому распространению время-частотных методов измерений. Одновременно поэтому же появилась действительная необходимость в разработках теоретических основ измерения времени, более удовлетворительных, чем те, которые обеспечиваются классической механикой и специальной теорией относительности.

Однако, хотя огромное число исследователей, ученых и инженеров должно теперь принимать во внимание релятивистские эффекты в своей работе, ОТО от этого не стала более знакомым инструментом. В действительности, связь между метрологией и ОТО всегда была трудной. Реальная причина этого барьера лежит в том факте, что ОТО основывается на дифференциальной геометрии, в то время как метрология имеет дело с конечными величинами. Применение ОТО к измерению времени, или вообще говоря к метрологии и макроскопической физике, приводит нас к фундаментальным принципам теории. Это то, с чем мы сейчас должны хотя бы бегло ознакомиться.. Мы рассмотрим пути и концепции, по которым шло развитие от классической модели до модели, предложенной в

ОТО. Читатель может более детально ознакомиться с этими вопросами, например в [3.2]. Другим полезным источником является доклад [3.3], где обсуждается вопрос о применении ОТО к метрологии и который вдохновил на написание части этой главы и главы 5. Тем, кто найдет объяснение этой теории приводящим в уныние или утомительным, советуем отправиться к выводам в конце этой главы, где они найдут основные моменты, которые они должны знать, чтобы понять эту книгу.

Релятивистская трактовка измерений времени вовлекает пространственные координаты. В этой главе нам надо определиться с необходимыми небесными и земными координатными системы. Физическая реализация этих систем в виде набора числовых значений координат для выбранных объектов известна как *система опорных координат*. Метод конструирования таких систем будет рассмотрен в главе 8. А пока мы укажем их точность и их официальный статус.

3.1. Классическая модель и абсолютное время

Начнем со строгого определения *события*. Это есть строго геометрический объект, а именно, точка в пространстве-времени, которая существует сама по себе. Первый контакт между Армстронговской бутсой и лунной поверхностью является примером события, до тех пор, пока мы пренебрегаем площадью подошвы и временем, требуемым для того, что бы придавить верхние слои пыли. Событие может быть идентифицировано описанием, как представлено в этом примере, и это описание определяет его внутреннюю сущность. Однако часто полезно приписать событию числовой код, а именно его четыре пространственно-временных *координаты*, в *координатной системе*. Последняя выбирается конкретно, исходя из того, что она должна быть наиболее подходящей для поставленной цели и находиться под рукой. В примере, процитированном выше, архивы сохранили *дату* (координату времени) во *всемирной координированной шкале времени*, тогда как телевизионный обозреватель был бы более заинтересован в официальном местном времени. Селеноцентрические пространственные координаты были бы в наибольшей степени подходящими для описания места, где видны отпечатки следов, но инженеры из НАСА должны придерживаться траектории Апполо в геоцентрической системе.

Координаты поэтому являются существенным дополнительным инструментом, но они служат только для того, чтобы маркировать события, а не определять их.

В классической модели пространства-времени предполагается, что существуют подгруппы *одновременных событий*. Одновременность рассматривается как физическое свойство, на которое нельзя повлиять каким либо способом. Частный срез пространства времени может быть обозначен датой t_U в шкале времени U, или датой t_V в другой шкале V, но соотношение $t_V = t_V(t_U)$ является функцией только t_U. В каждом сечении одновременности пространственные координаты, в рамках эвклидовой геометрии, могут быть выбраны произвольно. Одним из первостепенных последствий важности такого представления является то, что интервал между событиями A и B рассматривается как внутренне присущее свойство этой пары событий. Как только выбрана ось временной координаты, так сразу же однозначно выражается разность между датами A и B и нет необходимости в дополнительной информации. Это кажется столь очевидной истиной, что даже исключительно точные измерения, столь обычные в практике современной физики, основываются на этом замечательном свойстве классического пространства-времени.

Сложив вместе одновременные сечения абсолютного пространства-времени, мы теперь обратимся к динамической модели. Она основана на хорошо известных принципах классической механики. Ограничимся первым законом Ньютона, так как этого достаточно, для того чтобы понять, что такая модель может нам сказать.

Согласно этому закону изолированная материальная точка движется по прямой линии с неизменной скоростью. Нечего и говорить, что это идеализация экспериментов или наблюдений, проделанных в грубой форме. Изолированная точка может быть представлена меткой на горизонтальной плоской поверхности, время может измеряться часами, работа которых основана на понятии воспроизводимости (например, маятник), длина может измеряться жестким стержнем, и мы увидим, что движение приблизительно равномерное. Но что в действительности говорит нам первый закон? Определяет ли он изолированную точку или равномерную скорость? Какие измерительные эталоны должны использоваться, чтобы оценить равномерность? Мы должны признать, что эти вопросы поставлены зря. Закон призывает нас только принять «хорошие» координаты, такие, чтобы пространственные координаты x^i ($i = 1, 2, 3$) были линейной функцией координаты времени t. Классическая модель, как и любая другая модель, является порождением человеческой мысли. Она логически развивается из минимального набора постулатов, как, например, классические законы механики. Она мотивируется опытом, но, будучи однажды созданной, существует независимо от него. И задача физиков в том и состоит, чтобы сконструировать координаты и измерительные эталоны для времени, длины, массы и угла в соответствии с этой теорией. С этими конструкциями физик может потом проверять, что все измеренные явления соответствуют в пределах экспериментальной неопределенности теоретическим предсказаниям, основанным на этой модели. Если же появляется какое-нибудь разногласие, то это означает, что либо координатная система и измерительные эталоны были выбраны плохо, либо теорию неправильно применили (не включили возмущающие эффекты, допустили ошибки вычисления и так далее), или даже, как последнее прибежище, что сама теория неудовлетворительна.

Ни на первый закон движения, ни на другие законы классической динамики не влияют преобразования координат вида:

$$t \to t' = t,$$
$$x^i \to x'^i = x^i + v^i t, \tag{3.1}$$

где v^i три произвольных константы. (Они также не изменяются при тривиальном изменении размера единицы и начала координат). Тогда как абсолютное время является существенным элементом, абсолютное пространство, очевидно, не является необходимым понятием в этой динамической модели. Набор систем пространственных координат, определяемых преобразованием (3.1) составляет галилеевские координатные системы и инвариантность динамических законов в этих системах является галилеевским принципом относительности.

Особо подчеркнем тот факт, что (пространственно-временная) координатная система *определяется* уравнениями движения. Именно простейшая форма этих уравнений приводит к галилеевским координатным системам и абсолютному времени. Утверждение, как это иногда делают, что оси галилеевской системы неподвижны относительно звезд и квазаров, является некорректным. Это приближенно наблюдаемая особенность. Если мы скажем, что пространственные оси и абсолютное время градуируются в метрах и секундах в соответствии с определениями этих величин, как это принято в системе СИ, мы ни в коем случае не определяем градуировку этих осей. Это только предполагаемое свойство, которое приблизительно подтверждается опытом.

3.2. Специальная теория относительности

3.2.1. Физика в инерциальных системах

В противоположность динамике, оптика и электродинамика оказываются в таком положении, что они могут определить абсолютное пространство через измерение скорости света. Кризис, который ведет к отказу от абсолютного пространства, начался с экспериментов Физо (1849 г.) и Фуко (1850 г.). Он достиг своего предела с максвелловской электродинамикой (1869 г.) и попытками измерить орбитальную скорость Земли Майкельсоном (1881 г.), а затем Майкельсоном и Морли (1887 г.). Уравнения Максвелла не инвариантны к галилеевским преобразованиям (3.1) и подразумевают, что свет имеет постоянную скорость в абсолютном пространстве. Однако все экспериментаторы воздерживались от одобрения идеи абсолютного пространства.

Эйнштейновская специальная теория относительности (1905 г.) разрешила этот кризис. В его теории пространственные опорные координаты являются все еще галилеевскими координатами, или *инерциальными координатами*, рассматриваемыми в пространстве без гравитационного поля. В этих рамках все движется равномерно и прямолинейно по отношению друг к другу. В последующем мы не будем пытаться описать специальную теорию относительности, начиная с минимального набора постулатов, так как это приведет к уровню утонченности, несоответствующему предстоящим целям. Мы рассмотрим в наиболее простом виде принципы и следствия теории, подчеркивая только те особенности, которые в наибольшей степени связаны с метрологией. Цена, которую надо платить за эти упрощения, состоит в определенной многословности и повторяемости.

(a) Инвариантность скорости света

Для каждой инерциальной системы скорость света в вакууме c является максимальной скоростью любого сигнала или частицы. Эта скорость изотропна и неизменна во всех координатах.

Вернемся к проблеме измерительных эталонов, которая нас уже беспокоила, когда мы рассматривали первый закон Ньютона. Как только вопрос касался времени, мы предполагали, что часы, основанные на воспроизводимости, способом, обсужденным в главе 2, годятся для проверки непосредственно или косвенно того, что скорость света c является константой. То же самое относится и к атомным часам, производящим секунду СИ. Что же касается длины, то исторически эталоном был металлический стержень. Но в 1960 г. метр был переопределен, как определенное число длин волн λ_0 атомного перехода криптона. При этом негласно подразумевалось, что частота ν_0 этого перехода и скорость света были константами. Любые попытки проверить постоянство c с использованием атомных часов и метра, определенного таким способом, были совершенно бесполезны. На 17-й Генеральной Конференции по Мерам и Весам в 1983 г. было ясно обосновано определение метра на постоянстве скорости света c (смотри раздел. 4.4).

(b) Геометрия пространства

В каждой инерциальной системе пространство является эвклидовым. *Расстояние* D между двумя фиксированными точками в какой-либо системе координат является хорошо определяемой и измеряемой величиной. При этом удобно пользоваться прямоугольными декартовыми координатами x^i такими, что

$$D = [(\Delta x^1)^2 + (\Delta x^2)^2 + (\Delta x^3)^2]^{1/2}, \qquad (3.2)$$

где $\Delta\, x^i$ – разности координат между двумя точками. В таких условиях координаты сами по себе являются непосредственно измеряемыми величинами при использовании измерительных эталонов, например, согласно процедуре описанной ниже в (d).

(c) Временная координата и синхронизация

Для того, чтобы определить временную координату t мы можем привлечь группу часов, установленную в этой системе. По определению, когда мы снимаем показания часов C, то это есть *собственное время* τ_C этих конкретных часов. Рассмотрим двое конкретных часов C и D , удаленных друг от друга. Световой сигнал излученный из C в момент времени τ_C (излучение) записывается часами C. Затем он принимается и отражается в D в момент времени τ_D (отражение), записывается часами D и возвращается в точку C в момент времени τ_C (возврат) и записывается часами C. В соответствии с *эйнштейновским принципом синхронизации*, C и D синхронизированы если,

$$\tau_D(\textit{отражен}) = \frac{\tau_C(\textit{излучен}) + \tau_C(\textit{возврат})}{2}.$$

Из принципов (a) и (b) следует, что в любой инерциальной системе синхронизация часов согласно эйнштейновскому определению подчиняется принципу транзитивности. Это означает, что если C и D синхронизированы и если D и E синхронизированы, то C и E также синхронизированы. Именно поэтому возможно синхронизировать все установленные часы в данной инерциальной системе и принять время τ одних из этих часов (их *собственное время*) как временную координату t.

(d) Пространственные координаты

Из постулата о том, что скорость света c постоянна и из существующего определения метра, расстояние между двумя точками A и B, фиксированными относительно инерциальной системы может быть однозначно измерено через время Δt необходимое для светового сигнала, чтобы пересечь пространство в вакууме от A до B. Пространственные оси градуируются по времени распространения света вдоль этих осей (это распространение происходит по прямым линиям).

(e) Эйнштейновский принцип эквивалентности

Теперь мы можем установить фундаментальный принцип физики, который гласит, что не существует негравитационных явлений, которые можно было бы использовать для того, чтобы отличить одну инерциальную систему от другой. Другими словами, математические модели (негравитационной) физики имеют одну и ту же форму во всех инерциальных системах, если мы используем идентичные измерительные эталоны, установленные в этих системах. Это подразумевает, что константы физики являются инвариантами, если они измеряются с помощью этих эталонов. Этот принцип, устанавливаемый различными путями, часто называется *эйнштейновским принципом эквивалентности.*

3.2.2. Лоренцевское преобразование и инвариантность интервала

Принципы, установленные выше, не совместимы с галилеевским преобразованием (3.1) между координатами двух инерциальных систем. Они приводят к лоренцевскому преобразованию. Если система R' находится в поступательном движении по отношению к системе R с некоторой постоянной скоростью υ измеренной в R, вдоль x^1 оси R, то это преобразование дается

$$\begin{aligned} &t \to t' = \beta\left(t - \upsilon^2 c^{-2} x'\right), \\ &x^1 \to x'^1 = \beta\left(x^1 - \upsilon t\right), \\ &x^2 \to x'^2 = x^2, \\ &x^3 \to x'^3 = x^3, \end{aligned} \tag{3.3}$$

где $\beta = \left[1 - (\upsilon / c)^2\right]^{-1/2}$ и начала координат совпадают в момент $t=0 = t'$.

Лоренцевское преобразование гарантирует инвариантность c (это достаточно очевидно) и инвариантность максвелловских уравнений. Однако это не следует рассматривать как математический артефакт, сконструированный для этого случая. Это фундаментальное свойство природы, и его различные последствия никогда не были в противоречии даже с наиболее точными экспериментами.

Более того, если Δt и Δx^i являются разностями координат между двумя событиями A и B, то величина Δs^2 определяемая из

$$\Delta s^2 = -c^2 \Delta t^2 + \sum_i \left(\Delta x^i\right)^2 \tag{3.4}$$

является инвариантой при изменении координат (3.3). Величина Δs называется *интервалом* между двумя событиями. Уравнение (3.4) дает пространственно-временную *метрику* для специальной теории относительности, известную как *метрика Минковского.* Она показывает, как интервал, который является величиной, связанной с парой событий, может быть измерен безотносительно какой-нибудь системы координат. Конечно, в R, например, мы можем измерить временные и пространственные координаты, исключить Δt и из (3.2), получить величину D. Но эти величины не имеют универсальной реальности, так как они зависят от выбора координат. О них говорят как о *координатных величинах.*

В каждой инерциальной системе распространение света характеризуется величиной $\Delta s^2 = 0$, а его скорость равна c.

3.2.3. Время в специальной теории относительности

Единица времени, используемая в инерциальной системе, должна быть обеспечена эталонами, т.е. установлена относительно этой системы. В итоге можно сказать, что секунда должна рассматриваться как *единица собственного времени* (подразумевая, что мы имеем в виду собственное время системы, в которой оно используется).

Принцип синхронизации включает в себя часы, установленные относительно каких-то координатных систем. Он зависит от выбранной системы в том смысле, что часы, синхронизированные в R, не будут синхронизированными в R'. Как хорошо известно, это ведет к видимому замедлению времени, наблюдаемому в движущихся часах. Для того, чтобы избежать малейшей неоднозначности полезно указать точно, что означают величины появляющиеся в (3.3). В этих уравнениях t и t' так же как x^i и x'^i являются координатами одного и того же события (существующего само по себе независимо от способа его записи). Поэтому они являются *показаниями,* отмеченными по координатным осям таким путем, чтобы (3.3) выражало соотношение между показаниями в двух различных координатных системах.

Что касается времени, мы видели, что t может рассматриваться как эквивалент показаний τ синхронизированных часов, фиксированных относительно R. Мы можем представить себе большое число часов, фиксированных относительно R′, физически идентичных тем, что находятся в системе R и чьи показания τ' эквивалентны t'.

Два последовательных показания τ_1 и τ_2 часов, установленных в R, соответствуют двум событиям, для которых временные координаты есть t_1 и t_2 в системе R и t'_1 и t'_2 в системе R′, удовлетворяя условиям

$$t_2 - t_1 = \tau_2 - \tau_1, \quad t'_2 - t'_1 = \beta(t_2 - t_1) = \tau'_2 - \tau'_1. \tag{3.5}$$

Так как $\beta > 1$, то наблюдатель, фиксированный в R', приходит к заключению, что собственное время часов в R, которые находятся в движении относительно него, возрастает не так быстро, как собственное время его часов.

В этих рассуждениях не было вопросов, касающихся обмена сигналами между R и R′. Однако, если наблюдатель в R′ принимает частоту часов из R, движущихся с относительной скоростью v (с модулем π), с помощью электромагнитных сигналов, то он должен учесть классический эффект Доплера. Соотношение между излученной частотой f, измеренной в R и принятой частотой f', измеренной в R′, есть

$$f' = f\left[1 + \frac{\mathbf{v}\cdot\mathbf{n}}{c}\right](1 - \upsilon^2 / c^2)^{-1/2}, \qquad (3.6)$$

где **n** единичный вектор вдоль направления распространения сигнала.

В дополнение рассмотрим два события A и B такие, что часы могут транспортироваться с постоянной скоростью вдоль прямой линии из A в B. В координатной системе R, связанной с этими часами, учитывая, что $t = \tau$,

$$\Delta s^2 = -c^2 \Delta t^2 = -c^2 \Delta \tau^2. \qquad (3.7)$$

В произвольной инерциальной системе R′ собственное время часов, транспортируемых таким способом от одного события до другого, может быть использовано, чтобы измерить интервал между такими событиями. Он связан с первичными координатами через

$$\Delta \tau^2 = \Delta t'^2 - \frac{1}{c^2} \sum_i \left(\Delta x'^i\right)^2. \qquad (3.8)$$

3.2.4. Область применения специальной теории относительности

Может показаться, что специальная теория относительности имеет очень ограниченное применение, так как из нее исключена гравитация и, следовательно, строго говоря, исключено любое распределение масс. Однако она играет одну из ключевых ролей в физике и метрологии. Одной из причин такого положения является то, что мы можем получить хорошее приближение к теории в инерциальной лабораторной системе, находящейся в свободном падении. Другая причина в том, что теория может быть применима даже к лабораторной системе, движущейся с ускорением. В обоих случаях гравитационное взаимодействие между массами в лаборатории (лабораторное оборудование и его пользователи), настолько мало, что им всегда можно пренебречь, кроме, конечно, экспериментов, специально поставленных для изучения этого взаимодействия (например, измерение гравитационной постоянной).

В свободно падающей лабораторной системе ускорение почти полностью компенсируется гравитационными эффектами. Остаются только те эффекты, которые обусловлены неоднородностью гравитационного поля (потому что масса, производящая гравитационное поле, находится не в бесконечности). Остаточный потенциал называется приливным потенциалом по аналогии с потенциалом, который создает приливные эффекты в земных океанах и земных массах во время свободного падения Земли в гравитационном поле небесных тел (главным образом Солнца и Луны). Эти эффекты вблизи поверхности Земли составляют величину порядка 10^{-16} на метр в относительных величинах. Ими нельзя пренебрегать при использовании лучших атомных стандартов частоты в космических лабораториях. При менее строгих применениях локальная лаборатория с хорошим приближением находится в инерциальной системе, при условии, что система не вращается.[1]

В ускоряющейся, вращающейся лаборатории, такой как лаборатория на Земле, где ускорение появляется из-за гравитации и вращения вокруг земной оси, специальная теория относительности все еще может быть применима. Для того, чтобы это было возможно, разность гравитационных потенциалов Земли в различных местах лаборатории не должна производить какие-нибудь заметные эффекты. Это стандартный случай для типовой комнаты. (Однако, для измерений времени гравитационный сдвиг частоты составляет относительную величину порядка 10^{-16} на один метр высоты, и здесь мы подходим к осознанию того факта, что некоторые атомные часы больше не могут трактоваться как «локальные».) В дополнение, инерциальные эффекты, такие как вес, сила Кориолиса и т.д., должны быть учтены классическим способом. Например, мы можем видеть, что в некоторых атомных часах используется пучок атомов в резонаторе, установленном и закрепленным в лаборатории. В этом случае мы должны принять во внимание кривизну пучка, из-за веса составляющих его частиц, и другие возможные эффекты массы. Но в локальных экспериментах было бы ошибкой принимать во внимание релятивистские эффекты из-за наличия гравитационного поля Земли до тех пор, пока поле может считаться однородным. Следует помнить, что траектории фотонов являются прямыми линиями только в инерциальных системах (это их свойство используется в лазерных гироскопах).

3.3. Общая теория относительности

3.3.1. Обзор

Общая теория относительности (далее ОТО) является сложной теорией, особенно когда ее применяют к исследованиям в астрономии и космологии. И это несмотря на факт, что она основана на очень простых принципах, которые, по счастливому случаю, адекватны проблемам метрологии, рассматриваемым в этой книге.

В то время,как специальная теория относительности применима к пустому и поэтому нереальному миру, ОТО является моделью реального мира, в котором масса и энергия занимают отведенные им места. Это теория гравитации. Однако, гравитационные эффекты не рассматриваются как

---

[1] Проблема вращения является сложной в теории относительности. Однако она не является критически важной для измерения времени. В этой книге мы приняли кинематическое определение для условий отсутствия вращения, т.е. отсутствия видимого вращения по отношению к наиболее удаленным известным объектам – квазарам.

действие на расстоянии, как это делается в «замороженной» системе классического пространства-времени. Они в большей степени проявляются в локальных геометрических свойствах Риманова пространства-времени, искривленного происутствием масс и энергии.

В ОТО не существует теоретически привилегированная система координат (хотя существуют одни системы, которые более удобны, чем другие, в том смысле, что они приводят к уравнениям, с которыми легче управляться). Пусть x^μ, где $\mu = 0, 1, 2, 3$, будут выбранными координатами. Мы сейчас не будем беспокоиться, что они обозначают в терминах времени и пространства. Пространство-время имеет метрику, связывающую разности координат между двумя бесконечно близкими событиями с координатами x^μ и $x^\mu + + \mathrm{d}x^\mu$, т.е. с величиной $\mathrm{d}s$, называемой *интервал*, как и в специальной теории относительности, кроме конечно того, что теперь интервал является бесконечно малой величиной. Связь с координатами выражается через

$$\mathrm{d}s^2 = g_{\alpha\beta}\left(x^\mu\right)\mathrm{d}x^\alpha \mathrm{d}x^\beta, \tag{3.9}$$

здесь производится суммирование по повторяющимся индексам и $g_{\alpha\beta} = g_{\beta\alpha}$, так что всего мы имеем десять независимых компонент $g_{\alpha\beta}$. Элементы $g_{\alpha\beta}$ являются компонентами *метрического тензора* и они являются функциями координат x^μ . Следовательно, переход к другой системе координат оставляет скаляр $\mathrm{d}s^2$ инвариантным и он рассматривается как величина, которую можно измерить с помощью обычных средств, таких как часы и стержни.

В классической модели, а также в специальной теории относительности, «хорошими» координатами считались физические величины, которые могли быть измерены однозначно в любом месте и в любое время. Чтобы мы не предпринимали, координаты в ОТО никогда не будут иметь такое физическое свойство в глобальном масштабе. Для метрологии это свойство является ключевым отличием. Для того, чтобы подчеркнуть этот факт, многие авторы рассматривают координаты просто как числа (т.е. без размерностей в метрологическом смысле), например как телефонные номера [3.4] или номера домов. Но на практике, особенно когда необходимо производить измерения, такой подход трудно воспринимать. Фактически в метрологии нет всецело удовлетворительного решения проблемы размерностей и единиц для координат [3.3].

Так как метрика Минковского доказала свое право на существование в целом ряде успешных локальных экспериментов, то для каждого события x^α должна существовать замена координат $x^\mu \to x'^\mu$ такая, что метрика принимает форму, аналогичную (3.4) с $x'^0 = ct'$,

$$\mathrm{d}s^2 = -c^2(\mathrm{d}t')^2 + (\mathrm{d}x'^1)^2 + (\mathrm{d}x'^2)^2 + (\mathrm{d}x'^3)^2. \tag{3.10}$$

Выражение в форме дифференциалов напоминает нам, что это есть приближенное применение специальной теории относительности к продействие на расстоянии, как это делается в «замороженной» системе классического пространства-времени. Они в большей степени проявляются в локальных геометрических свойствах Риманова пространства-времени, искривленного происутствием масс и энергии.

В ОТО не существует теоретически привилегированная система координат (хотя существуют одни системы, которые более удобны, чем другие, в том смысле, что они приводят к уравнениям, с которыми легче управляться). Пусть x^μ, где $\mu = 0, 1, 2, 3$, будут выбранными координатами. Мы сейчас не будем беспокоиться, что они обозначают в терминах времени и пространства. Пространство-время имеет метрику, связывающую разности координат между двумя бесконечно близкими событиями с координатами x^μ и $x^\mu + {}$ $+\mathrm{d}x^\mu$, т.е. с величиной $\mathrm{d}s$, называемой *интервал*, как и в специальной теории относительности, кроме конечно того, что теперь интервал является бесконечно малой величиной. Связь с координатами выражается через

$$\mathrm{d}s^2 = g_{\alpha\beta}\left(x^\mu\right)\mathrm{d}x^\alpha \mathrm{d}x^\beta, \tag{3.9}$$

здесь производится суммирование по повторяющимся индексам и $g_{\alpha\beta} = g_{\beta\alpha}$, так что всего мы имеем десять независимых компонент $g_{\alpha\beta}$. Элементы $g_{\alpha\beta}$ являются компонентами *метрического тензора* и они являются функциями координат x^μ . Следовательно, переход к другой системе координат оставляет скаляр $\mathrm{d}s^2$ инвариантным и он рассматривается как величина, которую можно измерить с помощью обычных средств, таких как часы и стержни.

В классической модели, а также в специальной теории относительности, «хорошими» координатами считались физические величины, которые могли быть измерены однозначно в любом месте и в любое время. Чтобы мы не предпринимали, координаты в ОТО никогда не будут иметь такое физическое свойство в глобальном масштабе. Для метрологии это свойство является ключевым отличием. Для того, чтобы подчеркнуть этот факт, многие авторы рассматривают координаты просто как числа (т.е. без размерностей в метрологическом смысле), например как телефонные номера [3.4] или номера домов. Но на практике, особенно когда необходимо производить измерения, такой подход трудно воспринимать. Фактически в метрологии нет всецело удовлетворительного решения проблемы размерностей и единиц для координат [3.3].

Так как метрика Минковского доказала свое право на существование в целом ряде успешных локальных экспериментов, то для каждого события x^α должна существовать замена координат $x^\mu \to x'^\mu$ такая, что метрика принимает форму, аналогичную (3.4) с $x'^0 = ct'$,

$$\mathrm{d}s^2 = -c^2(\mathrm{d}t')^2 + (\mathrm{d}x'^1)^2 + (\mathrm{d}x'^2)^2 + (\mathrm{d}x'^3)^2. \tag{3.10}$$

Выражение в форме дифференциалов напоминает нам, что это есть приближенное применение специальной теории относительности к пространству с конечными размерами. Математически эта замена координат возможна благодаря симметрии $g_{\alpha\beta}$ вместе с условием симметрии на собственные значения матрицы, которую $g_{\alpha\beta}$ формирует. Фактически существует бесконечное множество первичных координат, которые удовлетворяют этим условиям таким образом, что выбранная локальная система координат может иметь любую ориентацию и любую скорость.

Выражение (3.10) приводит к исключительно важной особенности в измерениях времени. Траектория в пространстве-времени, или *мировая линия* часов с собственным временем, обозначенным через τ, описывается последовательными значениями всех четырех координат. При бесконечно малом перемещении часов локальная координатная система может быть прикреплена к ним таким образом, что $\mathrm{d}x'^i$ обращается в нуль для $i = 1, 2, 3$. Тогда, аналогично (3.7), мы имеем

$$\mathrm{d}\tau^2 = -c^{-2}\mathrm{d}s^2 \tag{3.11}$$

Если разделенные конечным интервалом события A и B таковы, что часы могут транспортироваться из A в B, то возрастание $\Delta\tau$ собственного времени, записанного часами, будет выражаться через

$$\Delta\tau = c^{-1}\int_C \left| g_{\alpha\beta}\mathrm{d}x^\alpha \mathrm{d}x^\beta \right|^{1/2}, \tag{3.12}$$

где интеграл вычисляется вдоль мировой линии C этих часов. Хотя величина $\Delta\tau$ является и измеряемой, она не выражает какие-либо объективные свойства, присущие паре событий, так как допускается произвольный выбор C.

Элементы $g_{\alpha\beta}$ связаны с распределением вещества и энергии через эйнштейновские уравнения поля, тензорные уравнения, играющие ту же роль, что и уравнения Пуассона в классической динамике. Выраженные через координаты, уравнения Эйнштейна дают шесть независимых дифференциальных уравнений для определения десяти независимых элементов $g_{\alpha\beta}$. Такая недоопределенность отражает тот факт, что мы можем выбрать свободно четыре координаты x^μ путем произвольного преобразования координат для какого-нибудь частного решения.

Если мы рассмотрим частицы с пренебрежимой массой, которые не подвергаются каким-либо другим силам кроме гравитационных, (называются как *свободные частицы* в контексте этой книги), то существует другой постулат, согласно которому эти частицы двигаются во времени-пространстве по *геодезическим линиям*. Это мировые линии G, для которых величина l

$$l = \int_G \left| g_{\alpha\beta}\mathrm{d}x^\alpha \mathrm{d}x^\beta \right|^{1/2} \tag{3.13}$$

имеет экстремум. ОТО является такой гравитационной теорией, которая хорошо подходит, например, для описания движения планет. Мировые линии фотонов характерны тем фактом , что ds^2 всегда равно нулю.

ОТО приводит ко многим предсказаниям, особенно в астрофизике и космологии, и за все время ее существования еще не наблюдалось экспериментальных противоречий с ее выводами. С тех пор как Эйнштейн опубликовал свою работу, было изобретено еще много релятивистских теорий и многие из них проходили тесты на экспериментальную проверку (см. главу 9). Однако ни одна из этих теорий не доказала своей необходимости [3.1]. Для наших скромных метрологических целей мы будем обращаться к ОТО, потому, что это простейшая модель, предсказания которой согласуются с измерениями в границах неопределенности последних.

3.3.2. Пост-ньютоновское приближение

(а) Общая форма метрики

Теперь мы воспользуемся той свободой, которую предоставляет нам теория, для того, чтобы выбрать наиболее подходящие координаты. Мы также сделаем важные допущения, совместимые с лучшими достигнутыми результатами по измерениям времени. Хотя мы только касаемся вопросов метрологии и динамики в Солнечной Системе, будет не очень удобно пользоваться в этой области Вселенной единственной системой координат. Нам потребуется по крайней мере две невращающиеся в пространстве системы, одна с началом координат в барицентре Солнечной Системы, *барицентрическая система,* и другая с началом координат в центре массы Земли, *геоцентрическая система.* Нам также нужна геоцентрическая система, вращающаяся вместе с Землей. Теперь мы опишем способ, каким в 1991 г. была определена невращающаяся система координат международным астрономическим союзом (IAU) [3.5].

Международный астрономический союз рекомендует, чтобы пространственные координаты $x^0 = ct$, x^1, x^2, x^3 были выбраны таким способом, чтобы в каждой координатной системе, центр которой совмещен с барицентром любой системы масс, квадрат ds^2 интервала выражался бы с минимальной степенью отклонения следующим выражением

$$ds^2 = -c^2 d\tau^2 = -\left(1 - \frac{2U}{c^2}\right)(dx^0)^2 + \left(1 + \frac{2U}{c^2}\right)\left[(dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2\right], \quad (3.14)$$

где c – скорость света, τ – собственное время и U – сумма ньютоновского гравитационного потенциала для рассматриваемых систем масс (считающегося равным нулю в бесконечности) и ньютоновского приливного потенциала, производимого телами, находящимися вне системы. Этот потенциал выражается в таком виде, чтобы он исчезал в барицентре. По соглашению этот потенциал считается положительным.

Международный астрономический союз также ставит условия, что для измерения собственного времени и собственной длины (для того, чтобы измерять ds^2), должны использоваться единицы измерения системы СИ, секунда и метр.

Метрика (3.14) является приближенным решением уравнений Эйнштейна. Однако она становится неадекватной для установления точных эфемерид планет. Поэтому на генеральной ассамблее 2000 г. международный астрономический союз рекомендовал принять *гармонические координаты*, дающие возможность представить метрику до более высоких порядков по $1/c$. Он также представил релятивистское выражение для наиболее существенных (скалярного и векторного) потенциалов. Международный астрономический союз также разработал применение этой расширенной метрики ко времени. Однако в этой книге, которая главным образом касается вопросов измерения времени на Земле и около Земли, метрика (3.14) является адекватным приближением новой метрики. В геоцентрической системе она дает относительную ошибку частоты самое большое 10^{-18} на расстоянии 300 000 км от Земли, и эти ошибки значительно меньше погрешностей в современных стандартах частоты. Метрика (3.14) таким образом, будет использоваться в дальнейших разработках и исследованиях.

Отношение U/c^2 всегда мало по сравнению с единицей для нашего современного состояния. На поверхности Земли, например, его величина составляет около $1{,}5 \times 10^{-8}$ в барицентрической системе и $0{,}7 \times 10^{-9}$ в геоцентрической системе. Пространство является квазиэвклидовым и пространственные координаты очень близки к классическим декартовым координатам. Координатное время $t=x^0/c$, близко к собственному времени, часов, движущихся в рассматриваемой координатной системе со скоростью, малой по сравнению со скоростью света c. На него ссылаются как на *барицентрическое* или *геоцентрическое координатное время.*

Координаты, определенные таким способом, очевидно имеют размерности длины и времени. Практика метрологии такова, что приписывают одну и ту же единицу СИ ко всем величинам, имеющим одинаковую размерность. Различия между этими величинами могут потом быть выражены через их определения, а не через использование различных единиц. Мы будем следовать этой практике, выражая пространственные и временные координаты в метрах и секундах. Эта практика имеет тот недостаток, что иногда приводит к путанице между *собственными величинами,* которые непосредственно измеряются с помощью стандартов и *координатными величинами* (координаты сами по себе или величины, сконструированные из них), для которых градуировочная шкала меняется относительно собственных единиц в зависимости от места и времени. Надо иметь в виду эту существенную разницу между такими величинами. Когда это необходимо, единица на координатной градуировочной шкале, будет определяться как *единица шкалы.*

Мы часто ссылаемся на соотношение между собственным временем часов и координатным временем. Это соотношение основано на выражении связи между $\mathrm{d}\tau$ и $\mathrm{d}t$. Мы можем положить

$$\frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}t} = 1 - h(t, \mathbf{x}), \tag{3.15}$$

где $\mathbf{x}$ представляет триплет x^i (i=1, 2, 3), как напоминание, что это соотношение зависит от всех четырех координат часов. На данной мировой линии $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$ и мы можем написать, упрощая обозначение

$$\frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}t} = 1 - h(t). \tag{3.16}$$

Приращение $\Delta(t - \tau)$ за координатный интервал времени (t_0, t) выражается

$$\Delta(t - \tau) = \int_{t_0}^{t} h(t)\mathrm{d}t. \tag{3.17}$$

Используя метрику (3.14),

$$h(t) = c^{-2}\left[U(t) + \frac{1}{2}\upsilon(t)^2\right] + O(c^{-4}), \tag{3.18}$$

где υ является координатной скоростью часов, определяемой из

$$\upsilon = \frac{\left[(\mathrm{d}x^1)^2 + (\mathrm{d}x^2)^2 + (\mathrm{d}x^3)^2\right]^{1/2}}{\mathrm{d}t} \tag{3.19}$$

и $U(t)$ есть величина гравитационного потенциала в месте нахождения часов. Члены порядка $O(c^{-4})$ в (3.18) пренебрежимо малы для наших сегодняшних целей и мы больше не будем их упоминать. Потенциал U и координаты x^i, i = 1, 2, 3 являются функциями от t вдоль мировой линии часов. В интеграле t может быть заменено на τ, т.к. эта замена дает ошибку всего лишь порядка $O(c^{-4})$.

(b) Координатные системы и их реализации

В (3.14) x^α представляет координаты в любой координатной системе. Чтобы избежать путаницы, должны использоваться разные обозначения для каждой системы. Обозначение $t=x^0/c$, x^i будет зарезервировано для невращающихся геоцентрических координат и $t_B= u^0/c$, u^i будет использоваться для барицентрических координат.

Пространственные оси барицентрических координатных систем международный астрономический союз рекомендует располагать в барицентре Солнечной Системы. Они имеют определенное направление по отношению к компактным внегалактическим источникам, известным как *квазары*, с u^3 направленным примерно вдоль оси вращения Земли на 1 января 2000 г. и u^1 направленным примерно в направлении равноденствия на эту дату.

Пространственные оси невращающейся геоцентрической координатной системы располагаются в центре масс Земли (включая газовую оболочку). Они имеют такие же направления по отношению к квазарам, как и в барицентрической системе. В метрике, выражаемой в виде (3.14), U представляет гравитационный потенциал Земли, к которому должен быть добавлен приливной потенциал Солнца – Луны. Преобразование координат между барицентрическими и геоцентрическими координатными системами усложняется при строгом рассмотрении [3.6]. Однако такая степень строгости нам здесь не будет необходима.

Нам так же нужна координатная система X^i, вращающаяся вместе с Землей. Она прикреплена глобально к литосфере с учетом модели движения тектонических плит (несколько сантиметров в год). Ось X^3 указывает направление, близкое к направлению оси вращения Земли. А ось X^1 определяет положение географической долготы таким образом, чтобы долгота Гринвического меридиана была примерно равна 0. Эта система выводится из невращающейся геоцентрической системы путем пространственного вращения, которое учитывает движение осей Земли при вращении как в пространстве, так и при собственном вращении. Геоцентрическое координатное время t одинаково во вращающейся и в невращающейся системах. Во вращающейся геоцентрической системе метрика (3.14) принимает формы

$$\mathrm{d}s^2 = -\left(1-\frac{2U}{c^2}\right)c^2\mathrm{d}t^2 + \left(1+\frac{2U}{c^2}\right)\left[\mathrm{d}r^2 + r^2\mathrm{d}\phi^2 + r^2\cos^2\phi(\omega^2\mathrm{d}t^2 + 2\omega\mathrm{d}t\mathrm{d}L + \mathrm{d}L^2)\right] \tag{3.20}$$

где:

- ϕ – есть геоцентрическая широта (угол между геоцентрическим направлением места и плоскостью экватора),
- L – долгота (положительная по направлению к востоку),
- r – расстояние в геоцентрических координатах

$$r = \left[(X^1)^2 + (X^2)^2 + (X^3)^2\right]^{1/2},$$

- ω – угловая скорость вращения Земли (постоянная величина $\omega = 7{,}292115\times$ $\times\, 10^{-5}$ рад/с является достаточно хорошим приближением),

- U – гравитационный потенциал Земли плюс приливной потенциал, как в невращающейся системе.

Теперь мы рассмотрим, как эти координатные системы могут быть установлены практически. Что касается времени, то международный астрономический союз выбрал начало для t_B и t. Каждая из этих шкал определяется затем однозначно, т.к. единица шкалы определяется путем использования единиц СИ для интервала ds. На эти шкалы ссылаются как на *барицентрическое координатное время* (TCB) и *геоцентрическое координатное время* (TCG). Чтобы их не путать с соответствующими, чисто теоретическими понятиями, они обозначаются заглавными буквами и акронимами. Физические реализации TCB и TCG могут быть получены из международной атомной шкалы TAI способом, объясненным в главе 7.

Что касается пространственных координат, то, выбрав однажды собственную длину-метр мы также определяем градуировку координатных осей.[2] Остается только сориентировать оси.

Физически барицентрическая система координат реализуется путем присвоения неизменных угловых координат сверхудаленным галактическим источникам, известным как квазары. По международному соглашению используется *международная небесная опорная система координат (ICRF)*. Она заключает в себе список прямых восхождений и склонений около 600 квазаров, опубликованных Международной Службой Вращения Земли (IERS) [3.7]. Неопределенности в координатах составляют от 0,0002″ до 0,0005″. Как уже отмечалось, геоцентрическая система сориентирована таким же способом.

Что касается пространственных координат во вращающейся геоцентрической системе, то физическая реализация, принятая по соглашению, называется *международной земной опорной системой координат* (ITRF). Она включает в себя список координат для фиксированной опорной даты и скоростей примерно для 200 пунктов разбросанных по всей Земле. Величины неопределенностей для координат выражаются сантиметрами [3.7]. Как и международная небесная опорная система координат ICRF, международная земная опорная система ITRF также устанавливается Международной Службой Вращения Земли IERS. Эта служба постоянно поддерживает и уточняет ее. Следует также заметить, что ITRF официально является первичным геодезическим стандартом, по которому постепенно равняются все геодезические системы. Вращение ITRF по отношению к ICRF описывается параметрами вращения Земли.

---

[2] Для их собственных специфических нужд астрономы используют также астрономическую единицу длины, приблизительно равную $1{,}5 \times 10^{11}$ м. Ее соотношение с метром определяется экспериментально. Астрономическая единица может также рассматриваться как собственная единица и использоваться как основа для градуировки пространственных осей.

(c) Соотношения между геоцентрическим координатным временем и собственным временем

В невращающейся геоцентрической системе соотношение между собственным временем часов τ и геоцентрическим координатным временем t дается выражениями (3.17) и (3.18).

В координатной системе, вращающейся вместе с Землей, выражение для $h(t)$ имеет следующий вид:

$$h(t) = c^{-2}\left[\hat{U}_g + \Delta\hat{U}(t) + \frac{1}{2}V(t)^2\right] + 2c^{-2}\omega\frac{dA_E}{dt}, \qquad (3.21)$$

где:

- $\hat{U}_g$ – потенциал U плюс потенциал центробежных сил на поверхности геоида (геоид – полностью эквипотенциальная поверхность), с величиной $\hat{U}_g = 6{,}263686 \times 10^7$ м^{2}с$^{-2}$,
- $\Delta\hat{U}$ – разность между общим потенциалом (включая потенциал центробежных сил) и $\hat{U}_g$ в месте расположения часов,
- V – координатная скорость часов по отношению к Земле,
- A_E – площадь проекции на экваториальную плоскость поверхности, описываемой вектором, берущим начало из центра масс Земли и оканчивающимся на часах. Площадь измеряется во вращающейся системе и считается положительной, если часы движутся на восток.

Соотношения (3.18) и (3.21) используются часто. Мы применим их, в частности, для сличения времени и частоты далеко разнесенных стандартов, а также для установки мирового опорного времени. Вышеуказанные соотношения достаточно точны для этих целей с учетом неопределенностей современных стандартов, при условии, что U и $\Delta\hat{U}$ оценены правильно.

(d) Оценка гравитационного потенциала Земли

На поверхности Земли лунно-солнечный приливной потенциал приводит к относительному сдвигу частоты на величину порядка 10^{-17}, который является пренебрежимо малым. Однако он играет возрастающую роль при удалении от Земли и дает относительный сдвиг частоты до 10^{-15} уже на высоте геостационарного спутника (36 000 км). Мы не будем принимать его во внимание, хотя возможно, это и необходимо для часов, расположенных на борту такого спутника. Заинтересованный читатель может посмотреть ссылку [3.6].

Рассмотрим теперь вклад для U, производимый земным потенциалом U_T. Его оценка приводит метрологов в область, в какой-то мере им незнакомую и часто создающую для них определенные трудности.

На расстояниях, типичных для искусственных спутников Земли, требуется разложение земного потенциала на сферические гармоники. Границы точности определяются неопределенностями спутниковых орбит. В лучших случаях они соответствуют относительным неточностям частоты на уровне между 10^{-17} и 10^{-18}.

Если мы рассматриваем земные часы, или часы на самолете, у которых допускается относительная неопределенность частоты порядка 10^{-14}, то достаточно ограничиться первыми членами разложения сферического гармонического потенциала, приняв

$$U_{\text{т}} = \frac{GM_{\text{E}}}{r} + \frac{J_2 GM_{\text{E}} a^2 (1 - 3\sin^2\phi)}{2r^3}, \qquad (3.22)$$

где символы и их величины (точные, по крайней мере, до последнего десятичного разряда) объясняются следующим образом:

- GM_{E} – произведение гравитационной постоянной на массу Земли с величиной
$$GM_{\text{E}} = 3{,}986\ 004\ 42 \times 10^{14}\ \text{м}^3\ \text{с}^{-2};$$
- r – геоцентрическая координата расстояния в метрах;
- J_2 – коэффициент квадрупольного момента Земли с величиной $J_2 = 1{,}082\ 636 \times 10^{-3}$;
- a – радиус Земли на экваторе, a = 6 378 137 м;
- ϕ – геоцентрическая широта.

В (3.21) $\Delta\hat{U}$ дается выражением:

$$\Delta\hat{U} = U - \hat{U}_{\text{g}} + \frac{\omega^2 r^2 \cos^2\phi}{2}, \qquad (3.23)$$

где последний член представляет потенциал центробежных сил.

Если известна высота над геоидом h (не путать с функцией h определенной ранее), то $\Delta\hat{U}/c^2$ может быть получена из [3.8]

$$\frac{\Delta\hat{U}}{c^2} = -1{,}08821 \times 10^{-16} h - 5{,}77 \times 10^{-19} h \sin^2\phi + 1{,}716 \times 10^{-23} h^2, \qquad (3.24)$$

для h в метрах.

Неточность составляет менее 10^{-16} для высоты ниже 15 км. Однако, надо осторожно подходить к оценке h, так как ее определение может изменяться в зависимости от используемых уровневых сетей и топографических карт. Безопаснее проконсультироваться с геодезистами. В этом контексте будет полезной ссылка [3.9].

(e) Земное время: другое геоцентрическое координатное время

Если идеальные часы установлены на Земле на уровне геоида, то из (3.21) собственное время τ связано с t через

$$\frac{d\tau}{dt} = 1 - h(t) = 1 - \frac{\hat{U}_g}{c^2} \approx 1 - 0{,}697 \times 10^{-9}. \tag{3.25}$$

Поэтому оно задерживается на 22 мс в год по отношению к t. С возрастанием высоты, расхождение уменьшается, но очень слабо, согласно (3.24), на 3,4 мкс в год на километр.

Международная атомная шкала TAI была установлена совершенно спонтанно с использованием показаний атомных часов, без каких бы то ни было попыток учесть релятивистские эффекты. Единица ее шкалы, поэтому, очень близка к секунде вращающегося геоида. В 1970 г., когда появилась необходимость релятивистского определения мировой шкалы времени, никто не стал бы рассматривать ни на мгновение введение такого определения, которое бы значило, что все земные часы отставали бы на 22 мс в год. Земное время TT, таким образом определенное, называлось земным динамическим временем (TDT) с 1979 по 1991 г.. Оно включает в себя частотный сдвиг по отношению к геоцентрическому координатному времени таким образом, чтобы единица шкалы TT длилась одну секунду собственного времени на вращающемся геоиде. Мы увидим в главе 7, что TAI является реализацией TT.

Затем было замечено, что запутанность вопроса и временные вариации (например, приливные изменения), присущие определению и реализации геоида являются источником ошибок в определении и реализации TT, а, следовательно, также и в TAI. Во избежание этих трудностей в 2000 г. международный астрономический союз переопределил земное время TT с использованием следующего условия: TT – есть шкала времени, отличающаяся от геоцентрического координатного времени TCG на постоянный коэффициент

$$\frac{dTT}{dTCG} = 1 - L_G, \tag{3.26}$$

где $L_G = 6{,}969\,290\,134 \times 10^{-10}$ – определяющая константа. Величина L_G была принята равной наилучшей по имеющейся оценке $\hat{U}_g/c^2$ в 2000 г. и неизменной в будущем, хотя величина $\hat{U}_g$ может быть и уточнена. Это новое определение TT не подразумевает изменения скорости TT в 2000 г. Это не имеет практического влияния при обработке данных земных часов, но, в частности, очень важно для будущих космических часов. В дальнейшем обсуждении мы будем помнить о символе $\hat{U}_g$, но определим его как $c^2 L_G$.

Хотя применение TT практически очень естественно, оно является источником некоторой сумятицы в динамической астрономии и космической геодезии. Изменение координат, которое оно вызывает, оказывает довольно сложный эффект на оценку потенциала и применяется не всегда корректно. Более того, вплоть до 1991 г. международные организации не давали информации, какие пространственные координаты должны быть использованы.

Пусть $\underline{t}$ есть наземное время TT определяемое из

$$\frac{\mathrm{d}\underline{t}}{\mathrm{d}t} = 1 - \frac{\hat{U}_{\mathrm{g}}}{c^2} \tag{3.27}$$

и из выбора начала координат (см. главу 7). Подставив теперь x^i из их определения через метрику (3.14) для невращающейся геоцентрической системы, получим новую метрику в форме

$$\mathrm{d}s^2 = -\left(1 - \frac{2U}{c^2}\right)\left(1 + \frac{\hat{U}_{\mathrm{g}}}{c^2} + O(c^{-4})\right)^2 c^2 \mathrm{d}\underline{t}^2 + \left(1 + \frac{2U}{c^2}\right)\left[(\mathrm{d}x^1)^2 + (\mathrm{d}x^2)^2 + (\mathrm{d}x^3)^2\right] \tag{3.28}$$

Положив

$$\frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}\underline{t}} = 1 - \underline{h}(\underline{t}), \tag{3.29}$$

и сохраняя только члены порядка $O(c^{-2})$,

$$\underline{h}(\underline{t}) = \frac{U - \hat{U}_{\mathrm{g}}}{c^2} + \frac{\underline{v}^2}{2c^2}, \tag{3.30}$$

и где v координатная скорость, выраженная относительно $\underline{t}$. Для примене ний, рассматриваемых в данном тексте, выражение

$$\underline{h}(\underline{t}) = \underline{h}(t) - \frac{\hat{U}_{\mathrm{g}}}{c^2} \tag{3.31}$$

будет достаточно точным.

В 1991 г. международный союз геодезии и геофизики (IUGG) рекомендовал [3.10], чтобы во вращающейся геоцентрической системе сохранялись пространственные координаты X^i и, следовательно,

$$\underline{h}(\underline{t}) = \frac{\Delta\hat{U}}{c^2} + \frac{\underline{V}^2}{2c^2} + \frac{2\omega}{c^2}\frac{\mathrm{d}A_{\mathrm{E}}}{\mathrm{d}\underline{t}}, \tag{3.32}$$

с вычислением соответствующей координатной скорости $\underline{V}$ через $\underline{t}$.

(f) Синхронизация и опорное время

В ОТО эйнштейновская синхронизация теряет свою транзитивность и, следовательно, это представляет интерес для решения проблем, с которыми мы встречаемся. Мы будем использовать *координатную синхронизацию*, как определено ниже.

В данной координатной системе два события *координатно одновременны*, если они приписаны к одной и той же дате t в координатном времени системы. Двое часов синхронны, в смысле координатного синхронизма на интервале $t_1 \leq t \leq t_2$, если их одновременные показания координат равны для всех дат t в этом интервале.

В том же духе, результаты сличений между часами всегда выражаются через разность их показаний в одно и то же координатное время.

Вообще говоря, синхронизация и сличения часов не имеют смысла в других координатных системах (отличных от тех) чем те, для которых эти обозначения приняты. Заметим, однако, что изменения координат типа

$$\begin{aligned} t &\rightarrow t' = t'(t), \\ x^i &\rightarrow x'^i = x'^i(t, x^1, x^2, x^3) \end{aligned} \tag{3.33}$$

не влияют ни на условия координатной синхронизации, ни на результаты сличения часов (хотя при этом изменяются даты). Это происходит при переходе от t к $\underline{t}$.

Очевидно, для метрологии на Земле или в околоземном пространстве, (например, вне орбит геостационарных спутников), используются вращающиеся или невращающиеся геоцентрические координатные системы. Так как они имеют одинаковое координатное время, выбор между ними является только вопросом удобства. Для земных часов вращающаяся система является более подходящей, в то время как для часов на орбите может оказаться более предпочтительной невращающаяся система. Если однажды мы преуспеем в установке далеко разнесенных лабораторий на Луне, то потребуется определить селеноцентрическое координатное время. Часы, синхронизированные на Луне, не будут синхронизированы в земной системе.

Как только вопрос касается применений, то повсеместное распространение реализованного единственным способом геоцентрического координатного времени, основанного на определении секунды (собственного времени) и единогласно признанная метрика, достигают следующего:

- Это обеспечивает основу для синхронизации часов по всей Земле и в ее непосредственном окружении (например, для искусственных спутников).
- Это обеспечивает временную координату, которая, будучи связанна с соответствующими пространственными координатами, позволяет нам описать орбитальные движения (искусственных спутников или Луны) вокруг Земли.

- Через четырехмерные преобразования обеспечивается практическая реализация других координатных времен, таких как барицентрическое координатное время, необходимое для вычисления орбит планет или траекторий межпланетных зондов.
- Через преобразования (3.17) выводится собственное время, а также секунда СИ, используемая для локальных измерений (собственная секунда).

3.4. Выводы и заключение

В повседневной жизни обычное абсолютное время совершенно удовлетворительно для большинства технических и научных применений. Однако обязанность метрологов состоит в принятии таких теоретических рамок, которые совместимы с точностью и стабильностью лучших стандартов во всем диапазоне пространства, где эти стандарты могут использоваться. Для времени и длины такими рамками является ОТО.

В этой теории существенным является различие собственных физических величин, непосредственно измеряемых с применением стандартов, от координатных величин, которые зависят от произвольного выбора пространственно-временной координатной системы. Причина кроется в том, что невозможно найти координатную систему, в которой градуировочные единицы вдоль осей, называемые как *единицы шкалы*, в каждой точке пространства-времени равные секунде или метру, были бы такими же, как если бы мы получили их в этих точках из определений единиц в СИ. Давайте сначала подведем итоги последствий для времени.

- Единица времени – секунда, необходимая для экспериментов в достаточно малых лабораториях (например, в комнатах обычного размера), должна быть установлена и связана с локальным стандартом, расположенным в лаборатории. Это связано с тем, что может быть гарантирована универсальность локальных законов физики и что это оправдывает применение физических констант в рамках специальной теории относительности (эйнштейновский принцип эквивалентности). Короче говоря, мы говорим, что локальная секунда, полученная таким путем, является *собственной* секундой, (что подразумевает осознание того, что мы говорим о собственном времени лаборатории, в которой эта секунда используется).
- Шкала времени, взятая повсеместно в качестве опорной, должна определяться как координата времени, так как только этот способ позволяет однозначно датировать события. Другими словами это *координатное время*. Пока дело касается земной метрологии, то обычно используется пространственная координатная система, вращающаяся вместе с Землей. Однако, иногда полезна геоцентрическая система,

не вращающаяся в пространстве. Эти две координатные системы, определены таким образом, что они используют одну и ту же временную координату, называемую *геоцентрическим координатным временем*. Соотношение между собственным временем и геоцентрическим координатным временем дается интегралом (3.17), использующим выражения (3.18) или (3.21).

- В теории относительности, синхронизация больше не имеет абсолютного значения. По соглашению, события происходят одновременно в установленной системе координат, если они имеют одну и ту же временную координату. Из этого соглашения следует, что двое часов могут быть сличены по разности их одновременных координатных показаний. Если разность всегда равна нулю, говорят, что часы синхронизированы в том смысле, что они синхронизированы по координате. Для наземной метрологии, этой координатой является геоцентрическое координатное время. Мы видели, что замена координат, в которой t' является только функцией t, не влияет на понятия координатной одновременности или координатной синхронизации.

На практике существуют очевидные причины создания на базе лучшей возможной реализации секунды единственного координатного времени, принятого за стандарт по соглашению. Тогда преобразование этого координатного времени в собственное время в любом частном локальном окружении обеспечивает локальную шкалу времени, проградуированную в секундах. Это то, что теперь достигнуто при использовании международного атомного времени (TAI). Существенно, и это надо иметь ввиду, что хотя TAI градуируется в часах, минутах и секундах, интервал времени между двумя последовательными метками, указывающими секунды TAI (далее называемые как *единицы шкалы* TAI), не равен локальной собственной секунде, за исключением вращающегося геоида.

Те же замечания применимы к единице длины – метру и пространственным координатам. Метр должен рассматриваться как единица собственной длины. В его определении от 1983 г., основанном на определенной соглашением величине скорости света (совместимой с предыдущими экспериментальными величинами), он определяется из собственной секунды путем локального эксперимента. Единица шкалы для пространственных координат хотя обычно и называется метр, не везде равна локальному метру. На практике измерения длины менее точны, чем измерения времени, что приводит к тому, что единица пространственной шкалы и собственный метр не очень то часто должны различаться. Однако это различие начинает иметь важность в глобальной геодезии и оно действительно существенно в некоторых астрономических исследованиях.