

Глава 5

Время и часы

5.1. Введение

Основной единицей международной системы единиц (единиц СИ) в области времени является единица длительности – секунда. Поэтому было бы уместно ссылаться на атомные стандарты, которые обеспечивают эту единицу, как на стандарты времени, или стандарты интервалов времени. Однако на практике эти термины используются редко по сравнению с термином *стандарт частоты*, оказавшимся более предпочтительным, потому что фактически они в действительности обеспечивают нас частотой.

Согласно официальному предписанию [5.1], мы должны отличать *первичный стандарт*, «который спроектирован или широко известен как имеющий высочайшее метрологическое качество и значение частоты которого принято без ссылки на другие стандарты такого же качества», от вторичных стандартов, «значение частоты которых приписано им путем сличения с первичным стандартом такого же качества». Мы будем следовать этим предписаниям даже тогда, когда качественные аспекты в определении первичного стандарта до некоторой степени затруднительны. И действительно, существуют стандарты частоты, которые, конечно же, не вторичные, но которые также ни в каком отношении не могут рассматриваться как первичные.

Любой, кто создает стандарт частоты, с целью обеспечения спектральной чистоты обычно пытается создать такую электромагнитную волну, чтобы она была как можно ближе к синусоидальной, и чтобы значение ее частоты было как можно ближе к номинальному значению. Но различные периоды этой волны не идентифицированы и не пронумерованы. По определению, часы обеспечивают нас дальнейшей информацией через точный счет этих периодов. Это обычно достигается путем нумерации импульсов с частотой 1 Гц, которые называются *секундные метки* или более знакомо *секундные импульсы*. Слово «часы» также подразумевает идею непрерывной работы на долгие периоды, например, несколько лет. Часы поэтому производят шкалу времени (их *собственное время*, в релятивистской терминологии).

Мы начинаем эту главу с обсуждения способов описания нестабильности частоты генераторов, и с флуктуаций шкал времени часов. В этом случае мы охарактеризуем стабильность различных представленных стандартов, включая, в частности, кварцевые генераторы, играющие ключевую роль в измерениях времени на любых уровнях качества.

Будет удобно распространить результаты нашего изучения шкал времени на шкалы, которые не производятся реальными часами, а также на шкалы, имеющие астрономическое происхождение. Мы будем затем рассматривать шкалы, происходящие от придуманных (фиктивных) часов. Например, мы увидим что (частотная) нестабильность международного атомного времени составляет около 10^{-15} за период усреднения 40 дней, хотя слово «частота» очень часто и совершенно несправедливо здесь опускается.

Когда мы рассматриваем координатную шкалу времени, мы должны вообразить, что она происходит от собственного времени фиктивных часов. Затем мы должны в используемой координатной системе применить теоретические соотношения между собственным временем и координатным временем. Тогда характеристики нестабильности и неточности будут относиться к этим фиктивным часам.

Хотя работа по нестабильности была стимулирована прогрессом, достигнутым в стандартах частоты, она имеет применение ко всем тем областям, в которых привлекаются долговременные серии измерений, в особенности в геофизике. На параметры, описывающие вращение Земли можно сослаться как на образец долговременных серий, и одним из параметров является само всемирное время.

Когда измерения времени были основаны на астрономии, первичный стандарт обеспечивался движениями небесных тел. Эти движения обеспечивали нас временем, т.е. таким же временем, как мы его представляем, когда смотрим на свои наручные часы. (Неопределенность терминологии, используемой при разговоре о времени совершенно недопустима!) Частота является величиной, которая выводится из этого времени, так что все стандарты частоты становятся тогда вторичными. Но появление атомных стандартов частоты порождает новую проблему, касающуюся точности их частоты. Точность часто воспринимается как качественное понятие. Однако при изучении частоты она имеет точное определение, что является несколько необычным для этой величины. Неточность может быть охарактеризована количественно, как это будет объяснено в разделе 5.5.

В окончании главы мы рассмотрим, как могут сличаться стандарты частоты и часы. Другой тип фиктивных часов, который будет нам встречаться в контексте этой книги – это часы, связанные с сигналами времени. Эти сигналы, передающиеся по радио или распространяющиеся по

кабелю, или еще каким-либо способом, состоят из меток времени, несущих дату. Поэтому их можно рассматривать как часы. Однако задержки распространения приводят нас к тому, что мы должны указать, когда мы рассматриваем сигналы. Мы можем рассматривать их или в момент излучения, или в момент приема в данном месте.

5.2. Нестабильность частоты и времени

5.2.1. Определения

Флуктуации частоты генератора в окрестности его номинальной частоты появляются в результате возмущений, таких как тепловой шум электронных компонент, шум, присущий резонатору, который обеспечивает генерацию частоты, старение инструмента и изменения окружающей среды. Эти флуктуации составляют то, что мы называем *нестабильность частоты*.¹

Если генератор работает в качестве часов, то по сравнению с идеальным временем, сконструированным на базе его номинальной частоты, в нем происходят флуктуации в реальной шкале времени, которую он генерирует. Это проявление известно как *нестабильность времени*.

Как для времени, так и для частоты мы можем различать случайные и детерминистические нестабильности. Первые относятся к флуктуациям, которые кажутся случайными. Последние относятся к таким флуктуациям, которые выглядят как функции внешних параметров, таких как возраст и температура, хотя и не известно априори что производит флуктуации (иначе мы могли бы внести соответствующие поправки). В дальнейшем мы будем касаться главным образом случайных компонент, предполагая, что детерминистические компоненты, если таковые будут обнаружены, будут измерены и учтены.

Свойства нестабильности времени и частоты могут определяться либо во *временной области*, либо в *спектральной области*. Во временной области мы изучаем поведение частоты, усредняемой за различные промежутки времени. Естественно, что минимальное время усреднения определяется условиями измерения. В спектральной области мы используем свойства фурье-преобразований функции, представляющей вариацию частоты или девиацию времени. Здесь также мы имеем только дискретную последовательность измеренных величин, которая подразумевает существование (фурье) частоты среза.

Сначала 1960-х годов было выполнено большое число теоретических и экспериментальных работ по характеристикам нестабильности частоты

¹ Хотя это и не строго точно, допускается выражение «стабильность частоты» вместо «нестабильность частоты».

и нестабильности времени генераторов. Эти исследования дали возможность специалистам достичь согласия в вопросах, касающихся использования вариаций, позволяющих оценить характеристики нестабильности. Полученные результаты были приняты к употреблению различными профессиональными и международными организациями [5.2, 5.3].

5.2.2. Условные обозначения

Читатели должны сейчас подготовиться к тем трудностям, от которых авторы были неспособны их оградить, а именно к различиям в обозначениях. В этом разделе, посвященном статистическим характеристикам осцилляторов, мы приняли условные обозначения, установленные общим использованием. К несчастью, иногда они отличаются от обозначений, обычно используемых в отношении тех же самых физических величин, но в другом теоретическом контексте, таком как релятивистская физика, шкалы времени и стандарты частоты. Проблема в том, что имеющийся алфавит недостаточен для того, чтобы представить весь диапазон параметров и математических моделей, необходимых для того, чтобы описать физическую реальность. Вероятно, что даже большая путаница может быть вызвана изменением традиционных обозначений, и обозначения специфические для каждой области по этой причине будут сохраняться. Читатель будет предупреждаться, когда символ изменяет значение таким образом, что это может вызвать неправильное толкование.

Сигнал V_C производимый осциллятором C может быть записан

$$V_C(t) = V_{0,C} \sin[2\pi\nu_{0,C}t + \phi_C(t)], \quad (5.1)$$

где мы подразумеваем, что амплитуда постоянна. Величина $\nu_{0,C}$ есть константа номинальной частоты и t есть идеальное собственное время, основанное на определении секунды. Оно эквивалентно τ , используемому в этом смысле в предыдущих главах. Фаза ϕ_C , по сравнению с идеальной периодической вариацией, содержит случайные и систематические девиации.

Мгновенная частота $\nu_C(t)$ определяется как

$$\nu_C(t) = \nu_{0,C} + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi_C(t)}{dt}. \quad (5.2)$$

Относительная отстройка частоты осциллятора, впервые введенная в разделе 4.4.2а дается

$$y_C(t) = \frac{\nu_C(t)}{\nu_{0,C}} - 1. \quad (5.3)$$

Она представляет собой относительную величину мгновенного ухода осциллирующей частоты от ее номинального значения. Эта величина очень мала для высокостабильных осцилляторов, которые мы будем рассматривать.

Осциллятор часто обслуживает диапазон частот с установленными номинальными значениями, например, 1 МГц, 1 кГц, 1 Гц. Благодаря конструкции фактические частоты остаются строго в том же соотношении, что и номинальные частоты и поэтому здесь используется одна нормализованная частота для всех этих значений.

Показания часов возрастают на номинальное значение $1/\nu_{0,C}$ периода каждый раз, когда суммарная фаза $2\pi\nu_{0,C}t + \phi_C(t)$ возрастает на 2π . Поэтому время, показываемое с самого начала, выражается через

$$t_C = t + x_C(t), \quad (5.4)$$

где мы установили

$$x_C(t) = \frac{\phi_C(t)}{2\pi\nu_{0,C}}. \quad (5.5)$$

Величина t_C является собственным временем часов C . Девиация собственного времени из-за неидеальности осциллятора равна таким образом $x_C(t)$. Это временная нестабильность часов по сравнению с идеальной опорной шкалой времени.

Из вышеприведенных определений легко показать, что

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt}, \quad (5.6)$$

где $y(t)$ представляет относительную отстройку частот осциллятора или часов, как функцию от t и от девиации собственного времени $x(t)$.

5.2.3. Измерения во временной области

Было разработано много методов измерения нестабильности частоты и времени [5.4, 5.5, 5.6]. Для каждого метода требуется два генератора частоты (или двое часов), один из которых берется в качестве опорного. Мы начнем с предположения, что опорный генератор имеет пренебрежимо малую нестабильность частоты по сравнению с генератором, который необходимо исследовать. Противоположный случай мы рассмотрим в разделе 5.2.8.

Ограничим себя с одной стороны иллюстрацией измерений нестабильности времени, и с другой стороны измерением нестабильности частоты, двумя общепринятыми и легко интерпретируемыми методами.

(a) Измерение нестабильности времени

Экспериментальная установка схематически показана на рис. 5.1. Исследуемые часы и опорные часы генерируют периодические импульсы, т.е. секунды. Часы подключены к двум входам измерителя интервалов времени. Этот прибор регистрирует моменты, когда величина импульса достигает predetermined уровня. Счет запускается прибытием импульса от часов 1 на вход 1 и останавливается прибытием импульса от часов 2 на вход 2. Измеритель интервалов времени обычно управляется опорными часами.

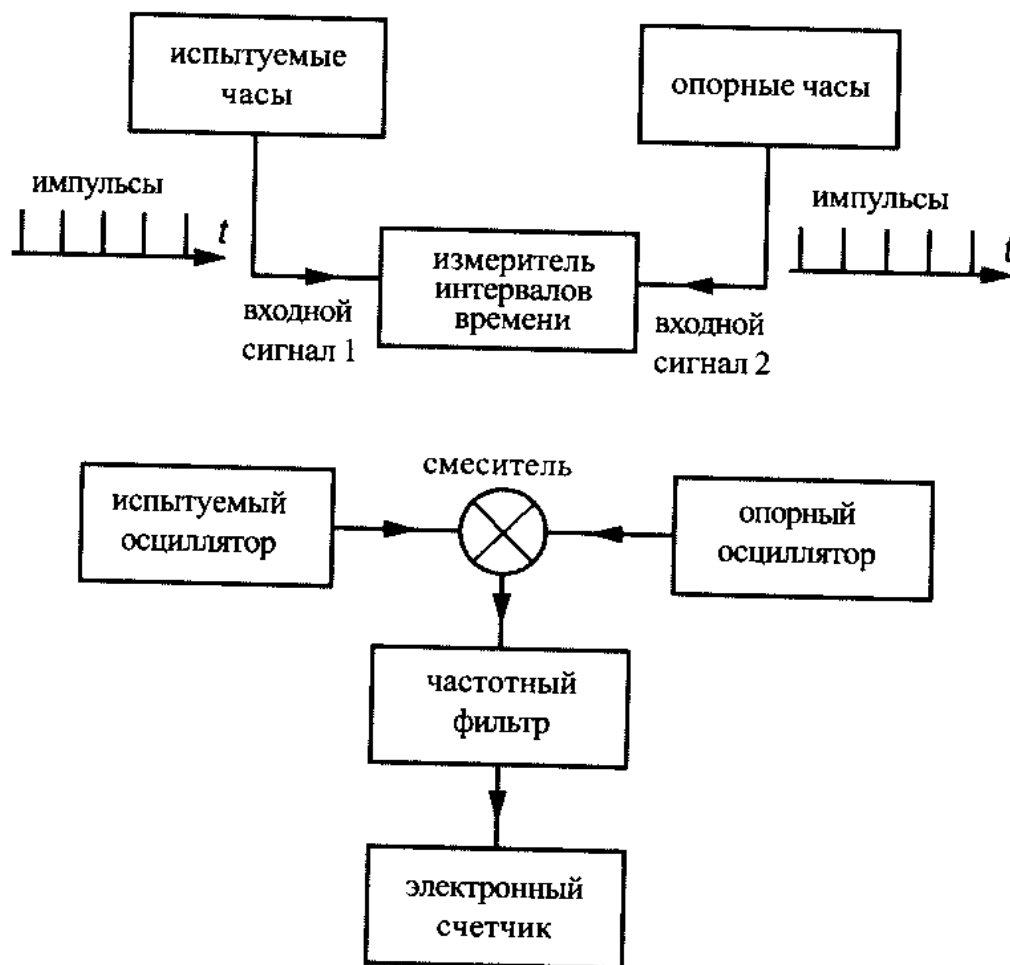


Рис. 5.1. Схема измерения нестабильности времени (вверху) и нестабильности частоты (внизу)

Измерение дает величину x_k от $x(t)$ по модулю одной секунды за время t_p , когда импульс, произведенный испытываемыми часами, поступает на вход 2. При использовании лучших приборов неопределенность измеряемой величины составляет около 10 пикосекунд (пс). Систематические ошибки возникают из-за задержек распространения сигналов в соединительных кабелях. Если кабели одни и те же, то это не имеет значения для статистического анализа временной нестабильности, так как последняя, как мы вскоре увидим, относится к разностям между величинами x_k .

Набор величин x_k , полученных таким способом, составляет временную серию, определенную как равно расположенные времена t_k . Следуя общей практике в области определения параметров нестабильности, интервал времени между двумя последовательными величинами t_k обозначим через τ . Строго говоря, это есть интервал собственного времени и согласно обозначениям, введенным в главе 3, он должен быть обозначен как $\Delta\tau$.

(b) Измерения нестабильности частоты

Метод, который будет описан, подходит в том случае, когда два осциллятора, или, вообще говоря, два генератора генерируют различные, но очень близкие частоты. Например, их значения могут быть близки к 10 МГц, в то время как разность их частот составляет около 1 Гц.

Пусть $\nu_C(t)$ есть частота исследуемого генератора и ν_R — частота опорного генератора, которая рассматривается как константа. Как показано на рис. 5.1, генераторы подключаются к смесителю. Смеситель является нелинейным элементом, на выходе которого в первом приближении появляется произведение двух сигналов, подключенных к его входам. Его выходной сигнал содержит спектральные компоненты на частотах $|\nu_C - \nu_R|$ и $\nu_C + \nu_R$. Низкочастотная компонента выделяется с помощью фильтра и мы, таким образом, детектируем частоту биений $\nu_b = |\nu_C - \nu_R|$.

Относительное изменение в ν_b может быть записано в виде

$$\frac{\Delta\nu_b}{\nu_b} = \frac{\nu_C}{\nu_b} \frac{\Delta\nu_C}{\nu_C}. \quad (5.7)$$

Это значительно больше, чем относительное изменение в ν_C из-за наличия коэффициента умножения ν_C/ν_b . Используя численные значения, предложенные выше, получим, что этот коэффициент составляет по порядку 10^7 .

Частота ν_b измеряется с помощью электронного частотомера, у которого временный блок управляется опорным генератором. Частотомер измеряет длительность n периодов входного сигнала. Их длительность равна $\tau = n/\nu_b$. Таким образом, частотомер дает усредненное за интервал τ , значение частоты ν_b , обозначаемое как $\bar{\nu}_b^\tau$.

Неопределенность в этом измерении зависит от соотношения сигнал/шум в сигнале биений. С соответствующим оборудованием эта неопределенность может быть близка к $10^{-7}/\tau$, если частота ν_b лежит вблизи 1 Гц и ширина полосы низкочастотного фильтра равна 10 Гц. Отсюда следует, что неопределенность величины $\Delta\nu_b/\nu_b$ составляет около $10^{-14}/\tau$ в рассмотренном здесь примере. Часто ею можно пренебречь.

Чтобы упростить вопрос давайте предположим, что мертвое время между двумя измерениями очень мало, по сравнению с интервалом вре-

мени τ . Последовательные измерения производят, таким образом, серию величин v_b^τ , с дискретными временами t_k такими, что $t_{k+1} - t_k = \tau$. Далее мы извлечем среднюю величину v_b^τ , а, следовательно, и v_b . Используя (5.3) и (5.7) мы можем установить временную серию значений относительной расстройки частоты поверяемого генератора, усредненной на интервале времени τ .

Так как величина y_k^τ определена между временами t_k и t_{k+1} , то уравнение (5.6) показывает, что выполняется следующее соотношение между измеренными значениями нестабильности частоты y_k^τ и нестабильностью времени x_k :

$$\bar{y}_k^\tau = \frac{1}{\tau} [x_{k+1} - x_k]. \quad (5.8)$$

5.2.4. Измерения в спектральной области

Измерения в спектральной области [5.4, 5.5, 5.6] дают нам спектральную плотность мощности² флуктуаций поверяемого времени и частоты. Они обозначаются через $S_x(f)$ и $S_y(f)$ соответственно. Частота f является частотой анализа, известной также как фурье-частота или фурье-компонента, и она не должна смешиваться с частотой генерации. Из (5.6)

$$S_y(f) = 4\pi^2 f^2 S_x(f). \quad (5.9)$$

5.2.5. Моделирование частотных и временных флуктуаций

Экспериментально можно получить только ограниченное число данных y_k^τ , так как общее время измерений оказывается конечным. Их может быть совсем немного в случае, если временная или частотная нестабильность определяется за период τ , превышающий несколько дней. Поэтому можно вычислить только оценку вариации исследуемых флуктуаций (см. раздел 5.2.6). Эта оценка сама по себе является случайной переменной в том смысле, что при повторении измерений будут получаться разные ее значения. Неопределенность увеличивается, когда число измерений уменьшается. Становится трудно, почти невозможно, вывести спектральную плотность мощности частотных или временных флуктуаций для низких значений фурье-компонент частоты. Однако они часто необходимы, когда изучаются свойства атомных стандартов времени и частоты, используе-

² Спектральная плотность мощности случайного процесса на частоте f равна $\sigma^2/\Delta f$, где σ^2 является среднеквадратичной флуктуацией процесса, пропущенного через очень узкий фильтр с окном шириной Δf , с центром на частоте f .

мых в таких системах, как отдельные навигационные и телекоммуникационные системы. Это будет рассмотрено в главе 9.

Для того чтобы обойти эту проблему была разработана математическая модель флуктуаций времени и частоты. Справедливость этой модели была оценена проверкой согласия экспериментальных результатов с моделью или ее предсказаниями в пределах экспериментальной неопределенности.

Модель, которая дает удовлетворительный расчет случайных нестабильностей частоты рассматриваемых генераторов, имеет следующие характеристики. Процесс является эргодическим. Нестабильность частоты, представляемая $y(t)$, имеет нулевое среднее значение. Плотность вероятности $y(t)$ является гауссовской. Наконец, спектральная плотность мощности относительных флуктуаций частоты представляется полиномом от f , содержащим до пяти членов. Для $f > 0$,

$$S_y(f) = \sum_{\alpha=-2}^2 h_{\alpha} f^{\alpha}, \quad (5.10)$$

где α – целое число в диапазоне от -2 до $+2$. Значение констант h_{α} зависит от источника. Они могут быть равны нулю для некоторых величин α . Соответствующая величина $S_x(f)$ получается из (5.9) и (5.10).

Таблица 5.1 дает общепринятые термины для различных типов независимых шумов, которые могут давать вклад в нестабильность времени и частоты.

Физическое происхождение белого фазового и частотного шумов понятно. Они связаны с тепловым шумом в радиодиапазоне или дробовым шумом от потока частиц. Происхождение других шумов известно в меньшей степени. Однако большое число экспериментальных результатов является свидетельством их реальности.

Таблица 5.1. Термины, используемые для описания пяти шумовых процессов, дающих вклад в нестабильность времени и частоты

| α | Шум |
|----------|----------------------------------|
| 2 | Белый фазовый шум |
| 1 | Фликкерный фазовый шум |
| 0 | Белый частотный шум |
| -1 | Фликкерный частотный шум |
| -2 | Шум случайного блуждания частоты |

5.2.6. Характеристики неустойчивости частоты

Вообще говоря, вариация случайного процесса связана с интегралом от его спектральной плотности мощности по всему диапазону частот. Для $y(t)$ мы находим, что

$$E\{y^2(t)\} = \int_0^\infty S_y(f) df, \quad (5.11)$$

где $E\{\}$ обозначает математическое ожидание. Сразу же становится очевидным, что, когда $S_y(f)$ имеет вид (5.10), интеграл расходится. Для $\alpha \geq -1$, расходимость имеет место для $f \rightarrow \infty$. Однако флуктуации частоты всегда фильтруются низкочастотным фильтром. Поэтому такая математическая трудность не соответствует реальной физической проблеме. Более серьезна расходимость при $f \rightarrow 0$, когда $\alpha = -1, -2$. Конечно, частота, равная нулю никогда не может быть достигнута, но можно показать, что математическая расходимость предполагает, что оцениваемое значение вариации зависит от общего времени измерения. Это очень нехорошо. Ситуация становится даже хуже, когда мы рассматриваем $E\{x^2(t)\}$ потому что спектральная плотность мощности $S_x(f)$ содержит члены с $f^{\alpha-2}$. Соответствующий интеграл поэтому расходится на низкочастотной границе для четырех или пяти значений α , т.е. для $\alpha \leq 1$.

Можно показать, что для $\alpha \leq 1$, приращения первого или второго порядка в $x(t)$, а следовательно и в фазовых флуктуациях являются стационарными (см. (5.5)). При этом устраняются вышеуказанные трудности, если для статистического истолкования флуктуаций времени и частоты привлечь средний квадрат этих приращений. Тогда могут быть рассмотрены многие вариации. Мы обсудим только наиболее общеупотребительные.

(a) Определение вариации Аллана

Мы начнем с обсуждения вариации Аллана, известной также как вариация двойной выборки. В ее определении предполагается неограниченное число выборок. Она равна половине средней величины двойной выборки величин y_k^* , где выборка берется из соседних серий, т.е. с нулевым мертвым временем между последовательными величинами³. Мы имеем [5.7]

³ Коэффициент 1/2 происходит от того, что двойная выборка является частным случаем более общей вариации из N выборок. Когда случайные переменные есть относительные частотные флуктуации, усредненные за интервал τ , N -выборочная вариация есть

$$\sigma^2(N, \tau) = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N \left(\bar{y}_n - \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \bar{y}_k \right)^2.$$

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} E \{ [\bar{y}_{k+1}^\tau - \bar{y}_k^\tau]^2 \}. \quad (5.12)$$

Используя (5.8) мы получим

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2\tau^2} E \{ [x_{k+2} - 2x_{k+1} + x_k]^2 \}, \quad (5.13)$$

что приводит к приращению второго порядка в x_k . Уравнения (5.12) и (5.13) могут использоваться для характеристик неустойчивости частоты во временной области.

Вариация Аллана может быть выражена также в терминах спектральной плотности мощности $S_y(f)$. Можно показать, что

$$\sigma_y^2(\tau) = \int_0^\infty |H_A(f)|^2 S_y(f) df \quad (5.14)$$

где $|H_A(f)|^2$ есть модуль квадрата передаточной функции, которая представляет в частотной области свойства цифровой фильтрации, связанной с вычислением вариации Аллана. Эта передаточная функция дается следующим выражением:

$$|H_A(f)|^2 = 2 \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2}. \quad (5.15)$$

Когда $f \rightarrow 0$, $|H_A(f)|^2$ изменяется как f^2 , гарантируя сходимость интеграла в нижнем пределе для всех типичных значений α .

Таблица 5.2. Соответствие между различными компонентами шумов, возмущающих осциллятор, и вариацией Аллана для флуктуаций нормализованной частоты в случае, когда $2\pi f_h \tau \gg 1$.

| $S_y(f)$ | $\sigma_y^2(\tau)$ |
|-----------------|---|
| $h_2 f^2$ | $3 h_2 f_h / 4 \pi^2 \tau^2$ |
| $h_1 f$ | $h_1 [1,04 + 3 \ln(2 \pi f_h \tau)] / 4 \pi^2 \tau^2$ |
| h_0 | $h_0 / 2 \tau$ |
| $h_{-1} f^{-1}$ | $2 h_{-1} \ln 2$ |
| $h_{-2} f^{-2}$ | $2 \pi^2 h_{-2} \tau / 3$ |

Низкочастотный фильтр, с частотой среза f_h , который всегда присутствует на входе или внутри оборудования, измеряющего \bar{y}_k^τ , принимается во внимание путем умножения $|H_A(f)|^2$ на передаточную функцию этого фильтра, обозначенную как $|H_F(f)|^2$. Мы положим здесь, что

$$|H_F(f)|^2 = \begin{cases} 1 & \text{для } f < f_h, \\ 0 & \text{для } f \geq f_h. \end{cases} \quad (5.16)$$

Такая фильтрация оказывает влияние на значение вариации Аллана только для $\alpha = 1, 2$, при условии, что

$$f_h \gg \frac{1}{2\pi\tau} \quad (5.17)$$

(b) Изменение вариации Аллана с изменением периода выборки τ

Вычисляя интеграл с правой стороны (5.14) с заменой $|H_A(f)|^2$ на $|H_A(f)|^2 \times |H_F(f)|^2$, мы можем установить соответствие между $\sigma_y^2(\tau)$ и каждой компонентой шума, возмущающего осциллятор, при выполнении условия (5.17). Это соответствие показано в таблице 5.2.

Функциональная зависимость $S_y(f)$ и вариация Аллана $\sigma_y(\tau)$ обычно представляются на логорифмическом графике, который показывает их асимптотическое поведение (см. рис. 5.2). Когда данный тип шума доминирует, по крайней мере, на одной декаде значений f или τ , то из такого графика по наклону кривой определяется значение α . Затем оно может быть использовано, чтобы опознать присутствующий шум, если $\alpha \leq 0$. Например, отрезок графика $\sigma_y(\tau)$ с нулевым наклоном связан с фликер-шумом частоты и обычно называется фликерным потолком. Вариация Аллана изменяется как τ^{-1} для белого и фликерного фазовых шумов. Поэтому они не могут различаться таким способом. Единственное средство в этой ситуации воспользоваться разной зависимостью $\sigma_y(\tau)$ от полосы f_h низкочастотного фильтра. Другой способ – использовать модифицированную вариацию Аллана, которая будет обсуждаться ниже.

В вышеприведенном примере предполагалось, что между последовательными выборками y_k^t отсутствует мертвое время. Если же это не так, как это и случается на практике, то за исключением случая белого частотного шума в вычисления $\sigma_y^2(\tau)$ вводятся смещения. Эти смещения табулированы в работе [5.5].

Рис. 5.6 и 6.11 показывают примеры того, как вариация Аллана изменяется с изменением τ .

(c) Практическое вычисление вариации Аллана

В реальном мире число возможных значений x_k или \bar{y}_k^t является конечным. Следовательно, можно получить только оценку вариации Аллана. Теперь мы опишем, как оценка параметра $\sigma_y(\tau)$ может быть вычислена на практике.

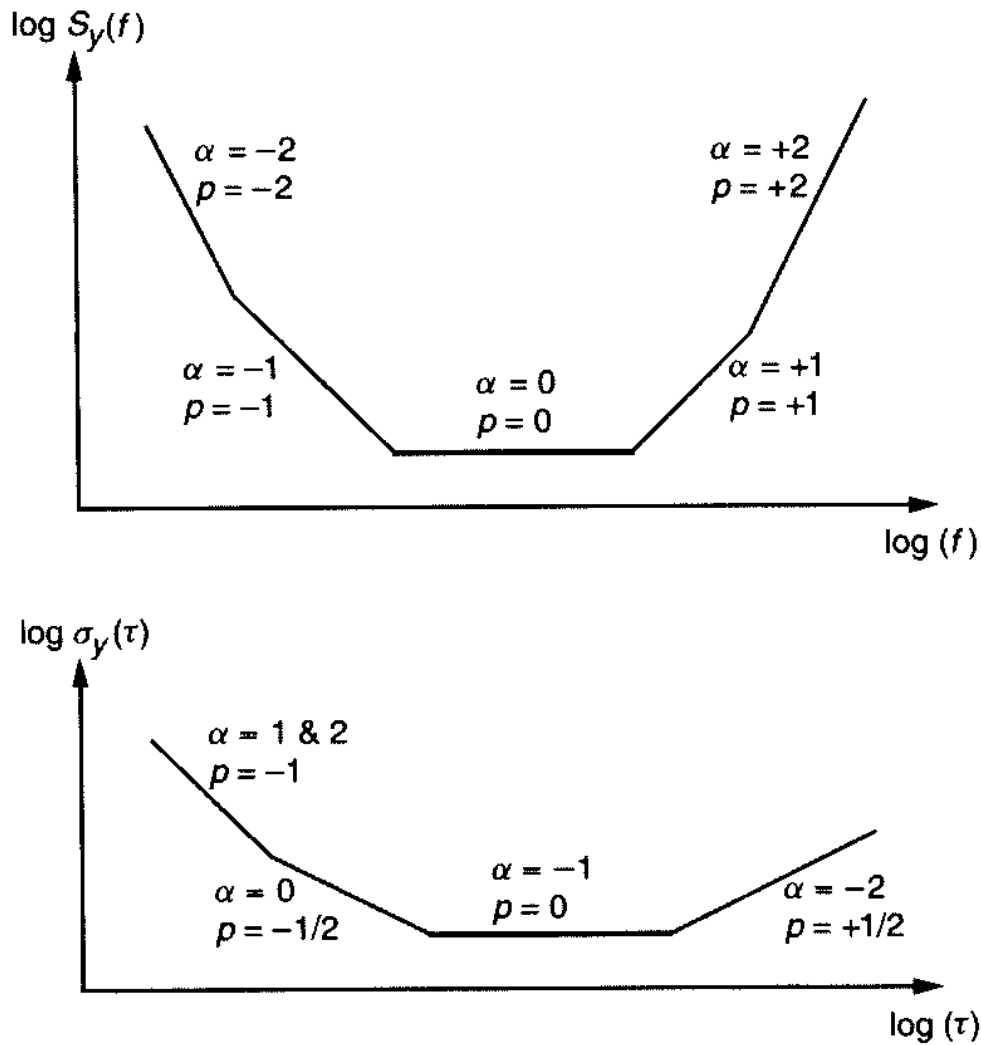


Рис. 5.2. Асимптотическое логарифмическое представление вариации $S_y(f)$ и $\sigma_y(\tau)$ с их аргументами f и τ для различных значений. Наклоны даются значениями p .

Вообще говоря, измерения не повторяются для различных значений τ . Фактически мы определяем временную серию из $M+1$ значений x_j за времена, разделенные интервалом τ_0 , или временную серию из M значений \bar{y}_j^τ за период усреднения τ_0 . Предположим, что мертвое время пренебрежимо мало. Рис. 5.3а показывает основные временные интервалы длительностью τ_0 , за которые определяются значения $\bar{y}_k^{\tau_0}$.

Данные затем группируются вместе для того, чтобы вывести вариацию Аллана из $\tau = n\tau_0$, где n – положительное целое число.

Простейшая и наиболее непосредственная комбинация показана на рис. 5.3b, для $n = 3$. Временная серия формируется из соседних значений \bar{y}_k^τ путем вычисления средней вариации нормализованной частоты за интервал времени $\tau = n\tau_0$ по одному из следующих соотношений:

$$\bar{y}_k^\tau = \frac{1}{n\tau_0} [x_{nk+1} - x_{n(k-1)+1}] \quad (5.18)$$

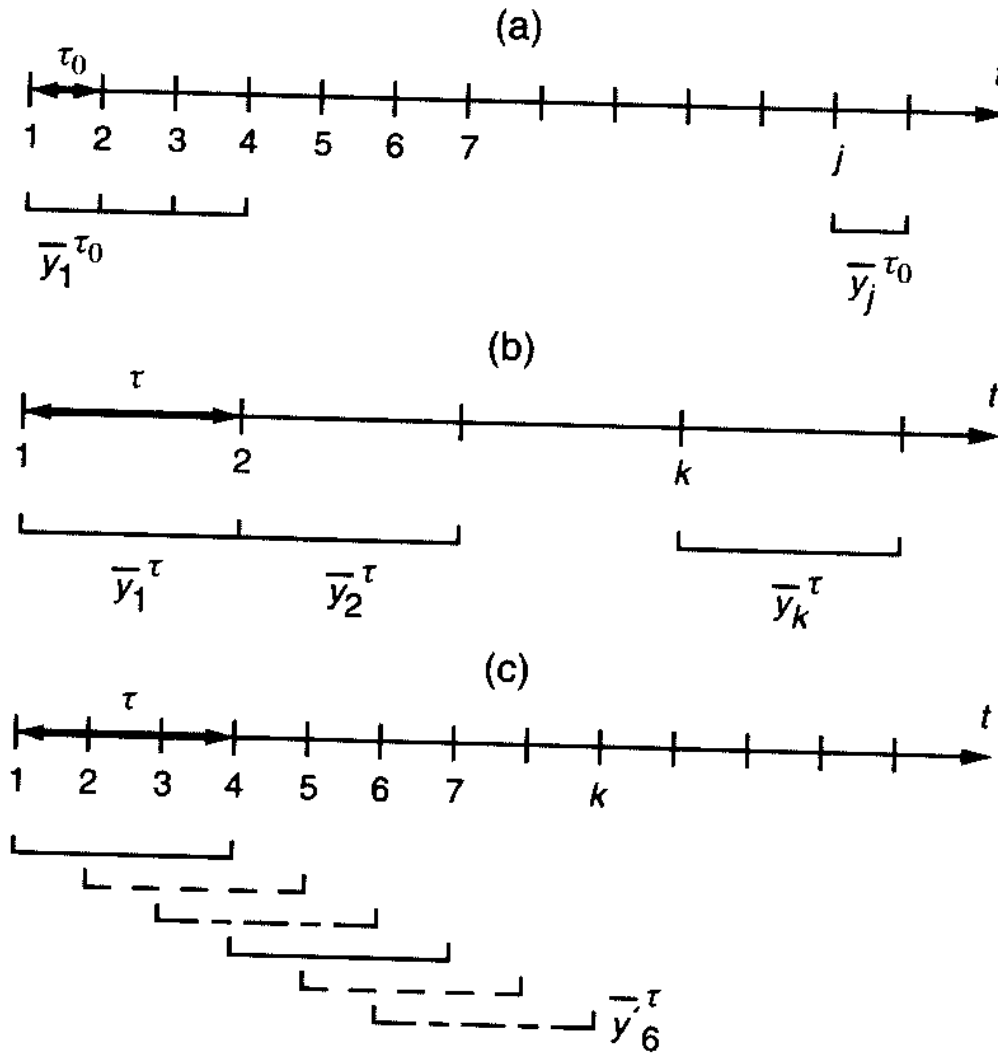


Рис. 5.3. Практическое вычисление вариации Аллана. (а) Интервалы времени, на которых определяется набор начальных данных. (в) Иллюстрация первого метода обработки данных. (с) Иллюстрация второго метода обработки данных

или

$$\bar{y}_k^\tau = \frac{1}{n} \sum_{j=n(k-1)+1}^{nk} \bar{y}_j^{\tau_0}. \quad (5.19)$$

Число значений пар y_k^τ , которое может быть образовано, дается из

$$p_1 = \text{int} \left(\frac{M}{n} \right) - 1. \quad (5.20)$$

Оценочное значение $\hat{\sigma}_y^2(\tau)$ вариации Аллана вычисляется затем по одному из следующих соотношений:

$$\hat{\sigma}_y^2(\tau) = \frac{1}{2p_1(n\tau_0)^2} \sum_{k=1}^{p_1} [x_{n(k+1)-1} - 2x_{nk+1} + x_{n(k-1)+1}]^2, \quad (5.21)$$

$$\hat{\sigma}_y^2(\tau) = \frac{1}{2p_1} \sum_{k=1}^{p_1} [\bar{y}_{k+1}^\tau - \bar{y}_k^\tau]^2. \quad (5.22)$$

Определение характеристик одного и того же генератора с помощью различных временных серий одинаковой длины дает различные значения оценки вариации Аллана. Среднее значение оценки равно математическому ожиданию, определяемому из (5.12). Неопределенности в оценке $\hat{\sigma}_y(\tau)$ характеризуются его собственным стандартным отклонением, равным $K_\alpha / (p_1 + 1)^{1/2}$, где p_1 больше, чем несколько единиц [5.8]. Когда α варьируется от -2 до $+2$ то параметр K_α занимает диапазон от 0,75 до 0,99.

Другой способ объединения экспериментальных данных более часто используется на практике, потому что он приводит к лучшему использованию этих данных, приводящих к меньшей неопределенности [5.9]. Вместо того, чтобы сформировать набор значений \bar{y}_k^τ , как указано выше, другой набор может быть получен из

$$\bar{y}_k^{\tau_0} = \frac{1}{n\tau_0} (x_{k+n} - x_k), \quad (5.23)$$

или, что то же самое, из

$$\bar{y}_k^{\tau_0} = \frac{1}{n} \sum_{j=k}^{k+n-1} \bar{y}_j^{\tau_0}. \quad (5.24)$$

На рис. 5.3с показаны интервалы времени, на которых определены новые значения y_k^τ , для $n = 3$. Эти интервалы перекрываются. Однако, для того, чтобы оценить вариацию Аллана, мы рассматриваем значения y_k^τ , принадлежащие соседним интервалам. Такими значениями будут, например, \bar{y}_{k+n}^τ и \bar{y}_k^τ . Число таких пар p_2 дается из:

$$p_2 = M - 2n + 1. \quad (5.25)$$

Новая оценка вариации Аллана за период выборки τ вычисляется теперь путем использования следующих соотношений:

$$\hat{\sigma}_y^2(\tau) = \frac{1}{2p_2(n\tau_0)^2} \sum_{k=1}^{p_2} [x_{k+2n} - 2x_{k+n} + x_k]^2, \quad (5.26)$$

$$\hat{\sigma}_y^2(\tau) = \frac{1}{2p_2} \sum_{k=1}^{p_2} [\bar{y}_{k+n}^{\tau_0} - \bar{y}_k^{\tau_0}]^2. \quad (5.27)$$

Можно показать, что эти два выражения имеют среднее значение, равное математическому ожиданию, определяемому из (5.12).

Метод оценки неопределенности в аллановской вариации, вычисленный таким способом, приводит к более сложным вычислениям, чем в предыдущем случае [5.10, 5.11]. Главный результат заключается в том, что для данных M и n , число пар p_2 значительно больше, чем p_1 (если мы не приближаемся к $M/2$) и отсюда следует, что относительная неопределенность $\hat{\sigma}_y(\tau)$ уменьшается.

(d) Вариация Аллана в присутствии систематических эффектов

Ничто не мешает нам вычислить вариацию Аллана в том случае, когда появляются относительные отстройки частоты $y(t)$, которые имеют особенности систематических вариаций. Например, возмущение может проявляться в виде линейного дрейфа частоты, типа

$$y(t) = at, \quad (5.28)$$

или синусоидальной модуляции, типа

$$y(t) = a' \cos 2\pi f_M t. \quad (5.29)$$

Параметры a и a' представляют наклон частотного дрейфа и относительную амплитуду частотной модуляции соответственно. Частота модуляции f_M такова, что $f_M < f_h$.

В случае линейного дрейфа определение (5.12) подразумевает

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} a^2 \tau^2. \quad (5.30)$$

На графике с логарифмическими осями, представляющим вариацию $\sigma_y(\tau)$ мы тогда получим прямую линию с единичным наклоном. Добавленная к другим общим шумовым эффектам, она начинает играть доминирующую роль для больших значений τ .

Для синусоидального возмущения определение дает

$$\sigma_y^2(\tau) = a'^2 \frac{\sin^4(\pi f_M \tau)}{(\pi f_M \tau)^2}. \quad (5.31)$$

На графике $\sigma_y^2(\tau)$ его эффект проявляется в переменных вариациях около прямой линии с наклоном -1 . Такое поведение происходит при значениях τ порядка $1/f_M$.

Поэтому, характеризуя частотную нестабильность с помощью вариации Аллана или девиации, мы можем идентифицировать наличие определенных типов систематических возмущений, влияющих на частоту генератора.

(e) Модифицированная вариация Аллана

Одним из недостатков вариации Аллана является то, что она изменяется так же как τ^{-2} , когда шум, воздействующий на генератор, является белым

фазовым шумом ($\alpha = 2$), или фликкерным фазовым шумом ($\alpha = 1$). Для того, чтобы при ее использовании отличить эти два типа фазовых шумов, серии измерений должны быть проведены с разными значениями частотной полосы пропускания f_h измерительной системы.

Было показано, этот недостаток может быть устранен путем введения новой вариации, известной как модифицированная вариация Аллана, и обозначаемая как $\text{Mod}\sigma_y^2(\tau)$. Определяющий алгоритм делает возможным изменение полосы пропускания виртуальным путем [5.5].

При $\tau = n\tau_0$ мы имеем

$$\text{Mod}\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} E \left\{ \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \bar{y}_{i+k+n}^{\tau_0} - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \bar{y}_{i+k}^{\tau_0} \right) \right]^2 \right\}, \quad (5.32)$$

или

$$\text{Mod}\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \frac{1}{(n\tau_0)^2} E \left\{ \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{i+2n} - 2x_{i+n} + x_i) \right]^2 \right\}. \quad (5.33)$$

Для $n = 1$ мы возвращаемся к выражению для вариации Аллана. Таблица 5.3 дает функциональную зависимость $\text{Mod}\sigma_y^2(\tau)$ от τ для различных типов шумов.

Можно увидеть, что эта зависимость различается для белого фазового шума ($\alpha = 2$) и для фликкерного фазового шума ($\alpha = 1$). Эти типы шумов могут таким образом устанавливаться и различаться однозначно. Например, можно измерить уровень белого фазового шума, связанного с конечной разрешающей способностью счетчика интервалов времени, используемого непосредственно в измерениях нестабильности времени. (см. раздел 5.2.3а).

Таблица 5.3. Соответствие между различными компонентами шумов, возмущающих генератор и модифицированной вариацией Аллана для нормализованных частотных флуктуаций когда $2\pi f_h \tau \gg 1$. Выражение для $\text{Mod}\sigma_y^2(\tau)$ является точным для белого фазового шума, при любом значении $n = \tau/\tau_0$. Для других типов шумов приведенные выражения справедливы в пределах нескольких процентов при $n \geq 10$.

| $S_y(f)$ | $\text{Mod}\sigma_y^2(\tau)$ |
|-----------------|---|
| $h_2 f^2$ | $3 h_2 f_h \tau_0 / 4 \pi^2 \tau^3$ |
| $h_1 f$ | $h_1 [1,04 + 3 \ln(2 \pi f_h \tau)] / 4 \pi^2 \tau^2$ |
| h_0 | $h_0 / 4 \tau$ |
| $h_{-1} f^{-1}$ | $0,936 h_{-1}$ |
| $h_{-2} f^{-2}$ | $5,42 h_{-2} \tau$ |



Для других типов шумов ($\alpha \leq 1$) не существует особого преимущества при использовании модифицированной вариации Аллана. Отметим, что для $\alpha \leq 0$ числовые коэффициенты не одни и те же для вариации Аллана и модифицированной вариации Аллана.

5.2.7. Характеристики нестабильности времени

Нестабильность времени обычно характеризуется через вариацию Аллана или модифицированную вариацию Аллана. Мы приведем примеры применения каждой из этих вариаций.

(a) Нестабильности в прогнозе времени

При изучении шкал времени и работе с цифровыми телекоммуникационными сетями часто бывает необходимо прогнозировать значение расхождения времени между двумя часами в некоторые поздние даты. Простейший подход состоит в выполнении линейной экстраполяции. Положим

$$\hat{x}(t + \tau) = x(t) + \tau \bar{y}_k^t(t), \quad (5.34)$$

где $x(t)$ и $\hat{x}(t + \tau)$ являются отклонениями времени между двумя часами в настоящее время t и прогнозируемое значение отклонения в более позднее время $t + \tau$, соответственно. Величина $\bar{y}_k^t(t)$ является значением относительной расстройки частоты между двумя часами, усредненной по времени за период от $t - \tau$ до t . Прогноз не может быть полноценным из-за присутствия случайной ошибки $\Delta x(t, \tau)$, равной

$$\Delta x(t, \tau) = x(t + \tau) - \hat{x}(t + \tau), \quad (5.35)$$

где $x(t + \tau)$ является отклонением времени, которое будет фактически наблюдаться в будущем времени $t + \tau$. Величина $\Delta x(t, \tau)$ является *ошибкой прогноза времени*.

Вариация $\Delta x(t, \tau)$ характеризует неопределенность в предсказании [5.12]. Из (5.8) и (5.13) мы получим

$$E \{ \Delta x^2(t, \tau) \} = 2 \tau^2 \sigma_y^2(\tau). \quad (5.36)$$

Стандартное отклонение $\Delta x(t, \tau)$ является, таким образом, независимым от τ для белого и фликкерного фазового шумов. Оно изменяется как $\tau^{1/2}$ для белого частотного шума, оно пропорционально τ для фликкерного частотного шума и оно работает как $\tau^{3/2}$ для шума типа случайного блуждания частоты.

(b) Вариация нестабильности времени

Для того чтобы охарактеризовать свойства систем передачи и распространения времени, а также телекоммуникационных систем, считалось по-

лезным ввести вариацию нестабильности времени, обозначаемую как TVAR. (Отметим, что вариация Аллана и модифицированная вариация Аллана иногда обозначаются акронимами как AVAR и MVAR, соответственно.) Она определяется как [5.13]

$$\text{TVAR} = \frac{\tau^2}{3} \text{Mod} \sigma_y^2(\tau). \quad (5.37)$$

5.2.8. Определение вклада от каждого генератора

Для измерения нестабильности времени и частоты необходимо два генератора. Мы предполагаем, что измерительная система не дает вклада в наблюдаемые флуктуации.

Если нестабильность генератора 1 много меньше, чем генератора 2, вся измеренная нестабильность приписывается генератору 2. Если два генератора изготовлены одинаковым способом, тогда, исходя из желания иметь лучшую гипотезу, мы можем предположить, что они имеют одинаковое качество. К тому же нет причин предполагать, что их флуктуации коррелированы, так что вариации измеренных флуктуаций равны удвоенным флуктуациям любого индивидуального генератора.

Есть возможность разделить индивидуальный вклад, если мы располагаем более чем двумя генераторами. Давайте, как пример, рассмотрим случай с тремя генераторами. Пусть $\sigma_i^2, \sigma_j^2, \sigma_k^2$ являются вариациями Аллана, присущими каждому генератору для данного τ , и $\sigma_{ij}^2, \sigma_{jk}^2, \sigma_{ki}^2$ являются вариациями Аллана для всех попарных сличений за то же самое время τ . При условии, что флуктуации не коррелированы, мы находим

$$\begin{cases} \sigma_{ij}^2 = \sigma_i^2 + \sigma_j^2, \\ \sigma_{jk}^2 = \sigma_j^2 + \sigma_k^2, \\ \sigma_{ki}^2 = \sigma_i^2 + \sigma_k^2. \end{cases} \quad (5.38)$$

Мы можем далее вывести индивидуальные вариации

$$\begin{cases} \sigma_i^2 = \frac{1}{2}(\sigma_{ij}^2 + \sigma_{ik}^2 - \sigma_{jk}^2), \\ \sigma_j^2 = \frac{1}{2}(\sigma_{jk}^2 + \sigma_{ij}^2 - \sigma_{ik}^2), \\ \sigma_k^2 = \frac{1}{2}(\sigma_{jk}^2 + \sigma_{ik}^2 - \sigma_{ij}^2) \end{cases} \quad (5.39)$$

Этот метод дает удовлетворительный результат, если выполняются следующие условия:

- генераторы имеют сравнительно одинаковое качество;
- их флуктуации не коррелированы;
- измерения выполняются одновременно;
- неопределенность в оценке вариаций σ_{ij}^2 , σ_{jk}^2 и σ_{ki}^2 достаточно мала.

Этот метод известен как *метод треуголки* (шляпы).

5.3. Механические осцилляторы

Наилучшие достижения в механических осцилляторах были получены в маятниковых часах в астрономических обсерваториях. Эти часы достигли своего предельного уровня идеальности в начале двадцатого столетия. Мы не будем описывать эти прекрасные инструменты. Интересная ссылка по ним дана в [5.14]. Давайте только напомним некоторые меры предосторожности, предпринятые для того чтобы обеспечить регулярность их работы. Часы размещались в герметически закрытых камерах и поддерживались при давлении слегка ниже атмосферного давления. Они хранились в комнатах с постоянной температурой и защищались, насколько это возможно, от вибраций. Их ход поддерживался гириями, которые поднимались электрическим способом, гарантируя, таким образом, постоянство связи и, следовательно, постоянство амплитуды осцилляций маятника. Часто они не имели циферблата, выдавая только каждую секунду электрический импульс. Несмотря на все эти меры предосторожности нестабильность их частоты за период усреднения в один месяц могла достигать от 5×10^{-8} до 10^{-7} .

В парижской обсерватории «средние маятниковые часы» были собраны путем выбора лучших маятниковых часов, расположенных в подвалах обсерватории в глубоких катакомбах. Это отвечало нуждам службы времени и международному бюро времени. С 1950 года со средними маятниковыми часами стали объединяться и кварцевые часы (отметьте), и эти два типа часов использовались в тандеме до 1954 года, когда с последними маятниковыми часами утратили связь и трансформация была закончена.

5.4. Пьезоэлектрические осцилляторы

Кварцевые пьезоэлектрические осцилляторы были первыми генераторами и времени и частоты, использовавшими выгоду от прогресса, произошедшего в электронных технологиях. Их работа основывается на явлении пьезоэлектричества, открытым П.Кюри в 1830 году, и изобретением первого электронного усилителя, триода, Ли и Форестом в 1907 году. Такие осцилляторы использовались в системах связи и в метрологии времени и частоты с 1920-х годов. Сегодня высокоточные кварцевые осцилляторы используются как опорные генераторы частоты и хранители вре-

мени в огромном количестве в радионавигационных и телекоммуникационных системах. Кроме того, они всегда используются в атомных часах, где их частота контролируется по атомному резонансу и сигналы, используемые потребителями, происходят от этих осцилляторов.

В контексте возрастающих требований электронных систем и продолжающегося улучшения характеристик атомных часов много усилий было направлено на улучшение конструкций резонаторов и оптимизацию связи с электронными цепями. Много исследований было направлено на понимание причин происхождения кратковременной нестабильности, чувствительности к окружающим условиям и эффектам старения [5.15, 5.16].

5.4.1. Резонаторы

Резонатор это вибрирующая пластинка. Различные типы деформаций (например, изгиб, растяжение, сдвиг) могут распространяться через тело материала. Резонанс получается, когда акустические волны удовлетворяют граничным условиям. Его частота, таким образом, зависит от размеров пластинки, типа возбуждающих деформаций и свойств используемого материала.

Механический резонанс может поддерживаться электронными цепями через пьезоэлектрический эффект. Последний связывает электрические поля и механические деформации в кристаллах, имеющих центр симметрии, таких как кварц. Электрическое поле производится путем использования электродов, нанесенных на поверхности пластинок, или расположенных очень близко к ним, как показано схематически на рис. 5.4.

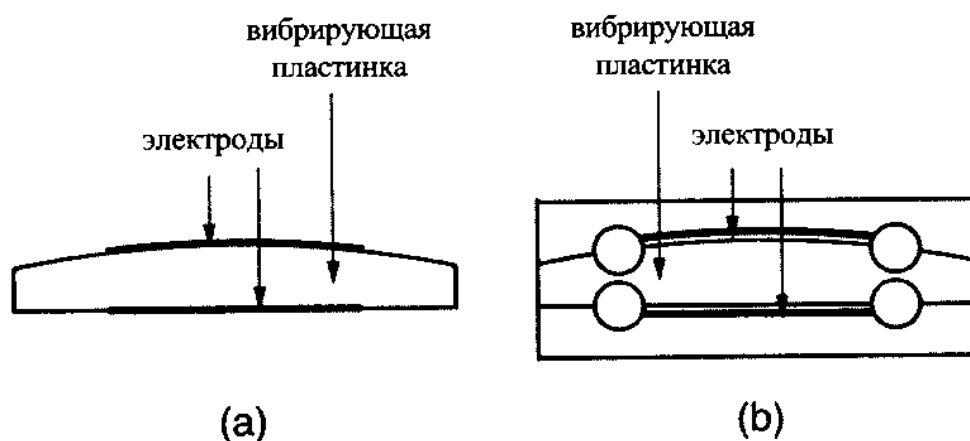


Рис. 5.4. Поперечное сечение кварцевого резонатора. (а) Электроды нанесены на вибрирующую пластинку. (б) Электроды не касаются вибрирующей пластинки. Соединения не показаны

Естественные кварцевые кристаллы не используются. Вместо этого кристаллы изготавливаются в больших количествах промышленным спо-

собою при относительно низкой цене, в автоклавах, где они выращиваются из зародышей. Полученный материал имеет исключительную химическую чистоту и его кристаллическая структура почти не имеет недостатков. Диэлектрические потери также очень малы.

На рис. 5.5а показана эквивалентная электрическая цепь пьезоэлектрического резонатора. Кварцевая пластинка, расположенная между электродами, действует как конденсатор с емкостью C_0 . Индуктивность, емкость и сопротивление связанные с динамическим поведением пластинки, представлены через L_1 , C_1 , R_1 соответственно. Внешний конденсатор с емкостью C_e , соединенный с резонатором последовательно, используется для подстройки частоты.

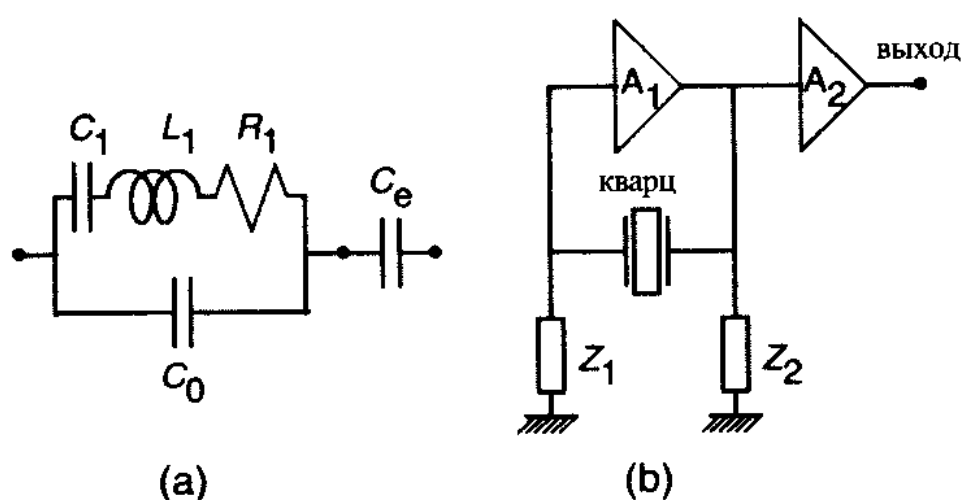


Рис. 5.5. Кварцевый осциллятор и резонатор. (а) Эквивалентная диаграмма для кварцевого резонатора. (в) Схема кварцевого генератора

Угловая частота ω_0 электрического резонанса определяется из следующего выражения:

$$L_1 C_1 \omega_0^2 = 1 \quad (5.40)$$

и добротность из:

$$Q = \frac{L_1 \omega_0}{R_1}. \quad (5.41)$$

Для прецизионных резонаторов в метрологических приложениях частота $\omega_0/2\pi$ обычно равна 5 или 10 МГц, а добротность составляет около 10^6 .

Благодаря конденсатору C_0 в цепи на рисунке 5.5а эта цепь имеет два резонанса, последовательный и параллельный, с очень близкими значениями частот. В первом случае резонатор обладает низким импедансом, близким к R_1 . Во втором случае импеданс высокий. Возбуждается тот или иной

резонанс в зависимости от того, подключен ли резонатор к цепи с низким или высоким импедансом Z_1 или Z_2 , как показано на рисунке 5.5b.

Резонатор спроектирован так, чтобы свести к минимуму эффекты от возмущений, испытываемых вибрирующей частью кварцевой пластины. Ориентация пластины относительно кристаллографических осей выбирается таким образом, чтобы резонансная частота имела экстремум по отношению к температурным изменениям. Резонатор размещается в термостате, который поддерживает температуру при таком значении, при котором исчезают вариации частоты. Выбор ориентации пластины также происходит с учетом уменьшения вариации резонансной частоты, вызванного напряжениями, обусловленными или механическим креплением резонатора, или воздействием ускорения на осциллятор.

В большинстве современных кварцевых резонаторов электроды не напыляются на вибрирующие поверхности [5.17]. Они располагаются на вспомогательных пластинах, как показано на рис. 5.4b. Они размещаются в нескольких микронах от активной пластины. Любое затухание резонанса, вызываемое электродами, таким образом подавляется. Более того, вибрирующие пластины больше не страдают от эффектов старения, связанного с медленной релаксацией напряжений и перемещением материалов, происходящим в области между кварцем и металлом.

5.4.2. Осцилляторы

Резонатор помещается в цепь петли обратной связи между входом и выходом усилителя A_1 , как показано схематически на рис. 5.5b. Если в осцилляторе предпочтительнее работа с последовательным резонансом, то импедансы Z_1 и Z_2 должны иметь низкое сопротивление.

Общий фазовый сдвиг в цепи обратной связи всегда равен $2k\pi$, где k целое число. Следовательно, если имеются изменения фазы между входом и выходом усилителя, они компенсируются в кварцевом резонаторе. Такие изменения могут быть произведены шумами усилителя A_1 , которые накладываются на электрические осцилляции. Если это возмущения на частоте, близкой к резонансной частоте f_0 , то на зажимах любого резонатора они приводят к изменению фазы $d\phi$, которое дается выражением:

$$d\phi = -2Q \frac{df}{f_0}. \quad (5.42)$$

Таким образом, возмущение сопровождается изменением осциллирующей частоты. Однако соответствующее изменение уменьшается, если добротность увеличивается. Это объясняет, почему предпочтительнее использовать резонаторы с высокой добротностью при создании генераторов с низкой частотной нестабильностью.

Дополнительный конденсатор с емкостью C_e используется для тонкой настройки частоты генерации. Он обычно состоит из двух конденсаторов, один с фиксированной емкостью, и другой – варикап, соединенный с этой емкостью последовательно. В варикапе используется изменение емкости диода под действием запирающего напряжения. Частота генерации может таким образом управляться с помощью электрического напряжения. Эта особенность используется для автоматической подстройки частоты кварцевого генератора по частоте атомного резонанса (см. раздел 6.4.1с и 6.5.3d).

Электронные цепи, связанные с кварцевым генератором охвачены также системой термостабилизации. Усилитель A_2 увеличивает уровень сигнала и изолирует цепи генератора от возмущений, которые могут появляться в цепях усиления.

5.4.3. Характерные величины

Для применения в метрологии высокого уровня используются кварцевые генераторы с частотами 5 или 10 МГц или с близкими к ним частотами.

При времени выборки между от 1 до 10^3 секунд нестабильность частоты прецизионных кварцевых генераторов определяется частотным фликкерным шумом. Для лучших приборов достигается значение девиации Аллана лучше, чем 1×10^{-13} . На больших интервалах начинает проявляться дрейф частоты из-за эффектов старения. Часто он бывает меньше чем 10^{-11} за один день. Кратковременная нестабильность частоты порядка 1×10^{-14} на интервалах τ от 1 до 10^3 с и долговременный дрейф порядка 1×10^{-12} возможно будут достигнуты в ближайшем будущем.

5.5. Атомные стандарты времени и частоты. Представление о точности

В разделе 4.4.1, мы объясняли как атомные стандарты времени и частоты вошли в обиход, в то время как в главе 6 мы представим принципы их работы.

В настоящей части мы только дадим четкое определение идеи точности, которое уже использовалось в разделе 4.4.1. В атомных стандартах опорная частота ν_0 постулируется как неизменная по природе и обеспечивается переходом в невозмущенном атоме или ионе (или даже молекуле, но мы намерены использовать слово «атом» во всех случаях). Она является собственной частотой (в релятивистском смысле) в очень малом пространственном объеме, в принципе в бесконечно малом объеме, который связан с атомом в его движении. Набор аппаратуры, используемый для наблюдения этой атомной частоты, вносит свои возмущения в частоту стандарта, как это будет показано в главе 6. Этот набор также преобра-

зует частоту в другие частоты, с которыми удобнее работать. Выходная частота стандарта обозначается как ν_{out} . Это тоже собственная частота в малом пространственном объеме, который окружает, например, разъем, с которого снимается сигнал с частотой ν_{out} . Для того, чтобы гарантировать точность, соотношение

$$R = \frac{\nu_{\text{out}}}{\nu_0} \quad (5.43)$$

должно быть определено как можно более точно. Относительная неопределенность σ_E , характеризующая неточность стандарта, равна относительной неопределенности в оценке R .

Как и любая физически реализуемая частота, частота ν_{out} подвержена нестабильности. Первая мера предосторожности состоит в ее усреднении на таких интервалах, на которых обеспечивается минимальная нестабильность. Мы видели, что эти периоды соответствуют режиму с доминирующим фликкер-шумом. С этого момента мы примем, что ν_{out} будет такой усредняемой частотой.

Искусство физика состоит в установлении всех возможных источников возмущений. Следующая задача состоит в оценке каждого возмущения, часто с привлечением дополнительных измерений, и с определением неопределенности в этой оценке. Если выполнить это все для каждого возмущения i , то можно получить поправочный коэффициент r_i , который может быть представлен в форме:

$$r_i = (1 + c_i) \pm \sigma_i, \quad (5.44)$$

где σ_i есть соответствующая неопределенность. Тогда оценка \hat{R} из R равна

$$\hat{R} = F r_1 r_2 \dots r_n \quad (5.45)$$

для всего набора n возмущений. F это коэффициент преобразования частоты и предполагается, что он точно известен, как это обычно и бывает. Так как c_i много меньше, чем единица, мы можем принять следующее выражение:

$$\hat{R} = F(1 + c_1 + c_2 + \dots + c_n). \quad (5.46)$$

Обычно предполагается, что различные возмущения взаимно независимы, так что неточность нормализованной частоты есть:

$$\sigma_E = \left(\sum \sigma_i^2 \right)^{1/2}. \quad (5.47)$$

Для удобства, когда мы используем стандарты, поправки c_i могут быть введены физически на уровне выходной частоты. Это не оказывает влияния на неточность стандарта.

Понятие неточности не связано со спецификой атомных стандартов частоты, а больше является общим понятием, применимым к любой физической величине, определяемой по отношению к некоторым естественным явлениям, которые предполагаются неизменными.

5.6. Сличения времени и частоты

5.6.1. Общие наблюдения

Для всех физических величин сличения между стандартами являются одним из краеугольных камней в метрологии. Главная цель сличений состоит в проверке соответствия между первичными стандартами в различных лабораториях и затем во вкладах в направлении их дальнейшего совершенствования путем определения причин ошибок, которые в ином случае могут ускользнуть от внимания. Сличения могут также использоваться для создания среднего первичного стандарта, лучшего, чем каждый из его участников. Что же касается потребителей, то они обеспечиваются средствами доступа к первичным стандартам через организацию поверочных схем.

В области измерения атомного времени ключевой величиной для создателей стандартов является частота. Внутри лаборатории легко поверять различные стандарты частоты на постоянной основе и, следовательно, проверять что они работают правильно. Далее возможно осуществление эпизодических сличений частоты между разнесенными лабораториями, так же как это делается для других физических величин.

Однако применение стандартов частоты к измерениям времени значительно более сложная задача, как это было подчеркнуто в разделе 4.4.2. Требуется почти непрерывные сличения времени, чтобы создать и распространить однозначную шкалу времени, с помощью которой потребители могут синхронизовать свои часы и обеспечивать себя единицей времени – секундой. Мы также рассмотрим примеры систем, требующих внутренней синхронизации, настолько точной, насколько это возможно, и которая не может быть обеспечена без настройки за интервалы менее чем один день.

В следующих параграфах мы начнем с испытания методов сличения времени, а затем и методов сличения частоты. Мы будем касаться главным образом принципов сличения, потому что техника развивается очень быстро и сильно зависит от тех возможностей, которые она сама себе предоставляет. Последнее заявление требует некоторых объяснений. Конечно, некоторые системы специально предназначены для распространения времени и для сличений времени и частоты, например, радиопередача сигналов времени с начала двадцатого столетия на частотах, занимающих диапазон от нескольких килогерц до нескольких десятков

мегагерц. Такие передачи все еще существуют и их несущие частоты часто стабилизируются по атомным стандартам таким способом, чтобы они распространяли также отличную опорную частоту, которая легко может быть использована с помощью дешевого приемника. Но чтобы достичь лучшей стабильности, необходимо было бы установить более дорогостоящую рабочую систему, неотрывно связанную со сличениями часов. Вместо этого было принято решение использовать преимущества существующих систем, созданных для других целей, и все это без дополнительной стоимости. Такие системы включают в себя навигационные системы, системы определения положения и коммуникационные системы. Мы проверим направления, в которых методы сличения времени и частоты наиболее широко применяются при использовании этих систем.

Для того чтобы осуществить сличения лучших разнесенных стандартов частоты и лучших часов, обычно требуется релятивистская трактовка измерений. Не существует простых способов установления пределов точности с помощью классической трактовки, потому что эти пределы зависят от множества факторов. Тем не менее, мы можем сказать, что для стандартов и часов, установленных на уровне земли, для всех методов, описанных ниже, классическая трактовка адекватна при условии, что мы можем согласиться с неопределенностями на уровне несколько единиц 10^{-13} в нормализованной частоте и одной микросекундой во времени.

5.6.2. Соотношение между частотой и приращением собственного времени

Когда вопрос касается результатов, то соотношения между показаниями часов и их частотой часто приводят к умственной гимнастике потенциально опасной природы, даже если эти соотношения выполняются специалистами! Если τ_c представляет собственное время (показания) часов, выраженное в секундах, и τ есть собственное время идеальных часов, расположенных в том же месте, т.е. часов, у которых секундные метки разделены интервалом в одну секунду в строгом соответствии с определением в системе СИ, то из (5.6) следует:

$$\frac{dx_c(\tau)}{d\tau} = y_c(\tau). \quad (5.48)$$

Как объяснялось в разделе 5.2.2

$$\tau_c(\tau) = \tau + x_c(\tau) \quad (5.49)$$

и, следовательно, вводя нормализованную частоту $\Phi = 1 + y$, определенную в разделе 4.4.2, получим

$$\Phi_c = \frac{d\tau_c}{d\tau}. \quad (5.50)$$

Следовательно, для двух часов С и D

$$\frac{\Phi_c}{\Phi_D} = \frac{d\tau_c}{d\tau_D}. \quad (5.51)$$

5.6.3. Сличения времени

(a) Собственное время часов и инструментальные задержки

Часы являются сложным набором оборудования, и возникает вопрос, где в точности расположено собственно время. Фактически это будет шкала времени, созданная на импульсах, генерируемых каждую секунду, когда они появляются на определенном разъеме. Эти импульсы, имеют падающие и возрастающие участки напряжения, которые должны быть сделаны как можно короче, тем не менее импульсы имеют какое-то не пренебрежимое *время нарастания*. Поэтому необходимо установить высоту импульса.

Импульс, прибывающий откуда-нибудь, датируется через обращение к локальным измерениям, как объясняется в (b) ниже. Но прежде чем он придет к часам, он подвергается многим преобразованиям, которые приводят к *инструментальной задержке*. Это случается, например, в радиоприемниках. Так как всегда необходимо определять прибытие сигнала до преобразований, дата, обеспечиваемая часами, должна корректироваться на инструментальную задержку.

Уравнения, установленные в последующем для сличений времени, не будут учитывать инструментальные задержки. Их роль будет упомянута в приложениях. Мы должны подчеркнуть, что их трудно определить, и что глобальная неопределенность в сличениях часов обычно определяется неопределенностями этого происхождения.

(b) Локальные сличения времени

Давайте припомним из раздела 5.2.3а, что *измеритель интервалов времени*, в своей собственной шкале $\tau_{\text{ТС}}$ измеряет интервал времени $\Delta\tau_{\text{ТС}}$, прошедший между секундным импульсом часов С и первым, пришедшим после этого, секундным импульсом часов D. Чтобы интерпретировать это измерение можно условиться, что $\Phi_{\text{ТС}} = \Phi_c$. Для этого можно для работы счетчика подать на него опорную частоту от С. Другой подход состоит в проведении вычислений, основанных на измерениях девиации частоты. Тогда мы имеем:

$$\Delta\tau_{\text{ТС}} = [\tau_{\text{С}} - \tau_{\text{D}}](\theta_2) \text{ по модулю 1 секунда,} \quad (5.52)$$

где θ_2 – дата в некоторой опорной шкале времени θ , когда измеритель останавливается секундным импульсом от часов D^4 . Затем добавляется целое число секунд. Современные приборы могут выполнять такие измерения с минимальной погрешностью около 10 пс (пикосекунд). В современных применениях мы, конечно, должны учитывать задержки в кабелях.

(с) Сличения разнесенных часов

Когда часы слишком далеки друг от друга чтобы их соединить кабелями, сличение времени выполняется одним из следующих трех методов или их комбинацией:

- физической транспортировкой работающих часов;
- односторонней передачей электромагнитных сигналов между излучателем и приемником;
- квази-одновременной передачей электромагнитных сигналов вдоль идентичных траекторий, соединяющих часы А и В, от А до В и от В до А (так называемый двусторонний метод передачи времени).

Уравнения в релятивистской форме опираются на договоренные определения сличений частоты, как это объясняется в разделе 3.3.2f. Мы видим, что они всегда делаются как «классическая часть», такая же, как она получилась бы в рамках абсолютного времени вместе небольшими дополнительными членами. Разделение происходит из формы метрики и зависит от принятой степени приближения. Оно удобно в том смысле, что так называемые релятивистские члены можно просто опустить в пределах допустимого уровня, представляя их пренебрежимо малыми. Однако в этом есть один существенный недостаток, так как разделение такого типа может привести нас к уверованиям, что общая теория относительности, это что-то такое, что надо только добавить к классической теории, тогда как на самом деле это совершенно новое толкование. Бесполезно и неблагоразумно различать априори классические эффекты, релятивистские эффекты и гравитационные эффекты. Это может привести к ошибкам и, в частности, к неоправданному добавлению «эффектов ускорения».

Релятивистское истолкование всегда обращается к тому, чтобы приращение в координатном времени (в каких-то обозначенных координатных системах) было бы определено или путем транспортирования часов, или

⁴ Напомним, что выражение $[\tau_{\text{С}} - \tau_{\text{D}}](\theta)$ понимается как среднее показание часов С минус показания часов D на дату θ .



путем передачи сигналов. В этой ситуации используются геоцентрические координатные системы, или невращающиеся, или вращающиеся вместе с Землей. Если неопределенности времени составляют несколько сотен пикосекунд и допустимая неопределенность нормализованной частоты составляет 10^{-16} для земных часов или часов на орбите на расстояниях до геостационарных спутников (42 000 км от центра Земли), то применим анализ, основанный на [5.18], за несколькими исключениями, которые будут указаны. Более точный анализ можно найти в [5.19, 5.20]. Мы можем использовать или геоцентрическое координатное время t , или его модифицированную форму \underline{t} , определенную в разделе 3.3.2е. Формулы будут представлены в терминах t . Они остаются справедливыми при замене t на \underline{t} и функции $h(t)$ на $\underline{h}(\underline{t})$, как это показано в (3.18), (3.21), (3.30) и (3.32). Если способ измерения требует, то можно пользоваться выражениями в терминах \underline{t} .

Согласно (3.17) и (5.51) приращение Δt в t между двумя событиями отмеченное показаниями $\tau_C(t_1)$ и $\tau_C(t_2)$ часов C , дается следующим выражением:

$$\Delta t = \frac{\tau_C(t_2) - \tau_C(t_1)}{1 + y_C} + \int_{W(C)} h(t) dt, \quad (5.53)$$

где y_C относительная расстройка частоты по отношению к идеальному стандарту частоты и интеграл вычисляется вдоль мировой линии $W(C)$ часов от t_1 до t_2 .

Уравнение (5.53) может показаться до некоторой степени удивительным, так как мы должны бы иметь $\Delta t = t_2 - t_1$. Для того чтобы понять употребление этого уравнения мы должны оценить роль t следующим образом. Неопределенность в Δt дает непосредственный вклад в сличения времени. В показаниях, таких как $\tau_C(t_2)$, это есть подтвержденная точность в τ_C , в то время как t_2 служит только для того, чтобы пометить событие «второе показание часов C », которое мы должны также описать в этих терминах. В интеграле мы определенно нуждаемся в t и в пределах t_1, t_2 , но однако достаточно физической реализации t при условии, что расстройка частоты от t не слишком велика. Например, если эта расстройка составляет 10^{-9} , и так как $h(t)$ порядка 10^{-9} , то ошибка, вводимая в Δt , будет меньше чем $10^{-18} \Delta t$, что совершенно пренебрежимо для современных измерений. Если мы предположим, что опорная шкала θ , уже использовавшаяся ранее, удовлетворяет последнему условию, то t может быть заменено на θ везде в правой стороне уравнения (5.53). Шкала может быть, например, всемирным координированным временем (UTC), легко доступным в пределах нескольких десятых секунд (с учетом возможной скачущей секунды) или в пределах 10^{-9} по отношению к норма-

лизированной частоте. Однако в дальнейшем мы будем придерживаться выражений в терминах t , оставляя на потребителя работу по определению степени приближения к t , которая была бы приемлема для него, что никогда не составит ему труда.

(1) Сличения времени с помощью перевозимых часов. Пусть A и B часы для сличений. Здесь метод вовлекает перенос часов M из ближайшей окрестности A в окрестность B , где осуществляются локальные сличения $[\tau_A - \tau_M](t_1)$ и $[\tau_B - \tau_M](t_2)$. Такое толкование легко понять в модели абсолютного времени. Часы M служат для экстраполяции показания часов A . Это их применение требует предварительной стадии, в которой должна быть оценена разность нормализованных частот $y_A - y_M$. Требуется также круговая поверка: M устанавливается вблизи A и подтверждается, что наблюдаемое время и разность частот с A совместимы с тем, что ожидалось в пределах оцениваемых неопределенностей. Если это действительно так, то наблюдаемая *закрывающая ошибка* также должна быть принята во внимание. Эти действия определяются скорее здравым смыслом экспериментатора, а не статистическим истолкованием.

Релятивистское истолкование явилось одним из первых практических применений общей теории относительности к обычно выполняемым измерениям. Из (5.53), при $\Delta t = t_2 - t_1$, следует что

$$\tau_M(t_2) - \tau_M(t_1) = (1 + y_M)[\Delta t - \int_{W(M)} h(t) dt]. \quad (5.54)$$

Те же уравнения используются для получения $\tau_A(t_2) - \tau_A(t_1)$. Далее, извлекая одно из другого и переходя к измеряемым величинам, получим:

$$\begin{aligned} [\tau_B - \tau_A](t_2) = & [\tau_B - \tau_M](t_2) - [\tau_A - \tau_M](t_1) - (y_A - y_M)\Delta t \\ & - (1 + y_M) \int_{W(M)} h(t) dt + (1 + y_A) \int_{W(A)} h(t) dt \end{aligned} \quad (5.55)$$

Первые три члена с правой стороны представляют классическое выражение. Релятивистские эффекты представлены остальными членами, в которых интеграл вычисляется вдоль мировых линий $W(M)$ и $W(A)$ часов M и A между датами t_1 и t_2 . С пренебрежимой неточностью по сравнению с неопределенностями измерения мы обычно можем принять $y_M = 0 = y_A$ в коэффициентах умножения при этих интегралах.

Впервые предпринятая в 1967 г. инициатива Хьюлетт – Паккард и Смитсоновской Астрономической обсерваторией по сличению времени с помощью перевозимых часов стала обычной практикой, примерно до 1988 года. Она применялась для синхронизации пунктов контроля навигационных систем, таких как Лоран-С, станций слежения за искусственными спутниками Земли и национальных лабораторий по хранению времени. Для того времени это был самый правильный путь, гарантирующий точность сличения шкал времени, в отличие от всех других

методов, включающих в себя распространение и инструментальные задержки, которые нельзя было оценить непосредственно без внесения дополнительных порций неопределенностей.

Обычно промышленно изготовленные часы транспортировались по дорогам или на самолетах. Их размер и вес (около 40 кг) не препятствовал тому, что бы они могли располагаться на пассажирском месте. Если емкости их собственных источников питания было недостаточно, они, по соглашению с авиакомпаниями, могли подключаться к бортовой сети самолетов. Например, в 1978 году в ежегодном докладе международного бюро времени перечислено сорок три передачи времени таким способом, которые охватывали все континенты и имели неопределенности от 10 до 300 наносекунд. Транспортировка часов с 1986 года стала производиться реже, так как все больше и больше сличения времени стали выполняться с помощью Глобальной Системы Позиционирования (GPS). Более того, примерно в то же время стали появляться проблемы с правилами безопасности на воздушном транспорте, так как было осознано, что цезий склонен к спонтанному возгоранию под воздействием воздуха. Попытки перевозить рубидиевые часы вскоре также были прекращены, так как часы не обладали стабильностью в таких условиях.

Интересно отметить, что такой способ передачи времени породил массу анекдотов и несколько несчастных случаев. Мы можем упомянуть и авиабилеты, выданные на мистера Атомные Часы, и общее удивление авиаперсонала, и сложности, вызванные употреблением слова «атомные», которое быстро было заменено на «электронные», или, бесконечная путаница и недопонимание таможенников.

Для того чтобы учесть релятивистские эффекты, должна была быть известной траектория полета самолета. Такие эффекты при межконтинентальных перелетах могли достигать нескольких десятков наносекунд. Например обнаружилось, что для перелета Париж – Оттава из результатов классических вычислений надо отнять 32 нс, в то время как при обратном перелете и в предположении той же самой траектории, надо было отнимать только 7 наносекунд. Это можно было использовать для доказательства того, что Земля действительно вращается.

(2) Сличения времени с помощью односторонней передачи электромагнитных сигналов

Принципы и теория. Этот метод начал использоваться с начала двадцатого столетия (см. главу 4) и основан на теории распространения сигналов. Он часто выбирается для передачи времени с низким уровнем точности (сигналы времени для навигационных целей, говорящие часы и т.д.). Он также удовлетворяет строгим требованиям по точности, таким, которые мы здесь рассматриваем, при условии работы в пределах прямой видимо-

сти радиопередатчиков. Для больших расстояний это означает необходимость применения антенн космического базирования.

Мы начнем с теории, оставив на потом основы работы по сличению двух часов в пределах прямой видимости, потом мы рассмотрим некоторые применения, в частности такие, которые делают возможным использование глобальной системы позиционирования (GPS)

Электромагнитные сигналы в вакууме в инерциальных системах распространяются по направлениям прямых линий (т.е. в системах с равномерным прямолинейным перемещением без вращения). Если мы возьмем невращающуюся геоцентрическую систему, то определение в главе 3 устанавливает, что такая система является совершенно достаточным приближением для сличений времени. Если фотоны распространяются от события E – излучение сигнала с координатами (t_E, \mathbf{x}_E) до события R – прием сигнала с координатами (t_R, \mathbf{x}_R) , то приращение Δt в t во время распространения сигнала составляет величину порядка c^{-3} , которая удовлетворяет

$$\Delta t = \frac{d}{c} + (\Delta t)_U, \quad (5.56)$$

где d координатное расстояние между E и R, вычисляемое из

$$d = [(x_R^1 - x_E^1)^2 + (x_R^2 - x_E^2)^2 + (x_R^3 - x_E^3)^2]^{1/2}, \quad (5.57)$$

которое мы приведем к аббревиатуре $|\mathbf{x}_R - \mathbf{x}_E|$, хотя $\mathbf{x}_R - \mathbf{x}_E$ не имеет свойств вектора в пространстве-времени. Член $(\Delta t)_U$ находится путем интегрирования вдоль направления распространения, принимая что $U = GM_E/r$, с $r = |\mathbf{x}|$, и имея ввиду, что $GM_E = 3,986 \times 10^{14} \text{ м}^3\text{с}^{-2}$. мы получим

$$(\Delta t)_U = \frac{2GM_E}{c^3} \ln \frac{r_E + r_R + d}{r_E + r_R - d}. \quad (5.58)$$

Этот член мал. В случае передачи от геостационарного спутника до наземных часов, расположенных на одной с ним вертикали, величина эффекта составляет 56 пикосекунд.

При использовании геоцентрической системы, вращающейся вместе с Землей и, при рассмотрении неподвижных приемных станции на Земле с координатами \mathbf{X}_R , для Δt получим из

$$\Delta t = \frac{|\mathbf{X}_R - \mathbf{X}_E|}{c} + \frac{2\omega A_E}{c^2} + (\Delta t)_U, \quad (5.59)$$

где \mathbf{X}_E оценивается на дату t_E и $(\Delta t)_U$ и все еще дается формулой (5.58). Член $2\omega A_E/c^2$ описывает эффект Саньяка. Площадь A_E , определенная сра-

зу после (3.21), здесь относится к траекториям фотонов. С достаточно хорошей степенью приближения это площадь экваториальной проекции треугольника с вершинами в центре масс Земли и в точках с координатами X_E и X_R . Она считается положительной, если распространение направлено на восток. Часто эффект Саньяка достигает значительной величины. Например, при распространении с точки на экваторе до геостационарного спутника с восхождением 45° восточной долготы, его величина составляет 137 нс. Далее к Δt надо добавить задержку из-за рефракции. Она оценивается независимым способом.

Предположим, что при излучении сигнала мы отметили показания $\tau_S(t_E)$ локальных часов S . Показания можно передать экспериментатору обычными средствами. (В качестве альтернативы мы можем организовать сличения таким образом, чтобы излучение было прикреплено к таким показаниям часов S , для которых известна номинальная дата сигнала). Прделаем ту же самую процедуру с локальными часами A , при приеме сигнала снимая показания $\tau_A(t_{RA})$. Используя (5.53) мы получим разницу времени между часами S и A на дату t_E из соотношения

$$[\tau_A - \tau_S](t_E) = \tau_A(t_{RA}) - \tau_S(t_E) - (1 + \gamma_A)(\Delta t)_A + (1 + \gamma_A) \int_{W(A)} h(t) dt, \quad (5.60)$$

где $(\Delta t)_A$ дается выражением (5.56) или (5.59) и интеграл вычисляется вдоль мировой линии $W(A)$ часов A между датами t_E и t_{RA} . Как обычно величина t заменяется на показания реализованной шкалы времени⁵.

Когда двое часов A и B должны сличаться, но они не находятся в прямой видимости, мы можем использовать прием одного и того же сигнала с антенны, которая находится в пределах прямой видимости для обоих часов. Переписывая аналогичные уравнения в (5.60) для часов B и затем вычитая (5.60) мы получим:

⁵ Как исключение, проверим, что замена $t \rightarrow \underline{t}$ не изменяет величину в левой стороне. Из (3.27)

$$\Delta t = \Delta \underline{t} \left(1 + \frac{\hat{U}_g}{c^2} \right) \quad (5.61)$$

и из (3.31)

$$\underline{h}(\underline{t}) = \underline{h}(t) + \frac{\hat{U}}{c^2}. \quad (5.62)$$

Член $\Delta \underline{t} \frac{\hat{U}}{c^2}$ происходящий из интеграла действительно компенсирует изменение в оценке t .

$$\begin{aligned}
 [\tau_A - \tau_B](t_E) = & \tau_A(t_{RA}) - \tau_B(t_{RB}) - (1 + y_A)(\Delta t)_A + (1 + y_B)(\Delta t)_B \\
 & + (1 + y_A) \int_{w(A)} h(t) dt - (1 + y_B) \int_{w(B)} h(t) dt
 \end{aligned} \quad (5.63)$$

Среди четырех последних членов с правой стороны в (5.63) часто необходимо только сохранять $(\Delta t)_B - (\Delta t)_A$. Например, для антенны, установленной на геостационарном спутнике, Δt меньше, чем 0,14 с и если мы имеем $|y| < 10^{-8}$, то $|y \Delta t| < 1,4$ нс. Так как $h(t) < 7 \times 10^{-10}$, интегралы никогда не превышают 100 пс, то значением y в коэффициентах умножения можно пренебречь. Тем не менее полезно проверять каждый случай отдельно, чтобы убедиться, что не пропущены важные составляющие.

Отметим, что факт приема сигналов не означает, что часы в S не могут обойтись без него. Этот сигнал является совершенно произвольным. Однако присутствие стабильных часов в S позволяет избежать выполнения требования строго общей видимости антенны. В этом случае сличения времени между A и S , и B и S , выполненные в разные даты, могут затем соотноситься с датами прямой видимости через частотные оценки. Заметим также, что нам надо знать только задержки на приемниках из-за рефракции.

Приложение к Лоран-С. Сличения времени через односторонний прием широко применялись с 1967 года при приеме сигналов от системы Лоран-С. В 1980-е годы система постепенно перестала использоваться для целей метрологии из-за предпочтения к GPS. Определение положения на основе приема сигналов Лоран-С основано на синхронизации (цезиевых) часов на наземных передающих станциях, работающих на частоте 100 кГц. Желаящий определить свое положение измеряет разницу во времени приема сигналов, вызванную задержками распространения. Каждая пара станций обеспечивает информацию о своем положении на уровне моря. Искомое положение находится при приеме сигналов от трех станций. Конечно, навигационные приемники выполняют при этом все вычисления. Точность такой системы определяется стабильностью задержек распространения *земных радиоволн*, которые могут приниматься на расстояниях до 1000 – 2000 км. Для неподвижного наблюдателя вариации таких задержек могут составлять около 1 мкс. Фактическая задержка не может быть определена с тем же уровнем точности. В применении к сличениям времени она определялась с помощью транспортируемых часов. В измерениях определялись и учитывались задержки в приемниках. Для сличений времени производились специализированные промышленные приемники. Они дали огромный вклад в решение поставленной задачи благодаря своей высокой надежности и низкой стоимости. Было опреде-

лено, что общая неопределенность сличений времени через Лоран-С лежит в окрестности 1 мкс. Синхронизация различных сетей Лоран-С в северной Атлантике в конце 1960-х годов позволила установить линии непрерывной передачи времени между Северной Америкой и Европой. И это сыграло ключевую роль в развитии измерений времени.

Применение в коммерческом телевидении. При приеме коммерческого телевидения, сигналы, содержащиеся в тестовых строках, или используемые для синхронизации изображения, также широко использовались для сличения вместе с Лораном-С [5.21]. Вблизи, в пределах видимости одной и той же антенны, неопределенности сличения времени могли быть уменьшены до десятков наносекунд после калибровки передачи и инструментальных задержек путем транспортировки часов. Были установлены линии связи протяженностью в несколько сотен километров при использовании радиорелейных линий и направленных радиоволн. Накопленные ошибки достигали нескольких сотен наносекунд, в то же время возникало много проблем с заменяемыми сегментами оборудования и с трассой распространения сигнала.

Применение в GPS и ГЛОНАСС. Вернемся теперь к системе GPS, США, которая широко используется для сличения разнесенных часов. Существует русский аналог называемый *Глобальная Навигационная Спутниковая Система (ГЛОНАСС)*. Эта система дает сравнимые по точности результаты и также широко используется. Так как две системы отличаются незначительными техническими особенностями, мы ограничимся объяснениями, применимыми к GPS.

Как и Лоран-С эти системы основаны на синхронизации излучаемых сигналов, и основное отличие заключается в том, что излучающие антенны теперь расположены в космическом пространстве. В главе 9 мы будем объяснять, как они работают. Для наших целей на этой стадии достаточно рассмотреть спутники GPS как передатчики импульсов времени. Кроме этих импульсов спутники передают также данные, позволяющие определить их положение в земной координатной системе на момент излучения импульса времени. Сигналы излучаются на частотах, близких к 1,6 и 1,2 ГГц. Ионосферная рефракция приводит к задержкам, которые варьируются в широких пределах днем и ночью, или во времена солнечной активности. Задержки могут достигать сотен наносекунд при нормальных условиях работы. Они являются простой функцией от частоты и поэтому могут быть определены с точностью до единиц наносекунд через разницу в задержках сигналов на каждой из этих частот. Если же принимается только одна частота, то можно использовать модель ионосферной рефракции, которая также передается спутниками и которая позволяет получить точности до нескольких десятков наносекунд.

На спутниках установлены цезиевые или рубидиевые часы, синхронизированные по GPS времени в пределах нескольких наносекунд. Хотя это и несущественно для работы GPS систем, тем не менее время GPS поддерживается в синхронизме с TAI + 19 секунд в пределах сотен наносекунд или около этого. Существуют коммерческие приемники, специализированные для измерений времени. Приемники первого поколения работают на одной частоте. Они программируемы и успешно отслеживают заданные спутники за времена до 13 минут (почему, мы увидим в главе 9). В дальнейшем, в 1999 году в использовании появились многоканальные приемники, которые позволяли следить сразу за всеми видимыми спутниками одновременно. Все эти приемники производят вычисления в реальном масштабе времени и выдают данные по разнице показаний локальных часов и часов GPS.

Давайте рассмотрим метод, в котором используется прием одного и того же импульса часами, которые необходимо сличить. Этот метод часто называется *методом общего видения*. После обмена данными, сличения часов получаются простым вычитанием. Неопределенности на любых расстояниях могут быть уменьшены до нескольких наносекунд путем усреднения более чем за один день. Однако, чтобы иметь такие точности, необходимо выполнить ряд предосторожностей, которые существенно усложняют задачу.

Координаты приемных антенн должны быть известны с точностью до нескольких десятков сантиметров в той же координатной системе, что и координатная система спутников (за одну наносекунду сигнал проходит расстояние в 30 см). Координатной системой спутников GPS является *Мировая Геодезическая Система (WGS)*, версия WGS 84, которая согласуется, в пределах нескольких дециметров, с международной опорной координатной системой ITRF, которая в свою очередь определяется и поддерживается международной службой вращения Земли (IERS) (см.3.3.2b). Эта система принята для очень точных работ.

Задержки, возникающие в приемниках, измеряются производителями с помощью имитаторов, которые имитируют излучение сигналов спутников. Предполагается, что эти задержки неизменны, но безопаснее было бы их проверять. Для сличений времени было бы достаточно прокалибровать разницу в задержках между приемниками. Это можно сделать путем транспортировки приемника, используемого как передаточный стандарт. Этот метод используется без особой уверенности, так как могут доминировать неопределенности, вызванные чувствительностью приемника к окружающим условиям. Эти неопределенности составляют несколько наносекунд.

Поправки на ионосферу должны измеряться либо двухчастотным приемником для измерений времени, или применением специально разработанной техники.

Одна из проблем, которая формально исчезла в мае 2000 года, состояла в использовании так называемого *Селективного Доступа* (SA см. раздел 9.2.2b). Этот метод лишал неуполномоченных потребителей той потенциальной точности, которую они могли бы получить из GPS. Для сличений времени деградация сигнала, вызванная применением режима селективного доступа, могла быть преодолена строгим соблюдением графика приема [5.22] и использованием точного вычисления эфемерид в ретроспективе. Это оказывало давление на строгость графиков приема, требования к которым теперь ослаблены, но точные эфемериды все еще необходимы для наивысшей точности. Они устанавливаются научной службой, называемой международная служба GPS (IGS), главным образом для того чтобы удовлетворить нужды геодезии и мониторинга вращения Земли.

Разработка многоканальных приемников улучшает точность сличения времени за счет увеличения объема данных. Однако ограничивающими факторами являются слабые места в приемных системах, такие как чувствительность к температуре (наблюдаются вариации в пределах нескольких наносекунд) и возмущения, вызываемые отражениями от объектов вблизи приемной антенны. Были предприняты попытки преодоления этих препятствий и повышения точности не простым приемом кодированных сигналов а путем слежения за фазой несущей, так как это делается в геодезических применениях GPS.

Русская система глобальной навигации ГЛОНАСС работает по тем же принципам, что и GPS. То, что она широко не используется для сличений времени, может быть объяснено ее более поздним появлением и отсутствием подходящих приемников.

Успех GPS предполагает запуск аналогичных гражданских систем (глава 9). Сличение и распространение времени от этого могут только выиграть.

Применение к квазарам. Другой тип источников является также предметом применения метода общего видения (common view) хотя эти источники времени очень удалены. Речь идет о квазарах. Интерферометры со сверхдлинной базой (РСДБ) являются действительно выдающимся воплощением применения атомных часов (см. раздел 8.1.4а и главу 9). Их использование в геодезии и изучении движения Земли основано на измерении разности времени приема случайных сигналов от квазаров в местах, удаленных друг от друга от нескольких сотен до нескольких тысяч километров. Расположенные в этих местах часы не могут быть синхронизированы с требуемой точностью (неопределенности около 10 пс). Разница показаний этих часов является одним из многих параметров, которые крупномасштабно подстраиваются в процессе измерений. Однако подстройка не может отличить разницу в показаниях часов от инструментальных задержек и ошибок в оценке атмосферной рефракции. Ка-

либровка задержек с использованием интерферометров на нулевых базах может дать точность сличений времени с неопределенностями вплоть до сотни пикосекунд. К сожалению станции РСДБ часто расположены очень далеко от лабораторий времени.

(3) Сличения времени при помощи двусторонней передачи электромагнитных сигналов. Рассмотрим двое часов А и В. Передача сигналов от А к В и от В к А выполняется почти одновременно с незначительными отличиями в траекториях распространения. Мы определим:

t_{EA} – момент излучения сигнала от А к В,

t_{RB} – момент приема сигнала в В,

t_{EB} – момент излучения сигнала из В в А,

t_{RA} – момент приема сигнала в А,

и

$$t_{av} = \frac{1}{2}(t_{EA} + t_{EB}).$$

Используя (5.60) и предполагая, что можно удовлетвориться линейной экстраполяцией $\tau_B - \tau_A$ между t_{EA} и t_{EB} путем усреднения, мы получим

$$\begin{aligned} [\tau_B - \tau_A](t_{av}) &= \frac{1}{2}[\tau_B(t_{EB}) + \tau_B(t_{RB})] - \frac{1}{2}[\tau_A(t_{EA}) + \tau_A(t_{RA})] \\ &= \frac{1}{2}[(\Delta t)_{AB} - (\Delta t)_{BA}] + \frac{1}{2}\epsilon, \end{aligned} \quad (5.64)$$

где

$$\begin{aligned} \epsilon &= y_A(\Delta t)_{BA} - y_B(\Delta t)_{AB} + \\ &+ (1 + y_B) \int_{W(B)} h(t) dt - (1 + y_A) \int_{W(A)} h(t) dt, \end{aligned} \quad (5.65)$$

интеграл берется вдоль мировой линии часов во время распространения сигналов. Член ϵ обычно очень мал.

Приращение координатного времени $(\Delta t)_{AB}$ на траектории от А к В и $(\Delta t)_{BA}$ на траектории от В к А вычисляются с использованием (5.56) или (5.59). В формуле используются только их разности. Следовательно, если мы способны оценить эту разность, то метод освобождается от проблем получения точных координат часов, траекторий распространения и атмосферных задержек.

Метод, обозначенный как TWSTFT, обычно применяется для сличений наземных часов, использующих сигналы, переизлучаемые геостационарными спутниками. В таком случае удобно пользоваться координатной системой, вращающейся вместе с Землей. При этом достаточно легко учесть остаточное движение спутника по отношению к Земле [5.19]. В

(5.64) вклад от члена $(\Delta t)_U$, определяемого из формулы (5.68) много меньше чем 1 пс. Члены в (5.65), содержащие интегралы, стремятся уравновесить друг друга так, что их вклад меньше 1 пс при условии, что $|y| < 10^{-2}$. Может оказаться необходимым оценить члены $y\Delta t$. Здесь важен эффект Саньяка, так как он меняет знак вместе с изменением направления распространения. Например, если А находится в Париже, а В в Токио и если геостационарный спутник висит на $67,5^\circ$ восточной долготы, то $(\Delta t)_{AB} = -(\Delta t)_{BA} = 299$ нс.

Если мы пользуемся этим методом, то мы должны определить суммарные инструментальные задержки при приеме и излучении сигналов на каждой станции. На одной и той же станции достаточно просто измерить эти разности в задержках путем локального эксперимента. Если они остаются постоянными, мы можем предположить, что каждая из этих двух задержек постоянна. Однако сами измерения этих задержек являются достаточно деликатным предметом. Как последнее средство, метод двусторонней передачи может быть повсеместно прокалиброван с помощью другого метода сличений времени. На результаты сличений могут также влиять различные задержки из-за спутниковых радиосистем. Дальнейшие проблемы происходят, если для линии связи времени используются несколько антенн на спутнике.

Иногда встречаются административные возражения, когда необходимо спрашивать разрешение на излучение сигналов. Организации, которым принадлежат спутники, могут потребовать лицензионную плату.

Эти проблемы, а также большое удобство пользования системой GPS, к несчастью замедлили развитие метода передачи времени с помощью двухсторонних передач несмотря на его перспективы в улучшении точности. Тем не менее, после первых испытаний этого метода в 1962 г., упомянутых в разделе 4.4.2 [4.22], последовало еще множество экспериментов. Мы можем сослаться на первые работающие линии передачи времени между Францией, Канадой и, затем, Германией с 1978 по 1982 гг благодаря экспериментальному телекоммуникационному спутнику Симфония [5.23]. Общая неопределенность в этих передачах составляла около нескольких сотен наносекунд и была меньше, чем неопределенность, которая получалась при использовании Лоран-С. Поэтому международное бюро времени использовало эти передачи, чтобы построить TAI.

Последние несколько лет рабочая группа в международном бюро мер и весов (BIPM) разрабатывала критерии и подходы к определению параметров системы связи для времени, работающей по методу двухсторонних передач. Эти критерии и подходы включают в себя выбор спутников и частотных полос, определение особенностей наземных мониторинговых станций, методов калибровки, графиков измерений, обмена и обработки данных. Несколько линий связи работает на регулярной основе.

Некоторые из них используются ВРМ для вычисления ТАИ. Нестабильность сличений времени при усреднении в один день составляет 100 пс, но неточность, которая зависит от калибровки задержек, лежит в диапазоне от 1 до 10 нс. Такая, какая она есть, TWSTFT не имеет себе равных для сличения частот на больших расстояниях (неопределенность 10^{-15} за один день) и является отличным инструментом для изучения первичных стандартов частоты. А что касается сличений времени, то вопрос о конкуренции с GPS все еще открыт.

Существуют другие применения метода двухсторонних передач, в которых не используются геостационарные спутники. На близких расстояниях метод может быть использован с применением лазерных сигналов, передающихся по воздуху или через оптические волокна. На средних расстояниях русские ученые использовали отражения сигналов от метеоритных следов на частоте 57 МГц. Диапазон мог достигать около 1000 км и неопределенности от 20 до 30 нс после калибровки инструментов с помощью перевозимых часов [5.24].

(4) Комбинированный метод сличения времени: эксперимент ЛАС-СО. Эксперимент ЛАССО (лазерная синхронизация со стационарных орбит) является примером смешанного метода, направленного на повышение точности. Он использует способности лазерных дальномеров определять расстояния до объектов когда стреляют по искусственным спутникам или по Луне в целях изучения глобальной геодинамики, океанографии, астрономии и т.д.

В проведенном эксперименте геостационарный спутник S имел часы, обозначенные также S. Спутник был оборудован уголковыми отражателями и детектором, который мог датировать прибытие лазерного импульса на S.

Лазерные линии связи между часами A на некоторых станциях и часами S могли сравниваться с классическими линиями двухсторонней передачи. Если не брать в расчет различные инструментальные задержки, результаты сличений между A и S могут быть получены из формул (5.64) и (5.65), где B заменяется на S, а время излучения и приема в S одно и то же. Точно так же осуществляются сличения B и S. Сличение времени между A и B включает «транспортировку» часов S между датой прибытия сигналов, излучаемых A и B. При хорошей синхронизации лазерных выстрелов продолжительность этой транспортировки может быть такой малой, как это необходимо, и поэтому главной характеристикой, требуемой от S, является кратковременная стабильность. Кварцевые часы являются вполне подходящими на эту роль. Даты прибытия сигналов передаются на координирующие пункты.

Такой эксперимент был осуществлен европейским космическим агентством. Первоначально он планировался на спутнике Sirio 2, который

был потерян во время неудачного запуска в 1982 г. Эксперимент был предпринят снова в 1988 г. со спутником Метеосат Р2. К этому время рубиновые лазеры были заменены на Nd-YAG-лазеры с улучшенными возможностями определения расстояний. Хотя эти лазеры имели в качестве преимущества более короткие импульсы, они передавали меньше энергии и многие станции потеряли все шансы приема отраженного сигнала от геостационарных спутников оборудованных отражателями, спроектированными для LASSO. В дополнение для стабилизации спутников использовалось вращение (период 0,6 с) и поэтому лазеры должны были стрелять в узкие по времени (когда видны уголкового отражатели) окна (33 мс), что сильно усложняло устройства измерения

Как и во всех сличениях времени, определение инструментальной задержки является существенной и трудной задачей. Задержки на S уничтожаются. Чтобы найти задержки на наземных станциях была построена портативная лазерная станция. Этот калибровочный инструмент располагался рядом и стрелял в направлении той же локальной мишени (на расстоянии примерно километр) что и калибруемый прибор. Каждый прибор был способен принимать обратное отражение от другого лазера в дополнение к отражению собственного сигнала. Путем пересечения выстрелов всеми возможными способами можно было получить достаточное число уравнений для определения всех имеющихся задержек.

На установленной LASSO линии между лунной лазерной локационной станцией во Франции и Мак Дональдом (Техас) в 1992-1993 г. было продемонстрировано, что неопределенности передачи времени без учета калибровочных поправок составляют меньше 100 пс. Калибровочные поправки были выполнены с неопределенностью 1,5 нс, которая и оказалась доминирующей [5.25].

Метод очень сложный и сильно зависит от условий облачности. Однако технические усовершенствования по сравнению с его первоначальным проектом открывают некоторые перспективы. Он может служить как калибровочный способ для исследований или для передачи данных на землю от высококачественных атомных часов на орбите. Требуемое оборудование, легкое и компактное, может быть легко установлено на геостационарных или на низкоорбитальных спутниках, уже оборудованных часами и дистанционными приборами.

5.6.4. Сличение частоты

Давайте припомним, что все измерения частоты являются усредненными измерениями, несмотря на то что слово «усредненный» часто опускается. Частота, связанная с экспериментаторами, является *собственной частотой*, т.к. она относится к локальной секунде. Величины Φ и u должны пониматься в этом смысле.

Когда сличаются два разнесенных стандарта частоты, то интуитивно ясно, что величина, которая должна быть определена, это разность между их нормализованными частотами в предположении, что эти стандарты расположены рядом. К сожалению, эта интуитивная идея не соответствует точным определениям. И все это потому, что результат может зависеть от траектории движения стандартов. То же самое можно сказать для любой физической величины. По соглашению частоты сличаются в тех же самых интервалах координатного времени в определенной координатной системе, в нашем случае геоцентрической системе.

(а) *Сличения частоты основанные на сличениях времени*

(1) Прямые сличения стандартов. Рассмотрим двое часов А и В, нормализованные собственные частоты которых должны сличаться. Используя один из методов, описанных в разделе 5.6.3, мы измеряем разность собственных времен $[\tau_B - \tau_A](t_1)$ и $[\tau_B - \tau_A](t_2)$ для дат t_1 и t_2 . В принципе даты измерений выражаются в координатном времени t , но в грубом приближении здесь достаточно θ . Мы вычислим

$$M_B - M_A = \frac{[\tau_B - \tau_A](t_2) - [\tau_B - \tau_A](t_1)}{t_2 - t_1}. \quad (5.66)$$

Затем мы получим разность нормализованных собственных частот, усредненных за (t_1, t_2) из

$$y_B - y_A = M_B - M_A + h(t, x_B) - h(t, x_A), \quad (5.67)$$

где символ $\langle \rangle$ означает усреднение по времени. Функция h дается (3.18) или (3.21). Она зависит только от t вдоль мировых линий $x(t)$ часов (и t может быть заменено на θ для всех практических целей). Ясно, что в локальных экспериментах два члена, обозначенные в h уничтожаются.

В применении к наземным часам уравнения дают

$$\langle y_B - y_A \rangle = M_B - M_A + 1,091 \times 10^{-13} (h_B - h_A) / \text{км}, \quad (5.68)$$

где h_A и h_B высоты в километрах над геоидом (уровень моря). Неточность в (5.68) в этом случае меньше чем 10^{-15} .

Когда сличения частоты получаются через сличения времени, то они не зависят от инструментальных задержек при условии, что последние остаются постоянными, и это иногда необходимо проверять.

Хотя неопределенности из-за калибровок могут быть опущены, остается шум в сличениях времени. Этот шум может рассматриваться как белый шум, характеризующийся стандартными отклонениями σ_c . Соответствующая неопределенность в разности частоты, выводимая из двух сличений времени на даты t_1 и t_2 равна

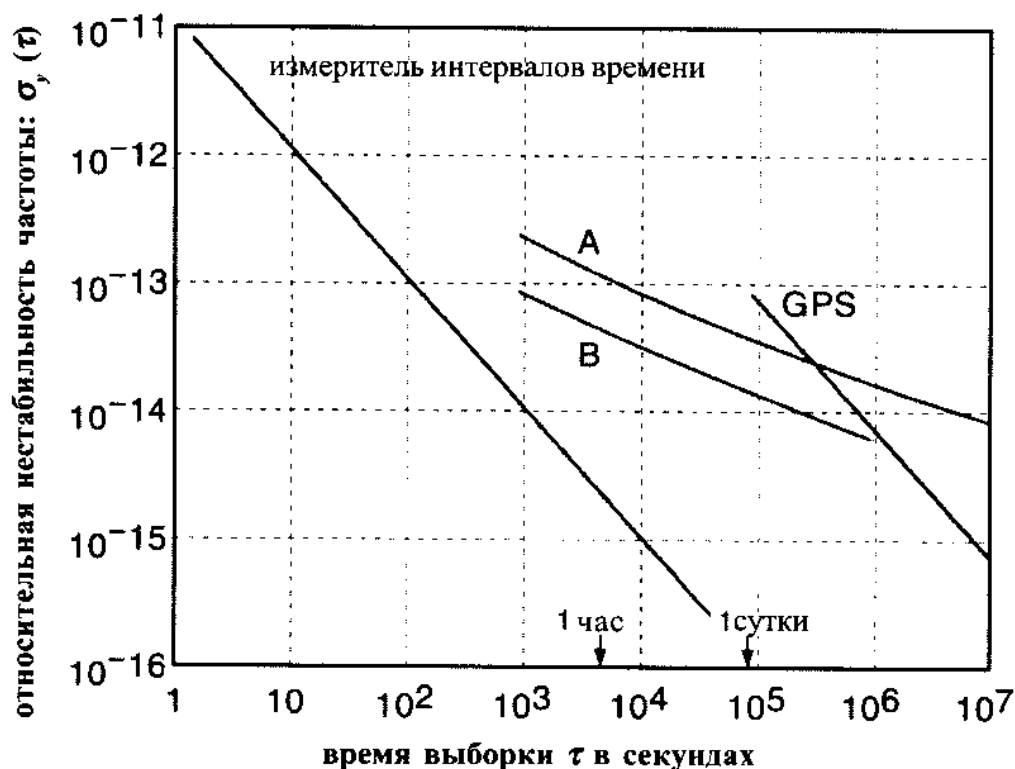


Рис. 5.6. Нестабильность частоты, обусловленная сличениями времени: GPS (± 5 нс) и измерители интервалов времени (± 10 пс). Для сравнения показана взаимная нестабильность первичных стандартов CS1 и CS2 в PTB (Германия) на кривой А и CS2 и водородного лазера на кривой В.

$$\sigma_y = \frac{\sqrt{2}\sigma_c}{t_2 - t_1}. \quad (5.69)$$

В обычном графике, показывающем нестабильность частоты осцилляторов, нестабильность, выведенная через сличения времени между двумя идеальными стабильными осцилляторами, имеет форму прямой линии с наклоном -1 (см. рис. 5.6). Мы сразу же можем выбрать такой интервал измерений, на котором осцилляторы не кажутся деградирующими.

Точность сличений частоты возрастает при увеличении интервала (t_1 и t_2). Но заметим, что неопределенность в 1 нс при сличениях времени за интервал в 1 день ведет к нестабильности $1,6 \times 10^{-14}$ в нормализованной частоте. В настоящее время (2000 год) трудно сличить разнесенные часы с неопределенностью лучшей, чем 100 пс. При частотных сличениях лучших первичных стандартов это требует усреднений, продолжающихся в течение нескольких дней, и при этом исключается изучение кратковременных вариаций частоты. Тем не менее ничего лучшего сделать нельзя. Это есть пример важности сличений времени и ограничений, продиктованных неопределенностями, связанными с ними.

Эти методы являются подходящими для изучения точности и кратковременной стабильности. Метод двухстороннего приема с отличным раз-

решением по времени обеспечивает наилучшие результаты. Прием GPS сигналов является менее точным, но более надежным методом.

(2) Сличения через международное атомное время. В лабораториях, оборудованных временными приемниками GPS, международное время может быть установлено в пределах нескольких наносекунд, но с задержками от 30 до 60 дней в зависимости от даты месяца, которая нас интересует (это происходит от того, что используется ежемесячная организация вычислений для определения TAI). Если нет необходимости в спешке, то это простой способ сличения часов в лабораториях. TAI можно заменить всемирным координированным временем (UTC) применяя меры предосторожности по возможному включению скачущей секунды. Эти две шкалы времени являются представлениями \underline{t} (см. раздел 3.3.2 E). В следующих формулах мы обозначим TAI или UTC через \underline{t}^* . Мы вычислим скорости N_A часов A по отношению к TAI через

$$N_A = \frac{[\tau_A - \underline{t}^*](\underline{t}_2^*) - [\tau_A - \underline{t}^*](\underline{t}_1^*)}{\tau_A(\underline{t}_2^*) - \tau_A(\underline{t}_1^*)}, \quad (5.70)$$

так, что

$$N_A = 1 - \left\langle \frac{d\underline{t}^*}{d\tau_A} \right\rangle = 1 - \left\langle \frac{d\underline{t}^*}{d\underline{t}} \right\rangle \left\langle \frac{d\underline{t}}{d\tau} \right\rangle \left\langle \frac{d\tau}{d\tau_A} \right\rangle. \quad (5.71)$$

Мы увидим в главе 7, что длительность единицы шкалы TAI в секундах на вращающемся геоиде может быть получена из публикаций BIPM. Пусть D_{TAI} численное значение среднего времени за рассматриваемый интервал, тогда

$$\left\langle \frac{d\underline{t}^*}{d\underline{t}} \right\rangle = (D_{TAI})^{-1}. \quad (5.72)$$

Используя (3.29) и (5.50) мы получим

$$\langle \Phi_A \rangle = (D_{TAI})^{-1} + N_A + \langle h(\underline{t}^*, \mathbf{x}(\underline{t}^*)) \rangle \quad (5.73)$$

с достаточным уровнем точности.

Произведя то же самое с часами B на том же самом интервале \underline{t}^* , мы получим $\langle \Phi_A - \Phi_B \rangle$, которое не зависит от величины D_{TAI} .

Этот метод, также как и предыдущий, является единственным реально подходящим для точности и долговременной стабильности по крайней мере для стандартов высокого качества. Стабильность TAI достаточно хороша, так что нет необходимости в строгой одновременности измерений. Стоит

отметить, что (5.73) дает прямой доступ к собственной секунде в пределах точности частоты TAI. Мы вернемся к этому вопросу в главе 7.

(b) Сличения частоты, основанные на фазовых измерениях

Локальные сличения частот двух осцилляторов могут быть выполнены путем использования методов, описанных в разделе 5.2.3.

Для сличений разнесенных частот в качестве промежуточных можно использовать частоты радиопередач. Как объясняется в главе 4, этот метод не представляет больше интереса для фундаментальной метрологии. Излучение стабильных частот является простым и экономичным способом чтобы поделиться стандартами частоты с потребителями, которые не нуждаются в предельных точностях.

Давайте тем не менее запишем соотношения между нормализованной собственной частотой $[\Phi_E]_E$ излучателя E, измеренной в пункте E и нормализованной собственной частотой $[\Phi_E]_A$ в пункте приема A,

$$\frac{[\Phi_E]_A}{[\Phi_E]_E} = \frac{1 - c^{-1}(\mathbf{v}_A \cdot \mathbf{n}) + c^{-2}[U(\mathbf{x}_A) + v_A^2/2]}{1 - c^{-1}(\mathbf{v}_E \cdot \mathbf{n}) + c^{-2}[U(\mathbf{x}_E) + v_E^2/2]}. \quad (5.74)$$

В этом соотношении скорости выражены в невращающейся геоцентрической координатной системе. \mathbf{v}_E это скорость излучателя и \mathbf{v}_A скорость приемника в моменты излучения и приема соответственно. Потенциал U оценивается в пунктах E и A и \mathbf{n} единичный вектор EA, сконструированный из пространственных координат в направлении распространения. Это уравнение справедливо примерно до $\pm 10^{-14}$ в вакууме для антенн, установленных на спутниках на расстояниях вплоть до геостационарных спутников.

Используя тоже самое соотношение к приемнику B, в пункте B мы будем иметь соотношение нормализованных частот, полученных для того же самого излучения:

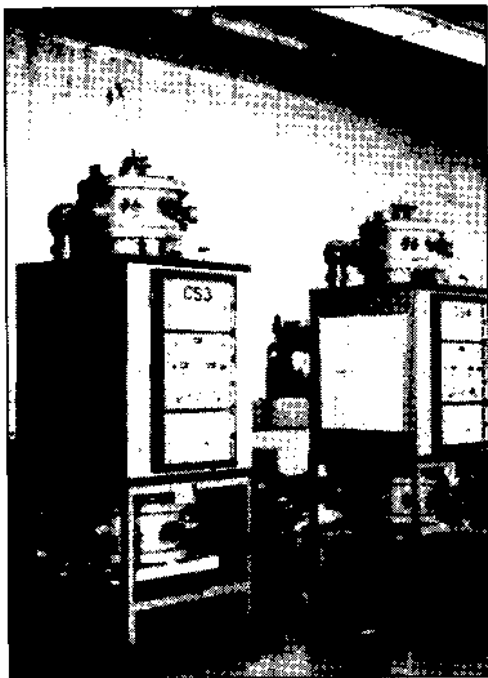
$$\frac{[\Phi_E]_A}{[\Phi_E]_B} = \frac{1 - c^{-1}(\mathbf{v}_A \cdot \mathbf{n}) + c^{-2}[U(\mathbf{x}_A) + v_A^2/2]}{1 - c^{-1}(\mathbf{v}_B \cdot \mathbf{n}) + c^{-2}[U(\mathbf{x}_B) + v_B^2/2]}. \quad (5.75)$$

Сличения между нормализованными собственными частотами Φ_{HA} и Φ_{HB} стандартов, расположенных в A и B, выражается через

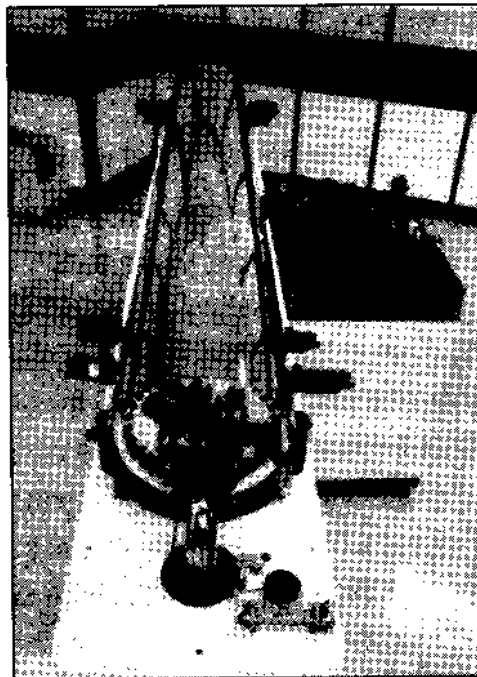
$$\frac{\Phi_{HA}}{\Phi_{HB}} = \frac{\Phi_{HA}}{[\Phi_E]_A} \frac{[\Phi_E]_B}{\Phi_{HB}} \frac{[\Phi_E]_A}{[\Phi_E]_B}. \quad (5.76)$$

Два первых соотношения с правой стороны находятся из локальных измерений, в то время как третье вычисляется через (5.75).

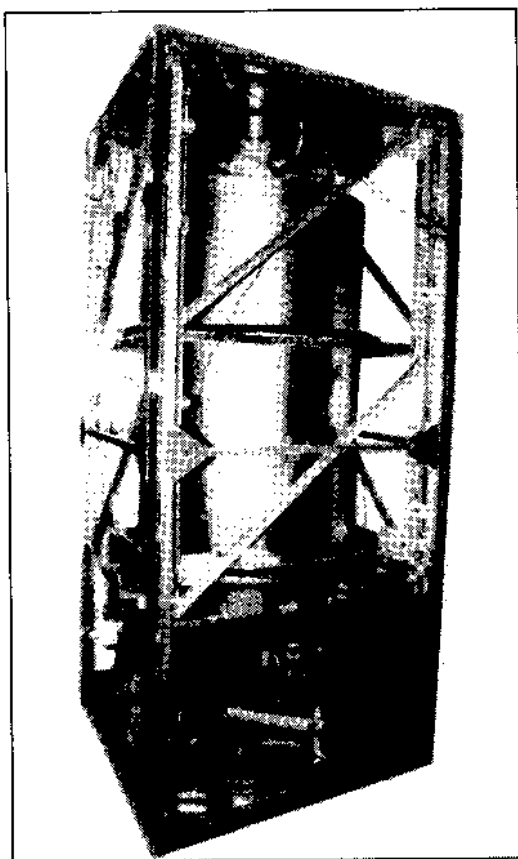
В применениях к односторонним передачам со спутников точность ограничена примерно до 10^{-13} из-за эффектов рефракции.



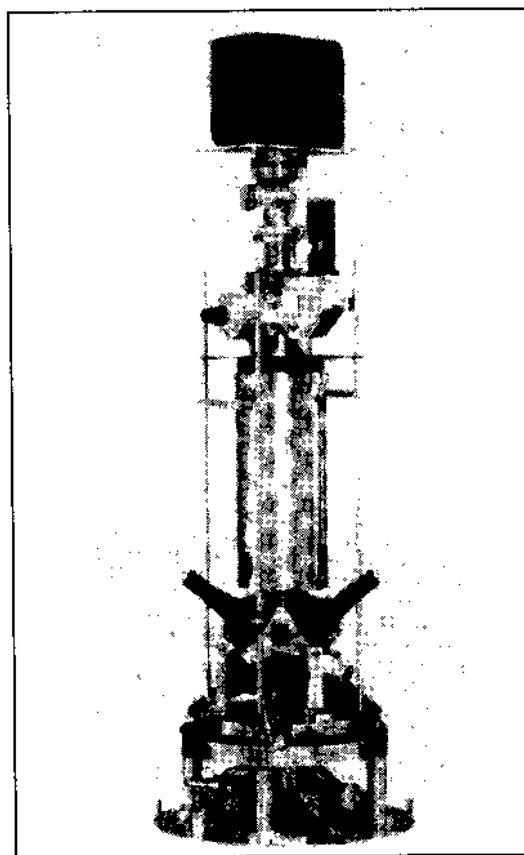
Первичный цезиевый стандарт CS3 и CS4 с магнитным отклонением пучка. (благодаря любезности А.Бауха, PTB)



Первичный стандарт NIST7 с оптической накачкой пучка (благодаря любезности Р.Е.Друллингера, NIST)



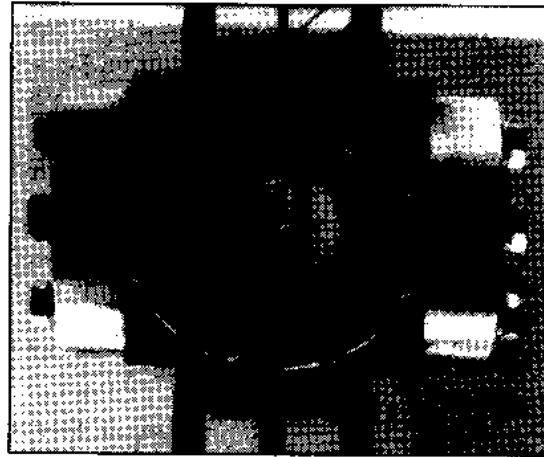
Первичный стандарт F01, основанный на фонтане охлажденных лазером атомов цезия (благодаря любезности А.Клерона, LPTF)



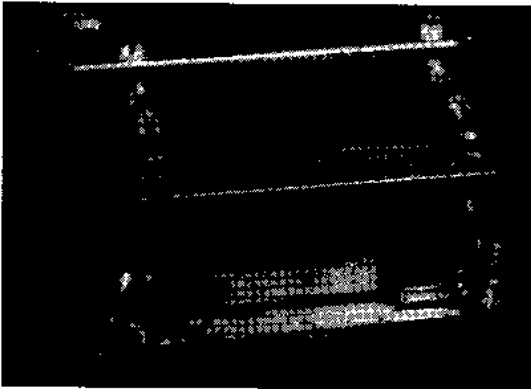
Прототип космических атомных часов на холодных атомах (благодаря любезности А.Клерона и П.Лорана, LPTF)



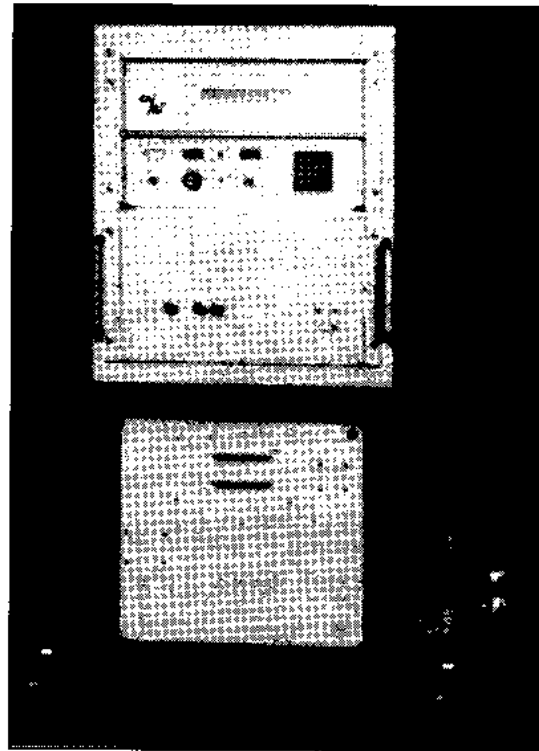
Промышленные цезиевые часы (благодаря любезности Д.Феранда, Хьюлетт Паккард)



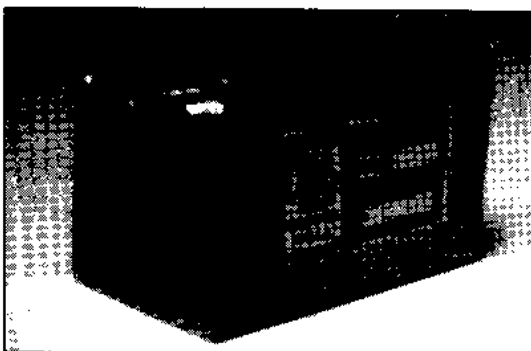
Линейная радиочастотная ловушка для удержания ионов ртути (благодаря любезности Ж.Д.Престижа, JPL)



Компоненты компактного прототипа оптически накачиваемых цезиевых часов (благодаря любезности П.Серэ, LNA)



Водородный мазер (благодаря любезности Р.Барийе и П.Пти, LNA)



Компактные рубидиевые часы (благодаря любезности П.Роша, TNT)