



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Közlekedés és Járműmérnöki Kar
Gépjárművek és Járműgyártás Tanszék

*GUMIABRONCSOS JÁRMŰVEK KISSEBESSÉGŰ PÁLYA-
MOZGÁSÁNAK ÉS A GUMIABRONCS DEFORMÁCIÓJÁNAK
KAPCSOLATA*

Doktori Értekezés

Szabó Bálint

Témavezető: dr. Palkovics László

2014

Nyilatkozat

Alulírott Szabó Bálint kijelentem, hogy ezt a doktori értekezést magam késsítettem és abban csak a megadott forrásokat használtam fel. minden olyan részt, amelyet szó szerint, vagy azonos tartalomban, de átfogalmazva más forrásból átvettettem, egyértelműen, a forrás megadásával megjelöltetem.

Budapest, 2014. január 6.

.....
Szabó Bálint

TARTALOM

1	Bevezetés.....	13
1.1	Modellezés és szimuláció	14
1.2	Járműdinamikai modellek	15
1.3	Célkitűzések.....	16
2	A témában eddig elért eredmények.....	18
2.1	Járműmodellek	18
2.2	Kerék- és gumimodellek	19
2.2.1	A modellek típusai	20
2.2.2	Modellek felépítése	22
2.2.3	Ki- és bemeneti változók	27
2.2.4	Súrlódás modellezése	28
2.2.5	Gördülési ellenállás modellezése	31
2.3	Gumiabroncs-dinamikai mérések.....	33
2.3.1	Gumiabroncs vizsgáló berendezések, és azokon elvégezhető mérések	33
2.3.2	Járműves mérések.....	35
2.3.3	Gumiabroncs deformációjának vizsgálata.....	35
3	Gumiabroncs- és járműmodellek	37
3.1	Járműmodellek	37
3.1.1	Referenciamodell	38
3.2	Gumimodellek	38
3.2.1	Energiaminimum elvén működő gumimodell	39
3.2.2	Kefemodell alapú dinamikai gumimodell	42
3.2.3	Kefemodell alapú többtest-dinamikai gumimodell	43
3.3	Súrlódás modellezése	45
3.3.1	Megcsúszás vizsgálata energiaminimum elvén működő gumimodellnél	46
3.3.2	Súrlódási modell a dinamikai gumimodellhez	47
3.3.3	Súrlódás modellezése a többtest dinamikai modellnél	47
3.3.4	Gördülési ellenállás modellezése	47
3.4	Összefoglalás	48
4	Szimulációs modellek felépítése.....	49
4.1	Energiaminimum elvén működő gumimodell	49
4.2	Kefemodell alapú dinamikai szimulációs modell felépítése	56

4.3	Többtest dinamikai gumimodellre épülő szimulációs járműmodell felépítése	60
4.4	Vezetőmodell	63
4.5	Összefoglalás.....	64
5	Szimulációs eredmények.....	65
5.1	Elemi mozgásfüggvények vizsgálata többtest dinamikai modellel.....	65
5.2	A modellek összehasonlítása	74
5.2.1	Sebességprofil kormányzás nélkül	74
5.2.2	Szinuszos kormányzás álló helyzetben	76
5.2.3	Konstans kormányszög és sebesség.....	77
5.2.4	A modellek összehasonlításának összegzése	78
5.3	Paraméter érzékenységi vizsgálat többtest dinamikai modellel	79
5.3.1	Gumiabroncs rugómerevségének hatása a jármű mozgására.....	80
5.3.2	A csillapítási tényező hatásának vizsgálata.....	82
5.3.3	A tapadási felület hosszának hatása a jármű mozgására.....	83
5.3.4	A súrlódási tényező hatása a jármű mozgására.....	85
5.4	Kormányzási manőverek elemzése.....	86
5.5	Kormányhiba hatásának vizsgálata	90
5.6	Összefoglalás.....	92
6	Mérési eredmények	93
6.1	Gumiabroncs paramétereinek meghatározása tesztpadi mérésekkel	93
6.1.1	Tesztpad kialakítása	93
6.1.2	Mérések elvégzése	97
6.1.3	Mérési eredmények értékelése	98
6.1.4	Modell paramétereinek optimalizálása	103
6.2	Járműves mérések a modell validálásához	106
6.2.1	A tesztjármű és a mérőrendszer bemutatása	106
6.2.2	A tesztjármű paramétereinek mérése	107
6.2.3	A járműves mérés eredményeinek összevetése a modell eredményeivel	112
6.3	Mérési eredmények összevetése empirikus gumimodellel működő járműdinamikai szimulációval	115
6.3.1	A modell felépítése	115
6.3.2	Szimulációk.....	117
6.3.3	Következtetések.....	120
6.4	Összefoglalás.....	120

7	Összefoglalás	122
7.1	Tézisek	122
7.1.1	Első tézis	122
7.1.2	Második tézis	123
7.1.3	Harmadik tézis	123
7.1.4	Negyedik tézis.....	124
7.1.5	Ötödik tézis.....	124
7.2	Az elért eredmények értékelése.....	124
7.3	Kitekintés a téma eredményeinek további kutatására	126
7.4	Érdekes kerék és gumiabroncs fejlesztések	127
8	Irodalomjegyzék	129
9	Köszönetnyilvánítás	134

Ábrajegyzék

1.1. ábra: Ackermann-geometria szerinti kormánymanőver (bal) és az elméleti póluspontok korménygeometriai hiba esetén (jobb)	16
1.2. ábra: Gumiabroncs deformációja ferdefutás esetén	17
2.1. ábra: Biciklimodell.....	18
2.2. ábra: Kinematikai biciklimodell.....	19
2.3. ábra: Négykerekű járműmodell	19
2.4. ábra: Gumiabroncs szerkezeti felépítése	20
2.5. ábra: Gumimodellek csoportosítása Pacejka (Pacejka, 2002) szerint.....	22
2.6. ábra: Egy gumiabroncs keresztirányú szlip-, és forgató nyomatéki görbéje	23
2.7. ábra: A mágikus formula paramétereinek értelmezése	23
2.8. ábra: A TMEasy modell karakterisztikái	24
2.9. ábra: A gumimodell deformációja a TMEasy modellben	24
2.10. ábra: Kefemodek (Pacejka, 2002)	24
2.11. ábra: Deur féle gumimodell felépítése	25
2.12. ábra: Rugalmas húr gumimodell	25
2.13. ábra: FTire gumimodell felépítése	25
2.14. ábra: Végeselemes gumimodell kialakítása (Shiraishi, et al., 2001)	27
2.15. ábra: Végeselemes gumimodellekkel ellátott járműmodell	27
2.16. ábra: Súrlódási együttható változása a hosszirányú kerékszlip függvényében különböző útfelületeken (bal) és különböző sebességek mellett (jobb) (Harned, et al., 1969).....	29
2.17. ábra: Stribeck súrlódási függvény	30
2.18. ábra: LuGre súrlódási modell értelmezése	30
2.19. ábra: Gumiabroncs deformációja gördülés során (Pacejka, 2002)	31
2.20. ábra: A gördülési ellenállási tényező változása néhány paraméter függvényében (Gillespie, 1992)	32
2.21. ábra: Gumiabroncs laboratóriumi vizsgálata során megvalósítandó mozgások	33
2.22. ábra: Külső dob gumiabroncs vizsgáló berendezés (MTS, 2010)	34
2.23. ábra: Acélszalagos gumiabroncs vizsgáló berendezés (Calspan Corporation , 2011).....	34
2.24. ábra: Belső dobfelületű gumiabroncs vizsgáló berendezés (Institut für Fahrzeugsystemtechnik, 2011)	34
2.25. ábra: Kerékerőmérő szenzor, és optikai sebességmérő műszer (Klaus & Barz, dátum nélk.)	35
2.26. ábra: A gumiabroncs belső felületére szerelt RC rezgőkör szenzor.....	36
2.27. ábra: A keréktárcsára erősített lézerszenzor a gumiabroncs deformációjának vizsgálatához	36
3.1. ábra: A járműmodellekknél alkalmazott koordináta-rendszerek	37
3.2. ábra: Kefemodek.....	39
3.3. ábra: Síkba redukált kefemodek deformációja.....	40
3.4. ábra: A gumielemek deformációjának értelmezése	41
3.5. ábra: A többtest dinamikai kerékmodell felépítése.....	44
3.6. ábra: Deformált gumiabroncs modellje	45
3.7. ábra: A normálerő megoszlása a tapadási felület mentén	46

3.8. ábra: Megcsúszás értelmezése kinematikai modell esetén	47
3.9. ábra: A három gumimodell összehasonlítása.....	48
4.1. ábra: Kerékpár és négykerekű járműmodell paraméterei	49
4.2. ábra: Kanyarodó jármű ívkülső és ívbelső hátsó kerekeinek sugarai.....	52
4.3. ábra: A gumiabroncs potenciális energiájának relatív változása a gumiabroncs különböző deformációjának változása függvényében	54
4.4. ábra: Gumiabroncs deformációjának számítása	55
4.5. ábra: Kerék forgása következtében kilépő és újonnan belépő gumielemek értelmezése.....	56
4.6. ábra: A gumielemek mozgásához alkalmazott henger koordináta-rendszer	61
4.7. ábra: Vezetőmodell zárt szabályozási köre	63
5.1. ábra: Elemi manőverek sebességprofiljai, és kormányszög függvénye	66
5.2. ábra: Jármű trajektóriája és orientációváltozása hosszirányú manőver során	66
5.3. ábra: A kerék- és járműsebességek alakulása hosszirányú manőver során	66
5.4. ábra: Hossz- és keresztirányú erők illetve kormányzó nyomaték a gumiabroncs deformációjából eredően az első és a hátsó keréken	67
5.5. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja hosszirányú manőver során a 80. milliszekundumban	68
5.6. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja hosszirányú manőver során a 700. milliszekundumban	69
5.7. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja hosszirányú manőver során a 3. másodpercben.....	69
5.8. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja hosszirányú manőver során a 10. másodpercben.....	70
5.9. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja hosszirányú manőver során a 16. másodpercben.....	70
5.10. ábra: Jármű trajektóriája és orientációváltozása álló helyzeti kormányzó manőver során..	71
5.11. ábra: Hossz- és keresztirányú erők illetve kormányzó nyomaték a gumiabroncs deformációjából eredően az első és a hátsó keréken	71
5.12. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja álló helyzeti kormányzó manőver során a 3. másodpercben	72
5.13. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja álló helyzeti kormányzó manőver során a 5. másodpercben	72
5.14. ábra: Jármű trajektóriája és orientációváltozása körpályás manőver során.....	73
5.15. ábra: Hossz- és keresztirányú erők illetve kormányzó nyomaték a gumiabroncs deformációjából eredően az első és a hátsó keréken.....	73
5.16. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja körpályás manőver során a 80. milliszekundumban	74
5.17. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja körpályás manőver során az 5. másodpercben.....	74
5.18. ábra: A különböző gumimodellel felszerelt járműmodellek trajektóriájának és orientációjának változása hosszirányú manőver esetén.....	75
5.19. ábra: Gumiabroncs hossz és keresztirányú deformációi a 3. másodpercben, kormányzás nélküli sebességprofil esetén	75
5.20. ábra: A különböző gumimodellel felszerelt járműmodellek trajektóriájának és orientációjának változása álló helyzetű szinuszos kormányzás esetén	76

5.21. ábra: Gumiabroncs hossz és keresztirányú deformációi a 3. másodpercben, álló helyzetű szinuszos kormányzás esetén	77
5.22. ábra: A különböző gumimodellek felszerelt járműmodellek trajektóriájának és orientációjának változása konstans kormányszög és sebesség mellett	77
5.23. ábra: Gumiabroncs hossz és keresztirányú deformációi a 15. másodpercben, konstans kormányszög és sebesség mellett.....	78
5.24. ábra: A járműmodell trajektóriájának és orientációjának változása különböző gumiabroncs merevségek mellett	80
5.25. ábra: A járműmodell sebességének és kormányszögének változása különböző gumiabroncs merevségek mellett	81
5.26. ábra: Gumiabroncs hossz és keresztirányú deformációi a 3. másodpercben, különböző gumiabroncs merevségek mellett.....	82
5.27. ábra: A járműmodell trajektóriájának és orientációjának változása különböző gumiabroncs csillapítási tényezők mellett.....	82
5.28. ábra: Gumiabroncs hossz és keresztirányú deformációi a 8. másodpercben, különböző gumiabroncs csillapítások mellett	83
5.29. ábra: A járműmodell trajektóriájának és orientációjának változása különböző hosszúságú tapadási felületek mellett	84
5.30. ábra: Gumiabroncs hossz és keresztirányú deformációi a 3. másodpercben, különböző hosszúságú tapadási felületek mellett.....	84
5.31. ábra: A járműmodell trajektóriájának és orientációjának változása különböző súrlódási tényezők mellett	85
5.32. ábra: A bal hátsó kerék szögsebessége különböző súrlódási tényezők mellett	85
5.33. ábra: Gumiabroncs hossz és keresztirányú deformációi a 8. másodpercben, különböző súrlódási tényezők mellett.....	86
5.34. ábra: A járműmodell trajektóriájának és orientációjának változása körpályás teszt során különböző kormányzási manőverek esetén (A kiemelésben szereplő értékek a görbe adott pontjának koordinátái)	87
5.35. ábra: A járműmodell trajektóriájának és orientációjának változása az indulás pillanatában	87
5.36. ábra: Gumiabroncs keresztirányú deformációja a bal és jobb első keréken a 10. milliszekundumban, a két szimuláció esetén.....	88
5.37. ábra: Hossz- és keresztirányú erők illetve kormányzó nyomaték a gumiabroncs deformációjából eredően az első keréken.....	88
5.38. ábra: Gumiabroncs keresztirányú deformációja a bal és jobb első keréken a 150. milliszekundumban, a két szimuláció esetén.....	89
5.39. ábra: Gumiabroncs keresztirányú deformációja a bal és jobb első keréken a 1.5 másodperc után, a két szimuláció esetén.....	89
5.40. ábra: Gumiabroncs keresztirányú deformációja a bal és jobb első keréken a 4 másodperc után, a két szimuláció esetén.....	90
5.41. ábra: A járműmodell trajektóriájának és orientációjának változása különböző mértékű kormányhiba mellett.....	90
5.42. ábra: A fordulási sugár és az első kerekek kormányzási nyomatéka relatív változása a kormányhiba függvényében	91

5.43. ábra: Gumiabroncs keresztirányú deformációi a 8. másodpercben különböző kormányhiba értékek mellett	91
6.1. ábra: Belső keret a vizsgálandó kerékkel.....	94
6.2. ábra: A külső és belső keret illesztve.....	94
6.3. ábra: A keret elhelyezése hossz- és keresztirányú deformációhoz.....	95
6.4. ábra: A gumiabroncs deformációját létrehozó hidraulikus emelő és az erőmérő cella beépítése	95
6.5. ábra: Gumiabroncs deformációjának mérése hossz- és keresztirányban.....	96
6.6. ábra: Mérőrendszer összeállítása.....	97
6.7. ábra: Műterhelések elhelyezése a belső keret kosarában	97
6.8. ábra: Gumiabroncs deformációja keresztirányban	98
6.9. ábra: A gumiabroncs deformáció, és a deformációhoz szükséges erő időfüggvényei hosszirányú deformáció során	99
6.10. ábra: Gumiabroncs erő-deformáció diagramja hosszirány esetére	99
6.11. ábra: A gumiabroncs erő-deformáció karakteristikái különböző nyomások mellett hossz-(bal) és keresztirányban (jobb).....	100
6.12. ábra: A gumiabroncs hossz- és keresztirányú fajlagos merevségének változása a nyomás függvényében	101
6.13. ábra: A gumiabroncs erő-deformáció karakteristikája különböző terhelések mellett hossz-(bal), és keresztirányban (jobb)	101
6.14. ábra: Maximális erő és deformáció megcsúszás előtt, hossz- (bal) és keresztirányban (jobb)	102
6.15. ábra: A súrlódási tényező változása hosszirányú megcsúszás esetén.....	102
6.16. ábra: Statikus súrlódási tényező változása a kerékterhelés függvényében hossz- és keresztirányban	103
6.17. ábra: A gumiabroncs deformációjának lengésképe egységugrás jellegű erőterhelés hatására	104
6.18. ábra: A deformáció szórásnégyzetének változása 0.03 másodperces szakaszokra vonatkoztatva	105
6.19. ábra: A mérés eredményeként kapott karakterisztika összevetése szimulációs adatokkal hossz- (bal) és keresztirányban (jobb).....	105
6.20. ábra: A tesztjármű	106
6.21. ábra: A mérőkormány (bal) és az optikai sebességmérő műszer (jobb)	107
6.22. ábra: A tesztjármű geometriai adatai.....	107
6.23. ábra: Kormánygeometria mérése forgózsámoly segítségével	108
6.24. ábra: A mért és az elméleti kormánygeometria a tesztjármű esetében.....	108
6.25. ábra: Kormánykerék szöglengései impulzus kormányzás hatására	109
6.26. ábra: Kormányzási nyomatékgigény a kormánykerék szögelfordulásának függvényében...110	110
6.27. ábra: Kormányzási nyomatékgigény a kormányzási manőver kezdetén	110
6.28. ábra: A kormányrendszer vesztesége.....	111
6.29. ábra: Forvatónyomatékkal egyenértékű lineárisan megoszló erő.....	112
6.30. ábra: Optikai sebességmérő műszer helyzete a jármű súlypontjához képest	113
6.31. ábra: A sebességprofil és a kormányszög változása a mérés és a szimuláció során a szinuszos kormánymanőver során	113

6.32. ábra: A sebességprofil és a kormányszög változása a mérés és a szimuláció során az indulás előtti kormányzási manőver során	114
6.33. ábra: A sebességprofil és a kormányszög változása a mérés és a szimuláció során az indulás utáni kormányzási manőver során.....	114
6.34. ábra: A hossz- és keresztirányú sebesség változása a mérés és a szimuláció során a szinuszos kormánymanőver során.....	114
6.35. ábra: A hossz- és keresztirányú sebesség változása a mérés és a szimuláció során az indulás előtti kormányzási manőver során	115
6.36. ábra: A hossz- és keresztirányú sebesség változása a mérés és a szimuláció során az indulás utáni kormányzási manőver során.....	115
6.37. ábra: Hossz- és keresztirányú szlip jellegmezők	116
6.38. ábra: Visszatérítő nyomaték a ferdefutási szög függvényében	116
6.39. ábra: Járműves mérés és empirikus modell szimulációjának eredményeként kapott sebességek összehasonlítása indulás utáni kormányzási manőver esetén	117
6.40. ábra: Az empirikus modell szimulációjának eredményeként kapott orientációváltozás és oldalgyorsulás indulás utáni kormányzási manőver esetén	117
6.41. ábra: Empirikus modellel végzett szimuláció során számolt hosszirányú szlip és ferdefutási szög indulás utáni kormányzási manőver esetén	118
6.42. ábra: Járműves mérés és empirikus modell szimulációjának eredményeként kapott sebességek összehasonlítása indulás előtti kormányzási manőver esetén.....	119
6.43. ábra: Az empirikus modell szimulációjának eredményeként kapott orientációváltozás és oldalgyorsulás indulás előtti kormányzási manőver esetén.....	119
6.44. ábra: Empirikus modellel végzett szimuláció során számolt hosszirányú szlip és ferdefutási szög indulás előtti kormányzási manőver esetén	120
7.1. ábra: A gumiabroncsot helyettesítő rugóelemek egy kerékpár kerekén	127
7.2. ábra: Levegőmentes gumiabroncs	128
7.3. ábra: Levegőmentes gumiabroncs rugalmas keréktárcsával.....	128

1 Bevezetés

Doktori értekezésemben a gumiabronccsal felszerelt járművek mozgásával, a gumiabroncs deformációjával foglalkozom. A járműveket már a 19. század második felétől kezdve gumiabronccsal szerelték jobb tapadás és nagyobb utazási kényelem elérése érdekében. A jármű mozgásának vizsgálatakor szükséges a gumiabroncs hatásának figyelembe vétele is, hiszen a gumiabroncs súrlódási, merevségi és csillapítási viszonyainak megfelelően módosítja a jármű dinamikáját (Rill, 2007). A gumiabroncs modellezésénél is külön kell választani különböző eseteket méghozzá aszerint, hogy a teljes járműmozgásnak melyik részét szeretnénk vizsgálni. Lehet vizsgálni a jármű függőleges irányú lengéseit, vagy lehet elemezni a jármű síkbeli mozgását is. Az utóbbi vizsgálatánál meg kell különböztetni a nagysebességű, és a kis sebességű manővereket. Persze lehet olyan modelleket is építeni, amelyek minden esetet lefedik, de a sebességtartományok szeparálása nagyban leegyszerűsíti a feladatot. Kutatómunkám során főként a kis sebességű manőverekkel foglalkozom. A kis sebességet persze nehéz pontosan definiálni, nem lehet számszerűsíteni mit is értünk kis sebességen, itt elsősorban olyan manőverekre kell gondolni, mint a parkolás, megfordulás, vagy udvarban, telephelyen történő manőverezés (Szabó, 2006), (Szabó, 2007). Ezekre a manőverekre a kis sebességen kívül a széles tartományban változó kormányszög is jellemző. Az általam vizsgálat gumimodellek célja, hogy megállapíthatassuk, hogy a gumiabroncs dinamikája miként befolyásolja a jármű mozgását.

Kutatásom célja olyan gumimodellek kifejlesztése, amelyek segítségével alapvetően a kis sebességű manőverek során lehet elemezni a jármű pályagörbüjét. Az is fontos szempont, hogy olyan modellek kerüljenek kifejlesztésre, amelyek lehetőleg kevés paramétert tartalmaznak. Sok esetben ugyanis a gumiabroncsmodellek több tíz, nem egyszer fizikailag beazonosíthatatlan paramétert használnak, amelyek nehezítik az identifikációt (például: FTire (Gipser, 1999)).

A kutatómunka során nemcsak a gumimodellek kifejlesztése a feladat, hanem a különböző szimulációk elvégzése is. A különböző gumimodellekkel ellátott kerékmôdellek járműbe illesztve kerülnek elemzésre. Elsöként egyszerű, elemi mozgásokat lehet vizsgálni: a kereket gyorsítva, vagy lassítva valamint kormányozva lehet megfigyelni a különböző modellekben számított deformációkat, és a jármű trajektoriáit. A jármûmodellkel elvégzett szimulációk lehetőséget adnak a különböző gumimodellek összevetésére, valamint a gumiabroncs paramétereinek a deformációra és a pályagörbüre gyakorolt hatásának vizsgálatára is. Négykerék jármûmodell esetében pedig speciális szimulációkat is végezhetünk. A kutatómunka eredményeként három különböző komplexitású gumimôdell készült el, illetve szimulációs eredmények alapján következtetéseket vontam le a gumiabroncs trajektória módosító hatásáról, illetve a gumiabroncs deformációjával kapcsolatosan is összefüggéseket teszek.

1.1 Modellezés és szimuláció

A mérnöki gyakorlatban nagyon fontos szerepet játszik a számítógépes, virtuális modellezés és szimuláció. A modellezés során egy rendszert megfelelő fizikai és matematikai módszerek segítségével le tudunk képezni úgy, hogy az így kapott modellt fel tudjuk használni az adott rendszerrel kapcsolatos tervezési feladatok során. A modellezés első lépéseként meg kell ismerni a rendszer működését, az abban lejátszódó fizikai jelenségeket. A rendszerek többnyire nagyon bonyolultak és összetettek. minden rendszer esetében meg kell határozni, hogy a feladat szempontjából milyen egyszerűsítéseket lehet végezni. Két indokkal lehet egyszerűsítést végezni a modellen: az egyik esetben ismerjük az elhangolni kívánt jelenség rendszerre gyakorolt hatását, és tudjuk, hogy annak elhagyása számunkra elfogadható mértékű hibát eredményez. A másik pedig, hogy az egyszerűsítéssel olyan hatásokat nem veszünk figyelembe, amelyet mi nem fogunk a szimuláció során vizsgálni. A fizikai összefüggések és azok egyszerűsítéseit követően lehet elkezdeni a modell felépítését valamilyen számítógépes szimulációs környezetben. Ehhez számos számítógépes szoftver áll rendelkezésünkre. Vannak célszoftverek, amelyek adott modellezési feladatok megoldását teszik lehetővé: ilyenek az alkatrészek és rendszerek geometriai tervezését segítő CAD szoftverek, vagy azok szilárdsági szimulációját segítő végeselemes szoftverek, de vannak többtest dinamikai modellezésre fejlesztett eszközök is. A másik csoportja az eszközöknek az általános fejlesztő környezetek, amelyekben általában közvetlenül a modell működését leíró matematikai összefüggések segítségével lehet a modellt szimulálni. A rendszer és a modell egyaránt tartalmaz bemenő- és kimenőcsatornákat, állapotjellemzőket és paramétereket. A bemenő csatorna tartalmazza azokat a jeleket, amelyekkel a rendszert működésbe lehet hozni, vagyis amelyekkel a rendszert gerjeszteni lehet. A gerjesztésre a rendszer a kimenőcsatornán mérhető jelekkel illetve állapotának megváltozásával reagál. A rendszer kimenőjelei, azok a jelenségek, amelyekkel a rendszer viselkedése meghatározható, és ezek a jelek többnyire valamilyen módon megfigyelhetőek. A rendszer állapotváltozói a rendszer állapotát írják le, ezeket nem minden lehet kívülről megfigyelni, de általában a kimenőjelekből becsülhetők. A modelleknek vannak paraméterei, azok a rendszert leíró fizikai összefüggéseiből erednek. Pontos, vagyis egyszerűsítéseket nem tartalmazó modell esetében ezen paraméterek mindenike azonosítható a rendszer, vagy annak egy alkotóeleme valamely fizikai tulajdonságával. Ezeknek mérése nem minden lehetséges közvetlenül, ilyenkor méréssel a bemenő- és a kimenőjelek alapján lehet ezeket a paramétereket identifikálni.

A modell tárgyat tekintve az autóiparban is számos modellt lehet megkülönböztetni, vannak rendszermodellek, amelyek a jármű egy részrendszerét modellezik, de lehetnek komplett járműmodellek is, amelyek az egész jármű viselkedését szimulálják, valamilyen makró- vagy mikrokörnyezetben. A járművek, járműrendszerök modellezésének a tervezési folyamatban van jelentősége. Egyrészt fontos szerepe van a szabályozó tervezésében. Ahhoz ugyanis, hogy egy rendszer működését szabályozni, vagy vezérelni tudjuk, a rendszer működésének ismerete szükséges. Másrészt pedig egy rendszer tervezése során nagyon fontos a rendszer működésének ellenőrzése. Mert a rendszer számos paramétert

tartalmaz, amelyet a tervezés során változtatni lehet, és a legegyszerűbb, leggyorsabb és legolcsóbb módja a paraméter-optimalizálásnak a modell alapú szimuláció.

A szimuláció az a folyamat, amikor virtuális környezetben a modellre valamilyen gerjesztést adva vizsgáljuk a rendszer állapotának megváltozását, illetve a modell válaszát, a kimeneten megjelenő jeleket. A háttérben a szimuláció során a modellezés során felállított matematikai összefüggések kerülnek megoldásra.

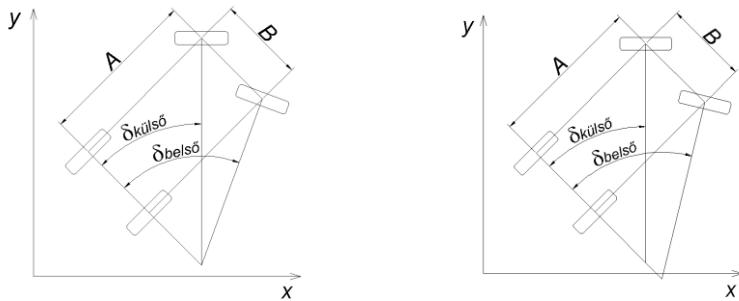
1.2 Járműdinamikai modellek

A járműdinamikai modellek célja a jármű mozgásának szimulációja. Járműdinamikai szimulációkra olyan komponensek, rendszerek fejlesztésénél van szükség, amelyek a jármű mozgását, dinamikáját befolyásolják. Léteznek olyan járműmodellek, amelyek a jármű teljes térbeli mozgását szimulálni tudják. Ezek a hat, vagy még több szabadságfokkal rendelkező modellek többnyire univerzális járműdinamikai szimulációs szoftverként a piacon elérhetőek. Ezeknek a programoknak az előnye, hogy a járművet teljes egészében leképezik, így szinte mindenféle járműdinamikai szimulációs célra használhatóak. Ezeknél a modellekknél az egyszerűsítést nem az egyes mozgási lehetőségek megkötése (szabadságfok elvétele), hanem a mozgásokat leíró egyenletek, a fizikai összefüggések empirikus egyszerűsítése jelenti. Előnyeik, hogy a jármű teljes dinamikai viselkedését leírják, és a számításokat lehetőség szerint gyorsan, akár valós időben is el tudják végezni. Hátrányuk, hogy nem lehet részletekig menően elemezni a jármű viselkedését, ugyanis sok járműrendszer statikus rendszerként van jelen a modellben. A járműmodellek másik csoportját csökkentet szabadságfokkal rendelkező járműmodellek alkotják. Ha egy problémánál nincs szükség egy jármű teljes térbeli mozgásának szimulálására, de egy adott mozgást részletesen szeretnénk vizsgálni, akkor lehetőség van a szabadsági fokok csökkenésére. Például Meijaard a cikkében (Meijaard, 2010) kizárálag a gumiabroncs hosszirányú dinamikájával és súrlódási viszonyával foglalkozik, a keresztirányú dinamikát nem veszi figyelembe. A teljes járműdinamikai modellek alapja a kocsitest, amelyet sok esetben merev testként modelleznek. Merev testként hat szabadságfoka van, de komplexitása növekszik, amennyiben nem merev, hanem rugalmas testként vizsgáljuk. A kocsitestet rugalmas elemek, rugók és lengéscsillapítók kötik a kerékagyakhoz. A futóműnél azonban figyelembe kell venni azok kinematikáját, vagyis hogy milyen elmozdulásokat tesz lehetővé a felépítményen. A jármű egyik legbonyolultabb része a gumiabronccsal szerelt kerék. A kerék feladata, hogy a hajtásrendszer felől érkező forgató-, és a fékrendszer felől érkező fékezőnyomatékokat a talajon vonó- és fékerővé alakítva, a jármű haladómozgását lehetővé tegye, a megfelelő irányban. A gumiabroncs feladata egyrészt a megfelelő tapadás biztosítása az útfelületen. Enélkül ugyanis a kerék forogna a saját tengelye körül, de nem jönne létre haladó mozgás. A gumiabroncs felülete és az útfelület között létrejövő tapadó, illetőleg csúszósúrlódás következtében a kerék forgástengelyére merőleges síknak, és az útfelület síkjának metszésvonalában létrejövő súrlódási erő hozza létre a kerék haladó mozgását. A gumiabroncsnak ezen kívül még két feladata van: az úttest felől érkező nagyfrekvenciás vibráció elnyelése, és a kisméretű akadályokon való áthajtás elősegítése deformáció révén. Az előbbi abból adódik, hogy egy hibátlan, sík,

aszfalt, vagy beton borítású sem tükörsima, hanem felületüket apró barázdák borítják (ezt hívják az útfelület mikroprofiljának), javítva ezzel a tapadást. Minél nagyobb sebességgel hajtunk ezen a barázdált felületen, annál nagyobb frekvenciájú rezgések keletkeznek a tapadási felületen. Gumiabroncs nélkül, ezek a rezgések a futóműön keresztül továbbítódnak a kocsitest felé, ugyanis ezeket a kis amplitúdójú lengéseket a futómű nem tudja kiszűrni, ezt gumiabronccsal lehet csillapítani. Az utóbbi feladatát, vagyis az akadályokon (pl.: útpadka) való áthajtást, a gumiabroncs deformációja teszi lehetővé. A gumiabroncs modellezése nehéz feladat, általában minden többszörösen egyszerűsített, közelítő modellt alkalmaznak. Mindemellett a gumiabroncs modelleket széles körben alkalmazzák járműdinamikai szimulációkra: többtest dinamikai szoftverekben (von Oosten, et al., 2003); speciális járműmodellekben, mint például rönkszállító pótkocsiknál (Zhang & Tabbarok, 2000); de mezőgazdasági gépek esetében is (Ferhadbegovic, 2008).

1.3 Célkitűzések

Az elektronikus járműdinamikai rendszerek egyre több közlekedési szituációban avatkoznak be a jármű viselkedésébe. A közlekedés biztonságának növelése érdekében eleinte a nagysebességű manővereket szabályozták segítségükkel, az utóbbi években viszont a vezetési kényelem fokozása miatt, és hogy a vezető esetleges tapasztalatlanságát kiküszöböljék, már kissébességű manőverekre is automatizált rendszereket fejlesztettek ki. Ilyen rendszerek a parkolás szabályozó automatikák, vagy a telephelyen belüli járműirányítást végző szabályozások. Ezeknek a rendszereknek a fejlesztéséhez is szükség van járműmodellkre, amelyeknek segítségével a járművek kis sebességű mozgását szimulálni lehet. A hagyományos járműrendszerek legnagyobb hátránya erre a szituációra vonatkoztatva, hogy a gumiabroncsmodellt empirikus modellekkel közelítik. Vizsgálunk meg például egy négykerekű személyautót. Kanyarodás tekintetében a négy kerék kinematikailag túlhatározottá teszi a járművet, hiszen mind a két jobboldali, mind pedig a két baloldali kerék meghatározza a jármű póluspontját. A járművek kormányrendszerét igyekeznek az úgynvezett Ackermann-geometriának megfelelően kialakítani, vagyis a jobb első és bal első kerekek különböző szögekben elformányozva próbálják meg biztosítani, hogy a jobb- és baloldali kerekek által meghatározott póluspont egybe essen (1.1. ábra).

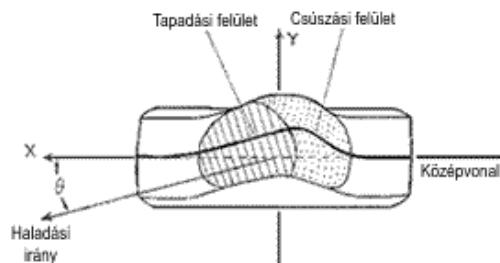


1.1. ábra: Ackermann-geometria szerinti kormánymanőver (bal) és az elméleti póluspontok korménygeometriai hiba esetén (jobb)

Valós járművek esetében az Ackermann-geometria csak kis kormányszögek esetében teljesül, nagyobb kormányszögnél már megjelenik a kormányhiba. A kormányrendszer és

a futómű tervezése során nem tudják biztosítani, hogy a futómű minden szempontnak megfeleljen. A kormányhiba főként nagy kormányszögeknél jelenik meg, amikor a jármű amúgy is kis sebességgel halad. Eredményeképpen a jobb- és baloldali kerekek által meghatározott póluspont nem esik egybe, több póluspontot is meg lehet határozni (1.1. ábra).

A valóságban a jármű, mint merev test természetesen csak egy pont körül fordulhat. Ezt a póluspontot nem lehet egyszerűen meghatározni. Ha a kerekek teljesen merevek lennének, és nem tudnának deformálódni és/vagy megcsúszni, akkor a jármű nem tudna kanyarodni. A valóságban azonban a gumiabroncsok keresztirányban deformálódnak, amelynek hatására a kerék haladási iránya nem esik annak középsíkjába, hanem szöget zár be vele. Ezt a jelenséget nevezik ferdefutásnak (1.2. ábra).



1.2. ábra: Gumiabroncs deformációja ferdefutás esetén

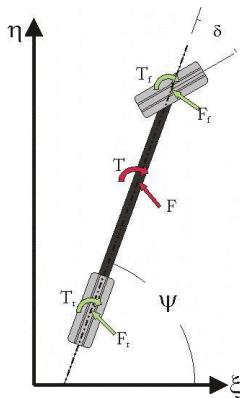
Célkitűzésem olyan jármű- és gumimodell kifejlesztése, amely alkalmas a járművek kissemességű manővereinek szimulációjára, mint például a parkolás. Egy olyan gumimodelt szeretném kifejleszteni, amelynek segítségével a járműmozgásokon túl a gumiabroncs síkbeli deformációja is elemezhető. Vizsgálni szeretném azokat az eseteket is, amikor a vezető álló helyzetben kormányozza a kerekeket, illetve álló helyzeti kormányzás után indul el a járművel. Ezekben az esetekben ugyanis jelentősebb eltérés várható az empirikus és a dinamikus kerékmodellek által szolgáltatott szimulációs eredmények között. Természetesen a dinamikus kerékmodelltől várhatjuk a valóságnak jobban megfelelő trajektóriákat.

A célkitűzésem elérése érdekében elsőként a szakirodalmat tanulmányozom át, hogy megismерjem a témaban eddig elért eredményeket. Különböző komplexitású modelleket fejlesztek ki. Elsőként egy kinematikai elven működő modellt építék, amellyel igazolni szeretném, hogy minimális paraméter alkalmazásával is lehet használható gumimodellt készíteni. Ezt követően két dinamikai modellt fejlesztek ki, amelyek segítségével pontosabb eredményt lehet elérni. Ezekkel a modellekkel egyrészt elemi szimulációkat végeznek, hogy összefüggéseket határozzak meg a jármű mozgása és a gumiabroncs deformációja között. Másrészt paraméter érzékenységi vizsgálatot végeznek, azok gumiabroncs deformációra és a jármű trajektóriájára gyakorolt hatás elemzése céljából. Ezután szimulációk segítségével elemzem a kezdeti gumiabroncs deformációt, valamint kormányhiba befolyását a jármű trajektóriájára és a gumideformációra. A gumiabroncs alapvető paramétereinek, a merevségeknek a meghatározásához egy tesztpadot készíték, amellyel mind a hosszmind pedig a keresztirányú merevséget meg lehet mérni. A meghatározott merevségek felhasználásával járműves méréseket is végeznek, az elkészített gumimodellek validálására.

2 A témában eddig elérte eredmények

2.1 Járműmodellek

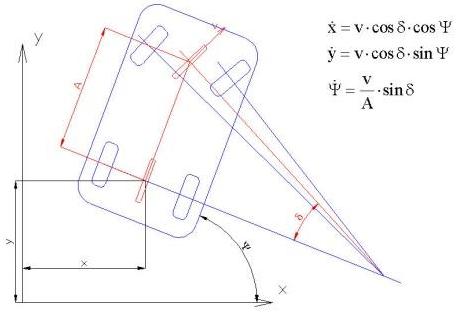
A járműmodellek célja a járművek mozgásának szimulációja, elemzése. Léteznek a járművek összes mozgását leképező modellek (Shiiba & Suda, 2002), de vannak egyszerűbb, csökkentett szabadságfokkal rendelkező járműmodellek is. A síkbeli mozgásokat legegyszerűbben biciklimodell segítségével lehet modellezni (Pacejka, 2002), (Gillespie, 1992), (Lugner & Plöchl, 2005). Ennél a modellnél elhanyagolják a jármű függőleges irányú dinamikáját, a kerékpárt felülről ábrázolják úgy, hogy azt a jármű középső síkjába helyezik el (2.1. ábra) (Pacejka, 2002), (Gillespie, 1992). A síkbeli kerékpármódellett azonban ki lehet, sőt, többnyire ki kell egészíteni olyan dinamikai egyenletekkel, amelyek a térbeli mozgás eredményei. Ilyen például a hossz- és keresztirányú átterhelődés, amelyek segítségével valamelyest figyelembe vehető a függőleges irányú dinamika.



2.1. ábra: Biciklimodell

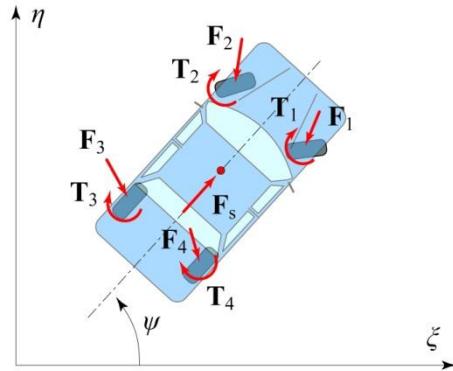
A kerékpármódellett első kereke kormányzott, a kormányszöget pedig a kanyarodási sugár ból lehet visszaszámolni, amennyiben a kereket ideálisan merevnek tételezzük fel. A biciklimodell dinamikáját Newton második törvényéből kiindulva lehet leírni. A modell paramétereit a jármű tömege, z tengely körüli tehetetlenségi nyomatéka és a jármű geometriai adatai adják. Ezen kívül lehet bonyolítani a modellt úgy, hogy az átterhelődéseket is figyelembe vesszük (Pacejka, 2002). Az oldalerők hatását már a bicikli gumimódeljének segítségével vesszük figyelembe a jármű oldalkúszását számításához.

Léteznek kinematikai modellek is (Paromtchik & Laugier, 1996). A kis sebességű mozgás - mint amilyen a parkolás is - szimulációjakor a dinamikus hatások elhanyagolhatóak, tovább egyszerűsíthetjük a biciklimódellett. Paromtchik (Paromtchik & Laugier, 1996) módeljében szintén a járműsík középre helyezte a biciklit, de annak sem tömeget sem inerciát nem adott, csak a sebességek alapján vizsgálta a jármű mozgását. Nem definiált a modellhez gumimódellett sem, annak hatását teljes mértékben elhanyagolta (2.2. ábra).



2.2. ábra: Kinematikai biciklimodell

Négykerekű járműmodellek ritkán szoktak definiálni, csak a több testből felépített járműmodellek rendelkeznek több nyomvonallal, az egy testből felépített járműmodellek-nél nem alkalmaznak négy kereket egyszerűen azért, mert a rendszer kinematikailag túlhatározott, és bonyolultabb megfelelő összefüggésekkel definiálni a jármű mozgását. Egy testből felépített járműmodellek csak megfelelő gumiabroncsmodellel lehet készíteni, ahol a kinematikai túlhatározottságot a gumiabroncs deformációja oldja fel (2.3. ábra).



2.3. ábra: Négykerekű járműmodell

2.2 Kerék- és gumimodellek

A kerékmodellek célja, hogy a járművek hajtásrendszerének forgó mozgásait a jármű haladó mozgásává alakítsa. A keréktárcsa modellezése egyszerű feladat, járműmodellek esetében egyszerű merev testként modellezhető, mindenkor a gördülést kell megfelelően definiálni a modellben, ha szükséges. A gumiabroncs modellezése már sokkal bonyolultabb feladat, itt a gumiabroncs rugalmasságát, csillapítását és a súrlódási viszonyait szokták figyelembe venni (Pacejka, 2002).

Mielőtt modellépítésbe kezdenénk, tekintsük át a gumiabroncs szerkezetét (2.4. ábra).



2.4. ábra: Gumiabroncs szerkezeti felépítése

A gumiabroncs belső oldalán található egy légzáró gumiréteg (1), amely légmentesen zára a gumiabroncs belső terét a környezettől. A szövetbetét, más néven a karkasz (2) feladata, hogy kellő szilárdságot adjon az abroncsnak a nyomással szemben. Nem csak a statikus nyomást kell elviselnie a szövetszerkezetnek, hanem a jármű terheléséből adódóan a statikus és a dinamikus nyomásváltozást is ki kell bírnia. A 3-as jelű perem feladata a gumiabroncs és a keréktárcsa közötti kapcsolat biztosítása. A peremen adódik át a nyomaték (mind a hajtó és a fékező is) a keréktárcsáról a gumiabroncsra, és természetesen a reakciónyomatékok is ezen a felületen hatnak vissza. Ezen kívül a peremnek szivárgásmentes tömítést is biztosítania kell a gumiabroncs és a keréktárcsa között a tömlő nélküli gumiabroncsok esetében. A perem keréktárcsára történő megfelelő rászorítását a peremhuzal karika (4) biztosítja. Az oldalfal (5) szolgáltatja a gumiabroncs merevségét, pontosabban a rugalmasságát. A gumiabroncs teljes rugalmasságát az oldalfal, és a levegő rugalmassága együttesen adja. A merevítő övek (6 és 7) a futófelület szilárdságát biztosítják, egyrészt merevítének keresztirányban, hogy a gumiabroncs megfelelő felületen tapadjon az úttestre kanyarban is, másrészt visszont radiális irányban rugalmassák, hogy az útgyenetlenségekből eredő rezgéseket deformációjukkal elnyeljék. A futófelület (8) biztosítja a megfelelő erőátvitelt a kerék és az úttest között. A közúti járművek futófelületén a rendeltetési céltól függően különböző mintázatok (különböző irányú hornyok) találhatóak, amelyek feladata a víz, hó, sár elvezetése a tapadási felületből a megfelelő tapadás biztosítása érdekében. A mintázat azonban csökkenti a gumiabroncs merevségét, hiszen az oldalfal mellett a mintázat is képes deformálódni. (Gellér, 1996)

2.2.1 A modellek típusai

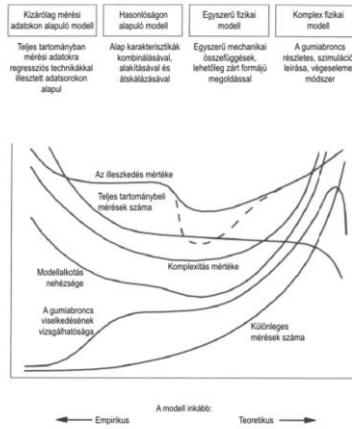
A gumiabroncsnak három fő funkciója van: a rugalmasság biztosítása, hogy deformációja révén egyenetlen felületen is megfelelő erőt tudjon a talaj felé átvinni; csillapítás, hogy a magas frekvenciájú rezgéséket elnyelje; illetve, megfelelő méretű és minőségű tapadási felület biztosítása, az erők továbbítására a talaj felé. Modellezés során ezekkel a funkciókkal kell ellátni a gumimodellt.

Mint minden rendszernél, a gumiabroncs esetében is vannak egyszerűsítési lehetőségek. Egyszerűt a szabadsági fokok számában, a modellezett funkciókban és az egyes funkciókat leíró összefüggések komplexitásában lehet egyszerűsíteni. A keréknek, mint térbeli testnek hat szabadság foka van, de a vizsgálandó mozgás jellegétől függően adott szabadsági fokok elvehetők, például ha csak síkbeli mozgást elemzünk. Funkciók tekintetében alap-

vetően a gumi rugalmasságát és súrlódási viszonyait szokták figyelembe venni, de lehet vizsgálni a gumibroncs melegedését, kopását, az abroncs öregedését, stb.. Egy funkciót többféle megközelítéssel is le lehet írni attól függően, hogy mennyire pontos eredményt váunk el. Lehet például empirikusan közelíteni a problémát, például, ha mérési eredmények alapján a kerékszíp értékekhez erőfüggvényt definiálunk, de lehet komplexebb módon a gumibroncs deformációját megadó fizikai törvények megadásával is számolni az erőket. A modellek csoportosítását főként a komplexitás függvényében szokták megadni (Pacejka, 2002), (Lugner & Plöchl, 2005). Lugner (Lugner & Plöchl, 2005) öt csoportba sorolja a gumimodelleket:

- lineáris modellek,
- mérési eredményeken alapuló nemlineáris modellek,
- deformációs modellek,
- strukturális modellek,
- végeselemes modellek.

Az első két kategóriába az empirikus modellek tartoznak, ezeknél a modell alapját mérési adatok szolgáltatják. A lineáris és a nemlineáris esetek közötti különbséget a mérési eredmények feldolgozása, az alkalmazott regressziós technikák különbözetik meg, illetve az alkalmazási tartomány. Az empirikus modellek közül a leggyakoribb a szlipgörbüken alapuló modellek, amelyeknél a kerék hossz- és keresztirányú szlipjének függvényében adják meg a hossz- és keresztirányú erőket. Ezeket a karakterisztikákat méréssel veszik fel, és csak a mért gumibroncsra vonatkoznak. Ezek a karakterisztikák a megcsúszás előtti szakaszon közel lineárisak, így, ha a probléma nem igényli a kerekek megcsúszásának vizsgálatát, akkor lehet lineáris gumimodellt alkalmazni, ellenkező esetben a teljes tartományt modellezni kell nemlineáris jelleggörbüvel. Az utolsó három kategória már inkább elméleti modell, ahol a gumibroncs viselkedése és annak szerkezeti felépítése alapján fizikai törvényszerűségek megadásával írhatók fel a modellt leíró összefüggések. Az ilyen modellek komplexitásuk miatt sokkal nagyobb számítási kapacitást igényelnek (többnyire nem alkalmasak valós idejű szimulációkban való alkalmazásra), viszont több információt szerzünk vele, mint például a gumibroncs deformációja. A legösszetettebb modell a végeselemes modell, amellyel a gumibroncs teljes körű analízise elvégezhető, akár a gumibroncsban ébredő feszültségek, a gumi hőmérséklete, stb. is számolható. Azonban a végeselemes modellek csak a gumibroncs és esetleg a kerék vizsgálatára terjednek ki, járműmodelles szimulációkra nem alkalmazható. Pacejka könyvében (Pacejka, 2002) is hasonló csoportosítás olvasható (2.5. ábra).



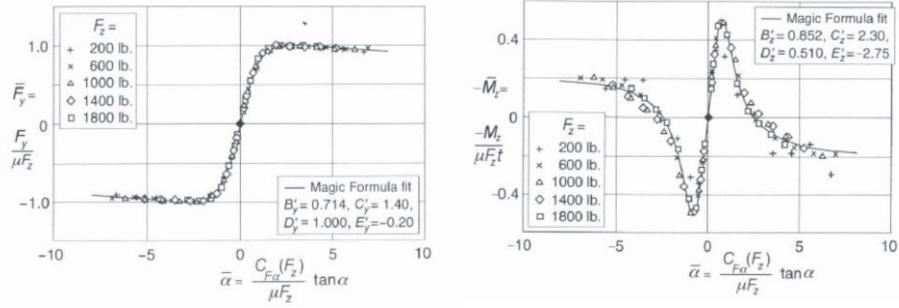
2.5. ábra: Gumimodellek csoportosítása Pacejka (Pacejka, 2002) szerint

A Pacejka-féle felosztásban a két baloldali csoportba az empirikus modellek, a jobboldaliakba pedig a teoretikus modellek tartoznak. A csoportok alatti jelleggörbék mutatják az adott csoportba tartozó modellek különböző tulajdonságait. Az illeszkedés foka határozza meg azt, hogy a modell mennyire követi a valós gumiabroncs viselkedését. Értelemeszerűen a teljes tartománybeli méréseken alapuló modell, illetve a végeselemes modell közelíti legjobban a gumiabroncs viselkedését. Empirikus modellek esetében jóval több mérést kell elvégezni, mivel a modell a mérési eredményeken alapul ráadásul a méresek teljes működési tartományban kell elvégezni. Teoretikus modell esetében kevesebb mérés szükséges, itt ugyanis csak a felállított összefüggések paramétereinek identifikálásához kell méréseket végezni. Az összefüggések komplexitása és a modellalkotás nehézsége a két szélső esetben - a teljesen empirikus és a végeselemes modellek esetében - a legnagyobb. Empirikus modell esetében a nagy számú mérési adatra megfelelő regressziós technikának a meghatározása miatt, a végeselemes modellek esetében pedig magának a modellnek a komplexitása bonyolítja a modellalkotás folyamatát. A gumiabroncs viselkedésének vizsgálhatóságára főként csak teoretikus modellek esetében van lehetőség, mert ezekben az esetekben történik a gumiabroncs szerkezetének modellezése. A teoretikus modellek esetében viszont szükség lehet különleges mérések, kísérletek elvégzésére, amelynek segítségével a gumiabroncsok további tulajdonságai (melegedés, kopás) is vizsgálhatóak.

2.2.2 Modellek felépítése

Az empirikus modellek tulajdonképpen mérési adatokra illesztett görbükből, függvényekből állnak. A mérési adatsorokra különböző regressziós technikákkal próbálnak meg matematikai összefüggéseket felállítani. Ilyen regressziós technikák a különböző ismert függvények illesztése (trigonometrikus vagy polinomiális), illetve inter- és extrapolációs módszerek. A hasonlósági módszerek azon a megfigyelésen alapulnak, hogy adott gumiabroncs esetében állandó kerékterhelés, kerékdőlés, hajtónyomaték, keréknyomás, stb. esetében a kerékszlip-kerékerő diagram meghatározható, és az előbb felsorolt paraméterek megváltozásának hatására is matematikailag hasonló görbét kapunk, vagyis felírható egy matematikai összefüggés a szlipgörbét megváltozó paraméterek figyelembevételé-

vel. A 2.6. ábra ilyen, normalizált függvényeket mutat. A bal oldali diagram a fajlagos keresztirányú erőt mutatja a kerékterheléssel, tapadási tényezővel és a merevséggel normalizált ferdefutási szög függvényében. A jobb oldali diagramon pedig a fajlagos forgató nyomaték látható. A különböző kerékterhelések mellett felvett mérési pontok azonos görbén helyezkednek el, tehát a normalizálás eredményeként kapott dimenziótlan mennyiségek között felírhatóak a megfelelő matematikai összefüggések. (Pacejka, 2002)



2.6. ábra: Egy gumiabroncs keresztirányú szlip-, és forgató nyomatéki görbéje

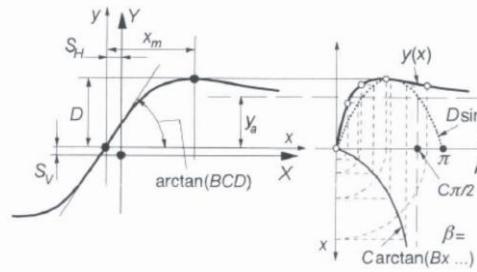
A forgató nyomaték a kerék ferdefutása során a gumiabroncs keresztirányú deformációjából eredő nyomaték. Vannak összetettebb modellek is, amelyek a már a hosszirányú erőket is figyelembe veszik. A legismertebb fél-empirikus modell az úgynevezett Pacejka Mágikus Formula gumimodell. A kerékerőket és nyomatékokat az alábbi összefüggésekkel lehet számítani:

$$(2.1) \quad Y(X) = y(x) + S_v,$$

$$(2.2) \quad y(x) = D \sin \left[C \arctan \{ Bx - E(Bx - \arctan(Bx)) \} \right],$$

$$(2.3) \quad x = X + S_h,$$

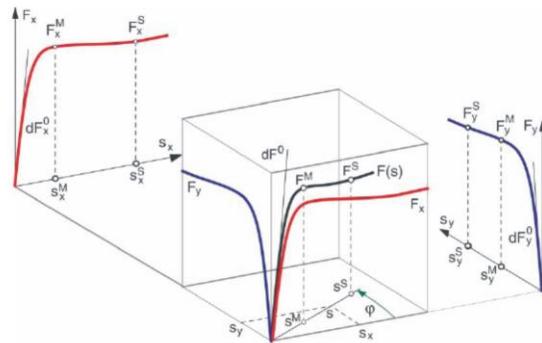
ahol Y a kimeneti mennyiség (lehet F_x , F_y vagy M_z); X bemeneti mennyiség (lehet a hosszirányú szlip vagy a ferdefutási szög tangense); az S_v és az S_h a vertikális és a horizontális eltolás; B a merevségi tényező; C a formatényező; D a csúcsérték; E pedig a görbületi érték (2.7. ábra). (Pacejka, 2002)



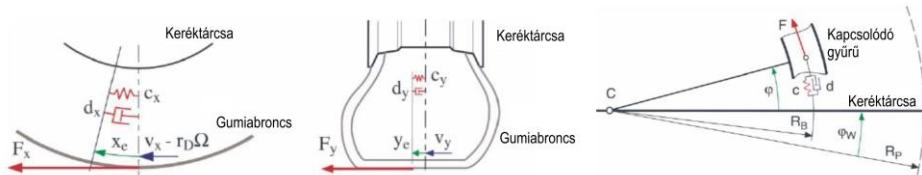
2.7. ábra: A mágikus formula paramétereinek értelmezése

A TMeasy elnevezésű gumimodell (Hirschberg, et al., 2007) egy részben empirikus, részben fizikai modell. A kerékerők és nyomatékok számítása az empirikus modellekhez hasonlóan karakterisztikák alapján történik (2.8. ábra), figyelembe véve a kerékterhelést,

súrlódás és kerékdölés hatását. A modell fizikai jellegét a gumiabroncs dinamikai viselkedésének számítása adja. A dinamikát a gumiabroncs deformációja alapján (2.9. ábra) számítja elsőrendű differenciál egyenletek segítségével.

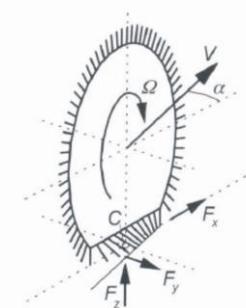


2.8. ábra: A TMEeasy modell karakterisztikái



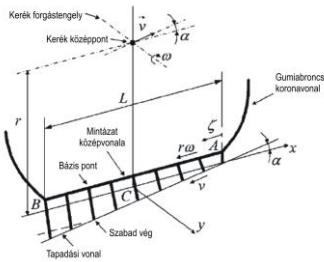
2.9. ábra: A gumimodell deformációja a TMEeasy modellben

A modellek következő, összetettebb típusát adják az úgynevezett kefemodellek (Brush model). A modellben a keréktárcsa merev test, a gumiabroncs rugalmasságát pedig elasztikus „sörtékkel” közelítik (2.10. ábra). A sörtek egyik vége a keréktárcsához van rögzítve, a másik vége pedig szabadon van, vagy a talajhoz tapad. Amikor a sörte szabad vége a talajhoz ér, leterül, és az úttest felől érkező erők nagyságától függően deformálódik, illetve egy bizonyos határérték után megcsúszik.



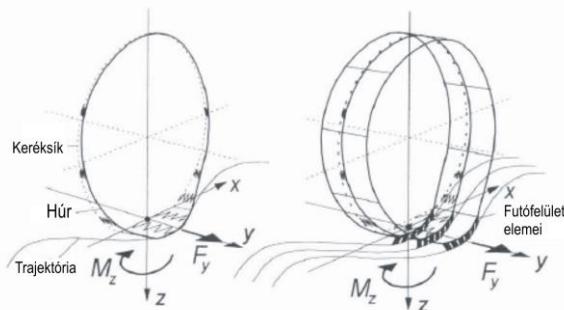
2.10. ábra: Kefemodell (Pacejka, 2002)

Ezeknek a kefemodelleknek is több változata ismert. Deur cikkében (Deur, et al., 2004) egy egyszerűsített kefemodellt mutat be (2.11. ábra). Főként a súrlódási viszonyok pontos modellezésére helyezte a hangsúlyt, a sörtekkel csak a gumiabroncs mintázatát modellezte, a gumiabroncs oldalfalának rugalmasságát a korábbiakban leírt empirikus modellekhez (Pacejka, 2002), (Lugner & Plöchl, 2005), (Hirschberg, et al., 2007) hasonlóan szlipgörbék segítségével számolja.



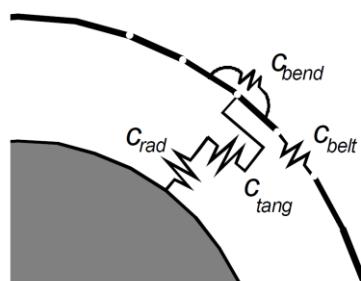
2.11. ábra: Deur féle gumimodell felépítése

A kefemodell hátránya, hogy a különálló sörték nem veszik figyelembe a gumiabroncs kontinuum jellegét, hiszen míg kefemodellnél a szomszédos gumielemek egymástól függetlenül tudnak deformálódni, addig valós gumiabroncs esetében egy pontot deformálva annak környezete is elmozdul. A gumiabroncs ezen tulajdonságát modellezzi az úgynevezett rugalmas húr gumimodell (Stretched string model (Pacejka, 2002)). Ennél a modellnél a keréktárcsa egy korong, amelynek kerületére egy rugalmas, előfeszített húrt helyezünk (2.12. ábra). A húr rugalmassága adja a gumiabroncs teljes rugalmasságát, az előfeszítéssel pedig a levegő nyomását lehet szimulálni.



2.12. ábra: Rugalmas húr gumimodell

A rugalmas húr gumimodell egyik gyakorlati megvalósítása az úgynevezett FTire modell (Gipser, 1999). A modell a gumiabroncsot egy rugalmas gyűrűvel helyettesíti, amelyet térfelületen diszkretizál. A felosztással kapott öv elemeknek húzóirányú merevséget ad, az elemek között pedig hajlító merevséget definiál. Ezek az értékek adják a gumiabroncs övének merevségét. A gumiabroncs oldalfal merevségének modellezése a csomópontok és a keréktárcsa közötti rugóelemekkel történik. A rugóelemek három irányban deformálhatnak: radiális-, érintő-, és kereszttirányban (2.13. ábra).

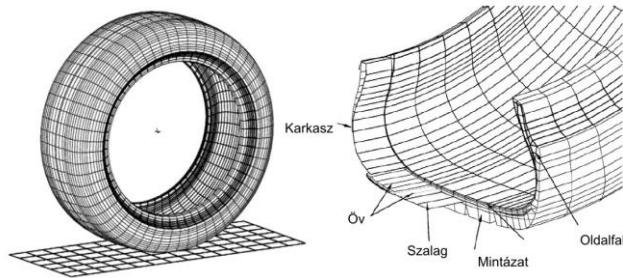


2.13. ábra: FTire gumimodell felépítése

Ez a modell számos funkcióval kiegészíthető, amelyekkel többek között a gumiabroncs kopását, annak mintázatának lenyomatát is elemezhetjük. A modell a gumiabroncs deformációját is számítja, ezáltal a járdaszegélyre felhajtás, vagy a kis méretű (a tapadási hossz felénél kisebb) akadályokon való áthajtás is vizsgálható.

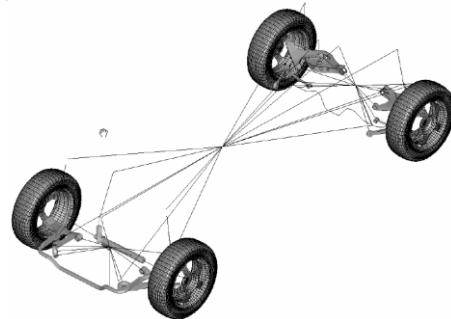
A húrmodellhez hasonló felépítésű a REF (Ring on Elastic Foundation) gumiabroncs modell is. Itt a keréktárcsa egy merev test, amelyet a radiális és tangenciális irányban elhelyezett rugóelemek kötik össze egy elasztikus gyűrűvel. (Wei, et al., 2008)

A gumiabroncsok viselkedését leg pontosabban a végeselemes modellekkel lehet leírni. Ugyanakkor ezek a modellek a legösszetettebbek is. A modell alapját egy geometriai modell adja, amely a gumiabroncs és általában a keréktárcsa valóságos méreteinek figyelembevételével készül. A keréktárcsát - amennyiben nem az a vizsgálat tárgya - jelentősen lehet egyszerűsíteni, a keréktárcsnál csak a befoglaló méret, és a gumiabroncs felfekvő felületét kell alakhűen modellezni. A gumiabroncs geometriáját viszont pontosan modellezik, figyelembe véve azt is, hogy a gumiabroncs kompozit szerkezetű. A geometriai modellalkotást a hálózás követi, ahol az elemek számát a számítási kapacitásigény, és a pontosság kompromisszumaként határozzák meg. A legbonyolultabb része ennek a modellezésnek a megfelelő anyagmodell definiálása. Az anyagmodell írja le a végeselemes számítások esetében az alakváltozás és az alakváltozás hatására ébredő feszültségek közötti összefüggéseket. A gumiabroncs esetében nagyon nehéz pontos anyagmodellt felállítani, ugyanis a gumiabroncsot nagy mennyiségen alkotó elasztomerek nemlineárisak, ráadásul összenyomhatatlanok is. További nehézséget okoznak a gumiabroncs övében található fémszálak, erősítések modellezése is, amely anizotrop anyagtulajdonságot eredményez (2.14. ábra). Az anyagmodell definiálását követően kerül sor a peremfeltételek megadására. Az egyik ilyen jellemző a gumiabroncs és a keréktárcsa közötti kapcsolat meghatározása. A valóságban a keréktárcsa súrlódással viszi át a nyomatékot a gumiabroncsra. A keréktárcsa és a gumiabroncs közötti megcsúszás nagyságrendekkel kisebb, mint a gumiabroncs és a talaj közötti, ráadásul a szimulációk többségében nem szükséges a gumiabroncs és a keréktárcsa közötti relatív mozgás modellezése, ezért itt sok esetben merev kapcsolatként modellezhető, ellenkező esetben viszont súrlódási modellt kell definiálni. A korszerű személygépjármű gumiabroncsok tömlő nélküli kialakításúak, amelyet egyszerűbb modellezni. A nyomást a gumiabroncs minden elemére meg kell adni, az elemek belső felületére úgy, hogy az minden esetben merőleges legyen a felületre. Ezt biztosítani kell minden egyes szimulációs lépésben, vagyis akárhogy is deformálódik a gumiabroncs, az erő mindenkor merőleges a belső felületre. A nyomás értékét lehet állandó értéken is tartani, de pontosabb, valóságosabb eredményeket kaphatunk, amennyiben a nyomás a deformáció alapján kerül kiszámításra. Ehhez minden időlépésben meg kell határozni a belső légtér térfogatát, és az ott lezajló állapotváltozás alapján pedig a levegő nyomása meghatározható. A gumiabroncs és a talaj közötti súrlódás modellezése a véges elemes modellekknél a Coulomb súrlódási modellek segítségével is történhet, mégpedig minden egyes elem esetében külön-külön számítható a súrlódási erő. A normálirányú erő a gumiabroncs légyomásából és az oldalfal erejéből számítható. (Hölscher, et al., 2004)



2.14. ábra: Végeselemes gumimodell kialakítása (Shiraishi, et al., 2001)

Bár a végeselemes modelleket főként a gumiabroncsok egyedi vizsgálatára alkalmazzák, vannak járműmozgás-szimulációra kifejlesztett végeselemes modellek is. Fukushima és Shimonishi olyan szimulációt készítettek, amelyben egy személygépjármű mind a négy gumiabroncsának és a keréktárcsának a végeselemes modelljét is elkészítették (2.15. ábra). A futómű kinematikai modelljét is tartalmazza a szimuláció, de az egyes lengőkarok merev testként vannak jelen, azok nem deformálódnak. A szimulációk során elsősorban a jármű kanyarodását vizsgálták, hogyan viselkedik a gumiabroncs kanyarodás közben. (Fukushima & Shimonishi, 2004)



2.15. ábra: Végeselemes gumimodellekkel ellátott járműmodell

Burke cikkében a gumiabroncs talaj kapcsolat vizsgálatának céljából végzett analízist egy gumiabroncs végeselemes modelljével (Burke & Olatunbosun, 1997). Egy másik alkalmazásban motorkerékpár balesetek pontosabb elemzésének céljából alkalmazták a gumiabroncs végeselemes modelljét (Fujii, 2003).

Az előbb felsorolt modelleken felül számos egyéb gumimodell is létezik. Van olyan modell, amely a gumiabroncs radiális deformációját annak belső terének optimalizációjával határozza meg (Harth, et al., 2004). A legtöbb gumimodell numerikus szimulációval közelíti a valós gumiabroncs viselkedését (Zeifle & Nackenhorst, 2008), de léteznek analitikus gumiabroncs modellek is (Shifrin, 2006).

2.2.3 Ki- és bemeneti változók

Mint minden rendszermodell esetében a gumiabroncs modelljénél is definiálni kell ki- és bemeneti változókat, illetve állapotváltozókat. Ezek a változók különböző modellekknél eltérőek lehetnek. Az empirikus modellek a gumi állandósult állapotára vonatkoznak, így azok esetében, a gumiabroncsra nem lehet külön állapotváltozót definiálni. A részben fizikai modellekknél, amelyek már a gumiabroncs tranziens viselkedését is figyelembe veszik, lehetne a kimenettől eltérő állapotváltozót is használni (például a kerék gyorsulás-

állapota), de többnyire ezekben az esetekben a kimeneti és az állapotváltozók megegyeznek. Deformációs modellek esetében viszont különböznek ezek a változók: a gumiabroncs állapotát általában a deformáció, vagy annak sebessége, esetleg gyorsulása adja, míg a kimeneti változók a kerékerők és nyomatékok.

Az empirikus és fél-empirikus modellek esetében, amelyek a kerékerőket statikus karakterisztikákkal adják meg, a bemeneti változó a kerék hossz- és keresztirányú szlipje, a kimenete pedig a hossz- és keresztirányú erők és a kormányzási nyomaték. Ezen kívül a bemeneten jelentkeznek még azok a paraméterek is, amelyek szimuláció közben változhatnak, mint például a kerékdölés, kerékterhelés vagy a súrlódás, stb.. Fizikai modellek esetében többféle paraméter is lehet bemeneti és kimeneti változó a modell felépítésétől függően. Ha a kerék és a gumiabroncs mozgásengyenleteit adjuk meg a fizikai törvények alapján, akkor a bemeneten a mozgást létrehozó hatások: hajtó-, fékező- vagy kormányzási nyomatékok szerepelnek. Erre a kerék mozgásállapotának megváltozásával reagál, amelynek következtében reakcióerők ébrednek a kerékelfüggesztési helyein, és ezek lesznek a kimeneti változók.

2.2.4 Súrlódás modellezése

A súrlódás modellezése gumiabroncsok esetében alapvető jelentőségű. A jármű elindulásakor a kerekekre kifejtett forgatónyomaték a súrlódás hatására hosszirányú erőt hoz létre a gumiabroncs tapadási felületében. A gumiabroncs tapadási felületén ezzel a hosszirányú erővel azonos irányú, de ellentétes értelmű súrlódó erő ébred, amelynek hatására a jármű gyorsulni kezd, a kerekek pedig gördülni fognak.

Többféle súrlódási jelenség létezik, a tapadási felületen száraz útfelület esetén száraz súrlódás, nedves útfelületen többnyire vegyes, esetenként pedig tisztán folyadéksúrlódás (aquaplaning) ébred. A száraz súrlódásnak két esetét különböztetik meg: tapadó-, és csúszósúrlódást. Ha két felület között nincs sebessékgülönbség, akkor tapadó súrlódásról, ellenkező esetben pedig csúszósúrlódásról beszélünk.

A talajra helyezett testet vizsgálva tapadósúrlódás esetén a súrlódó erő abszolút értéke megegyezik a testre ható külső erők eredőjének tapadási felületbe eső komponensével, irányuk is megegyezik, de értelmük ellentétes, a test így nyugalomban marad. A tapadó súrlódási erő felülről korlátozott, a felső korlát pedig főként a felületek minőségétől és a normálerő abszolút értékétől függ. Amikor a külső erők eredőjének síkbeli komponense nagyobb, mint tapadósúrlódási erő maximuma, akkor külső erők gyorsítani kezdk a testet. Gyorsulás hatására a test és a talaj között sebessékgülönbség lesz, amelynek hatására már nem tapadó, hanem csúszósúrlódás hat a külső erőkkel ellentétes értelemben. A csúszósúrlódási erő már független a többi erőtől, és a sebesség függvényében is csak kis mértékben változik, főként csak a felületek minőségétől, és a normálerőtől függ. A csúszósúrlódás kisebb, mint a tapadósúrlódási erő maximuma.

A legszélesebb körben használt száraz súrlódási modell Coulomb nevéhez fűződik. Ennél a modellnél a súrlódási erőt, pontosabban annak maximumát a normálerő és egy úgynevezett súrlódási tényező szorzata adja (2.4). Külön súrlódási tényezőt kell definiálni a tapadó- és a csúszósúrlódáshoz. A súrlódási tényező az érintkező felületek anyag- és felületi minőségétől függ.

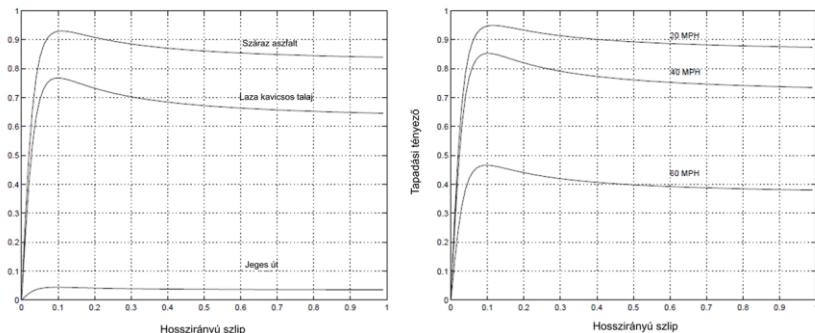
$$(2.4) \quad \begin{aligned} F_{s0} &\leq \mu_0 \cdot F_N, \\ F_s &= \mu \cdot F_N, \end{aligned}$$

ahol F_{s0} a tapadó- F_s pedig a csúszósúrlódási erő, μ_0 a tapadósúrlódási tényező, μ a csúszósúrlódási tényező F_N pedig a normálerő.

Járművek gumiabroncsai esetén az a cél, hogy lehetőleg tapadósúrlódás legyen a gumiabroncs és a talaj között. A tapadás biztosítja a kerekek gördülését, teljes megcsúszás esetén a kerekek kipörögnek, vagy fékezés esetén blokkolnak. Valóságban természetesen nem csak a két szélső helyzet létezik, a tisztán gördülő, és a tisztán csúszó esetek között átmenet van. Sőt a tisztán gördülő kerék csak ideális esetben fordul elő, hiszen a gumiabroncs deformációja miatt a tapadási felület minden pontja más-más kerületi sebességgel halad. A gumiabroncsok esetében a hossz- és a keresztirányú tapadási görbéket definiálják. A hosszirányú tapadási görbéknek van egy egyenes szakasza, majd degresszív jelleggel eléri a maximumát (tapadósúrlódás), majd csökkenő jelleggel a maximumnál kisebb értékhez tart (csúszósúrlódás). A diagram vízszintes tengelye a relatív keréksúszás, azaz a szlip (2.5), a függőleges tengely pedig az aktuális tapadási tényező.

$$(2.5) \quad s = \frac{v_j - r\omega}{v_j}$$

ahol r a gördülési sugár, ω a kerék szögsebessége, v_j pedig a jármű sebessége.

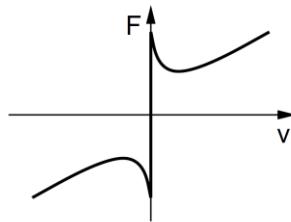


2.16. ábra: Súrlódási együttható változása a hosszirányú kerékszlip függvényében különböző útfelületeken (bal) és különböző sebességek mellett (jobb) (Harned, et al., 1969)

Empirikus modellek esetén a modell alapját az úgynevezett szlipgörbék adják (2.6. ábra, 2.8. ábra). Ezek a görbék a kerékszlip függvényében adják meg adott gumiabroncsra vonatkozóan az aktuális kerékerőt. A súrlódási függvényből kiindulva (2.16. ábra) a kerékszlip alapján meghatározott súrlódási tényezőből a kerékterhelés alapján kerékerőt kapunk, vagyis a szlipgörbék már tartalmazzák a súrlódási viszonyokat, itt nincs szükség külön súrlódási modellre.

Kefemodellek esetében viszont külön súrlódási modellt kell alkalmazni. Ezeket a súrlódási modelleket két csoportba sorolhatjuk: vannak statikus és dinamikus súrlódási modellek. A statikus modell például a Coulomb-féle súrlódási modell is. Az egyszerű Coulomb modell nem veszi figyelembe a súrlódási erő sebességsfüggését, Stribeck állított fel egy

statikus modellt (Stribeck, 1902), amely már a relatív mozgás sebességét is figyelembe veszi (2.6) (2.17. ábra).

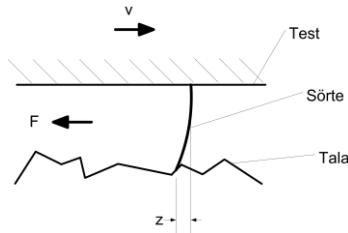


2.17. ábra: Stribeck súrlódási függvény

$$(2.6) \quad F = \begin{cases} F_e, & \text{ha } |v| = 0 \wedge F_e < \mu_0 F_N \\ \mu_0 F_N, & \text{ha } |v| = 0 \wedge F_e > \mu_0 F_N \\ \mu F_N + (\mu_0 F_N - \mu F_N) e^{-|v/v_s|^\delta}, & \text{ha } |v| \neq 0 \end{cases}$$

itt μ_0 a tapadási, μ pedig a csúszósúrlódási tényező; F_N a normálerő; F_e a testre ható erőrendszer eredője; v a relatív sebesség; v_s a Stribeck sebesség; δ pedig a geometriai tényező. (Stribeck, 1902)

A súrlódás pontosabb modellezésére dinamikus modelleket fejlesztettek ki. A gumiabroncs súrlódási viszonyait gyakran az úgynevezett LuGre (Canudas de Wit, et al., 1995) modell alkalmazásával vizsgálják. Ez a súrlódási modell abból indul ki, hogy a két felület véletlenszerűen elhelyezett sörteszerű elemeken keresztül kapcsolódik (2.18. ábra). A testre ható erők következtében a sörtek deformálódnak, ez adja a tapadási súrlódást. Ez a deformáció mikroszkopikus mértékű csak. Amikor a deformáció egy adott értéket elér, a sörtek elválnak a talajtól, és eredeti állapotukat visszanyerve, valamekkora távolsággal arrébb újra letapadnak, ez pedig a csúszás jelensége.



2.18. ábra: LuGre súrlódási modell értelmezése

Mivel az egyes sörtek deformációját számítani nehézkes, ezért a modell egy közelítő, átlagos deformációval számol (2.7), ami alapján a súrlódási erőt meghatározható (2.8).

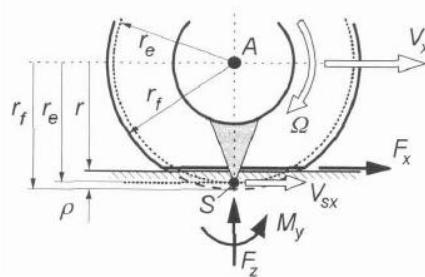
$$(2.7) \quad \frac{dz}{dt} = v - \sigma_0 \frac{|v|}{g(v)} z$$

$$(2.8) \quad F = \sigma_0 z + \sigma_1(v) \frac{dz}{dt} + f(v)$$

ahol σ_0 a sörték merevsége, $g(v)$ a Stribeck hatást leíró függvény, $\sigma_1(v)$ a csillapítás, $f(v)$ pedig a viszkózus súrlódás függvénye. A LuGre dinamikus súrlódási modell előnye, hogy alkalmazásával pontosabban modellezhető a vészfékezés, (Alvarez, et al., 2005), és a nyomatékszabályozáshoz szükséges gumiabroncs-talaj kapcsolat (Canudas-de-Wit & Tsotras, 1999). A LuGre modellen kívül léteznek más dinamikus súrlódási modellek is, mint például a gumiabroncs mintázatának deformációját is figyelembe vevő modell (Heinrich & Klüppel, 2008). Persson pedig az elasztomerek súrlódási modelljéből kiindulva épít fel gumiabroncs súrlódási modellt (Persson, 2010).

2.2.5 Gördülési ellenállás modellezése

A gördülő keréken a kerék és a talaj deformációja miatt gördülési ellenállás ébred. Ez azt jelenti, hogy a kerék gyorsításához nemcsak a tömegerőket és a légellenállást, hanem a gördülési ellenállásból származó lassító nyomatéket is le kell győzni. Ez a jelenség azaz magyarázható, hogy a kerék nem pontszerűen, hanem felület mentén érintkezik a talajjal, ugyanis a kerék és a talaj is deformálódik a kerékterhelés következtében. A kerék gördülése során a tapadási felület belépő élénél a még deformálatlan kerék és talaj deformálódik, és ez a deformáció egészen a tapadási felület közepéig növekszik. A tapadási felület közepétől a kilépő élig ez a deformáció csökken, majd a kilépőtől elhagyva visszanyerik deformálatlan alakjukat. A kerék és a talaj deformációjához energiára van szükség, amelyet a mozgási energiából von el a kerék, a visszadeformálódás során pedig energia szabadul fel, ez növeli a kerék mozgási energiáját. Amennyiben sem a talajnak, sem a keréknek nincs csillapítása, akkor az energia elvonás és az energia visszanyerés azonos. A belső súrlódás miatt azonban csillapítása van a keréknek és a talajnak is, ez pedig veszteséget okoz, a mozgási energia egy része hővé disszipálódik, és ez a veszteség a gördülési ellenállás egyik okozója (2.19. ábra). A másik forrás a gumiabroncs letapadása, amelynek a talajtól való újbóli elválasztásához is energiát kell bevinni. (Pacejka, 2002)



2.19. ábra: Gumiabroncs deformációja gördülés során (Pacejka, 2002)

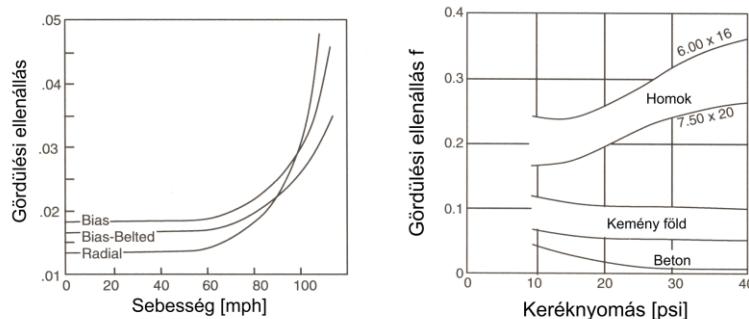
Empirikus modellek esetén a gördülési ellenállást külön modellezni kell, itt mint longitudinális, a haladási iránynal ellentétes erőként jelenik meg. Fizikai gumimodellek esetében - amennyiben a radiális deformáció is számításra kerül - egyszerűen a csillapítást is figyelembe kell venni az gumiabroncs tulajdonságainak definiálásánál. Ellenkező esetben a gumiabroncson egy haladási iránynal ellentétes irányú nyomatéket kell definiálni. Többféle összefüggés létezik a különböző szakirodalmakban (Pacejka, 2002), (Gillespie, 1992), (Transportation Research Board, 2006), ezeknek az összefüggéseknek a bonyolult-

sága is attól függ, mennyi tényezőt veszünk figyelembe a gördülési ellenállás meghatározásakor. A gördülési ellenállás is a gumiabroncs, és a talaj különböző paramétereitől is függ. A legegyszerűbb összefüggés, amikor csak a kerékterhelést vesszük figyelembe (Transportation Research Board, 2006), de gyakrabban a haladási sebességet is tartalmazza a gördülési ellenállás összefüggése (2.11) (Gillespie, 1992).

$$(2.9) \quad F_r = f_r F_N$$

ahol F_r a gördülési ellenállásból származó erő, f_r a gördülési ellenállási tényező, F_N pedig a kerékterhelés.

A gördülési ellenállási tényező számos paraméter függvénye. Függ a kerék statikus sugárától, a haladási sebességtől, a tapadási tényezőtől. Függ mind a gumiabroncs mind pedig a talaj anyagától, hiszen a rugalmasság és a csillapítás befolyásolják az energaveszteséget. A gumiabroncs nyomása minél nagyobb, annál kisebb az ellenállás. A gumiabroncs geometriája is nagy mértékben módosítja ezt az értéket, főként a profilmagasság, a gumiabroncs szélessége, és a mintázat (2.20. ábra). (Transportation Research Board, 2006)



2.20. ábra: A gördülési ellenállási tényező változása néhány paraméter függvényében (Gillespie, 1992)

A modellben ezeknek a paraméterekeknek a hatását a gördülési ellenállási tényező meghatározásánál veszik figyelembe. Gillespie (Gillespie, 1992) két különböző összefüggést is definiál: (2.10) és (2.11)

$$(2.10) \quad f_r = C \frac{F_N}{d_s} \sqrt{\frac{h_t}{w}}$$

itt C a gumiabroncs anyagától függő tényező, F_N a kerékterhelés, d_s a statikus átmérő, h_t a gumiabroncs profilmagassága, w pedig a gumiabroncs szélessége.

$$(2.11) \quad f_r = f_0 + 2.68 f_s \left(\frac{v}{100} \right)^{2.5}$$

ahol f_0 az alap gördülési ellenállás tényező, f_s a sebességi tényező, v pedig a kerék kerületi sebessége km/h-ban.

2.3 Gumiabroncs-dinamikai mérések

A számítástechnika fejlődésével egyre komplexebb, és valósághűbb gumimodelleket lehet felépíteni szimulációs környezetben, de a méréseket még mind a mai napig nem lehet számításokkal kiváltani. Mérésekre a gumiabroncs különböző paramétereinek meghatározásához mindenkorban szükség van, de a szimulációs eredmények validálását is el kell végezni a legtöbb esetben. A gumiabroncs-dinamikával kapcsolatos méréseket két csoportba sorolhatjuk, egymászt végezhetünk méréseket egy darab gumival szerelt keréken, illetve mérhetünk gumikerekes járművel is.

2.3.1 Gumiabroncs vizsgáló berendezések, és azokon elvégezhető mérések

Abban az esetben, ha egy gumiabroncs paramétereit, karakterisztikáit szeretnénk mérés-sel meghatározni, vagy csak egy gumiabroncs vizsgálatát szeretnénk elvégezni, akkor a mérést egy gumiabroncs vizsgáló berendezésen lehet kivitelezni. A berendezés kialakítása attól függ, hogy milyen paramétereket kell meghatározni. A gumiabroncs merevségeinek, csillapítási tényezőnek meghatározásához a gumiabroncsot a keréktárcsán keresztül kell rögzíteni úgy, hogy az egész szerkezetet a talajt helyettesítő merev testhez képest mozgatható legyen minden a hat irányban (2.21. ábra). A rögzítő szerkezetbe erőmérő cellákat kell beépíteni, hogy minden a hat irányban ébredő erőt és nyomatékot mérni lehessen, ezáltal rögzíteni lehet a kifejtett erőt az elmozdulás, vagy éppen a sebesség függvényében. A statikus vizsgálatok során csak kis amplitúdójú mozgásokat végez a gumiabroncs, többnyire szinuszos gerjesztéssel. Ezt minden a hat irányban el lehet végezni, minden a transzlációs, minden a rotációs koordináták esetében.



2.21. ábra: Gumiabroncs laboratóriumi vizsgálata során megvalósítandó mozgások

A dinamikus vizsgálatok során a kereket adott sebességgel hajtják. Ehhez még egy kiengesítő rendszerre van szükség, mivel a talajt helyettesítő elemnek ebben az esetben folyamatosan adott sebességgel kell haladnia. Háromféle kialakítást alkalmaznak. Az első két megoldás esetében a kerék egy a kerék külső átmérőjénél jóval nagyobb dob külső (2.22. ábra) vagy belső (2.24. ábra) felületén halad. Mindkét esetben azért van szükség arra, hogy a dob átmérője nagyobb legyen, mivel a gumiabroncs egy íves felületen fut, ami a valós körülményektől eltérő eredményeket ad. Minél nagyobb a dob átmérője, annál kisebb hibát jelent a mérés során. A harmadik megoldás során két dobot alkalmaznak, amelyeken egy acélszalagot hajtanak (2.23. ábra). Ennek az előnye, hogy itt a dob átmé-

rője nem számít, mivel a gumiabroncs egy kifeszített szalagon fut. A két módszert összehasonlítva a dobon futó gumiabroncs íves felületen fut, ami nem ad pontos eredményt, ugyanakkor a dob esetében megoldható, hogy annak futófelületét különböző anyagokból, többnyire cserélhető szegmensekből alakítsák ki, vagyis vizsgálható a gumiabroncs aszfalt, beton vagy bármilyen egyéb felületen. A szalagos rendszernél ez nem megoldható, ott nem lehet különböző felületeken vizsgálni, csak számítással lehet a felület minőségét utólag figyelembe venni. (Popov, et al., 2003)

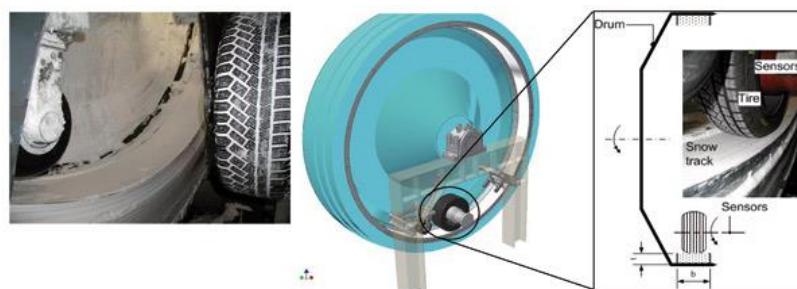


2.22. ábra: Külső dob gumiabroncs vizsgáló berendezés (MTS, 2010)



2.23. ábra: Acélszalagos gumiabroncs vizsgáló berendezés (Calspan Corporation , 2011)

Dinamikus vizsgálatokkal lehet az empirikus modelleknel felvenni a szükséges karakterisztikákat. A hosszirányú szlipet a kerék és a dob vagy szalag egyidejű, de különböző sebességű hajtásával lehet szabályozni. A keresztrányú szlipet a forgó kerék elkormányzásával lehet szabályozni. Ezen túl számos egyéb hatást is figyelembe lehet venni, mint például a kerékterhelés, a dölési szög vagy az oldalerő. Egyes vizsgáló berendezésekknél lehetőség van a futófelület nedvesítésére, vagy akár hóval történő szórására is, illetve a környezeti hőmérsékletet is szabályozni lehet (2.24. ábra).



2.24. ábra: Belső dobfelületű gumiabroncs vizsgáló berendezés (Institut für Fahrzeugsystemtechnik, 2011)

2.3.2 Járműves mérések

A gumiabronccsal kapcsolatos mérések másik fő csoportját a járműves mérések alkotják. Itt a gumiabroncsot valós beépítési környezetében lehet vizsgálni akár tesztpályán, akár közúti forgalomban. Ezeknél a méréseknél a jármű dinamikai állapotán túl (gyorsulások, sebességek, szögsebességek) mérni kell a kerékerőket mind a hat irányban. Mivel a gumiabroncs befolyásolja a jármű mozgását, ezért a pontos trajektória meghatározásához olyan szenzorra van szükség, amely a jármű mozgását nem a kerekek mozgásából határozza meg. A műholdas helymeghatározó rendszerek is alkalmasak erre, bár azok pontossága kis járműsebesség esetén nem kielégítő. Pontosabb eredmény eléréséhez érintésmentes, optikai elven működő szenzorokat kell alkalmazni. Ezek az optikai szenzorok egy CCD kamera segítségével minden időpillanatban rögzítik a talaj mintázatát, és a mintázat elmozdulásának és a két rögzített kép közötti időeltérésből tudnak sebességet is számolni, ráadásul koordinátánként, azaz külön a hossz- és külön a keresztirányú sebességek komponens is meghatározható. A kerék talpponti erő mérése közvetlenül nem megoldható, itt a reakcióerőket mérik. A legtöbb ilyen szenzoregységet a kerékagy és a keréktárcsa közé lehet beépíteni. A szenzoregységen nyúlásmérő bályegek segítségével a szenzorház deformációját méri, amelyből az anyagtulajdonságok és a pontos geometria ismeretében az erők és a nyomatékok meghatározhatók (2.25. ábra).



2.25. ábra: Kerékerőmérő szenzor, és optikai sebességmérő műszer (Klaus & Barz, dátum nélk.)

A mérés során különböző tesztmanővereket hajtanak végre a járművel, és közben rögzítik a szükséges adatokat. A legegyszerűbb tesztek a hosszirányú dinamikai vizsgálatok, amelyek során akár gumiabroncs gördülési ellenállását is lehet mérni, de főként a gyorsításkor és fékezéskor fellépő kerékerők és nyomatékok elemezhetők. Keresztirányú dinamikánál jóval több vizsgálat elvégezhető, a konstans sugarú körpályás teszttől kezdve a kettős sávváltáson keresztül egészen a szlalom pályás tesztekig. (Driveability Testing Alliance, 2009)

2.3.3 Gumiabroncs deformációjának vizsgálata

A korszerű gumiabroncs vizsgálatokhoz hozzátarozik a gumiabroncs deformációjának vizsgálata is. A gumiabroncs a tapadási felületbe lépés előtt deformálódik, majd a tapadási felületből történő kilépését követően fokozatosan visszanyeri deformálatlan alakját. Legalábbis kis sebességen, ugyanis magasabb kerékfordulatszámon a gumiabroncs teljes kerületén hullámszerű deformáció jelenik meg. A tapadási felületben statikus állapotban az oldalfal deformálódik, annak a mérése az egyszerűbb. Keresztirányú deformáció esetén már a futófelület is deformálódik, annak mérése igen nehéz feladat. Az oldalfal deformá-

cíjának meghatározása optikai elven történhet. Az oldalfalra lézer segítségével egy radiális irányú egyenes vonalat vetítenek, amelyet egy kamerával rögzítenek. Az oldalfal deformációjának hatására a vonal vetített képe is deformálódik, és ezt a kamera képéből utólagos jelfeldolgozással pontosan meg lehet határozni. A futófelület deformációjának mérésére kétféle módszer is elterjedt. Az egyik, hogy a gumiabroncsot egy átlátszó lemeznek nyomva deformáljuk, és a túloldalról egy kamera segítségével rögzítjük. A képfeldolgozás megkönnyítése érdekében a gumiabroncs koronavonalát élénk színű festékkel bejelölik. Léteznek ennél pontosabb módszerek is. A gumiabroncs belső felületére egy vezeték nélküli szenzort építenek (2.26. ábra). Ez a szenzor egy kapacitásból és egy ohmikus ellenállásból álló rezgőkör. A gumiabroncs deformációja megváltoztatja a kapacitást, amelynek hatására megváltozik a rezgőkör frekvenciája is, amelyet mérve a gumiabroncs deformációja számítható. (Matsuzaki & Todoroki, 2005)



2.26. ábra: A gumiabroncs belső felületére szerelt RC rezgőkör szenzor

Egy másik mérési módszer szerint egy lézer szenzort építenek a keréktárcsa belső oldalára úgy, hogy az a gumiköpeny felé nézzen (2.27. ábra). A lézer segítségével a gumiabroncs egy szelvényének deformációját lehet követni a körülfordulások során, hiszen a szenzor a keréktárcsával együtt forog, mindenkor ugyanazt a szelvénnyt méri. (Wehrhahn, 2005)



2.27. ábra: A keréktárcsára erősített lézerszenzor a gumiabroncs deformációjának vizsgálatához

Léteznek olyan érzékelők is, amelyek a gumiabroncs mintázatába építenek be, és a deformációt felül mérni tudják a hőmérsékletet és a nyomást is (Pohl, et al., 1999).

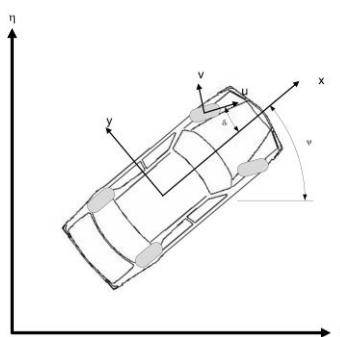
3 Gumiabroncs- és járműmodellek

A jármű és a gumiabroncs modellek elkészítésekor a hangsúly a jármű kissemességű manővereinek vizsgálatán volt. Mind a jármű, mind pedig a gumiabroncs modellezésekben ennek figyelembevételével végeztünk egyszerűsítéseket. Mivel a járművek pályagörbén vizsgáljuk kissemességű mozgások mellett, ezért a jármű függőleges irányú mozgását, illetve a kocsitest hossz- és keresztirányú tengelye körüli szögfordulásokat figyelmen kívül lehet hagyni. Ugyanígy a gumiabroncs esetében is csak a síkbeli deformációt vizsgáljuk, a radiális irányú alakváltozása elhanyagolható, csupán a statikus deformációt vesszük figyelembe.

3.1 Járműmodellek

A járműmodell a jármű merevtestszerű mozgását írja le. A modellezés első lépéseként az egyszerűsítéseket hajtjuk végre, vagyis elsőként meghatározzuk a jármű szabadságfokainak számát, majd további egyszerűsítéseket végzünk: a mozgást leíró összefüggéseket egyszerűsítjük. Esetünkben a jármű síkbeli mozgásait vizsgáljuk, tehát a járművet felülnézetben ábrázolva három szabadságfokú járműmodellt készítünk. Két járműmodell típusát alkalmaztunk: a kétkerékű kerékpár modellt (2.1. ábra), és a négykerékű járműmodellt (2.3. ábra). A négykerékű járműmodell esetében az a probléma, hogy önmagában a járműmodell kinematikailag túlhatározott. Ezt a túlhatározottságot, csak megfelelő kerék- és gumiabroncsmodell alkalmazásával lehet feloldani, mégpedig dinamikai egyenletek felírásával.

A mozgás vizsgálata előtt definiálni kell az alkalmazott koordináta-rendsereket. Elsőként meg kell adni egy globális koordinátarendszert, amely a talajhoz rögzített $\langle \xi, \eta, \zeta \rangle$ rendszer. Ebben a koordinátarendszerben lehet vizsgálni a jármű mozgását, mozgáspályáját, sebesség- és gyorsulásállapotát. A síkbeli járművek mozgását három állapotváltozóval lehet leírni: két, egymásra merőleges transzlációs koordinátával, és a jármű függőleges tengelye körüli szögfordulásával. Két lokális koordinátarendszert is definiálni kell: az egyik a járműhöz rögzített $\langle x, y, z \rangle$, a másik pedig a kerekhez rögzített $\langle u, v, w \rangle$ koordinátarendszer. (3.1. ábra).



3.1. ábra: A járműmodelleknek alkalmazott koordináta-rendszerek

A jármű mozgását lehet kinematikailag és dinamikailag is vizsgálni. Kinematikai járműmodell esetében a jármű sebességállapotát definiáljuk, azaz megadjuk a jármű egy meghatározott pontjának sebességeit, vagyis annak a globális koordinátarendszerbeli komponenseit. Ezek a komponensek síkbeli mozgás esetén két transzlációs és egy rotációs tag, vagyis a mozgás síkjában fekvő koordinátatengelyek menti sebesség, és a síkra merőleges szögsebesség. Dinamikai modellek esetében a kocsitestre ható erőket írjuk fel, és az így kapott differenciálegyenlet-rendszert megoldva kapjuk a jármű sebességállapotát, és pillanatnyi helyzetét. A kocsitestre ható erők egyik csoportjába a kerékerők, a másik csoportba pedig a léggellenállás és a tömegerők tartoznak. A vizsgált esettől függően lehet egyszerűsítéseket végezni, ugyanis ha kisbességű mozgást szimulálunk, akkor minden a léggellenállás, minden pedig a centrifugális erő elhanyagolható.

3.1.1 Referenciamodell

Mielőtt a célkitűzésnek megfelelő gumiabronccsal ellátott járműmodell fejlesztésébe kezdenénk, egy referencia járműmodellt szükséges, amelynek segítségével az elméleti mozgástrajektoriát tudjuk meghatározni, és össze tudjuk ezt hasonlítani a gumiabroncsos járművek trajektoriáival. Ebben az esetben kerékpármóddal tudunk építeni, hiszen négykerekű modell szimulációnak gumimodell hiányában nincs értelme. Kinematikai modellt egyszerűen fel lehet építeni. Definiálni kell a kormányzott kerék szögét és valamelyik kerék szögsebességét az idő függvényében, és ebből már a mozgáspálya számítható. Ha például adott a kerékpár hátsó kerékének szögsebessége ($\dot{\phi}_r$), és az első kerék kormányzási szöge (δ), akkor a jármű bármelyik időpillanatbeli helyzete számítható a kezdeti állapothoz viszonyítva. A jármű mozgásegyenletének felírásakor meg kell határozni a jármű sebességállapotát egy tetszőlegesen kiválasztott pontjának megadásával. A (3.1) egyenlet a kerékpár hátsó kerék talppontjának a mozgáspályáját adja meg.

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \xi(t) &= r_g \int_0^t \dot{\phi}_r(\tau) \cos(\psi(\tau)) d\tau + \xi_0 \\ \eta(t) &= r_g \int_0^t \dot{\phi}_r(\tau) \sin(\psi(\tau)) d\tau + \eta_0 \\ \psi(t) &= \frac{r_g}{L} \int_0^t \dot{\phi}_r(\tau) \tan(\delta(\tau)) d\tau + \psi_0 \end{aligned}$$

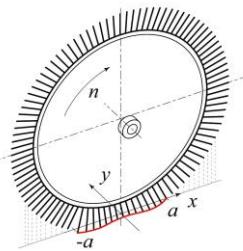
ahol $\dot{\phi}_r$ a hátsó kerék szögsebessége, r_g a hátsó kerék gördülési sugara, L a tengelytáv, δ az első kerék elkormányzási szöge, $[\xi_0 \quad \eta_0 \quad \psi_0]$ pedig a jármű kezdeti állapotát adja.

3.2 Gumimodellek

Kutatóink során deformációs gumimodelleket készítettem. A célkitűzéseim között szerepel ugyanis a gumiabroncs deformációjának vizsgálata, illetve a jármű trajektoriájának módosulása annak hatására. Ezeket a vizsgálatokat empirikus modellekkel nem lehetne megoldani, ezért a legegyszerűbb modellek, amelyek alkalmasak erre a feladatra, azok a deformációs illetve a strukturális modellek (Lugner & Plöchl, 2005).

Végeselemes modellekkel is pontosan lehetne a gumiabroncs deformációját vizsgálni, de ezek a modellek ehhez a feladathoz túlságosan komplikáltak, valamint nem alkalmasak arra, hogy a kerékmodellt járműmodellbe építve végezzünk mozgás szimulációkat.

Három különböző gumimodell készült el, mindegyik deformációs modell, különböző komplexitási fokkal. A legegyszerűbb modell, amely alkalmas a gumiabroncs deformációjának szimulálására, a kefemodell (Pacejka, 2002). A modell alapja egy merev keréktárcsa, amely akár egy nulla vastagságú korong is lehet. Ennek a korongnak a kerületére helyezzük el a sörteket. A sörtek egyik vége a keréktárcsához van erősítve, a másik vége pedig szabad (3.2. ábra). Ezeknek a sörteknek a paraméterei (rugómerevség, csillapítási tényező) adják a gumi anyagtulajdonságait. Amikor egy sorte belép a tapadási felületbe, letapad, esetleg a talajon csúszik, majd amikor a tapadási felület végét eléri, újra szabaddá válik.

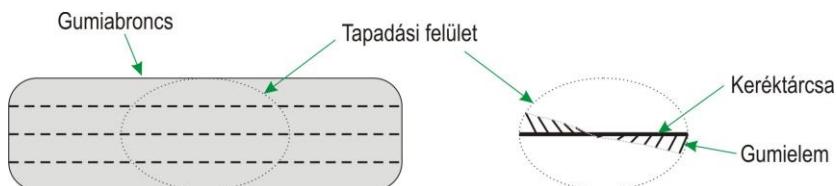


3.2. ábra: Kefemodell

3.2.1 Energiaminimum elvén működő gumimodell

Az első gumimodell esetében a cél az, hogy egy olyan gumiabroncsmodellt készítsünk, amely a lehető legkevesebb paraméterrel a legegyszerűbben tudja szimulálni a jármű mozgását és a gumiabroncs deformációját. Első lépésként definiálni kell a lehetséges mozgási szabadságfokokat. A kefemodell alkalmas teljes térbeli mozgás modellezésére, azaz hat szabadságfokkal rendelkezik. Mivel csak a síkbeli mozgások érdekesek, ezért a kerék lehetséges szabadságfokait is a járműmodellhez hasonlóan háromra csökkentettük. A keréktárcsa síkba redukálásával, illetve annak a tények a figyelembe vételével, hogy a kefemodell sörtei, gumielemei egymástól függetlenül deformálódnak, lehetőség adódik a gumiabroncs teljes kerülete helyett csak a tapadási felület modellezésére. A gumielemek egymástól való függetlensége miatt ugyanis a gumielemek csak a tapadási felületen belül deformálódnak azon kívül visszanyerik nyugalmi állapotukat, ha csak nem definiálunk külön függvényt a relaxáció figyelembe vételére. Ez a modell tehát csak a tapadási felületet veszi figyelembe. Ezt a felületet síknak feltételezve, illetve alkalmazva a kefemodelleknel vett egyszerűsítést, miszerint a kerék vastagságát nullára redukálják, a tapadási felület egydimenziós vonallá egyszerűsödött. A keréktárcsa tehát három szabadságfokkal rendelkezik: két transzlációs, és egy rotációs koordinátával. A tárcsa hossza a tapadási felület hosszával egyezik meg. A gumiabroncsot sörtekkel helyettesítjük, de mivel a gumiabroncs radiális deformációját nem vesszük figyelembe – hiszen a keréktárcsa függőleges irányú mozgását nem vizsgáljuk – ezért a gumielemek, a sörtek hossza a nyugalmi helyzetben zérus. Amikor a gumiabroncs deformálódik, akkor ezek a gumielemek meg-

nyúlnak (3.3. ábra). Ugyanúgy, mint a térbeli kefemodell esetében a gumielemek egyik vége a keréktárcsához van rögzítve a másik vége pedig szabad, illetve esetünkben, mivel csak a tapadási felület került modellezésre a talajhoz tapad. Ezek a gumielemek egyenközű osztásban vannak elhelyezve a keréktárcsa hossza mentén. Amikor egy gumielem deformálódik, a deformáció mértékében erőt fejt ki a talaj és a keréktárcsa között.



3.3. ábra: Síkba redukált kefemodell deformációja

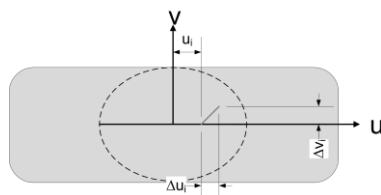
A gumiabroncs rugalmasságát a gumielemek merevsége adja. Az energiaminimum modell nem veszi figyelembe a csillapítás hatását, de maga a gumimodell alkalmas lenne rá, hiszen a szimulációkból a gumielemek deformációjának sebessége meghatározható, abból pedig csillapítási erőt lehet számolni. A modellezésnél még egy fontos kérdés maradt, a kerék forgásának, azaz a gördülés modellezése. A térbeli kefemodellnél egyszerű a helyzet, hiszen a keréktárcsa a modellben is egy tárcsa, amely el tud fordulni a saját forgástengelye körül. A gumielemek tárcsaoldali végei a tárcsa kerületi pontjaival együtt haladnak, vagyis az egész szélességük lehetséges a keréktárcsa kerülete mentén haladnának körbe, pontosan annyival, amennyivel a keréktárcsa fordulna. A gumielemek szabad vége pedig az erőegyenlőségnak megfelelően viselkedik. Síkbeli keréktárcsa esetén a gumielemek a tárcsa mentén hosszirányban mozdulnak el szintén a keréktárcsa elfordulásának megfelelő mértékben. Fontos persze, hogy a gumielemek tárcsaoldali végeinek távolsága egymáshoz képest nem változhat, minden gumielem azonos mértékben „csúszik el” a keréktárcsán.

A kefemodellek a deformáció, illetve a deformációs sebesség alapján erőket számol, és ez alapján történik a jármű mozgásának szimulációja. Ehhez viszont ismerni kell a gumiabroncs merevségi és csillapítási együtthatóit minden irányban. Az energiaminimum előtti történő kalkulációhoz viszont nincs szükség ilyen paraméterekre. Az elv abból indul ki, hogy a gumiabroncs deformációja a keréktárcsára ható erők és a talaj felől érkező erők egyensúlya határozza meg. A mozgás során a gumiabroncs deformálódik, és ezáltal nő a potenciális energia. A szimulációk célja az, hogy megvizsgáljuk, a mozgás során hogyan befolyásolja a gumiabroncs a jármű trajektoriáját, illetve, hogy milyen jellegű és mértékű deformációt szenved a gumiabroncs. Az elkészített gumimodell egy olyan rendszer, amelynek bemenete a keréktárcsa elmozdulása, a kimenete pedig a gumiabroncs potenciális energia. Mivel a mozgás szimulációt síkbeli mozgásként kezeljük, a keréktárcsának összesen négy mozgási lehetősége van. Egyszerűtlen a lehetőség van a három síkbeli mozgásra: hossz- és keresztirányú elmozdulásra, illetve a szögelfordulás; másrészről pedig a keréktárcsa forgása adja a negyedik szabadsági fokot. A szimulációk kinematikai mozgássegélyezetekben alapulnak, a keréktárcsák elmozdulása a gumielemek tárcsaoldali végeinek elmozdulását is jelenti egyben. Csak a tapadási felület került modellezésre, ezért a gumielemek szabad végei a talajon maradnak. Feltételezve, hogy nincs megcsúszás a gumiabroncs és a talaj között, a gumielemek talaj oldali végei nem mozognak az abszolút koordináta-

rendszerben. A gumiabroncs energiatartalmát a potenciális energia határozza meg. Az elv az, hogy a gumiabroncs, mint minden fizikai rendszer minimalizálja a saját energiáját, vagyis a gumiabroncs a deformációját és a mozgáspályát úgy befolyásolja, hogy a potenciális energiája minimális legyen. Ha a potenciális energiát minimalizálni szeretnénk, akkor a gumiabroncs merevségének ismerete nem szükséges, mert nem a potenciális energia pontos számértékére vagyunk kíváncsiak, hanem arra, hogy milyen keréktárcsa pozíció mellett lesz minimális a potenciális energia. Amíg csak egy irányban vizsgáljuk a gumiabroncs deformációját, addig a potenciális energia minimuma, illetve a deformáció négyzetösszegének minimuma ugyanott lesz. Ha már több irányú deformációt vizsgálunk egyszerre, és a különböző irányokban a gumimerevség különbözik, akkor ez az elv nem érvényesül, hiszen a hosszirányú deformáció, és a keresztirányú deformáció nem azonos mértékben növeli a gumiabroncs potenciális energiáját. Ezt a hibát csökkenteni lehet, ha ismerjük a hossz- és keresztirányú merevségek viszonyait.

A szimuláció során a keréktárcsa négy szabadságfokából a kerék hajtásmódjától és kormányzásától függően lehet a bemeneti és a kimeneti változókat definiálni. Hajtott kerék esetében a bemenet a kerék elfordulása a saját tengelye körül, míg vontatott kerék esetében ez számított érték. A másik szempont a kormányzás. Amennyiben kormányzott kereket vizsgálunk, a kormányzási szög, vagyis a keréktárcsa függőleges tengely körüli elfordulása is bemeneti változóként jelenik meg, ellenkező esetben ezt számítani kell.

Összegezve, a szimulációs során definiáljuk a kerék szögsebességét és a kormányzási szöget az idő függvényében. A számítást numerikusan, időben diszkretizálva végezzük el. minden egyes időlépésben meg kell határozni a kerék szabad koordinátáit, vagyis adott esetben a hossz- és keresztirányú elmozdulást, illetve a szögfordulást. Ezeket pedig a potenciális energia minimumának megkeresésével lehet számítani. A keréktárcsa mozgásából, a gumiabroncs deformációja meghatározható (3.2), abból pedig potenciális energiát tudunk számítani (3.3). Vagyis egy minimumkeresési algoritmus segítségével meg tudjuk keresni azt a két paramétert (a hossz- és keresztirányú elmozdulást), amelyeknél a potenciális energia (U) minimális lesz. Amennyiben nem áll rendelkezésünkre információ a gumiabroncs merevségeit illetően, elegendő a hossz- (b_u) és keresztirányú merevség (b_v) arányának ismerete ahhoz, hogy kellően pontos eredményeket kapunk (3.4. ábra).



3.4. ábra: A gumielemek deformációjának értelmezése

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \Delta u_i &= -\Delta\xi \cos(\psi) - \Delta\eta \sin(\psi) \\ \Delta v_i &= \Delta\xi \sin(\psi) - \Delta\eta \cos(\psi) \end{aligned}$$

$$(3.3) \quad U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (b_u \Delta u_i^2 + b_v \Delta v_i^2)$$

Ezzel a szimuláció alkalmas a jármű mozgásának vizsgálatára, ameddig a gumielemek megcsúszás nélkül tapadnak a talajon. Kis mértékű deformációk esetében ez igaz, de na-

gyobb deformációnál már megcsúszik a gumibroncs. A gumimodellt ki lehet egészíteni súrlódási modellel, amelynek segítségével a súrlódási és megcsúszási viszonyokat is szimulálni lehet. A kefemodell esetében egyszerű a helyzet, hiszen a gumibroncs deformációja deformáció irányú erőt hoz létre, és ugyanakkor nagyságú súrlódó erő is ébred, illetve abban az esetben ébred, ha ez az erő kisebb, mint a maximális tapadósúrlódási erő. Amennyiben a deformációs erő nagyobb, mint a tapadósúrlódási erő, a gumielem megcsúszik. Ennek mértékét a csúszósúrlódási erő határozza meg, amely mindenkorábban a tapadósúrlódási erő. A kinematikai modell esetében nem számolunk gumierőkkel, építve ezért egy egyszerűsített súrlódási módszert kell alkalmazni a megcsúszás figyelembe vételeire. A gumielemek merevsége egyértelmű kapcsolatot létesít a gumielemek deformációja és az ébredő erő között legalábbis statikus állapotban. (Dinamikus vizsgálatok esetén már a csillapítás is befolyásolja az erő nagyságát.) A súrlódási erőt, mint fizikai mennyiséget vissza lehet vezetni, redukálni lehet súrlódási deformációra. Azaz meg lehet határozni, hogy statikus esetben mekkora deformáció esetén érik el az egyes gumielemek a tapadási határhelyzetet, és mekkora lesz a deformáció megcsúszás esetén. Értelemszerűen a megcsúszási deformáció kisebb, mint a tapadási deformáció. (Szabó, et al., 2006)

3.2.2 Kefemodell alapú dinamikai gumimodell

A dinamikai kefemodell a 3.3. ábrán bemutatott struktúrával egyezően épül fel. Ugyanúgy csak a tapadási felület kerül modellezésre, és kizárolag síkbeli mozgás vizsgálatára alkalmas a modell. De ez a gumimodell dinamikai mozgásengyenleteken alapul, vagyis a keréktárcsa mozgásából adódó deformációból a gumimodell erőt számol. A számítás alapja Newton második törvénye, azaz a merev testszerű mozgást végző testeknek tömegük, és tehetetlenségi nyomatéku van. Ezekre a testekre erőrendszeret működtetve lehet a mozgást elindítani, majd az elmozdulás hatására a gumibroncs deformálódik és a deformáció alapján lehet a merevség ismeretében gumierőket számolni. Ezek az erők is hatnak a keréktárcsára, és a külső erőkkel együttesen határozzák meg a kerék, vagy a jármű mozgáspályáját. A mozgásengyenleteket együttesen kell felírni, vagyis nem lehet teljesen leválasztani a gumibroncsot a keréktárcsától. Lehet természetesen külön gumimodellt képezni, amely a deformáció alapján gumierőket számol, de a mozgásengyenletekben mindenkorábban megoldásként a sebességek is adónak, amelyeket a csillapítási erő számításához felhasználhatunk. A mozgásengyenletek során közvetlenül a szabad (számított) szabadsági fokokhoz tartozó koordináták gyorsulásait kapjuk meg, míg az egyenletek másik oldalain ezeket a gyorsulásokat kiváltó erőrendserek koordinátái szerepelnek (Kármán & Biot, 1940) (3.4).

$$\begin{aligned}
 (3.4) \quad m\ddot{\xi} &= F_{g,\xi} + F_{ext,\xi} \\
 m\ddot{\eta} &= F_{g,\eta} + F_{ext,\eta} \\
 J_\zeta \ddot{\psi} &= T_{g,\zeta} + T_{ext,\zeta} \\
 J_v \ddot{\phi} &= T_{g,v} + T_{ext,v}
 \end{aligned}$$

Az egyenletekben m a kerék tömege, J_ζ a függőleges tengely, J_v a kerék forgástengelye körüli tehetetlenségi nyomaték, $F_{g,\xi}$, $F_{g,\eta}$, $T_{g,\zeta}$ és $T_{g,v}$ a gumiabroncs rugalmasságából és csillapításából adódó hossz-, keresztirányú erők, a függőleges és a forgástengely körüli nyomatékok; $F_{ext,\xi}$, $F_{ext,\eta}$, $T_{ext,\zeta}$ és $T_{ext,v}$ a keréktárcsára ható erők, és nyomatékok. A gumiabroncs deformációjából származó erőrendszer tehát négy komponensre lehet bontani: hossz-, keresztirányú erőkre, függőleges tengely és forgástengely körüli forgatónyomatékok. A (3.4)-ben az első három egyenlet a globális, míg a negyedik egyenlet a kerék lokális koordinátarendszerében van felírva. Külön lehet definiálni tehát a hossz- és keresztirányú merevségi és csillapítási tényezőket. A függőleges tengely körüli forgatónyomaték csak a keresztirányú deformációból adódik, mert a keréknek zérus vastagsága, tehát a hosszirányú erők erőkarja nulla. Ha ismerjük az egyes gumielemek deformációját és deformációs sebességét, akkor azokból erőket tudunk számolni, amelyeket komponensenként összegezve megkapjuk az eredő erőket, és nyomatékokat (3.5).

$$(3.5) \quad \begin{aligned} F_{g,\xi} &= \cos(\psi) \sum_{i=1}^n (b_u \cdot \Delta u_i + d_u \cdot \dot{u}_i) - \sin(\psi) \sum_{i=1}^n (b_v \cdot \Delta v_i + d_v \cdot \dot{v}_i) \\ F_{g,\eta} &= \sin(\psi) \sum_{i=1}^n (b_u \cdot \Delta u_i + d_u \cdot \dot{u}_i) + \cos(\psi) \sum_{i=1}^n (b_v \cdot \Delta v_i + d_v \cdot \dot{v}_i) \\ T_{g,\zeta} &= \sum_{i=1}^n u_i (b_v \cdot \Delta v_i + d_v \cdot \dot{v}_i) \\ T_{g,v} &= \sum_{i=1}^n \frac{(b_u \cdot \Delta u_i + d_u \cdot \dot{u}_i)}{r_g} \end{aligned}$$

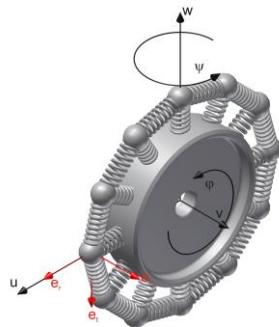
A súrlódás modellezése nem a deformáció hosszából, hanem a gumielemek által kifejtett erőn alapul. A gumielemek deformációja és deformációs sebessége alapján meghatározható az adott gumielem által kifejtett erő. Az előző esethez hasonló módon, ha az adott gumielemek az ereje nagyobb, mint a tapadósúrlódási erő, akkor megcsúszik, és a gumielem deformációja addig csökken, amíg annak rugóereje a csúszósúrlódási erővel egyenlő nem lesz. (Szabó, 2008a)

3.2.3 Kefemodell alapú többtest-dinamikai gumimodell

Az előző pontban bemutatott gumimodell legnagyobb hátránya, hogy nem veszi figyelembe azt a tényt, hogy a gumiabroncs kontinuum, ezt a tulajdonságát a térbeli diszkretizálással elvesztette. Ha a korábbi két modell esetében egy gumielement deformálunk, annak nem lesz hatása a környezetében lévő gumielemekre, az egyes sörték egymástól függetlenül deformálódnak. A valós gumiabroncs nem így viselkedik, hiszen ha egy pontban deformáljuk, akkor annak egy bizonyos környezetében is deformáció alakul ki. Ezt a tulajdonságot elhanyagolva sem kapunk teljesen rossz modellt, hiszen a talajra letapadt gumielemek nem tudnak egymástól teljesen függetlenül deformálódni, a talalon keresztül össze vannak kötve. Akkor viszünk hibát a szimulációba, amikor egy gumielem megcsúszik, de a mellette lévő elemek nem. Mert ebben az esetben az adott gumielem nem tudna teljesen visszacsúszni eredeti helyzetébe, hiszen a szomszédos, még tapadás-

ban lévő elemek nem engedik meg azt. Egy másik hiba a tapadási felületen kívüli deformáció leírásából fakad, hiszen ugyanezen oknál fogva a tapadási felület belépő élén létrejövő deformáció a belépő él előtti gumielemeket is deformálja, vagyis nem nyugalmi állapotban lépnek be a gumielemek a tapadási felületbe.

Ennél a modellnél a gumiabroncsot anyagi tömegpontok építik fel, amelyek egymáshoz és a keréktárcsához is rugókkal, illetve csillapító elemekkel kapcsolódnak (3.5. ábra). Az ábrán ennek a modellnek egy térbeli ábrázolása látható, de továbbra is csak síkbeli mozgásokat vizsgálunk. A mozgáslehetőségeket figyelembe véve a keréktárcsának továbbra is csak négy szabadságfoka van: hossz- és keresztirányú elmozdulás, a függőleges tengely körüli szögelfordulás (kormányzás), illetve a forgástengely körüli szögelfordulás (górdülés). Mivel a gumielemek nem egyszerű rugók, hanem tömegpontok, ezért azok mozgását is dinamikai egyenletek írják le. Anyagi pontoknak térben 3 szabadságfoka van (piros nyilak az ábrán), esetünkben ezt kettőre redukáltuk, csak a kereszt- (e_v) és érintő (e_t) irányú mozgás van megengedve, radiális irányú (e_r) mozgás nem lehetséges.



3.5. ábra: A többtest dinamikai kerékmagyarázat felépítése

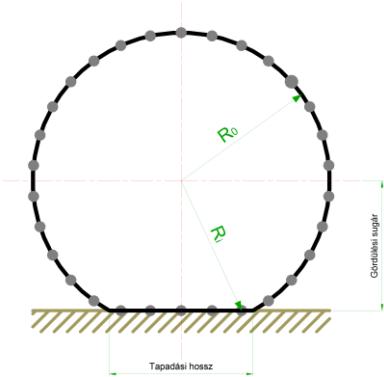
Ebben az esetben a felírt dinamikai egyenletek száma jóval több, mint az előző esetben volt, hiszen n darab gumielemet használva $2n+4$ darab mozgásegyenlet írandó fel, míg az előző esetben csak 4 egyenlet kellett (3.6).

$$(3.6) \quad \begin{aligned} m\ddot{\xi} &= F_{g,\xi} + F_{ext,\xi} \\ m\ddot{\eta} &= F_{g,\eta} + F_{ext,\eta} \\ J_\zeta \ddot{\psi} &= T_{g,\zeta} + T_{ext,\zeta} \\ J_v \ddot{\phi} &= T_{g,v} + T_{ext,v} \\ m_g \ddot{e}_{t,i} &= b_g (e_{t,i+1} - 2e_{t,i} + e_{t,i-1}) + d_g (\dot{e}_{t,i+1} - 2\dot{e}_{t,i} + \dot{e}_{t,i-1}) \\ &\quad - b_u \Delta e_{t,i} - d_u \dot{e}_{t,i} & i = 1 \dots n \\ m_g \ddot{e}_{v,i} &= b_g (e_{v,i+1} - 2e_{v,i} + e_{v,i-1}) + d_g (\dot{e}_{v,i+1} - 2\dot{e}_{v,i} + \dot{e}_{v,i-1}) \\ &\quad - b_v \Delta e_{v,i} - d_v \dot{e}_{v,i} \end{aligned}$$

Az első négy egyenletben alkalmazott szimbólumok a korábbi egyenletek jelöléseivel megegyeznek, új egyenletként az utolsó kettő jelent meg, amelyek a gumielemek mozgását írják le. Itt m_g egy darab gumielem tömege, b_g és d_g a gumielemek közötti merev-

sségi és csillapítási tényezők, $e_{t,i}$, $e_{v,i}$, $\Delta e_{t,i}$, $\Delta e_{v,i}$ a gumielemek hossz- és keresztirányú pozíciói, illetve deformációi az abszolút rendszerben. (Szabó, 2008b)

Ennél a modellnél már nem csak a tapadási felületet, hanem a gumiabroncs teljes kerületét vizsgáljuk, tehát a tapadási felületen kívül is figyelemmel lehet kísérni a gumiabroncs deformációit. A 3.4. ábra alapján a gumiabroncs csak pontszerűen érintkezik a talajjal, ezért a gumiabroncs alakját módosítani kell úgy, ahogyan az a valóságban is deformálódik (3.6. ábra).



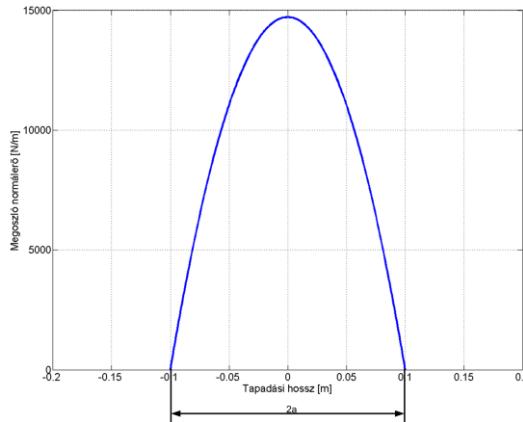
3.6. ábra: Deformált gumiabroncs modellje

3.3 Súrlódás modellezése

A kefemodellek alkalmazásával a súrlódási modell leegyszerűsíthető, nincs szükség közelítő modellek használatára, a Coulomb-féle súrlódási modell kellő pontossággal alkalmazható. A gumiabroncs sörteszerű elemekből épül fel, azok egy része a talajjal kapcsolatba lép, és ott letapad, vagy éppen csúszik a rá ható erők és a súrlódási jellemzőktől függően. A gumielemek és a talaj között fellépő maximális súrlódási erő a súrlódási tényező, és a normálerő szorzataként értelmezhető. A normálerő, mint koncentrált erő a kerékterhelésből adódik. Ez az erő a keréktárcsa és a gumiabroncs teljes kapcsolódó felületén keresztül a gumiabroncsnak adódik át, és az az oldalfalon át, valamint a köpenyen belül uralkodó nyomáson keresztül jelenik meg a teljes tapadási felületen. A normálerő ezek alapján nem egy koncentrált erő, hanem egy felület mentén megoszló terhelés. Mivel az alkalmazott modellek mindegyikénél a gumiabroncs szélességét elhanyagoltuk, ezért esetünkben ez az erőrendszer vonal mentén megoszló erőrendszerre redukálódik. Pacejka (Pacejka, 2002) szerint ez az eloszlásfüggvény parabolikus. A megoszló erőrendszer maximuma a tapadási felület közepén található, és a tapadási felület két szélén pedig zérus értékű (3.7) (3.7. ábra).

$$(3.7) \quad f_N(u) = \frac{3}{4} F_N \frac{a^2 - u^2}{a^3}$$

Az egyenletben F_N a normálerő, a a tapadási hossz fele, u a futó koordináta a tapadási hosszban.



3.7. ábra: A normálerő megoszlása a tapadási felület mentén

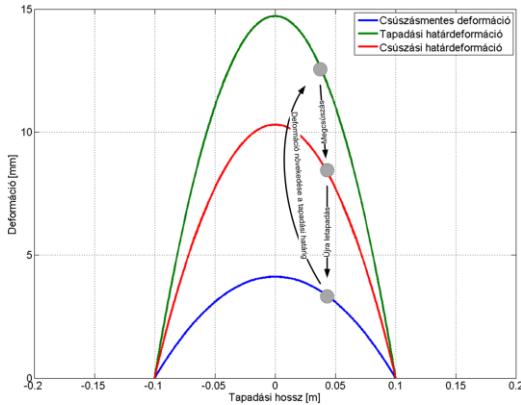
A (3.7) összefüggésből még csak az egységnyi hosszra vetített erőt kapjuk meg, ezt még diszkretizálni kell, hogy egy gumielemre mekkora terhelőrő jut (3.8).

$$(3.8) \quad F_{N,i} = \frac{3}{2(n_i - 1)} Mg \frac{a^2 - u_i^2}{a^2}$$

itt n_i azoknak a gumielemeknek a számát jelenti, amelyek a tapadási felületen vannak.

3.3.1 Megcsúszás vizsgálata energiaminimum elvén működő gumimodellnél

Alapvetően itt is a Coulomb-féle súrlódási modell alapján történik a megcsúszási és tapadási jelenségek vizsgálata, de a gumimodell felépítése miatt ezt módosítani kell. Itt ugyanis nem erőkkel, hanem csak deformációkkal számolunk, és minden időpillanatban az egyensúlyi helyzetet keressük meg. Amíg a gumiabroncs tapad, addig egyszerű a helyzet, hiszen minden gumielem mozdulatlan lesz a talajhoz viszonyítva. A megcsúszási határhelyzetet a deformációból származó erő és a tapadó súrlódási erő egyensúlya adja. Még nemlineáris merevség esetén is megadható az összefüggés a gumielemek deformációja és a gumielemekre ható rugóerő között. Ez a művelet invertálható is, vagyis meghatározható, hogy mekkora az a deformáció, amelynél az egyes gumielemek a tapadási határkat elérik. Amikor egy gumielem ennél nagyobb deformációt szenved, akkor megcsúszik, és a deformációja csökken. Az új deformációs érték azonban nem a tapadási határhelyzethez tartozó érték lesz, hanem annál kisebb, mégpedig a csúszósúrlódáshoz tartozó deformációs érték. A gumielemek deformáció mindaddig tartja ezt a deformációt, amíg a gumielemek ennél nagyobb deformációt érnének el. Amikor egy időlépésben a kapott deformáció kisebb lesz a deformáció, mint a csúszósúrlódási, akkor újra letapad a gumielem, és innentől kezdve újból a tapadósúrlódást kell vizsgálni, a megcsúszás detektálásához (3.8. ábra). (Szabó & Takács, 2008)



3.8. ábra: Megcsúszás értelmezése kinematikai modell esetén

A tapadási és csúszási deformációs alak meghatározásához a (3.8) összefüggést vettük alapul, természetesenazzal a módosítással, hogy itt nem az erőket, hanem a deformációt vesszük alapul (3.9).

$$(3.9) \quad d_{\max,i} = \frac{3}{2(n-1)} \mu D \frac{a^2 - u_i^2}{a^2}$$

ahol μ a súrlódási tényező, D pedig a rugómerevségtől és a kerékterheléstől függő érték.

3.3.2 Súrlódási modell a dinamikai gumimodellhez

Itt az egyes gumielemeket rugók, és csillapító elemek reprezentálják, vagyis a rugó és a csillapító erők adják az egyes gumielemekre ható síkbeli erőrendszer eredőjét. A normál-erőt a (3.8) összefüggés alapján lehet meghatározni adott gumielem esetére. Amíg az erőrendszer eredője kisebb, mint a maximális tapadási súrlódási erő, addig a gumielemek tapadnak. Amikor az eredő meghaladja ezt a korlátot, akkor már csak a kisebb értékű csúszósúrlódási erő hat a gumielemekre, vagyis deformációjuk addig csökken, míg az erőrendszer eredője, és a csúszósúrlódási erő egyensúlyba nem kerülnek. Amikor a rugó, és csillapító erő eredője még tovább csökken, a gumielemek újból letapadnak. (Szabó, 2008a)

3.3.3 Súrlódás modellezése a többtest dinamikai modellnél

Ez az eset a legegyszerűbb, itt közvetlenül a Coulomb modellt alkalmazhatjuk. A gumiabroncsot itt anyagi tömegpontokra bontottuk, amelyekre a keréktárcsával és egymással összekötő rugók és csillapítóelemek erői illetve a (3.8) összefüggés alapján normálerő hat. Ezek alapján a Coulomb súrlódási modell összefüggése (2.4) alapján számítható a súrlódási erő. (Szabó, 2010)

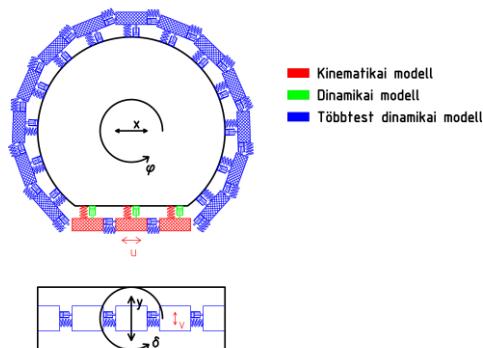
3.3.4 Gördülési ellenállás modellezése

A gördülési ellenállás modellezése csak empirikus módon lehetséges, mivel az a radiális deformációból, pontosabban a radiális deformáció hiszterézises merevségi karakterisztí-

kájából következik, és az előbb ismertetett modellek esetében a radiális deformációt elhangoltuk. A kinematikai modell nem alkalmas a gördülési ellenállás figyelembe vételére, mert a modellben nem lehet erőket vagy nyomatékokat alkalmazni. A másik két modell esetében a Gillespie féle összefüggést (2.9) lehet alkalmazni. A normálerőt a súrlódási modellnél leírt (3.8) összefüggés alapján számolhatjuk, míg a gördülési ellenállás-tényező meghatározásához a (2.11) képletet alkalmazzuk.

3.4 Összefoglalás

Ebben a fejezetben a gumiabroncs modellek bemutatására került sor. Hárrom modellt alkottam, mind a három a közismert kefemodellen alapul. Az első, az energiaminimum elvén működik. Ez a gumimodell a gumiabroncs paramétereinek ismerete nélkül is tudja szimulálni a gumiabroncs deformációját, csak a hossz- és keresztirányú merevségek arányát kell ismerni. minden időlépésben a minimális potenciális energiához tartozó deformáció kerül meghatározásra. A második modell már dinamikai elven alapul, de itt a gumielemek csak tömeg nélküli rugóelemek. A kerékerőket a gumielemek deformációja, és azok deformációs sebességéből eredő tapadási vonal menti integrál adja. A harmadik modell esetében a gumielemek tömeggel rendelkező anyagi pontok, amelyek helyzetét azok dinamikai egyenletei határozzák meg. Az átláthatóság könnyítése érdekében a 3.9. ábra, illetve a 3.1. táblázat ismerteti a három modell közötti különbségeket.



3.9. ábra: A három gumimodell összehasonlítása

3.1. táblázat: A különböző modellek tulajdonságai

	Kinematikai	Dinamikai	Többtest dinamikai
Modellezett terület	Tapadási felület	Tapadási felület	Teljes kerület
Gumielemek	Tömeg nélküli pontok	Tömeg nélküli pontok	Anyagi pontok
Csillapítás modellezése	Nem	Igen	Igen
Gumielemek közti kapcsolat	Nincs	Nincs	Rugó-csillapító elemek

A gumimodellekkel felül ismertettem az egyes modelleknek alkalmazott súrlódási modelleket is. Kisebb-nagyobb módosítással minden modell esetében a Coulomb-féle súrlódási modellt használtam. Ezen felül röviden leírtam a gördülési ellenállás modellezését is.

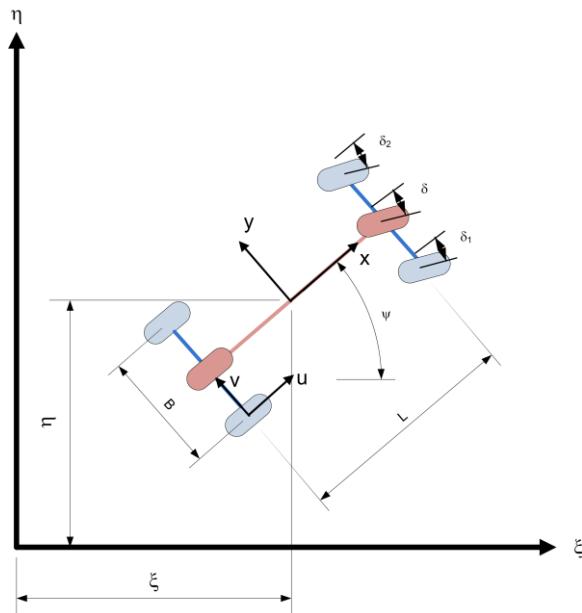
4 Szimulációs modellek felépítése

Az előző fejezetben bemutatott modellek alapján szimulációs rendszereket építettem fel, amelyek segítségével a gumiabroncs deformációja és a járművek mozgáspályája meghatározható adott bemeneti függvények hatására. Összesen hatfélle szimulációs környezet készült el, minden a háromfélle gumiabroncs modellt vizsgáltam.

4.1 Energiaminimum elvén működő gumimodell

Ez a fajta modell elméletileg egyetlen kerék mozgásának vizsgálatához is alkalmazható, de inkább többkerekű járművek vizsgálatára célszerű alkalmazni.

A szimulációk során alkalmazott globális-, jármű- és kerék koordináta-rendszerek az előző fejezetben bemutatásra kerültek (3.1. ábra). Ezt kiegészítve kell definiálni minden a jármű, minden pedig a gumiabroncs paramétereit (4.1. ábra).



4.1. ábra: Kerékpár és négykerekű járműmodell paraméterei

A jármű koordináta-rendszerének origója minden a négy- és a kétkerekű járműmodell esetében a súlypontban van. A globális és a kerék lokális koordináta-rendszere minden járműmodell esetében azonos értelmezésű. A jármű mozgását három általános koordinátával írhatjuk le: két transzlációs (ξ, η) és egy rotációs koordinátával (ψ). Definiálni kell minden járműmodellnél a tengelytávot (L), négykerekű járműmodellnél pedig a nyomtávot (B), mint járműparamétert. Ezekből a geometriai adatokból a 4.1. ábra alapján meghatározhatjuk minden járműtípus esetén az úgynevezett kerékvektorokat, amelyek a jármű koordináta-rendszerének origójából az egyes kerekek talppontjába mutatnak a jármű koordináta-rendszerében megadva. Ezek a vektorok síkbeli vektorok. A számítások során szükség van az egyes kerekek számszerű beazonosítására, vagyis minden egyes kereket egy indexsel kell ellátni. Megegyezés szerint az első indexet a jobb első kerék

kapja, majd pozitív forgásirány szerint haladunk a számozással, azaz a bal első kerék a kettes indexű, a bal hátsó a hármas, a jobb hátsó pedig a négyes indexet kapja. Ugyanígy járunk el a kerékpár modellek esetében is, itt az első kerék az egyes indexű, a hátsó pedig a kettes. Ezek alapján a kerékvektorokat egy mátrixba fejtve is felírhatjuk (4.1):

$$(4.1) \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} l_1 & -b_j \\ l_1 & b_b \\ l_2 & b_b \\ l_2 & -b_j \end{bmatrix}$$

Ebben a mátrixban az egyes sorok az egyes kerekek helyvektorainak koordinátáit adják meg, amelynek felírásában a súlypont helyzetének ismerete szükséges (l_1 és l_2 a súlyopnt hosszirányú, b_j és b_b pedig a keresztirányú koordinátája).

Ezt követően a gumiabroncs paramétereit kell megadni. Az előző fejezetben leírtaknak megfelelően a gumiabroncsból csak a tapadási felület kerül modellezésre, az azon kívül eső részeket nem vesszük figyelembe, illetve a tapadási felületnek is csak a hosszát kell megadni, a keresztirányú kiterjedését nullának vesszük. A tapadási felület hosszát három paraméter határozza meg: a gumiabroncs anyagi és geometriai tulajdonságai és a levegő nyomása. Ezek közül a guminyomás az a paraméter, amely a jármű mozgása során változhat, azonban a kissébességű, sík, vízszintes terepen végzett manöverek következtében ez csak csekély mértékű átterhelést jelent, amelyet elhanyagolva is jó eredményeket kapunk, így a tapadási felület hosszát állandónak tekintjük. A gumiabroncsot sörtelemekkel modellezünk, ehhez meg kell határozni az egyes gumielemek számát a tapadási felületen belül. Ennek az értéknek nincs fizikai megfelelője, a szimuláció eredményére azonban jelentős hatása van. Minél több gumielement alkalmazunk annál pontosabb lesz az eredmény, de a szimuláció számítási igénye is ennek megfelelően növekszik. A gumiabroncs paramétereinek definiálásaként két mátrix kerül felépítésre. Ezek a mátrixok lényegében adatbázisok, amelyek a gumielemek pozíciót tartalmazzák a kerék $\langle u, v \rangle$ koordináta-rendszerében. minden gumielemnek két végpontja van: egy keréktárcsa oldali, és egy talaj oldali. Az egyik mátrix a keréktárcsa oldali pontokat (**C**), a másik pedig a talaj oldali végpontokat tartalmazza (**E**) (4.2). Az egyes mátrixok az összes kerék gumielemét tartalmazzák kerékszámától függetlenül. A kerékoldali végpontok a keréktárcsához vannak rögzítve, így azoknak csak a hosszirányú (u) koordinátája változhat, a keresztirányú (v) koordináta mindig zérus. Ezért a **C** mátrix két-, az **E** mátrix pedig háromdimenziós, méretei pedig $k \times n$, illetve $k \times n \times 2$, ahol k kerekek száma, n pedig a gumielemek száma egy abroncsmodellen belül.

$$(4.2) \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & \dots & c_{1,n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{k,1} & c_{k,2} & \dots & c_{k,n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{u1,1} \\ e_{v1,1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} e_{u1,2} \\ e_{v1,2} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} e_{u1,n} \\ e_{v1,n} \end{bmatrix} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \begin{bmatrix} e_{uk,1} \\ e_{vk,1} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} e_{uk,2} \\ e_{vk,2} \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} e_{uk,n} \\ e_{vk,n} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Ahol $c_{i,j}$ az i -edik kerék j -edik gumielemének keréktárcsa oldali koordinátája, az $e_{u,i,j}$ és $e_{v,i,j}$ pedig az i -edik kerék j -edik gumielemének talaj oldali hossz- és keresztirányú koordinátája.

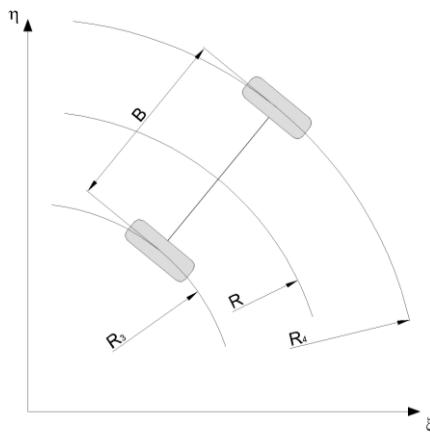
A gumiabronccsal kapcsolatban még a súrlódási, illetve helyesebben a megcsúszási modell paramétereit kell beállítani. A 3.3.1 fejezetben bemutatott súrlódási modellt alkalmazva, a (3.9) egyenlet alapján három paramétert kell meghatározni: a csúszó- és statikus súrlódási tényezőt valamint egy a rugómerevségtől és a kerékterheléstől függő értéket. Ez utóbbi paraméter megadása a legnehezebb, mert nem lehet közvetlenül meghatározni, csak járműves mérések segítségével lehet identifikálni. Ettől függetlenül lehet közelítő értéket megadni, hiszen minden a gumiabroncs merevségére minden pedig a kerékterhésre lehet közelítő értékeket felvenni. A csúszás modellezéséhez azonban szükség van még egy adatbázisszerű mátrix felállítására, amely logikai értékeket tartalmaz. Ezek a logikai értékek egy-egy gumielemhez tartoznak, és megadják, hogy az adott gumielem csúszásban van-e vagy sem. Erre azért van szükség, mert a talajhoz tapadt gumielem a statikus súrlódási határig deformálódhat, de a csúszásban lévő gumielemnél csak a csúszósúrlódási határig lehet a deformációt növelni. Ezt pedig a megcsúszási mátrix alapján lehet eldöntení, hogy melyik állapotban van a vizsgált gumielem.

A szimuláció bemeneteként a jármű sebességfüggvénye és a kormányzási szöge szolgál. Kétkerekű biciklimodell esetén egyszerű helyzetünk van, hiszen a sebességfüggvényt akár a hátsó akár az első kerékre definiálhatjuk, illetve a kormányszöveget is az első keréken közvetlenül megadhatjuk. Négykerékű modellek esetében viszont a kormányszöveget a két első kerékre kell meghatározni. A két első kereket nem egymástól függetlenül kell kormányozni, hanem a jármű kormányszerkezetének megfelelően kell a két első kerék egymáshoz viszonyított szögeltározatát megadni. Erre két lehetőség is adott. Az első, hogy a méréssel felvesszük a jármű kormánygeometriáját, azaz megadjuk a kormánykerék szögfordulásának függvényében a két első kerék elforgását. A második lehetőség a kormányzási szögek megadása Ackermann geometria alapján. Ekkor egy virtuális kormányszöveget adunk meg, mintha lenne még egy első kerék az első tengely felezőpontjában, és annak a szögfordítását adjuk meg. Ez alapján meg lehet határozni a jármű kanyarodási sugarát, illetve ez alapján az egyes kerekek kormányzási szögét (4.1. ábra) (4.3).

$$(4.3) \quad \begin{aligned} \delta_1 &= \arctan\left(\frac{L \tan \delta}{L + \frac{B}{2} \tan \delta}\right) \\ \delta_2 &= \arctan\left(\frac{L \tan \delta}{L - \frac{B}{2} \tan \delta}\right) \end{aligned}$$

A szimuláció során bizonyos esetekben vizsgálni lehet a kormányhibagörbe hatását. Ebben az esetben a fenti Ackermann geometria alapján számított kormányszögeket a kormányzási hibának megfelelően módosítani kell.

A sebessékgényszer definiálásához négykerekű modell esetén már szükség van egy kinematikai elven működő differenciálmű modellre. A definiált sebessékgényszer alapján minden a két hátsó kerék forgatott, de ezt minden egyes időlépésben egy differencia értékkel korrigáljuk. Egy négykerekű jármű kanyarodását vizsgálva ugyanis belátható, hogy az ívkülső és az ívbelső hátsó kerekek sebessége a közepes járműsebességhoz viszonyítva a következőként alakul (4.2. ábra) (4.4.):



4.2. ábra: Kanyarodó jármű ívkülső és ívbelső hátsó kerekeinek sugarai

$$(4.4) \quad \begin{aligned} v_3 &= v \frac{R - \frac{B}{2}}{R} \\ v_4 &= v \frac{R + \frac{B}{2}}{R} \end{aligned}$$

A szimuláció, vagyis az egyenletek megoldása numerikusan történik. Elsőként megadjuk az időlépést, amely két számítási lépés között eltelt szimulációs idő. A lépésköz a pontos eredmények elérése érdekében gondosan kell megválasztani. A lépésköz növelésével a módszer hibája miatt romlanak az eredmények, a lépésköz csökkentése viszont a kerekítési hiba révén okoz nagyobb pontatlanságot. A lépésköz optimálisan úgy kell megválasztani, hogy a kétféle hiba eredője egy elfogadott értéknél ne legyen nagyobb. Azt sem szabad figyelen kívül hagyni, hogy a lépésköz csökkentésével számítási idő is egyre hosszabb, hiszen több munkapontban kell a számítást elvégezni. Az egy időlépésbeli számítás menete a következő. Először meg kell határozni, hogy az adott időlépésben mik a bemeneti paraméterek, vagyis az aktuális kormányszög, illetve a sebesség. Ugyanis a szimulációk során nem csak állandó sebességű és kormányszögű járműmozgásokat vizsgálunk, hanem lehetséges időfüggvények megadása is. A számítás során minden idő-

lépésben a jármű következő paramétereit határozzuk meg: a jármű három pozicionális koordinátája (ξ, η, ψ), a két első kerék szögelfordulása (φ_1, φ_2), és a hátsó kerekek szögelfordulásának differenciális értéke ($\Delta\varphi$). A számítás során először elkormányozzuk az első kerekeket az aktuális kormányszögnek megfelelően. Bár a valóságban a keréktárcsa fordul el és a gumiabroncs pontjai maradnak letapadva, de mivel a gumiabroncs pontjai a kerék lokális koordináta-rendszerében vannak megadva, ezért az egyes gumielemeket kell elfordítani a keréktárcsához képest negatív szöggel (4.5). Majd a két hátsó kereket elforgatjuk a jármű sebessége alapján. A kerék elfordulását a gumielemek tárcsaoldali végének elmozdulása jelenti. Előremenetben a tárcsaoldali pontok a kerék koordinátarendszerében negatív u irányban mozognak (4.6).

$$(4.5) \quad \begin{bmatrix} e_{u i,j}^* \\ e_{v i,j}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\delta_i) & -\sin(\delta_i) \\ \sin(\delta_i) & \cos(\delta_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{u i,j} \\ e_{v i,j} \end{bmatrix} \quad i=1\dots k, j=1\dots n$$

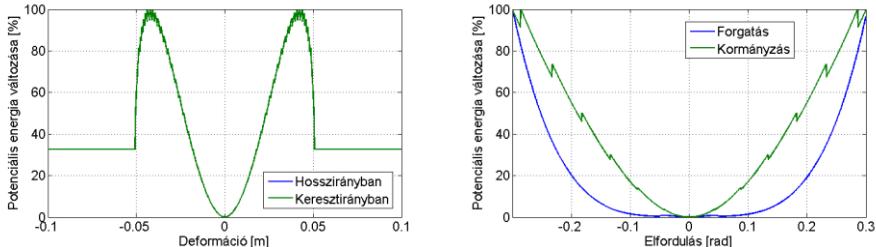
$$(4.6) \quad \mathbf{C}^* = \mathbf{C} - r \cdot \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{\phi}_k \end{bmatrix} \cdot dt \cdot \mathbf{I}^T$$

Az egyenletben $\dot{\phi}_j$ a j -edik kerék szögsebessége, dt az időlépés, r a kerék gördülési sugara, \mathbf{I} pedig egy $k \times n$ méretű mátrix, amelynek minden eleme egy.

A hátsó kerekek elforgatásával, és az első kerekek elkormányzásával deformáltuk a gumiabroncsokat, azaz a járművet, mint rendszert gerjesztettük. A gumiabroncs rugómerevsége miatt a deformáció erőt fejt ki a talajra, amely a járművet gyorsítani fogja. Ennél a gumimodellnél azonban nem a gumiabroncs rugómerevsége, hanem a deformáció következtében kialakuló potenciális energia képezi a számítás alapját. A korábban bemutatott hat változó alapján létrehozunk egy paramétervektort (4.7). Ennek a paramétervektornak a függvényében változik a jármű potenciális energiája. Meg kell keresni azt a paramétervektort, amely mellett ez az potenciális energia minimális.

$$(4.7) \quad [\Delta\xi \quad \Delta\eta \quad \Delta\psi \quad \varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \Delta\varphi_{3,4}]^T$$

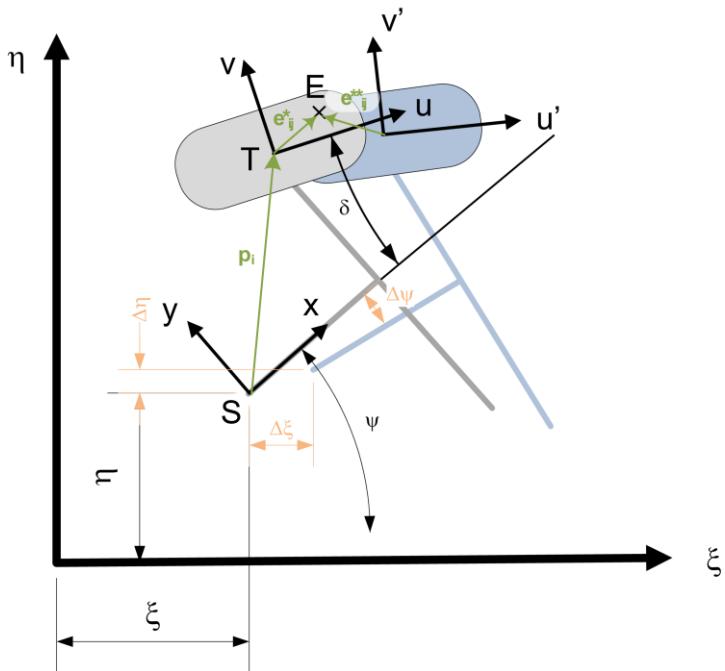
Ehhez egy alkalmas minimumkereső algoritmusra van szükség. Egyetlen kereket vizsgálva elemezhetjük, hogy hogyan változik a potenciális energiája a gumiabroncs hossz- és keresztrányú deformációja (4.3. ábra bal oldali diagram), illetve az elkormányzás és a forgatás hatására kialakuló deformációja (4.3. ábra jobb oldali diagram) függvényében. A potenciális energia meghatározásához a gumiabroncs rugómerevség értékeire is szükség van ezért nem a valós potenciális energia kerül ábrázolásra, hanem csak a relatív változást ábrázoljuk, lineáris gumimodellt feltételezve.



4.3. ábra: A gumiabroncs potenciális energiájának relatív változása a gumiabroncs különböző deformációjának változása függvényében

A bal oldali ábrán a két függvény fedi egymást, mert mind a hossz, mind pedig a keresztirányú deformáció hatására azonos módon változik a potenciális energia, mert a gumimodellben a hossz és a keresztirányú gumimerevség azonos. A deformációs kép természetesen minden esetben szimmetrikus, és nulla deformáció mellett van a minimuma, amely nulla potenciális energiát jelent. A hossz- és a keresztirányú deformáció növelésével növekszik a potenciális energia, majd a maximumának elérése után csökkeni kezd, és a deformáció további növelésével egy állandó értékre áll be. Ez utóbbi jelenség a megcsúszás. Minél több gumielem csúszik meg, annál nagyobb mértékben csökken a potenciális energia. A teljes megcsúszás eredményeként sem lesz nulla a potenciális energia, hanem a csúszósúrlódási érték egy bizonyos százaléka, a súrlódási modell paramétereitől függően. A jobb oldali ábrán a forgatás és a kormányzás hatására kialakuló potenciális energia változása látható. Mindkét függvénynek parabolikus alakja van. Ezekben az esetekben nem jelentkezik a teljes megcsúszás, az nagyobb deformáció esetén következne be. Mind a négy görbén láthatóak töréspontok, amikor a potenciális energia ugrásszerűen csökken. Ezek is a megcsúszáshoz köthetők, de nem az egész gumiabroncs, hanem csak egy-egy gumielem megcsúszása csökkenti kisebb mértékben a potenciális energiát.

A paramétervektor melletti potenciális energia gyakorlatilag egy hatváltozós függvény, amelynek a minimumát keressük. Ehhez a Nelder-Mead féle szimplex algoritmust alkalmazzuk (Lagarias, et al., 1998), (Barton & Ivey, 1996) és (Olsson & Nelson, 1975). Ez az algoritmus egy kezdőpontból kiindulva keresi meg a függvény minimumát. Ehhez fel kell építeni egy függvényt, amely a paramétervektor függvényében meghatározza a potenciális energiát. A paramétervektor a jármű és a keréktárcsák relatív elmozdulását jelentik, a gumiabroncs talajoldali pontjaihoz képest, vagyis a járművet és a kerekeket mozgatjuk, de a gumiabroncsok továbbra is letapadva (a megcsúszási határhelyzetig) maradnak. Elsőként ki kell számolni a jármű és a kerekek mozgatásának következtében mi lesz a kialakuló gumiabroncs deformáció. A kerék elfordulásának hatására a gumielemek tárcsai-oldali pontjai mozdulnak el a kerék koordinátarendszerének u irányában. A járműtest elmozdulásának ($\Delta\xi, \Delta\eta, \Delta\psi$) hatására kialakuló gumideformáció számításának legegyszerűbb módja a koordináta transzformáció. Ugyanis a gumielemek pozícióját minden kerék lokális $\langle u, v \rangle$ koordináta-rendszerében adjuk meg. A gumielem helyzetét először a globális $\langle \xi, \eta \rangle$ koordináta-rendszerbe transzformáljuk, majd visszatranszformáljuk, a már elmozdított jármű kerekének $\langle u', v' \rangle$ koordináta-rendszerébe (4.4 ábra) (4.8).



4.4. ábra: Gumiabroncs deformációjának számítása

$$(4.8) \quad \begin{bmatrix} e_{u,i,j}^{**} \\ e_{v,i,j}^{**} \end{bmatrix} = (\mathbf{R}(-\delta_i - \Delta\psi) - \mathbf{R}(-\delta_i)) \mathbf{p}_i - \mathbf{R}(-\delta_i - \psi_0) \begin{bmatrix} \Delta\xi \\ \Delta\eta \end{bmatrix} + \mathbf{R}(-\Delta\psi) \begin{bmatrix} e_{u,i,j}^* \\ e_{v,i,j}^* \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r\Delta\phi_i \\ 0 \end{bmatrix}$$

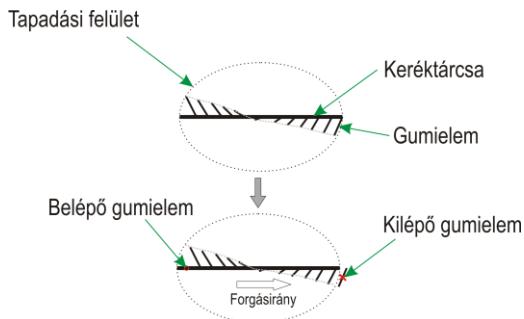
A fenti egyenletben \mathbf{R} egy rotációs mátrix, amely egy vektort forgat el a koordináta-rendszerében adott szöggel, δ_i az i -edik kerék szögelfordulása, \mathbf{p}_i az i -edik kerék helyvektora a jármű koordináta-rendszerében, $\Delta\xi, \Delta\eta, \Delta\psi$ pedig a jármű pozíciójának megváltozása.

Az így kapott pontokat még a megcsúszás figyelembe vételével korrigálni kell, a 3.3.1-es fejezetben leírtak alapján. Ha a megcsúszást is modellezve meghatároztuk a gumiabroncsok talajoldali pontjainak helyzetét, kiszámíthatjuk a potenciális energia értékét (4.9). (Szabó & Takács, 2007)

$$(4.9) \quad U = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n \left[b_u (e_{u,i,j}^{**} - c_{i,j}^*)^2 + b_v (e_{v,i,j}^{**})^2 \right]$$

A minimumkeresési eljárás eredményeként megkapott paramétervektor adja a jármű új pozíóját, a két első kerék szögelfordulását és a hátsó kerekek szögelfordulásának differenciáját. Ezt a minimumvektort felhasználva a (4.6) és (4.8) egyenletek segítségével ki lehet számítani a gumielemek talajoldali végpontjainak új helyzetét, illetve természetesen maga a paramétervektor is eredményként felhasználható, hiszen ez adja meg a jármű új pozíóját, illetve a kerekek szögfordulását. A kerekek forgásának modellezésekor a gumielemek tárcsaoldali végeit mozgattuk a kerék koordináta-rendszerének u tengelye mentén. A valóságban a gumiabroncs egyes pontja a kerék forgásának következtében egyik oldalon belépnek a tapadási felületbe, a túloldalon pedig kilépnek. Ezt a jelenséget is modellezni kell. Ezért, amint az egyik gumielem tárcsaoldali vége eléri a modellezett tapadási felület egyik végpontját, akkor kilép a tapadási felületből, majd annak másik végénél belép egy újabb gumielem. A kilépő gumielem deformációja elveszik, az újonnan belépő gumielem pedig nulla deformációval jelenik meg (4.5. ábra). Ez ugyan nem felel

meg a valóságnak, hiszen a gumibroncs nem csak a tapadási felületen belül deformálódik, hanem azon kívül is deformálja gumielemeket. Azonban ez a gumimodell ezt az úgynevezett relaxációs hatást nem veszi figyelembe.



4.5. ábra: Kerék forgása következtében kilépő és újonnan belépő gumielemek értelmezése

4.2 Kefemodell alapú dinamikai szimulációs modell felépítése

Ebben az esetben is négykerekű járműmodellt készítünk el a 4.1. ábra alapján. A 3.2.2.-ben leírtaknak megfelelően szintén csak a gumibroncs tapadási felülete kerül modellezésre. A kerekek helyének meghatározása (4.1), illetve a gumibroncs sörtelemeinek definiálása (4.2) ugyancsak a korábbiakban bemutatottak szerint történik. A lényeges különbség, hogy ennél a modellnél már a rugómerevségeket és a csillapítási tényező értékeit is meg kell adni. A mérési eljárások során a gumibroncs egységesi hosszra vonatkoztatott merevségi és csillapítási tényezőjét lehet meghatározni. Ezekből az értékekből (4.10) lehet az egy gumielemre vonatkozó jellemzőket meghatározni.

$$(4.10) \quad b = \frac{b_0 \cdot 2a}{n}$$

$$d = \frac{d_0 \cdot 2a}{n}$$

A b_0 és a d_0 az egységesi hosszra vonatkoztatott merevség és csillapítás, a a tapadási felület hosszának a fele, n pedig a gumielemek száma. A gumibroncs súrlódásának modellezéséhez csak a tapadó és a csúszósúrlódási tényezőt valamint a kerékterhelést kell megadni.

Ennél a modellnél már Newton második törvényének értelmében fel kell írni a differenciálegyenleteket, majd azt egy alkalmas numerikus módszerrel meg kell oldani. A differenciálegyenleteket egy kerék esetére az előző fejezetben meghatároztuk (3.4), ezek alapján kell a négykerekű járműmodell egyenleteit is felírni. A járműmodellnek összesen nyolc szabadsági foka van: a kocsitest síkbeli mozgása ad három szabadságfokot, mind a négy keréknek elfordulhat a forgástengelye körül, és az első két kerék kormányozható is. Az előbbi értékek összesen 9 szabadsági fokot adnának, de a két első kerék kormányzása csak egy szabadsági fokot ad, hiszen az egyik kerék elkormányzása meghatározza a másik kerék függőleges tengely körüli elfordulását (4.3) alapján. A nyolc szabadsági fok alapján nyolc másodrendű differenciálegyenlet írható fel (4.11).

$$\begin{aligned}
M \ddot{\xi} &= \sum_{i=1}^k (F_{i,\xi} - F_{g,i,\xi}) - F_{w,\xi} \\
M \ddot{\eta} &= \sum_{i=1}^k (F_{i,\eta} - F_{g,i,\eta}) - F_{w,\eta} \\
(4.11) \quad J_{j,\zeta} \ddot{\psi} &= \sum_{i=1}^k (T_{i,w} + p_{i,x} F_{i,y} + p_{i,y} F_{i,x}) \\
J_{ke,v} \ddot{\phi}_i &= r_g (F_{i,u} - F_{g,i,u}) + T_{h,i} \quad i = 1 \dots k \\
J_{ko,w} \ddot{\delta} &= \sum_{i=1}^{k_k} T_{i,z} + T_k
\end{aligned}$$

A fenti egyenletekben M a jármű tömege, $J_{j,\zeta}$ a jármű függőleges tengely körüli tehetetlenségi nyomatéka, $J_{ke,v}$ a kerék forgástengely körüli tehetetlenségi nyomatéka, $J_{ko,w}$ a teljes kormányrendszernek (beleértve a kormányzott kereket is) az első tengely középpontjába, a függőleges tengelyre redukált tehetetlenségi nyomatéka, r_g pedig a kerék gördülési sugara. Az egyenletek bal oldalán szereplő változók adják az egyes koordináták szerinti gyorsulásokat. A jobb oldalon pedig a gyorsulásokat kifejtő erők, nyomatékok szerepelnek. \mathbf{F}_i adja az i -edik kerék által kifejtett erőt, pontosabban annak valamelyik koordinátatengely irányú vetületét (az erők és a nyomatékok esetében a második index adja a koordináta tengely jelét). A menetellenállások közül \mathbf{F}_w a légellenállást, F_g pedig a gördülési ellenállást adja. A külső erők, amelyek segítségével a járművet irányítjuk: T_h a hajtó- és fékezőnyomaték, amely az egyes kerekre hat, míg T_k a kormányzási nyomaték, amely a kormányrendszerre hat. Az összegzésekben k a kerekek száma, illetve k_k a kormányzott kerekek száma.

A kerékerők számításához elsőként a gumiabroncs deformációját kell meghatározni az egyes koordináták változásának a függvényében. A (4.12) vektor adja meg az egyes koordináták, azaz a jármű egyes szabadságfokainak adott időlépésbeli megváltozását. Ez alapján először meg kell határozni, hogy az egyes keréktárcsnak az elmozdulása hogyan alakul (4.13), azután már az új keréktárcsa pozíció segítségével a kialakult gumiabroncs deformáció számítható (4.14).

$$\begin{aligned}
(4.12) \quad &[\Delta\xi \quad \Delta\eta \quad \Delta\psi \quad \Delta\delta \quad \Delta\phi_1 \quad \Delta\phi_2 \quad \Delta\phi_3 \quad \Delta\phi_4] \\
(4.13) \quad \begin{bmatrix} \Delta u_i \\ \Delta v_i \end{bmatrix} &= (\mathbf{R}(-\delta_i - \Delta\delta_i) - \mathbf{R}(-\Delta\psi - \delta_i - \Delta\delta_i)) \mathbf{p}_i + \mathbf{R}(\psi - \Delta\psi - \delta_i - \Delta\delta_i) \begin{bmatrix} \Delta\xi \\ \Delta\eta \end{bmatrix} \quad i = 1 \dots k
\end{aligned}$$

Az adott keréktárcsa elmozdulását a kerék saját $\langle u, v, w \rangle$ koordinátarendszerében kapjuk meg. A nem kormányzott kerekek esetében a δ és a $\Delta\delta$ értékek zérusok.

$$\begin{aligned}
(4.14) \quad c_{i,j}^* &= c_{i,j} - r_g \Delta\phi_i \quad j = 1 \dots n; i = 1 \dots k \\
&\begin{bmatrix} e_{ui,j}^* \\ e_{vi,j}^* \end{bmatrix} = \mathbf{R}(-\Delta\delta - \Delta\psi) \begin{bmatrix} e_{ui,j} \\ e_{vi,j} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta u_i \\ \Delta v_i \end{bmatrix} \quad j = 1 \dots n; i = 1 \dots k
\end{aligned}$$

Ez még nem a véleges gumiabroncs deformáció, hiszen a gumiabroncs esetleges megcsúszását is figyelembe kell venni. A (3.8) alapján meghatározható az egy keréken belüli

terheléseloszlás, amelynek segítségével mind a tapadósúrlódási mind pedig a csúszósúrlódási erők szélső értékei számíthatóak (2.4). Ezeket a határértékeket össze kell vetni az aktuális gumideformációhoz tartozó erőkkel, és a következő logika szerint eldönnten, megcsúszik-e a gumiabroncs. Elsőként ennél a modellnél is szükség van egy mátrix felállítására, amely megadja, hogy az adott gumielem megcsúszott-e már az előző időpillanatban. Ha ez adott gumielem már csúszásban volt, akkor a csúszósúrlódási erővel kell összehasonlítani az aktuális gumierőt, ha viszont tapadásban volt az adott gumielem, akkor pedig a tapadósúrlódási erővel kell összevetni. Ha az adott gumielem nem csúszik meg, akkor az előzőekben meghatározott deformáció értékét meghagyjuk. Ha viszont megcsúszik, akkor a gumiabroncs sörteelemének deformációját addig csökkentjük, amíg az a csúszósúrlódási erőnek megfelelő erőt nem fejt ki. Természetesen a gumielem deformációjának irányát nem változtatjuk (3.8. ábra). Az előző fejezethez hasonlóan még azt is meg kell vizsgálni, hogy a keréktárcsa forgásának következetében egyes gumielemek nem lépnek-e ki a tapadási felületből. Amennyiben bármelyik irányban kilép egy gumielem, a tapadási felület ellenkező oldalán egy újabb gumielem belép, igaz deformáció nélkül. A gumiabroncs deformációjának meghatározása után számítani lehet a deformáció hatására kialakuló kerékerőket (4.1).

$$(4.15) \quad \begin{aligned} \mathbf{F}_i^{\langle u,v \rangle} &= \sum_{j=1}^n \begin{bmatrix} b_u (e_{ui,j}^* - c_{i,j}^*) \\ b_v \cdot e_{vi,j}^* \end{bmatrix} + \sum_{j=1}^n \begin{bmatrix} d_u (\dot{e}_{ui,j}^* - \dot{c}_{i,j}^*) \\ d_v \cdot \dot{e}_{vi,j}^* \end{bmatrix} \\ T_i &= \sum_{j=1}^n c_{i,j}^* (b_v \cdot e_{vi,j}^* + d_v \cdot \dot{e}_{vi,j}^*) \end{aligned}$$

Az egyenletben b a rugómerevség, d pedig a csillapítási tényező. A gumielemek deformációjának sebességét pedig az előző időlépésbeli, és az aktuális időlépésbeli deformáció alapján határozzuk meg, egyszerű differencia számítással. Ezek az erők a kerék lokális koordináta-rendszerében vannak meghatározva, vagyis egyszerű koordináta transzformáció segítségével átszámíthatjuk ennek az erőnek a komponenseit a jármű lokális koordináta-rendszerébe, illetve a globális koordináta-rendszerbe is. A gumiabroncs deformáció okozta függőleges tengely körüli forgatónyomaték (mivel minden három koordináta-rendszer függőleges tengelye párhuzamos) minden három koordináta-rendszerben azonos.

A kormányrendszer modellezése az előzőhez hasonlóan történik (4.1. ábra), azaz a kormányrendszer működtetését a járműmodell hosszanti középsíkjába helyezett virtuális kerékpár első kerekének szögelfordulása jellemzi, vagyis az egész kormányrendszert az ebbe a pontba helyezett függőleges tengelyre kell redukálni. Az előző modellnél csak kinematikai kormányrendszer volt, így ott elegendő volt a középső virtuális kerék szögelfordulása (δ) és az egyes kerekek szögelfordulásai (δ_1, δ_2) közötti kapcsolat felírása (4.3). Esetünkben már dinamikai modellt alkalmazunk, vagyis a nyomatékok, és a szögsabességek közötti konverziót is meg kell határozni. A kormányrendszer nem lineáris áttétellel rendelkezik, ezért a szögsebességek közötti kapcsolatot a (4.3) egyenlet deriválásával kapjuk meg (4.16).

$$(4.16) \quad \dot{\delta}_{1,2} = \frac{\dot{\delta}}{1 + \frac{B \cdot \tan(\delta) \left(\frac{B}{4} \tan(\delta) \pm L \right)}{L^2 (1 + \tan^2(\delta))}}$$

A nyomatékok áttételét pedig a szögsebességek alapján határozhatjuk meg, hiszen egy mechanizmusban a nyomatékmódosítás a fordulatszám-áttétel reciproka.

A gördülési ellenállás számítása a (2.9) és (2.11) szerint történik. Ezt a gördülési ellenállás modellt nagyobb sebességgel történő haladás esetére alkalmazzák, jelen esetben a kis sebességű manöverekre is ki kell terjeszteni. Ha figyelembe vesszük, hogy a jármű csak kis sebességgel halad akkor a sebességtől függő tag hatványát elhanyagolhatjuk, vagyis a sebességtől csak első fokon függ a gördülési ellenállás. A másik gond az eredeti modellel, hogy a nulla sebesség esetén a gördülési ellenállást a gumiabroncs deformációjából ébredő hosszirányú erővel korlátozni kell. Ugyanis (2.9) és (2.11) szerint nulla sebesség mellett is van gördülési ellenállás. Amely igaz is de ennek a gördülési ellenállásnak maximum csak akkora része jelenik meg, amekkora a kerék hosszirányú erőkomponense. Ellenkező esetben egy álló, erő- és nyomatékkal nincs kerék a gördülési ellenállás miatt gyorsulni kezdene.

A légellenállást figyelembe lehet venni, de a kis sebességre való tekintettel el is lehet hanyagolni. Légellenállást a jármű hossztengelyének megfelelő irányban számítjuk (4.17) alapján.

$$(4.17) \quad \mathbf{F}_w^{(x,y)} = \frac{\rho}{2} c_w A v_x^2$$

Az egyenletben c_w a jármű alaktényezője, A pedig a homlokfelület haladási irányra merőleges vetülete.

A (4.11) alapján nyolc másodrendű differenciálegyenletet kell megoldani valamilyen numerikus módszer segítségével. A másodfokú egyenletek numerikus megoldásának első lépéseként a Cauchy-átírás segítségével a 8 másodrendű differenciálegyenletet átírjuk 16 elsőrendű differenciálegyenletté. Ehhez elsőként be kell vezetni egy állapotvektort (4.18). Ennek az állapotvektornak a deriváltját ismerjük a felírt elsőrendű differenciálegyenletek alapján (4.19), és ezt szeretnénk valamilyen numerikus megoldó segítségével meghatározni.

$$(4.18) \quad \mathbf{q} = [\xi \quad \dot{\xi} \quad \eta \quad \dot{\eta} \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad \delta \quad \dot{\delta} \quad \varphi_1 \quad \dot{\varphi}_1 \quad \varphi_2 \quad \dot{\varphi}_2 \quad \varphi_3 \quad \dot{\varphi}_3 \quad \varphi_4 \quad \dot{\varphi}_4]$$

$$(4.19) \quad \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{f}(\mathbf{q})$$

Az egyik leggyakrabban alkalmazott megoldó algoritmusok a Runge–Kutta-féle módszerek. Többféle módszert is tartalmaznak a megoldók a közönséges, elsőrendű differenciálegyenletek megoldására. Ennek a módszernek az alkalmazása azért is elterjedt, mert pontosabb, mint egy közönséges elsőrendű Euler módszer, de ugyanakkor még egy alacsonyabb teljesítményű számítógéppel is viszonylag gyorsan elvégezhető a differenciálegyenletek numerikus megoldása. A legtöbb fizikai szimulációs probléma megoldására alkalmasak a Runge–Kutta-féle megoldó algoritmusok. A Runge–Kutta-féle numerikus módszerek különböző precizitást tesznek lehetővé. Létezik elsőrendű algoritmus is, a harmad és a negyedrendű módszerek a legelterjedtebbek, de ma már sokszor alkalmaznak

különböző kombinált, ráadásul változó lépésközű megoldókat is. Esetünkben elegendő egy egyszerű harmadrendű Runge-Kutta algoritmus, azok közül is a Kutta-féle harmadrendű formulát alkalmazzuk. (Szidarovszky, 1974) (Szabó, 2008a)

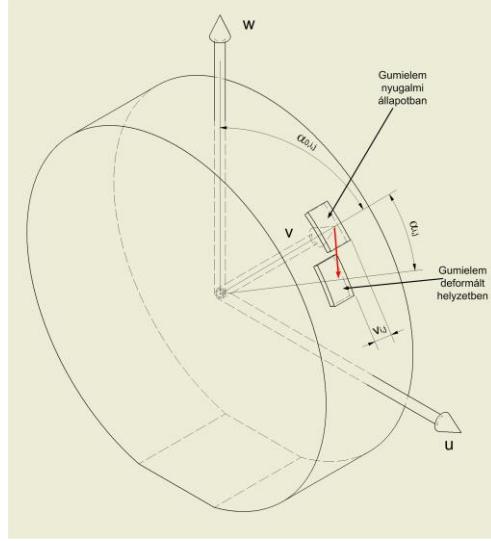
4.3 Többtest dinamikai gumimodellre épülő szimulációs jármű-modell felépítése

Ennél a modellnél a 3.2.3 fejezet alapján a többtest dinamikai gumimodellt alkalmazzuk, vagyis az egyes gumielemeket, már tömegpontoknak tekintjük, amely tömegpontok a nemcsak a keréktárcsához, hanem egymáshoz is rugókkal és csillapító elemekkel kapcsolódnak (3.5. ábra). Ennél a gumimodellnél nemcsak a tapadási felület, hanem a teljes gumiabroncs modellezésre kerül. Ennél a modellnél viszont külön figyelmet kell fordítani a kerék talaj kapcsolatra, pontosabban annak alakjára. Egy kör alakú merev kerék és a sík talaj közötti kapcsolat pontszerű. A valóságban felületszerű kapcsolat jellemzi, mégpedig mind a kerék mind pedig a talaj deformálódik. Szilárd talajon, mint például aszfalt vagy beton a gumiabroncs deformációja nagyságrendekkel nagyobb, mint a talaj deformációja, utóbbit el is lehet hanyagolni. Lágyabb, kötetlen talajon, mint például a homok esetében is a talaj deformációja lesz nagyobb. A modellezés során háromféle közelítéssel is jellemezhetjük a kerék-talaj kapcsolatot: a gumiabroncs deformációjával, a talaj deformációjával, illetve minden két elem deformációjával. Mivel a szimulációkra a szilárd talajon történő mozgás a legjellemzőbb, ezért az első eset kerül kiválasztásra, vagyis a gumiabroncsot deformáljuk, míg a talaj sík marad (3.6. ábra).

A négykerekű járműmodell mozgását az előző modellhez hasonlóan 8 koordinátával lehet leírni: a kocsitest 3 síkbeli koordinátájával, a négy kerék forgásával, valamint a kormányrendszer adja a nyolcadik mozgási lehetőséget. Mivel a gumiabroncs deformációját tömeggel rendelkező anyagi pontok építik fel ezeknek a mozgását is egy-egy differenciál-egyenlettel lehet felírni, azaz amennyiben n darab gumielement helyezünk el kerekenként, az összesen $8+8n$ darab mozgássegyenlet felírását jelenti. Az előző modellhez képest tehát a gumielemek mozgásának felírása jelenti a különbséget.

A gumielemek definiálásához egy újabb koordináta-rendszeret kell meghatározni, amelyben a gumielemek mozgása meghatározható. A korábban felírt három koordináta-rendszer itt is megvan (4.1. ábra), de a kerék $\langle u, v, w \rangle$ koordináta-rendszerén belül még egy $\langle \alpha, \tilde{v} \rangle$ egyszerűsített henger koordináta-rendszeret definiálunk. Azért nevezzük egyszerűsítettnek, mert a henger koordináta-rendszer három eleméből egyet rögzítünk. Az alapsíkot a kerék koordináta-rendszerének $u - w$ tengelyei által meghatározott sík adja, a magassági tengelyt pedig a kerék forgástengelye adja. Az első koordinátát a magassági tengelytől mért radiális távolság adná, ezt azonban elhagyjuk, mivel a gumiabroncs radiális deformációját figyelmen kívül hagyjuk. Ezt az értéket a gumiabroncs alakja meghatározza, nem tekinthető változó értéknek (3.6. ábra). Az első koordináta, amit definiálunk tehát az azimut szög (α), a második pedig a magassági koordináta, amelyet \tilde{v} jelöl, hiszen ez az érték a kerék koordináta-rendszerében is ugyanazt a v értéket adja. A koordinátarendszer origója megegyezik a kerék $\langle u, v, w \rangle$ rendszerének origójával, illetve az

azimut szög akkor nulla, amikor az $u-w$ síkban elhelyezett vektor a w tengellyel esik egybe. (4.6. ábra)



4.6. ábra: A gumielemek mozgásához alkalmazott henger koordináta-rendszer

A gumielem koordináták nem abszolút, hanem relatív értékeket adnak meg, azaz, hogy egyes gumielemek a nyugalmi helyzetükhez képest milyen mértékben térnek el az egyes koordináta irányokban ($\alpha_{i,j}, \tilde{v}_{i,j}$). Ezen kívül szükség van a gumielemek nyugalmi helyzeteinek ismeretére is, ezt adja meg az $\alpha_{0,i,j}$. Ezek ismeretében lehet felírni a jármű, a kerekek és a gumielemek mozgását meghatározó differenciálegyenleteket, Newton második törvénye alapján. A kocsitest merevtestszerű mozgásának három differenciálegyenlete, a kormányrendszer dinamikai egyenlete és a kerekek forgástengelyére felírt differenciálegyenletei megegyeznek az előző modellnek megadott egyenletekkel (4.11). Ezt kell kiegészíteni az egyes gumielemek differenciálegyenleteivel, amelyeket a bemutatott lokális $\langle \alpha, \tilde{v} \rangle$ koordinátarendszerben definiálunk (4.20).

$$(4.20) \quad \begin{aligned} m \cdot r_{i,j} \cdot \ddot{\alpha}_{abs,i,j} &= b_u (r_{i,j-1} \cdot \alpha_{i,j-1} - 3r_{i,j} \cdot \alpha_{i,j} + r_{i,j+1} \cdot \alpha_{i,j+1}) + d_u (r_{i,j-1} \cdot \dot{\alpha}_{i,j-1} - 3r_{i,j} \cdot \dot{\alpha}_{i,j} + r_{i,j+1} \cdot \dot{\alpha}_{i,j+1}) + F_{s,u,i,j} \\ m \cdot \ddot{\tilde{v}}_{abs,i,j} &= b_v (\tilde{v}_{i,j-1} - 3\tilde{v}_{i,j} + \tilde{v}_{i,j+1}) + d_v (\dot{\tilde{v}}_{i,j-1} - 3\dot{\tilde{v}}_{i,j} + \dot{\tilde{v}}_{i,j+1}) + F_{s,v,i,j} \end{aligned} \quad i=1\dots k; j=1\dots n$$

Az egyenletben m_i az egyes gumielemek tömegei. A (4.20) egyenlet a gumielemek abszolút gyorsulását adja eredményül, ebből még a relatív gyorsulást meg kell határozni (4.21).

$$(4.21) \quad \begin{aligned} \mathbf{a}_{rel,i,j} = \mathbf{a}_{abs,i,j} - \mathbf{a}_{szall,i,j} - \mathbf{a}_{cor,i,j} &= \left[\begin{array}{c} r_{i,j} \cdot o_{u,i,j} \cdot \ddot{\alpha}_{abs,i,j} \\ \ddot{\tilde{v}}_{abs,i,j} \\ r_{i,j} \cdot o_{w,i,j} \cdot \ddot{\alpha}_{abs,i,j} \end{array} \right] - \left(\mathbf{R}_3(-\psi - \delta_i) \begin{bmatrix} \ddot{\xi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \mathbf{R}_3(-\delta_i) \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \mathbf{R}_3(-\delta_i) \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ 0 \end{bmatrix} \right) + \\ &+ \left[\begin{array}{c} -\dot{\phi}_i(\dot{\delta}_i + \dot{\psi}) \\ \ddot{\phi}_i \\ \dot{\delta}_i + \dot{\psi} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{c} r_{i,j} \cdot (o_{u,i,j} \cdot \alpha_{i,j} + \sin(\alpha_{0,i,j})) \\ \tilde{v}_{i,j} \\ r_{i,j} \cdot (o_{w,i,j} \cdot \alpha_{i,j} + \cos(\alpha_{0,i,j})) \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} 0 \\ \dot{\phi}_i \\ \dot{\delta}_i + \dot{\psi} \end{array} \right] \times \left(\begin{array}{c} r_{i,j} \cdot (o_{u,i,j} \cdot \alpha_{i,j} + \sin(\alpha_{0,i,j})) \\ \tilde{v}_{i,j} \\ r_{i,j} \cdot (o_{w,i,j} \cdot \alpha_{i,j} + \cos(\alpha_{0,i,j})) \end{array} \right) - \\ &- 2 \left[\begin{array}{c} 0 \\ \dot{\phi}_i \\ \dot{\delta}_i + \dot{\psi} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{c} r_{i,j} \cdot o_{u,i,j} \cdot \dot{\alpha}_{i,j} \\ \dot{\tilde{v}}_{i,j} \\ r_{i,j} \cdot o_{w,i,j} \cdot \dot{\alpha}_{i,j} \end{array} \right] \end{aligned}$$

Az egyenletben $r_{i,j}$ adja az egyes gumielemekhez tartozó keréksugarat, $o_{u,i,j}$ és $o_{v,i,j}$ pedig az egyes gumielemek esetében az érintő irányú egységvektor u és v irányú vetületeit adja meg a kerék $\langle u, v, w \rangle$ koordinátarendszerében. Az \mathbf{R}_3 pedig egy tenzor, amely egy vektor adott szöggel történő elforgatásához szükséges forgatási mátrixot adja. A (4.21) alapján kapott relatív gyorsulásvektor a kerék koordináta-rendszerében van értelmezve. Ezt még transzformálni kell a gumiabroncs henger koordináta-rendszerébe (4.22).

$$(4.22) \quad \ddot{\alpha}_{rel,i,j} = \frac{a_{rel,u,i,j} \cdot o_{u,i,j} + a_{rel,w,i,j} \cdot o_{w,i,j}}{r_{i,j}}$$

$$\ddot{\tilde{v}}_{rel,i,j} = a_{rel,v,i,j}$$

A súrlódás modellezése az előzőekhez hasonlóan a Coulomb-féle súrlódási modell alapján történik. Mivel a gumielemek és a talaj közötti kapcsolat adja a súrlódást, ezért ebben az esetben a tapadó- és csúszósúrlódás közötti váltás egyszerűen a gumielemek sebessége alapján történhet. Ennél a modellnél nincs szükség memória mátrixra, amely alapján megvizsgáljuk, hogy a gumielem megcsúszott-e már vagy sem, egyszerűen a gumielem talajhoz viszonyított relatív sebességét kell figyelni. mindenéppen különbséget kell tenni a tapadás és a csúszás között, mivel az első esetben a gumielemre ható erők alapján, a második esetben pedig a sebesség alapján határozzuk meg a súrlódási erő nagyságát és irányát. A gördülési ellenállás figyelembe vétele is az előző modell alapján történik. Lehetőség van azonban egy összetettebb modell alkalmazására is. Ismerjük ugyanis a gumiabroncs deformációját, vagyis minden egyes gumielemnél meg tudjuk határozni, mekkora a radiális irányú virtuális deformáció változása. Azért nevezzük virtuális deformációnak, mert valójában csak egy geometriai kényszert adtunk meg a gumideformációra. A deformáció változása pedig erőt fejt ki, egyrészt az elmozdulással arányos rugóerőt, másrészt pedig a sebességgel arányos csillapítóerőt. Vagyis a geometriai kényszer alapján ismervé a gumielemek kerületi elmozdulását és sebességét egy megfelelő hiszterézist definiálva meghatározhatjuk a gumiabroncs gördülési ellenállását.

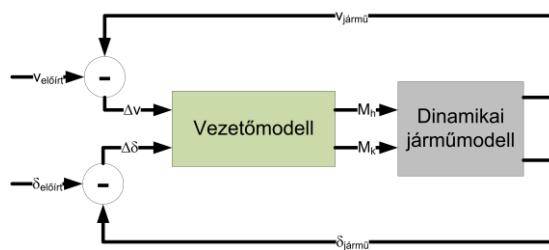
Az előző modellhez hasonlóan a megoldást itt is a differenciálegyenletek harmadrendű Runge–Kutta-féle numerikus algoritmus segítségével kapjuk meg. Ehhez először a Cauchy átírással elsőrendű egyenleteket írunk fel. Az összes egyenlet változóját egy általánosított koordináta mátrixba rendezzük (4.23). Ebben az esetben a gumielemek kis tömege és a nagy merevség miatt a megoldandó differenciálegyenletek merevek. A megoldás során ezért kis időlépést kellett alkalmazni a konvergencia biztosításához. Vannak olyan megoldó algoritmusok is, amelyek alkalmasak merev egyenletrendszer kis lépésközzel történő numerikus megoldására is (Rill, 2006).

$$(4.23) \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \alpha_{1,1} & \alpha_{1,2} & \dots & \alpha_{1,n} & \xi \\ \dot{\alpha}_{1,1} & \dot{\alpha}_{1,2} & \dots & \dot{\alpha}_{1,n} & \dot{\xi} \\ \tilde{v}_{1,1} & \tilde{v}_{1,2} & \dots & \tilde{v}_{1,n} & \eta \\ \dot{\tilde{v}}_{1,1} & \dot{\tilde{v}}_{1,2} & \dots & \dot{\tilde{v}}_{1,n} & \dot{\eta} \\ \alpha_{2,1} & \alpha_{2,2} & \dots & \alpha_{2,n} & \psi \\ \dot{\alpha}_{2,1} & \dot{\alpha}_{2,2} & \dots & \dot{\alpha}_{2,n} & \dot{\psi} \\ \tilde{v}_{2,1} & \tilde{v}_{2,2} & \dots & \tilde{v}_{2,n} & \delta \\ \dot{\tilde{v}}_{2,1} & \dot{\tilde{v}}_{2,2} & \dots & \dot{\tilde{v}}_{2,n} & \dot{\delta} \\ \alpha_{3,1} & \alpha_{3,2} & \dots & \alpha_{3,n} & \phi_1 \\ \dot{\alpha}_{3,1} & \dot{\alpha}_{3,2} & \dots & \dot{\alpha}_{3,n} & \dot{\phi}_1 \\ \tilde{v}_{3,1} & \tilde{v}_{3,2} & \dots & \tilde{v}_{3,n} & \phi_2 \\ \dot{\tilde{v}}_{3,1} & \dot{\tilde{v}}_{3,2} & \dots & \dot{\tilde{v}}_{3,n} & \dot{\phi}_2 \\ \alpha_{4,1} & \alpha_{4,2} & \dots & \alpha_{4,n} & \phi_3 \\ \dot{\alpha}_{4,1} & \dot{\alpha}_{4,2} & \dots & \dot{\alpha}_{4,n} & \dot{\phi}_3 \\ \tilde{v}_{4,1} & \tilde{v}_{4,2} & \dots & \tilde{v}_{4,n} & \phi_4 \\ \dot{\tilde{v}}_{4,1} & \dot{\tilde{v}}_{4,2} & \dots & \dot{\tilde{v}}_{4,n} & \dot{\phi}_4 \end{bmatrix}; \quad \dot{\mathbf{Q}} = \mathbf{f}(\mathbf{Q})$$

Vagyis egy négykerekű jármű kerekenként n gumielemmel egy $16(n+1)$ elemű mátrix felállítását igényli. (Szabó & Palkovics, 2009)

4.4 Vezetőmodell

A szimulációk elvégzéséhez a modelleknek gerjesztő függvényt kell definiálni. Azonban a három modell működéséből adódóan más-más gerjesztést igényel. A kinematikai modell sebesség- és kormányszög profilt vár bemenetként, a dinamikai és a többtest dinamikai modelleknek viszont a hajtott és fékezett kerekekre kifejtett forgatónyomatékot, illetve a kormányrendszerre kifejtett forgatónyomatékot kell megadni. A modellek összehasonlíthatósága miatt mindenkorábban azonos gerjesztésre van szükség. Vezetőmodell alkalmazásával meg lehet oldani, hogy a dinamikai modellek is sebességprofiljal lehessen gerjeszteni. A vezetőmodell úgy határozza meg a dinamikai modellek bemeneti (hajtó-, fékező-, kormányzó-) nyomatékait, hogy a jármű sebesség- és kormányszögprofilja az előírt legyen. Gyakorlatilag egy zárt hurkú szabályozást kell megvalósítani, amely referenciaérték-követést végez (4.7. ábra).



4.7. ábra: Vezetőmodell zárt szabályozási köre

A megvalósított hiba alapú szabályozási struktúra során az előírt profil és a megvalósult jellemző közötti eltérésre történik a gerjesztés előállítása. Ez azt jelenti, hogy amennyiben a várt érték, és a valós érték megegyezik, akkor a szabályozó kimenete nulla. Minél na-

gyobb az eltérés, annál nagyobb a szabályozó kimenete. A járműmodell esetében hibát is visz a rendszerbe. Állandó sebességű haladás során, amikor a jármű sebessége eléri a kívánt sebességet, akkor a vezetőmodell által generált hajtó- és fékezőnyomaték nulla lesz, de ebben az esetben a jármű sebessége ismét csökkeni fog a menetellenállások miatt.

A szabályozó definiálásánál három tag paraméterét kell meghatározni: az arányos, az integráló és a deriváló tag szorzótényezőjét. A szabályozási algoritmus, egy jellemzőre a (4.24) mutatja meg.

$$(4.24) \quad u(t) = P \cdot e(t) + I \int e(t) dt + D \frac{de(t)}{dt}$$

Az egyenletben P az arányos, I az integráló, D pedig a deriváló tag szorzója; $e(t)$ a hibajel, $u(t)$ pedig a szabályozó kimenete.

A modellben egyszerű arányos tagot alkalmaztunk. Az arányos tagot korlátozni kell, mert a hajtó-, a fék- és a kormányrendszernek is van felső korlátja, mekkora nyomatéket képes maximálisan kifejteni. Ezeket a korlátokat a vezetőmodellben is meg kell adni.

4.5 Összefoglalás

Az előző fejezetben ismertetett gumimodellek négykerekű járműmodellbe implementáltam. A három modell esetében a járműmodell is eltér kis mértékben. Jelentős különbség az egyes modellek között a szimuláció megoldásában, pontosabban az egyenletek numerikus megoldásában van. Az energiaminimum elvén működő modell egy pusztán kinematikai modell. A modell bemenete a keréksebesség és kormányszög, az algoritmus ez alapján határozza meg minden egyes időlépésben a jármű pozícióját és a gumiabroncsok deformációját. A másik két modell dinamikai elven működik, azaz a Newton második törvénye alapján felírt másodrendű differenciálegyenleteket kell numerikus módszer segítségével megoldani, hogy a jármű mozgását és a gumiabroncs deformációját meg tudjuk határozni. A többtest dinamikai modell esetében a gumielemek is tömegpontok, vagyis azok helyzetét is a mozgásegyenlet határozza meg. A dinamikai járműmodell gerjesztését a kerekekre ható hajtó-, fékező- és kormányzó nyomatékok adják. Ahhoz, hogy a járműmodellek előre definiált mozgáspályát le tudjanak követni, ezért vezetőmodellt alkottam meg.

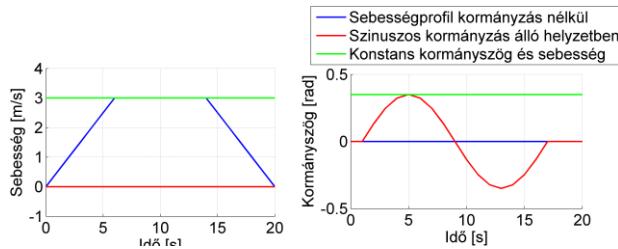
5 Szimulációs eredmények

A modelleket leíró algoritmusok készen állnak a szimulációk elvégzésére. Ez azt jelenti, hogy a rendszereknek különböző bemeneteket adva megoldjuk az egyenleteket, és a kapott eredményeket vizsgáljuk. A járműmodellek gerjesztése persze más és más lehet a működéstől és felépítéstől függően. Az első modell kinematikai elven működik, vagyis egy sebességprofil, illetve kormányszög profilt kell definiálni a számítások lefuttatásához. A másik két modell már dinamikai elven működik, vagyis a hajtott kerekekre hajtó- és fékezőnyomatékot, a kormányrendszeren pedig kormányzási nyomatékot kell működtetni. Ezek a gerjesztések mozgásba hozzák a járművet. A válaszjelek, amelyeket vizsgálunk: a mozgásállapot változás, illetve a gumiabroncsok deformációjának alakulása. A szimulációk célja, hogy az egyes modelleket egymással, illetve a referencia modellel összehozzunk, illetve megvizsgáljuk, hogy különböző paraméterek változásának milyen hatása van a jármű mozgására és a gumiabroncsok deformációjára. Végezetül olyan szimulációkat is el lehet végezni, mint például a kezdeti gumiabroncs deformáció hatása, vagy a kormányhiba hatása.

A következőkben bemutatott szimulációk során négykerekű járműmodelleket alkalmazunk hátsókerék hajtással. További egyszerűsítés, hogy csak a hátsó kereket fékezzük. Az első kerekek kormányzottak az Ackermann geometriának megfelelően. A különböző modellekben a járművek és a gumiabroncsok paraméterei lehetőség szerint azonosak.

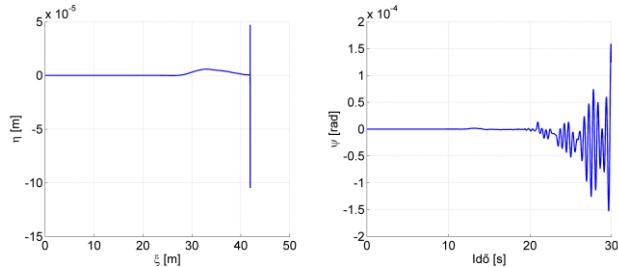
5.1 Elemi mozgásfüggvények vizsgálata többtest dinamikai modellel

A jármű mozgásának és a gumiabroncsok deformációjának elemzése céljából elsőként elemi szimulációkat végeztem el. A gerjesztő függvények, azaz a sebességprofilok és a kormányszög függvények úgy lettek összeállítva, hogy a különböző manőverek során külön-külön lehessen vizsgálni a gyorsítási, fékezési folyamatokat, az álló helyzeti kormányzást illetve az állandó sugarú körpályás mozgást is (5.1. ábra). Mivel a többtest dinamikai modell nyomatékszabályozással működik, ezért elsőként egy egyszerűsített vezető modellt kell tervezni hozzájuk (4.4 fejezet). Ennek az egyszerűsített vezetőmodellnek a feladata, hogy az előírt kinematikai állapotot lekövesse. Az elvégzett szimulációk az egyszerűtől a bonyolultig elvet követik. Először külön kell választani a két különböző bemenetet és annak hatásait. Vagyis elsőként célszerű egy szimpla egyenes vonalú mozgást szimulálni, amikor a jármű felgyorsít egy adott sebességre, majd megállásig lassít. A másik esetben például egy álló helyzetbeli kormányzást kell megvalósítani egy egyszerű szinuszos gerjesztéssel. Ezt követően lehet kombinálni a különböző bemeneti változókat, azaz valamilyen állandó, vagy akár változó sebesség mellett kell kormánymanővereket leírni, mint például állandó sugarú körpályás teszt.

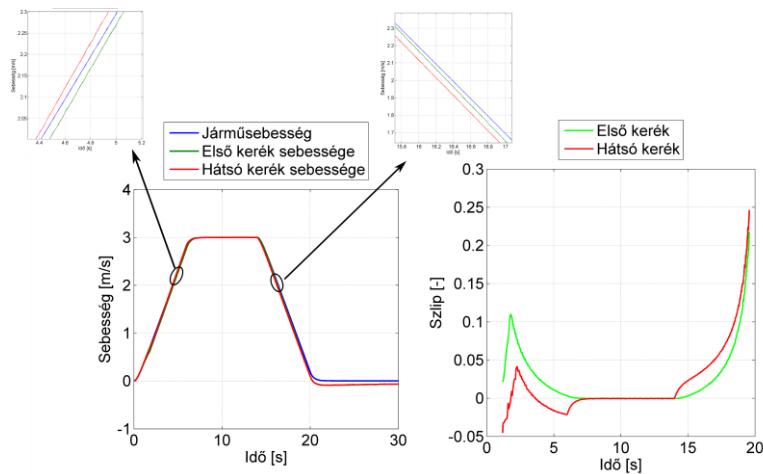


5.1. ábra: Elemi manöverek sebességhprofiljai, és kormányszög függvénye

Elsőként a hosszirányú manövert vizsgáljuk meg. Ennek során a járművet álló helyzetből indítva felgyorsítunk 3 m/s-ra, tartjuk a jármű sebességét 10 másodpercig, majd álló helyzetig fékezzük. Elsőként a jármű mozgását nézzük meg. Mivel a járműre a szimuláció során sem oldalirányú erő sem kormányzási nyomaték nem hat, ezért a járműnek végig egyenes vonalú mozgást kellene végeznie. A mozgáspályán és a jármű orientációján látszik (5.2. ábra), hogy a jármű oldalirányban is kitér, illetve el is fordul. Ennek az oka numerikus hiba: a lebegőpontos számok ábrázolásából adódik. Jelen szimulációnál a jármű 40 métert halad hosszirányban, és csak tized- illetve század millimétereket halad keresztrányban. Kutatóink során csak rövid szimulációkat végztek, ilyen mértékű hiba elfogadható. Hosszabb járműmozgások során viszont kialakulhat akkora hiba, hogy foglalkozni kell ennek a hibának az eliminálásával.



5.2. ábra: Jármű trajektóriája és orientációváltozása hosszirányú manöver során

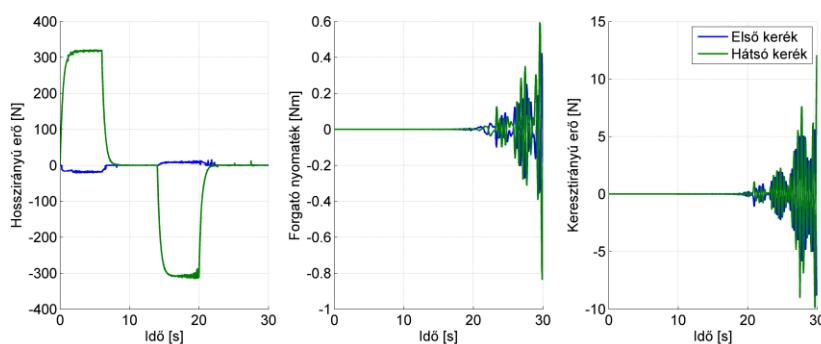


5.3. ábra: A kerék- és járműsebességek alakulása hosszirányú manöver során

A járműmodellben csak a hátsó kereket hajtottuk, és fékeztük, az első kerék a manöver folyamán végig vontatott volt. A hátsó kerék sebességprofilját a jármű sebességével összehozva az 5.3. ábrán látható, hogy gyorsítás során a kerék kerületi sebessége nagyobb,

mint a jármű sebessége, fékezéskor pedig pont fordítva van. Ez a gumiabroncsoknál ismert szlip jelensége, vagyis a gumiabroncs megcsúszik a talajhoz képest. Ennél a gumiabroncs modellnél ezt a jelenséget a tapadási felületbe be- és kilépő gumielemek okozzák. Amennyiben a gumiabroncsra gyorsító forgatónyomaték hat, a tapadási felülettel érintkező gumielemek deformálódnak, a talaj síkjában hosszirányú erő ébred, amely a járművet gyorsítani kezdi. A kerék forgása következtében a kilépőlhez közeli gumielem a tapadási felülről elválik, és a leválás pillanatában fennmaradó potenciális energiája már csak kis mértékben (a gumielemek között definiált rugóelemeken keresztül) alakulhat át mozgási energiává. A belépő elnél egy újabb gumielem belép helyette, de annak a deformációja kisebb, mint a többi gumielemé, azt a keréktárcsnak újra deformálnia kell. Összegezve, a keréktárcsa forgása során, amikor egy gumielem kilép és új gumielem belép a tapadási felületbe, a gumiabroncs tapadási felületében lévő potenciális energiája – amelyet mozgási energiává lehetne alakítani – csökken, ezt a keréktárcsa mozgási energiából lehet visszanyerni. Ez lesz az egyik oka szlip kialakulásának. Ellentétes esetben, amikor a fékezőnyomaték hat a kerékre, akkor is hasonló lépésekkel magyarázható, de a deformációk ebben az esetben ellentétes irányban jelennek meg, vagyis a sebességek közötti különbségek ellenkező előjelűek lesznek. A valós gumiabroncsok esetében, nincsenek gumielemek, a gumiabroncs kontinuum, de ebben az esetben is elmondható, hogy a belépőelnél adott időlépés során megjelenő felületelemek kisebb deformációval rendelkeznek, mint a tapadási felületben lévő felületrészek. Az első kerékre nem hat hajtó- vagy fékezőnyomaték, így a jármű haladásából következően deformálódik a gumiabroncs, amely forgatónyomatéket hoz létre, és emiatt kezd a kerék forogni. Erre a kerékre csak a gumielemek deformációjából ébredő nyomatékok és a gördülési ellenállás nyomatéka hat. A deformációból származó nyomaték a gumiabroncs nagy merevsége miatt nagy lesz. A gördülési ellenállások miatt a szabadon gördülő kerék is fékezettként viselkedik, vagyis az első kerék kerületi sebessége végig alacsonyabb, mint a jármű sebessége, ugyanígy a hátsó keréké is szabadonfutás esetén.

A gumiabroncs deformációkból származó hosszirányú, keresztirányú erőket és a kormányzó nyomatékat az első és a hátsó keréken az 5.4. ábra mutatja.



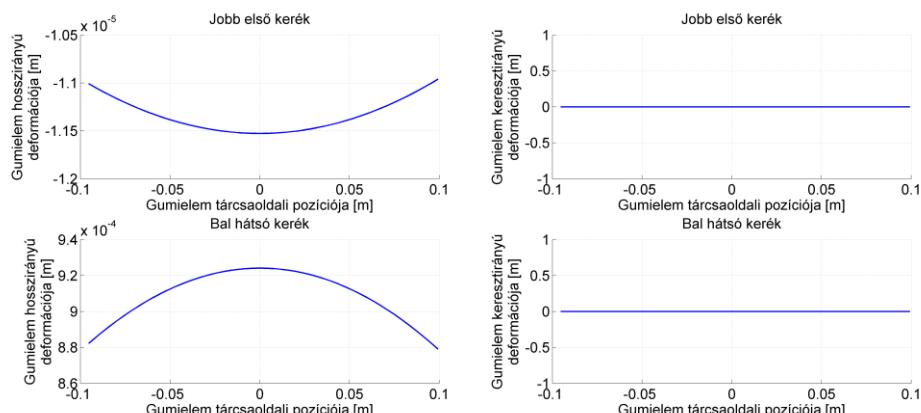
5.4. ábra: Hossz- és keresztirányú erők illetve kormányzó nyomaték a gumiabroncs deformációjából eredően az első és a hátsó keréken

A hajtás során a hajtott hátsó keréken pozitív erő ébred, a fékezés során pedig negatív. Az első keréken éppen ellentétes az erők előjele, hiszen az vontatott, illetve egy nagyságrenddel kisebb az erő, mert ennek az erőnek csak a keréktárcsát kell felgyorsítania, míg a

hátsó keréken megjelenő erő az egész kocsitestet gyorsítja. A keresztirányú erő és a kor-mányzási nyomaték kicsi, de növekvő amplitúdójú lengések figyelhetők meg, amelyek a korábban említett numerikus hiba eredménye.

A gumiabroncs deformációját külön hossz- és keresztirányra bontva jelenítem meg. A deformációt ábrázoló diagramokon az abszcissa értéke adja, hogy az adott deformáció a tapadási felület melyik pontjára vonatkozik. Az ordináta tengely pedig a deformációt mutatja hossz- vagy keresztirányban. A deformáció az idő függvényében változik, ezért egy diagramon, csak egy adott pillanatbeli állapotot lehet megjeleníteni.

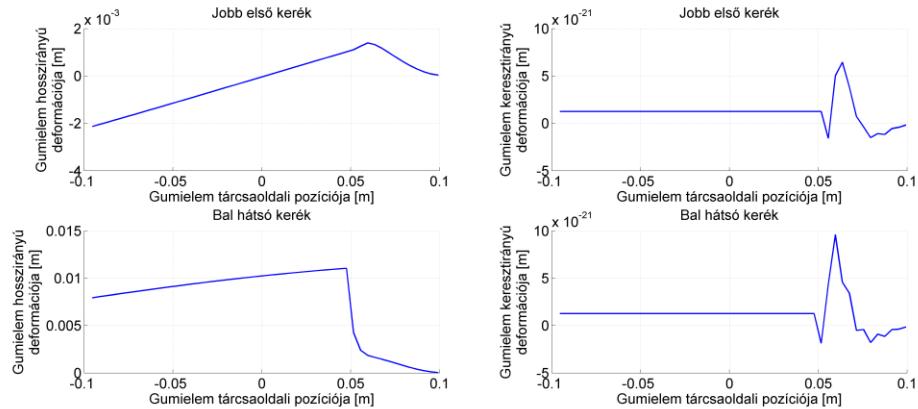
Elsőként a gyorsítási folyamatot vizsgáljuk meg. A hajtónyomaték a hátsó kerétkerécsére hat, aminek következtében a tárca elfordul, de a tapadási felületben lévő gumielemek a talajhoz tapadva, ahhoz viszonyítva nem mozdulnak. Ilyenkor a hátsó gumiabroncs deformációs képe egy egyenes, amely a tapadási felületen kívül minden irányban fokozatosan nullára csökken. A kerétkerécsa gyorsulva tovább fordul, aminek hatására a tapadási felületben lévő gumielemek rendre megcsúsznak. Ugyanis a kerétkerécsa egyre nagyobb mértékű elfordulásának következtében a gumiabroncs deformációja is egyre nagyobb lesz, míg gumierő meg nem haladja a tapadási erőt, aminek következtében a gumielemek megcsúsznak. A tapadási erő a tapadási felület mentén nem állandó, parabolikusan változik (Pacejka, 2002). Ennek megfelelően a deformációs alak is parabolikus képet kap. A gumideformációból kialakuló erő hatására a kocsit is gyorsulni kezd, kimozdul nyugalmi pozíciójából. Az első, vontatott kerek gumiabroncsai is deformációt szenvednek, de azok pont ellentétes irányú, mert itt a talaj mozdult el a kerétkerécsához képest. Ezt a pillanatot mutatja az 5.5. ábra. Itt még nincs keresztirányú deformáció.



5.5. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja hosszirányú manőver során a 80. milliszekundumban

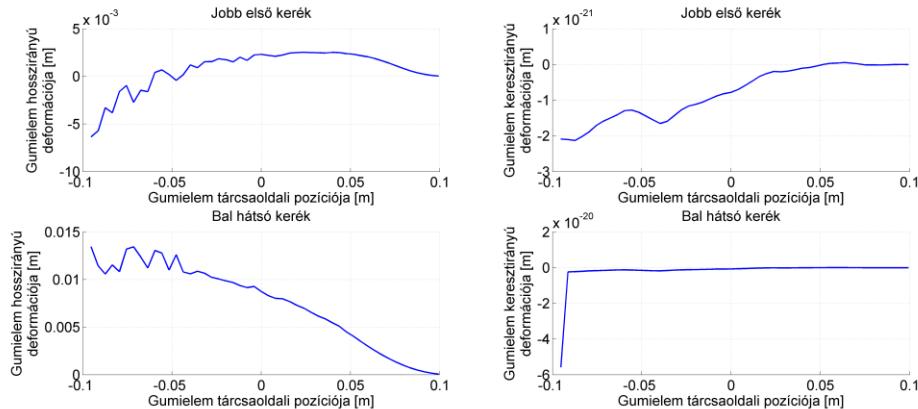
Amikor a kerék gördülni kezd, a gumielemek vándorolni kezdenek belépőéltől a kilépőél felé (5.6. ábra). A többtest dinamikai modellnél a tapadási felületen kívül is számoljuk, azok többé már nem vesznek részt a jármű mozgatásában. A belépőélnél megjelenő gumielem deformációja közel nulla, annak deformációja a belépőéltől a kilépőél felé történő haladás során növekszik, míg eléri azt a parabola alakot, amelyet az álló helyzetű képen is láttunk. A hátsó keréken végig pozitív a deformáció, mert hajtott. Az első keréken viszont változott a deformációs kép: a nyugalmi helyzetben látott negatív értékű parabola helyett egy lineáris deformációs kép alakul ki, amelyet a hátsó kerék esetében is-

mertetett kezdeti letörés módosít. Pozitív maximummal indul, a tapadási felület közepén nulla a deformáció, majd a kilépőénél negatív maximumot ér el. Ennek oka a gumiabroncs deformált, lapított alakja, ami miatt a kerületi sebesség a tapadási felület mentén folyamatosan változik: annak közepén a legkisebb, a szélein a legnagyobb. Ez a hatás, mind az első, mind a hátsó keréken jelen van, de a hátsó keréken a hajtónyomaték okozta deformáció a domináns, és ez a jelenség nem látszik; az első keréken viszont igen, mert az vontatott, és nem hat rá jelentős mértékű forgatónyomaték. Ebben az esetben már megjelenik a keresztirányú deformáció is, amely a keresztirányú mozgást okozza.



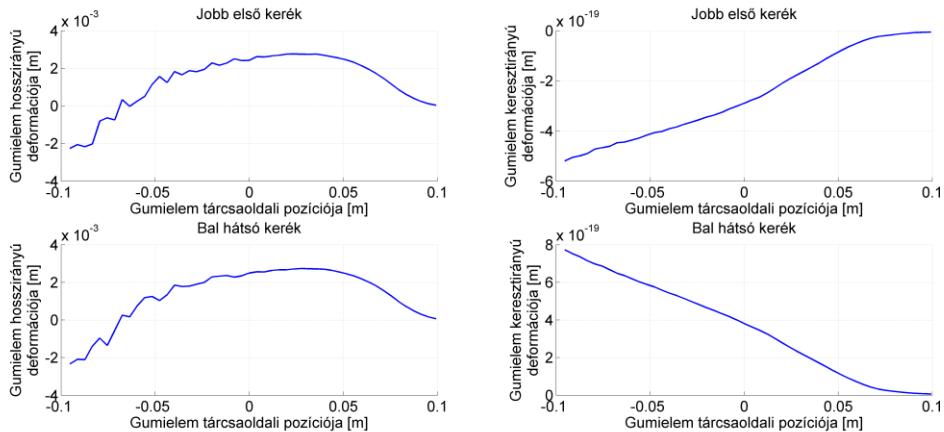
5.6. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja hosszirányú manőver során a 700. milliszekundumban

A szimuláció harmadik másodpercében még gyorsul a jármű, de itt már állandó a hajtónyomaték. A keréksebesség már nagyobb, ezért a belépő oldali tranziens deformációs szakasz is hosszabb lett (5.7. ábra).



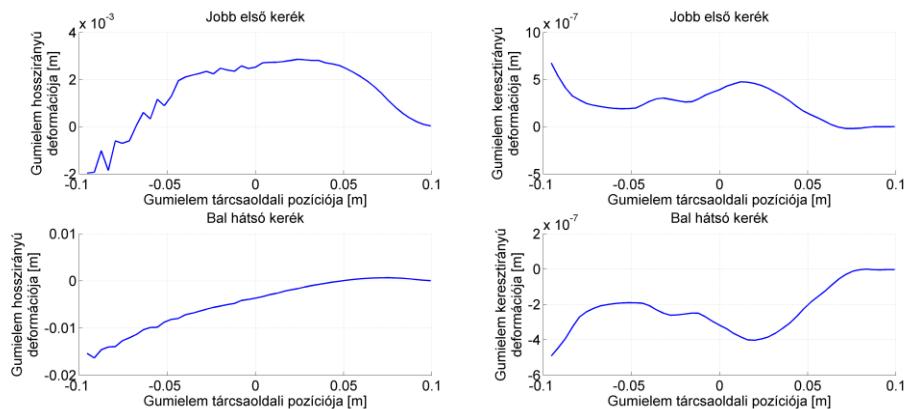
5.7. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja hosszirányú manőver során a 3. másodpercben

A tizedik másodpercben állandó sebességgel halad a jármű, ezért a hátsó keréken is ugyanaz a deformációs kép alakul ki, mint az elsőn (5.8. ábra).



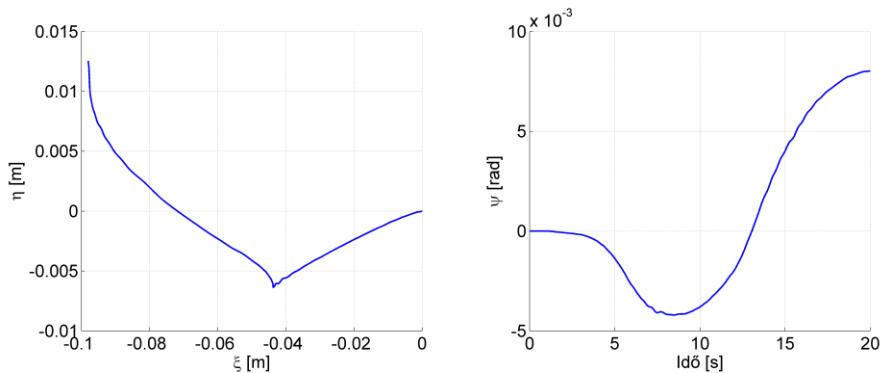
5.8. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja hosszirányú manőver során a 10. másodpercben

A tizenhatodik másodperben a hátsó kerék már fékezett, ezért itt a gyorsítási szakaszban mutatott deformációhoz (5.7. ábra) képest ellentétes előjelű, de azonos alakú deformációs kép alakul ki (5.9. ábra). A keresztirányú deformáció a korábbi pillanatokban 17–18 nagyságrenddel kisebb volt a hosszirányúnál, amely a szimuláció végére 4 nagyságrendnyi különbségre csökkent, ami még elfogadható, de hosszabb szimulációknál okozhat pontatlanságot.

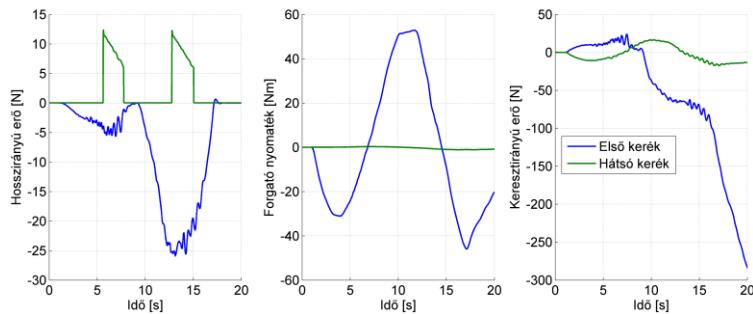


5.9. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja hosszirányú manőver során a 16. másodpercben

A második elemi szimuláció az álló helyzeti kormányzás. Az 5.1. ábrán látható szinuszos kormányprofil követi le a járműmodell kormányrendszerével. A járműre hajtónyomatékot nem definiáltunk, ezért azt várnánk, hogy a jármű nem mozdul ki nyugalmi helyzetéből. Azonban az első kerekek elkormányzásával a gumiabroncsok deformálódnak, aminek következtében hossz- és keresztirányú erők ébrednek, amelyek a járművet kimozdítják egyensúlyi helyzetéből (5.10. ábra). Természetesen ez csak kis mértékű mozgást jelent, hosszirányban 100, keresztirányban 20 millimétert mozdul el, miközben kevesebb mint 0.1 radiánt fordul el a kocsitest.



5.10. ábra: Jármű trajektóriája és orientációváltozása álló helyzeti kormányzó manőver során

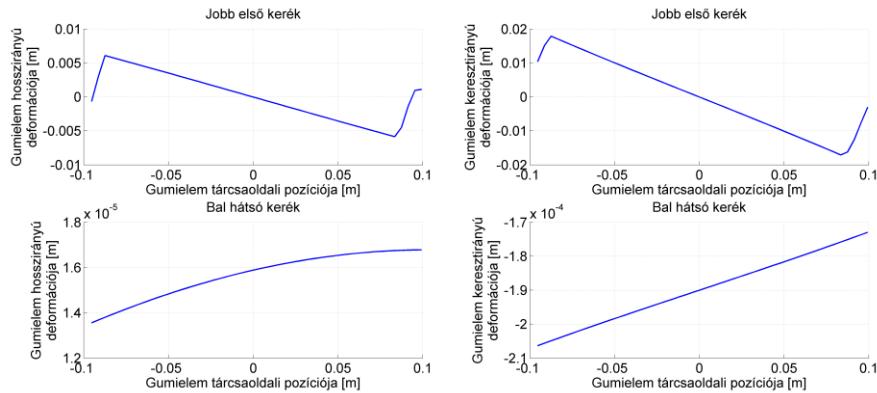


5.11. ábra: Hossz- és keresztirányú erők illetve kormányzó nyomaték a gumiabroncs deformációjából eredően az első és a hátsó keréken

A gumiabroncs deformációjából származó erőket mutatja az 5.11. ábra. A kormányzási nyomaték a középső diagramon látható. Mivel az első kereket kormányoztuk ezért azon alakul ki kormányzási nyomaték, a hátsó keréken megjelenő, nagyságrendekkel kisebb nyomaték csak a kocsitest kis mértékű elfordulásának eredménye. Az első kerék kormányzási nyomatéka ugyan szinuszos jelleget mutat, de nincs összhangban a kerekek szögelfordulásával. Ugyanis a kormányzás kezdetén a gumiabroncs csak deformálódik, amely egyre nagyobb nyomatéket eredményez, később viszont egyre több elem megcsúszik, amely csökkenti a nyomaték igényt, vagyis még nő a kormányszög, de a nyomaték csökken. A manőver végén, a kormányszög már zérus de a nyomaték nem az, sőt folyamatosan változik, csökken. Amikor a kormányzást befejeztük a gumiabroncs deformációja és deformációs sebessége nem nulla volt, vagyis a manőver végén mind a keréktársa, mind pedig a gumiabroncs még mozgásban van, kis mértékű csillapodó lengéseket végeznek. A hossz- és keresztirányú erők kicsik, azt a gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja okozza. Az első keréken kialakuló keresztirányú erő viszont jelentős nagyságú, emiatt nagyobb mértékben kellene a kocsitestnek oldalirányban gyorsulnia. Ez a diagram azonban csak a jobb első kerékerőt mutatja. A bal első keréken hasonló nagyságú, de ellentétes előjelű laterális erő ébred. Ennek oka az Ackermann geometria, miszerint a kormányzott első kereket nem azonos szöggel fordítjuk el. Ez a jelenség később a kormányhiba hatásának vizsgálata során részletesebben is bemutatásra kerül. A hátsó keréken ébredő hosszirányú erő szokatlan képet mutat. Ez a már korábban is említett numerikus hiba.

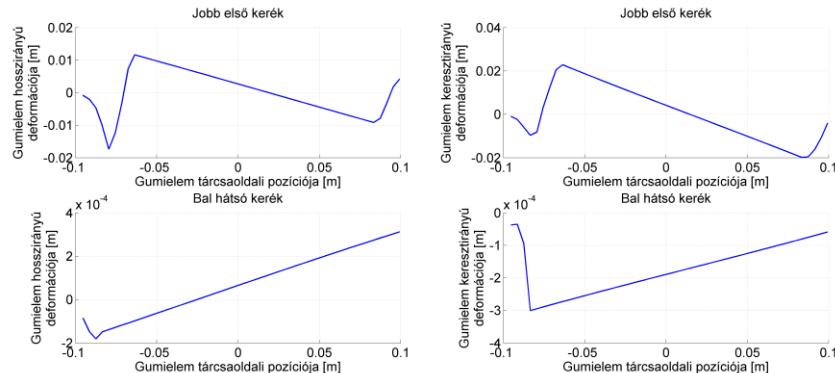
A gumiabroncs deformációja a harmadik másodpercben az 5.12. ábrán látható. Az első keréken a deformáció lineárisan változik a tapadási felület mentén. A talppontban nincs

deformáció. Ebben a pillanatban még csak a gumiabroncs deformálódik, megcsúszás csak a szélső pontokban figyelhető meg. A hátsó gumiabroncson kialakuló, két-három nagyságrenddel kisebb deformáció a kocsitest elmozdulásának eredménye.



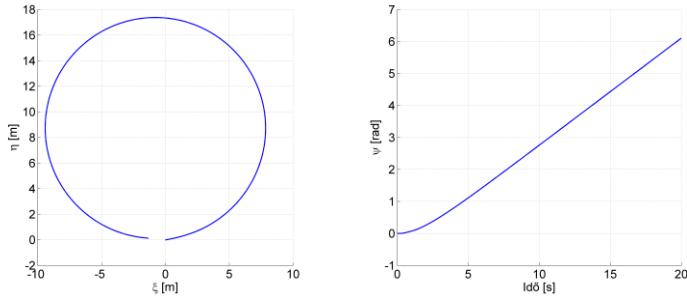
5.12. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja álló helyzetű kormányzó manőver során a 3. másodpercen

Az ötödik másodpercben az első kerék is elkezd gördülni, aminek következtében a kilépőélnél egyre nagyobb mértékű megcsúszás alakul ki, ez pedig azt is eredményezi, hogy nem a talppontban lesz deformálatlan a gumiabroncs (5.13. ábra).



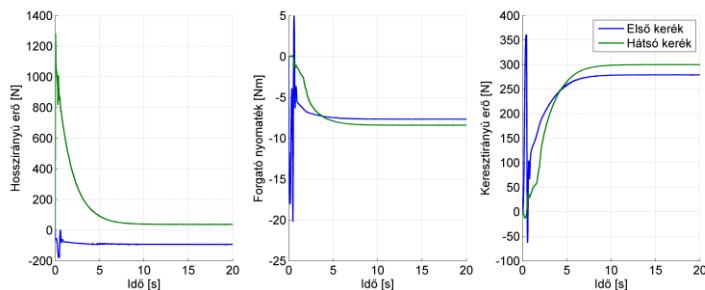
5.13. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja álló helyzetű kormányzó manőver során a 5. másodpercen

A harmadik szimuláció egy állandó sebességgel, állandó kormányszög melletti manőver. Pontosabban nem végig állandó a sebesség, és a kormányszög sem, ugyanis a kezdeti szakaszban fel kell gyorsítani a járművet, és el kell kormányozni a kerekeket. A kocsitest körpályán mozog, a 20 másodperces szimuláció során közel egy teljes kört ír le a jármű (5.14. ábra).



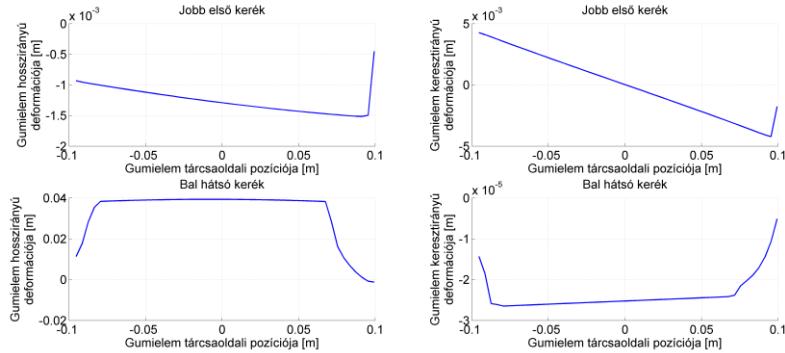
5.14. ábra: Jármű trajektoriája és orientációváltozása körpályás manőver során

Az erők és nyomatékok változását az idő függvényében az 5.15. ábra mutatja. A hátsó keréken fellépő hosszirányú erő a manőver elején a jármű gyorsításához kell. Az állandó sebességű haladás során is ébred hosszirányú erő a hátsó keréken, valamint az első keréken is végig. Ez az erő a jármű íven tartásához kell, mert a gumiabroncs deformációja során nem csak keresztirányban, hanem hosszirányban is változik. Ugyanígy keresztirányban is megjelenik erő mind az első, mind a hátsó kerekeken. A manőver kezdetén, az első keréken jelenik meg nagyobb kormányzási nyomaték, ami erősen oszcilláló jelleget mutat. Azért alakul ki oszcilláció, mert a jármű álló helyzetében nagy nyomaték igény van a kereket elkormányzásához, ami a jármű elindulása, a kerekek gördülésének következtében ugrásszerűen lecsökken, és ezt a nyomatékugrást a vezetőmodell nem tudja kezelni.



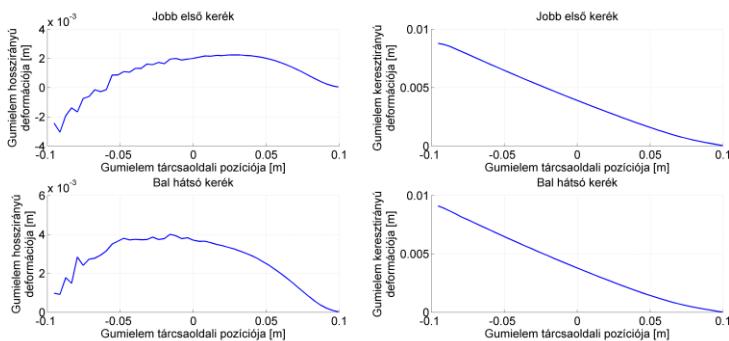
5.15. ábra: Hossz- és keresztirányú erők illetve kormányzó nyomaték a gumiabroncs deformációjából eredően az első és a hátsó keréken

A 80. milliszekundumban kialakuló deformációs kép az első keréken az álló helyzeti kormányzásnak, a hátsó keréken pedig az egyenes vonalú gyorsításnak felel meg (5.16. ábra).



5.16. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztfányú deformációja körpályás manőver során a 80. milliszekundumban

Az állandósult állapotban viszont a gumiabroncs deformáció körív alakot vesz fel, mégpedig olyan sugárral és középponttal, amelyen és amely körül a kocsitest a manőver során fordul (5.17. ábra).



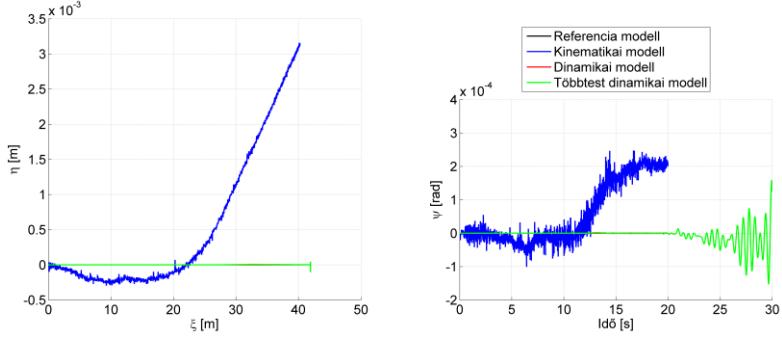
5.17. ábra: Gumiabroncs hossz- és keresztfányú deformációja körpályás manőver során az 5. másodpercben

5.2 A modellek összehasonlítása

Elsőként a három különböző modellt hasonlítjuk össze egymással illetve a referencia-modellel (3.1.1 fejezet). Az összevetések során az előző fejezetben bemutatott gerjesztő profilokat alkalmaztam a szimulációkhöz (5.1. ábra). Mivel a vezető modell is valamekkora hibával működik ezért célszerű először a két dinamikai modellel elvégezni a számításokat, és a kinematikai modellek már ezeknek a szimulációknak az eredményét kapják bemenetként.

5.2.1 Sebességprofil kormányzás nélkül

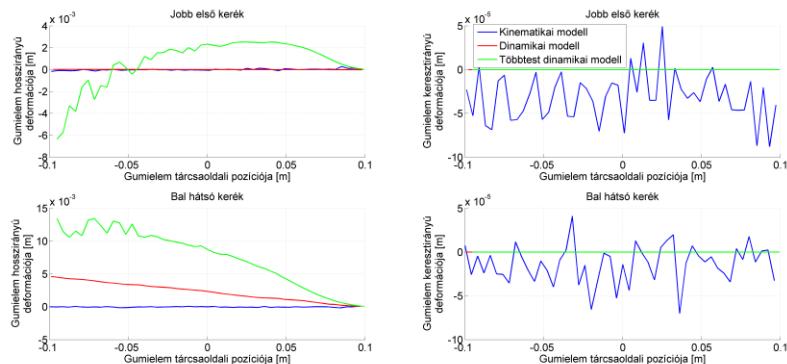
Ebben a szimulációban az előírt kormányszög végig nulla, a sebességprofil pedig egy gyorsítási, egy állandó 3 m/s sebességű szakaszból, illetve egy megállásig történő fékezésből áll (5.1. ábra). Az eredmények közül elsőként a járművek trajektóriáit, illetve az irányszögük, azaz orientációjuk változását vizsgáljuk (5.18 ábra).



5.18. ábra: A különböző gumimodellel felszerelt járműmodellek trajektóriájának és orientációjának változása hosszirányú manőver esetén

Mivel a kívánt kormányszög végig nulla, ezért eredményül azt várnánk, hogy a járművek csak hosszirányú mozgást végeznek, és az orientációjuk is végig zérus marad. Ez természetesen a referencia modell esetében teljesül is. A dinamikai gumimodellek esetén is láthatóan nulla a keresztirányú mozgás és az orientációváltozás. A legnagyobb mértékű laterális kitérés és szögváltozás a kinematikai modellnél figyelhető meg. Ez a kitérés is elég kis mértékű, a jármű több, mint 40 métert halad előre, és mindössze 3,5 mm-t oldalirányban. Hasonlóan az irányváltozás is kicsi, $2,5 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$ a maximális szögelfordulás. A szögelfordulás diagramból az is látszik, hogy a maximum elérése után a vezetőmodell visszatéríti a járművet egyenes menetbe. Az oldalirányú kitérés oka a minimumkereső algoritmusból ered. A potenciális energiafüggvénynek nem csak egy minimuma van, hanem sok lokális minimuma is. Az abszolút minimum megtalálásának a feltétele az optimális kiindulási pont, azaz, amennyiben a kezdeti pont környezetében több lokális minimum is található, akkor könnyen előfordulhat, hogy nem az abszolút szélsőértéket adja vissza az algoritmus, hanem valamelyik lokális minimumot. Kellően kicsi időlépést választva ezt a hibát csökkenteni lehet. A dinamikai és a többtest dinamikai modellnél is van oldalirányú kitérés, csak ebben a nagytávban nem látszik. Ezt a numerikus hibából adódik, mint azt az előző fejezetben ismertettem.

Az összehasonlítás következő lépése a gumiabroncs deformációk összevetése. Az 5.19. ábra a szimuláció során a harmadik másodpercben kialakult deformációs képet mutatja hossz- és keresztirányban, a jobb első és a bal hátsó keréken.

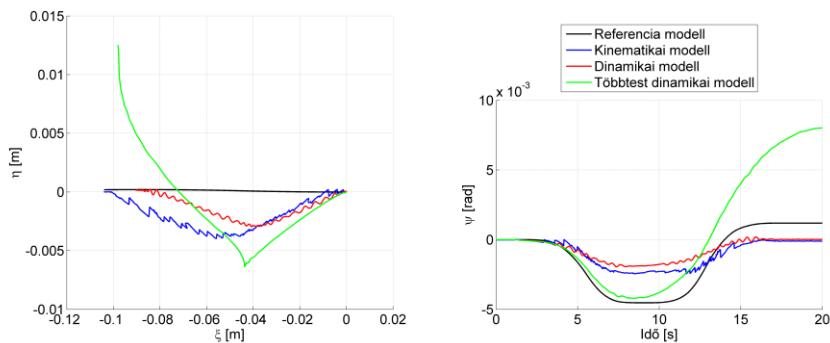


5.19. ábra: Gumiabroncs hossz és keresztirányú deformációi a 3. másodpercben, kormányzás nélküli sebességsprofil esetén

A harmadik másodpercben még gyorsít a jármű. A hátsó keréken kialakuló deformáció a korábban leírtaknak megfelelően alakul a többtest dinamikai modell esetén, azaz a belépő éltől a kilépő él felé haladva lineárisan nő a deformáció, majd a kilépőnél megcsúszik. A dinamikai modellnél is lineárisan nő a deformáció, de kisebb meredekséggel, és emiatt nem is csúszik meg a végén. Bár a gumiabroncs elemek merevségei és csillapítási tényezői azonos értékre lettek felvéve az egyes modelleknek, a modellek működéséből adódóan eltérések lehetnek a gumiabroncs deformációját illetően. A kinematikai modell esetében a deformáció közel zérus, mert ennél a modellnél a számítás minden lépésében az egyensúlyi állapotot keressük meg. Az első keréken szinte csak a többtest dinamikai modellnél alakul ki deformáció, a másik két modell esetében ez közel zérus. Ennek a deformációnak az oka a kerék deformált alakja. A dinamikai és a kinematikai modellek esetén csak a tapadási felület került modellezésre, ezért azoknál nincs ilyen jelenség. A keresztirányú deformáció kinematikai modellnél látható, de ezt a minimumkeresés bizonytalansága eredményezi, mert a számításnál sok a lokális minimum, ez eredményezi a kissé „zajos” deformációs képet.

5.2.2 Szinuszos kormányzás álló helyzetben

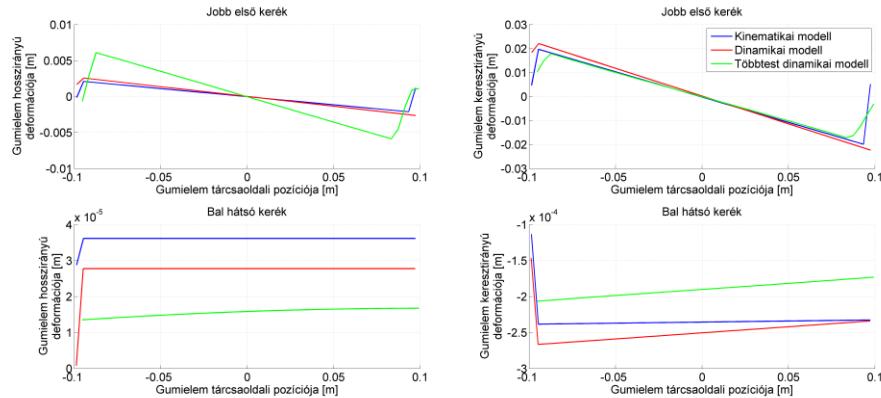
Ennél a szimulációs esetnél a jármű sebessége végig nulla, csak kormánymozgások vannak. A kormányszöget szinusz függvény szerint változtatjuk, körülbelül 20 fokos amplitúdóval. Elsőként ismét a trajektóriát vizsgáljuk (5.20. ábra).



5.20. ábra: A különböző gumimodellel felszerelt járműmodellek trajektóriájának és orientációjának változása álló helyzetű szinuszos kormányzás esetén

Annak ellenére, hogy a definiált sebesség a szimuláció során végig zérus volt, minden egyik modellnél megfigyelhető kis mértékű elmozdulás és irányváltozás (a referenciamodellek esetében csak azért, mert annak bemeneti sebesség- és kormányszögprofilja a dinamikai modellekkel származott). A kormányzott kerekek gumiabroncsai függőleges tengely körüli elfordítás hatására deformálódnak mind hossz- mind pedig keresztirányban. Ezek az irányok a kerék koordináta-rendszerében értendőek, vagyis jármű koordináta-rendszeréhez képest az elkormányzásnak megfelelő szöget zárnak be. Ez azt eredményezi, hogy a jármű koordináta-rendszerében hossz- és keresztirányú erők és forgatónyomtákok ébrednek, amelynek eredményeként a jármű kis mértékben elmozdul és elfordul. Ennek ellenére elmondható, hogy jellegre minden a három modell esetében hasonló a trajektória és az orientáció változás.

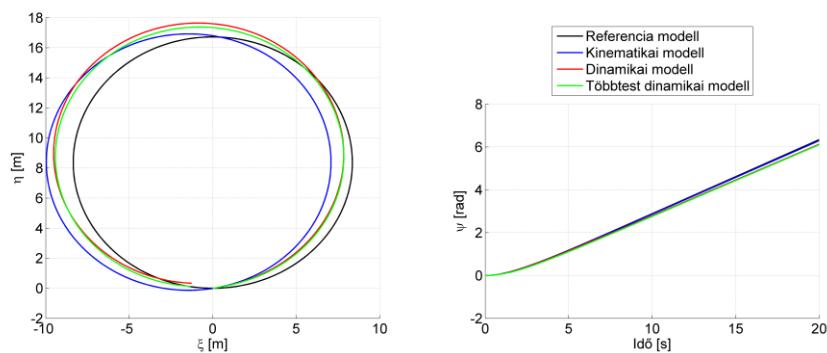
A harmadik másodpercben kialakuló deformációs képet mutatja az 5.21. ábra. Az első keréken kialakuló deformációk minden gumimodellnél azonosak, egyedül a többtest dinamikai modellnél tér el egy kissé a hosszirányú deformáció. Ennek oka, hogy itt a gumielemek egymással is össze vannak kötve, amely a hosszirányú merevséget nagyobb mértékben befolyásolja. A hátsó kerekek deformáciában nagyobbnak tűnnek a különbségek, de csak azért, mert a hátsó kerekeken két nagyságrenddel kisebb deformációk alakulnak ki, így ott a hiba is jobban kitűnik.



5.21. ábra: Gumiabroncs hossz és keresztirányú deformációi a 3. másodpercben, álló helyzetű szinuszos kor-mányzás esetén

5.2.3 Konstans kormányszög és sebesség

A szimuláció során a gerjesztő függvények mindegyike, vagyis mind a kormányszög, mind pedig a sebesség állandó értékű volt. A dinamikai és a többtest dinamikai modellek esetén a kezdeti állapotban a jármű álló helyzetben egyenesmeneti kerékállásból indul, azaz a szimuláció kezdetén a vezetőmodell szabályozza be a kívánt kormányszög és sebesség értékeit.



5.22. ábra: A különböző gumimodellel felszerelt járműmodellek trajektoriájának és orientációjának változása konstans kormányszög és sebesség mellett

A definiált gerjesztőfüggvények hatására minden gumimodell esetében a jármű a vártnak megfelelően körpályán mozog, amelynek következtében a jármű irányiszöge lineárisan változik (5.22. ábra). A körpályás manöverek trajektoriáinak összehasonlítása két paraméter alapján történik: a körpálya sugara és a középpontja. Az egyes modellek által leírt körpályák sugarait az 5.1. táblázat tartalmazza.

5.1. táblázat: A körpályás manőverek sugarai különböző modellek esetén

Referencia modell	8,3 m
Kinematikai modell	8,5 m
Dinamikai modell	8.6 m
Többtest dinamikai modell	8,6 m

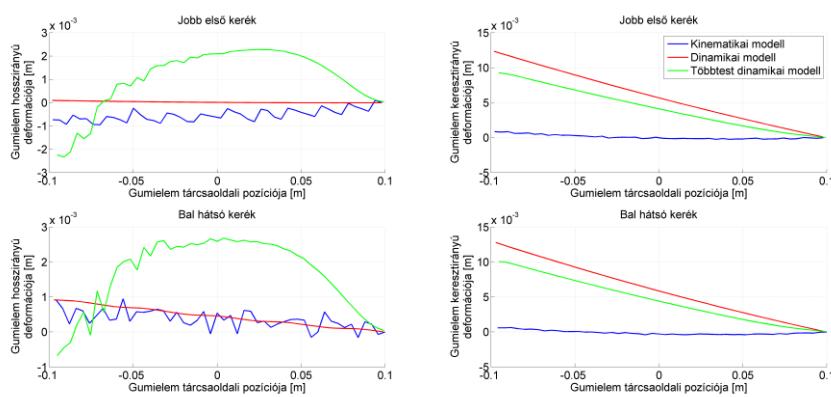
Mindezeken felül még meghatározható az adott kormányszög mellett adott tengelytávolságú jármű elméleti fordulási sugara (5.1).

$$(5.1) \quad R = \frac{L}{\tan(\delta)} = \frac{3m}{\tan(0.35 \text{ rad})} = 8.2m$$

A referencia modell fordulási sugara is eltér az elméleti értéktől. Ennek oka, hogy a kormányszög nem állandó, hanem a dinamikai modell által megvalósított kormányszögetadtuk gerjesztésnek. A referenciamodellhez képest minden a három modell nagyobb sugáron fordul. Mivel a kerekek nem pontszerűen fekszenek fel a talajon, ezért a körpályás mozgás során íves deformációt szenvednek a gumiabroncsok, amelyek visszatérítő erőket és nyomatékokat ébresztenek, és ezek befolyásolják a jármű trajektóriáját.

A körpályák középpontjai a referencia modellt leszámítva kis szórással egybe esnek. Az irányszög változásánál a referencia és a kinematikai modellek azonos függvényt írnak le, a dinamikai modellnél egy kis mértékű eltérés, késés figyelhető meg, mivel a dinamikai modell nagyobb sugarú köríven fordul.

A gumiabroncs deformációt vizsgálva látható, hogy a hosszirányú deformáció az első szimulációs esetben ismertetettel megegyezik (5.23. ábra). Az első és a hátsó gumiabroncsok keresztirányú deformációi pozitív előjelűek és jól láthatóan nem lineáris, hanem körív alakúak. A gumiabroncs íven haladáskor keresztirányban úgy deformálódik, hogy a koronavonal alakja felveszi a trajektória alakját. Ez minden modellnél megfigyelhető, csak a deformáció mértékében vannak eltérések.



5.23. ábra: Gumiabroncs hossz és keresztirányú deformációi a 15. másodpercben, konstans kormányszög és sebesség mellett

5.2.4 A modellek összehasonlításának összegzése

A szimulációk egy fontos paramétere a számítási idő. A három különböző modell számítási igényeinek összehasonlítására ugyanazon a számítógépen minden modellel egy

azonos szimulációt futtatunk le, és összevetjük a futási időket, amelyeket maga a szimulációs program számol. A fajlagos gépidőket az 5.2 táblázat tartalmazza.

5.2. táblázat: Számítási idők alakulás a három különböző modellnél

Kinematikai modell	7.1 min/s
Dinamikai modell	1.2 min/s
Többtest dinamikai modell	9.4 min/s

Meglepő módon a leggyorsabb a dinamikai modell számítása. A többtest dinamikai szimuláció a vártnak megfelelően a leghosszabb számítási igénnyel rendelkezik, mert ennél a modellnél a gumiabroncs teljes kerületét modelleztek, nem csak a tapadási felületbe eső részt. Ráadásul ennél a modellnél a gumielemek is tömeggel rendelkező anyagi pontok, amelyek mindegyikhez 2-2 differenciálegyenlet tartozik. Emiatt lesz számításigényes ez a modell. A kinematikai modell számítása azért jóval lassabb, mint a dinamikai modellé, mert ott egy hatváltozós szimplex módszer szerinti függvényminimalizálást kell elvégezni. Önmagában a szimplex módszer gyorsan megtalálja a minimumot, de hat változó esetén nagy mértékben megnő a számítási igény. Az előzőek alapján már érthető, hogy miért a dinamikai modell a leggyorsabb számítású, hiszen itt csak 8 differenciálegyenletet kell numerikusan megoldani. Mindegyik szimuláció a valós idejű számításnál jóval lassabban.

A bemutatott összehasonlító szimulációk eredményeképpen elmondhatjuk, hogy minden egyik modell az elvártnak megfelelően modellezte a gumiabroncs deformációját, és a jármű mozgáspályáját. A legnagyobb eltérést a gumiabroncsok deformációja okozza. A gumimodellek felépítése különböző, a szerkezeti felépítésből adódóan azonos gumiabroncs merevség és csillapítási tényező esetén is eltérő eredményeket adhatnak. A többtest dinamikai modell például a gumiabroncs teljes kerületét modellezte, míg a másik két modell csak a tapadási felületet. A kinematikai modell ráadásul nem is tartalmaz gumiabroncs merevségeket és csillapítás értékeit, azzal a feltételezéssel éltünk, hogy a merevségek mind a négy keréken megegyeznek. Emiatt belátható, hogy a kinematikai modell nem is alkalmas kvantitatív jellegű értékelésre: a gumiabroncs deformációjának az alakját lehet ezzel a modellel vizsgálni, de a nagyságát számszerűen nem, deformáció mértékét csak összevetésre lehet felhasználni.

Természetesen azt is be kell látni, hogy minden egyik modell paraméter hangolását és validációját mérések segítségével lehet elvégezni, pusztán szimuláció alapon nem lehet egy modell jóságát meghatározni.

Nem lehet egyértelműen kijelenti azt sem, hogy a három modell közül melyik a legjobb, minden egyik modellnek megvan a maga előnye, kiválasztásuk mindenkor az adott feladathoz kapcsolódóan történik.

5.3 Paraméter érzékenységi vizsgálat többtest dinamikai modellel

A gumiabroncs paramétereinek jelentős hatása van a jármű mozgására, dinamikai viselkedésére (Smith, 2003), ezért fontos a paraméterérzékenységi vizsgálat elvégzése. Rend-

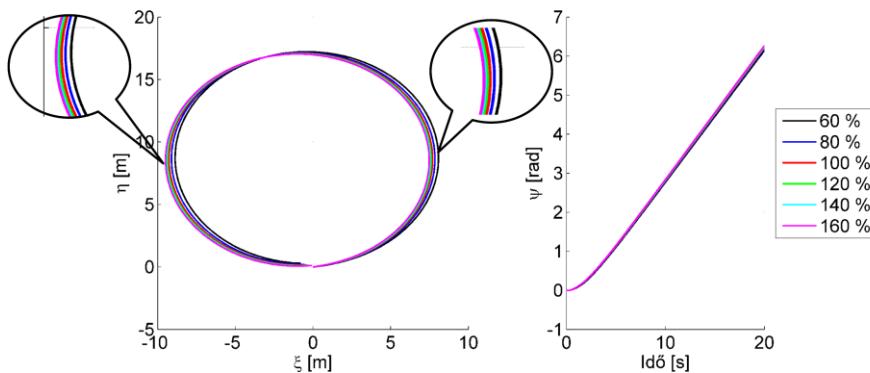
szertechnikai szemlélet szerint a paraméter érzékenységi vizsgálat során a rendszer paramétereit változtatjuk az értelmezési tartományukon belül, és vizsgáljuk, hogy adott gerjesztés hatására a rendszer válasza hogyan változik. Esetünkben a vizsgálandó rendszer a gumimodellel felszerelt járműmodell, amelynek különböző paramétereit módosítjuk. A hagyományos vizsgálatot annyiban kiegészítjük, hogy nemcsak a magának a rendszernek a paramétereit változtatjuk, hanem egyes környezeti jellemzők változásának a hatását is vizsgáljuk.

Ezeket a szimulációkat a többtest dinamikai modellel végezzük el, mert ez a modell a legösszetettebb. A kinematikai modellnél például nehéz lenne ilyen vizsgálatokat elvégezni, hiszen maga a modell nagyon kevés paramétert tartalmaz. A gerjesztések közül is a leghasznosabb a körpályás szimuláció, amikor konstans sebességgel, állandó kormánszöggel végezzük el a számításokat. De természetesen itt is nulla kezdeti értékekkel (sebesség és kormányszög) indul a szimuláció.

A paraméter érzékenységi vizsgálathoz négy paraméter került kiválasztásra a teljesség igénye nélkül, amelyek a modell működését jelentős mértékben befolyásolhatják. Ezek a gumiabroncs rugómerevsége, csillapítási tényezője, a tapadási hossz és a súrlódási tényező.

5.3.1 Gumiabroncs rugómerevségének hatása a jármű mozgására

A többtest dinamikai gumimodellnél a hossz- és keresztirányú rugómerevségeket, illetve a gumi-keréktárcsa közötti és a gumielemek közötti merevségeket is külön-külön lehet definiálni. A szimulációk során mindegyiket azonos mértékben változtatjuk, a merevségek arányait nem módosítottuk.



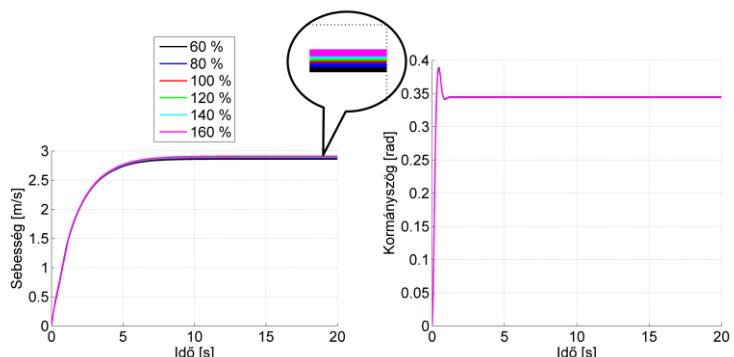
5.24. ábra: A járműmodell trajektoriájának és orientációjának változása különböző gumiabroncs merevségek mellett

Az egyenletes körmozgás esetén a jármű szögsebessége, tangenciális sebessége és a körpálya sugara között (a gumiabroncs hatását figyelmen kívül hagyva) az (5.2) összefüggés érvényes.

$$(5.2) \quad \dot{\psi} = \frac{v}{R}$$

Vagyis a szögsebesség a tangenciális sebesség és a körpálya sugarának hányadosa. Eból következik, hogy amennyiben a jármű sebességének és a szögsebességnak abszolút

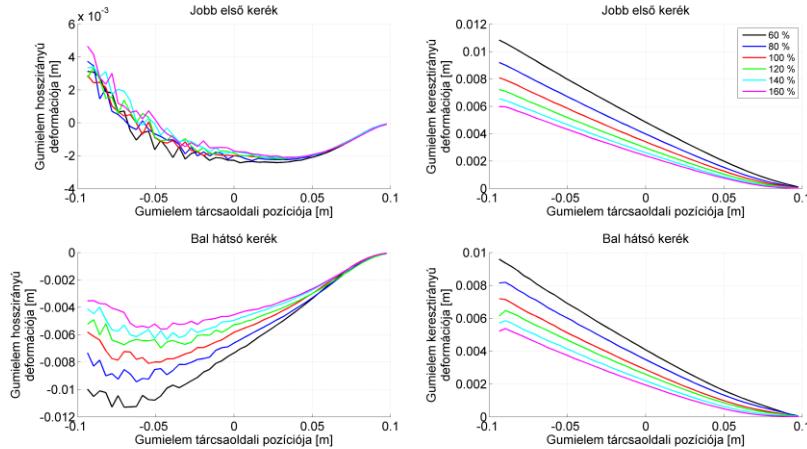
értéke is állandó, akkor a körpálya sugara is állandó kell, hogy legyen. A jobb oldali diagramon (5.24. ábra) a kezdeti szakaszt követően a jármű orientációja a különböző rugómerevségekkel végzett szimulációk esetében kis mértékben eltér egymástól, mégpedig növekvő rugómerevség mellett növekvő jelleget mutat. A meredekebb orientációváltozás nagyobb szögsebességet takar, amely azonos sebesség-nagyság mellett csökkenő sugarat eredményezne. Az 5.25. ábra alapján a sebesség nem azonos az egyes esetekben, a merevség növelésével a sebesség is növekszik. A trajektorián is látszik, hogy a körpálya jobb oldalán az alacsony merevségű gumival ellátott jármű pályája halad kívül, majd a körpálya bal oldalán ez megfordul. Vagyis nem feltétlenül változik a sugár a merevség függvényében, de a fordulás középpontja mindenkorban változik. Ez a jelenség a kezdeti szakkall magyarázható. A szimuláció elején, amikor a vezetőmodell a kormánykeretet elforgatja, a gumiabroncs késedelemmel reagál, amely késedelem elsősorban a gumiabroncs merevségétől függ. Vagyis kisebb merevség esetén a nagyobb a gumiabroncs deformációja, ezért később kezd el kanyarodni a jármű, amely a középpont eltolódását okozza.



5.25. ábra: A járműmodell sebességének és kormányszögének változása különböző gumiabroncs merevségek mellett

Adott sebesség mellett adott sugáron haladó járműre laterális erő hat. Ennek az erőnek a nagysága a jármű tömegétől, a sebesség abszolút értékétől, és a fordulási sugártól függ. A rugómerevség változtatásával viszont állandó laterális erő mellett változni fog a gumiabroncs deformációja is: növekvő merevséghöz csökkenő deformáció tartozik. Mivel a gumiabroncs megcsúszása közvetlenül nem függ a gumiabroncs merevségétől, így a mozgáspályák sugarai közötti eltérések legfeljebb a gumiabroncs nagyobb deformációjából adódhathnak.

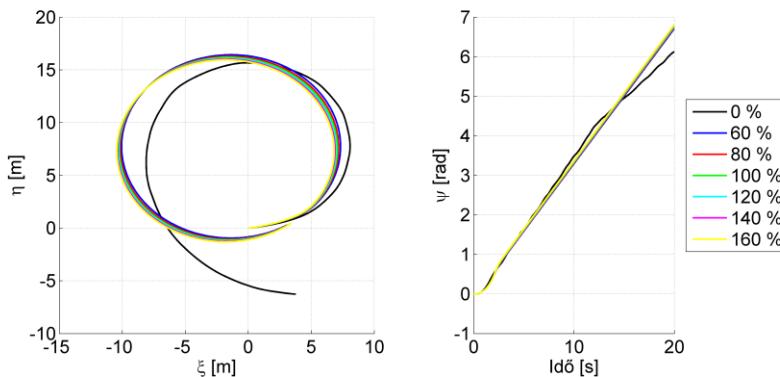
A gumiabroncsok deformációját vizsgálva (5.26. ábra) a korábbi megállapítást tudjuk igazolni: növekvő merevség mellett mind hossz, mind keresztirányban csökken a gumiabroncs deformációja. Egyedül az első kerék hosszirányú deformációján nem látszik jelentős különbség, ez azzal magyarázható, hogy az első kerék vontatott, nem hat rá nagy hosszirányú erő, emiatt a deformációbeli különbségek is kicsik. A keresztirányú deformáció alakja körív jellegű, mint azt az 5.1 fejezetben ismertettük.



5.26. ábra: Gumiabroncs hossz és keresztrányú deformációi a 3. másodpercben, különböző gumiabroncs merevségek mellett

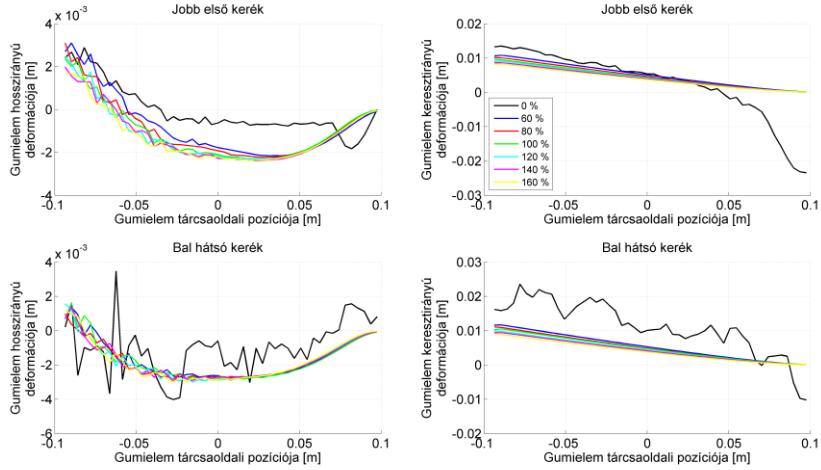
5.3.2 A csillapítási tényező hatásának vizsgálata

A csillapítási tényező esetében nemcsak a névleges érték 60...160%-os tartományát vizsgáltuk, hanem a nulla értéket is, vagyis azt az esetet, amikor egyáltalán nincs csillapítás a gumiabroncsban (5.27. ábra). A trajektóriát megvizsgálva látható, hogy a 60...160%-os tartományban kis mértékben térnek el egymástól a pályagörbék. Azonban a csillapítás nélküli esetben a jármű elhagyja a körpályát, nem tudja lekövetni a pályát. A többtest dinamikai modellnél a gumielemek tömeggel rendelkező anyagi pontok, vagyis csillapítás nélkül a gerjesztést követően folyamatos lengésbe kezd, egyedül a súrlódás csökkenti azt.



5.27. ábra: A járműmodell trajektóriájának és orientációjának változása különböző gumiabroncs csillapítási tényezők mellett

A gumiabroncs deformációja a különböző csillapítási tényezők mellett hasonló képet mutat (5.28. ábra), csak a csillapítás nélküli esetben van jelentős differencia. Azaz a többtest dinamikai modell esetében a csillapítási tényezőt nem lehet elhanyagolni, csillapítás nélkül hibás eredményeket ad a modell, azonban a csillapítási tényezőre a modell csak kis mértékben érzékeny, mert a kis sebességű mozgások során a gumiabroncs deformációs sebessége is kicsi.

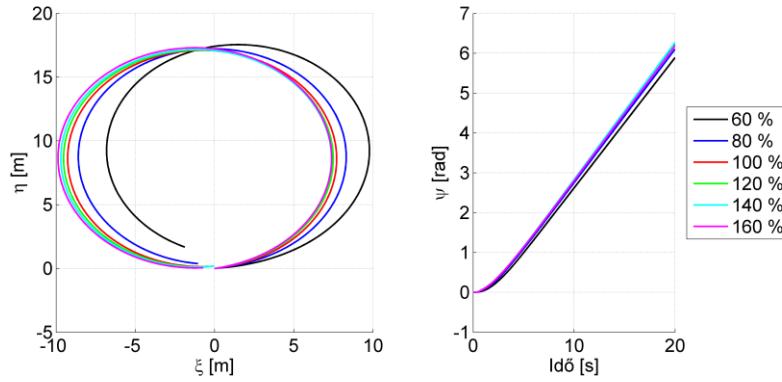


5.28. ábra: Gumiabroncs hossz és keresztrányú deformációi a 8. másodpercen, különböző gumiabroncs csillapítások mellett

5.3.3 A tapadási felület hosszának hatása a jármű mozgására

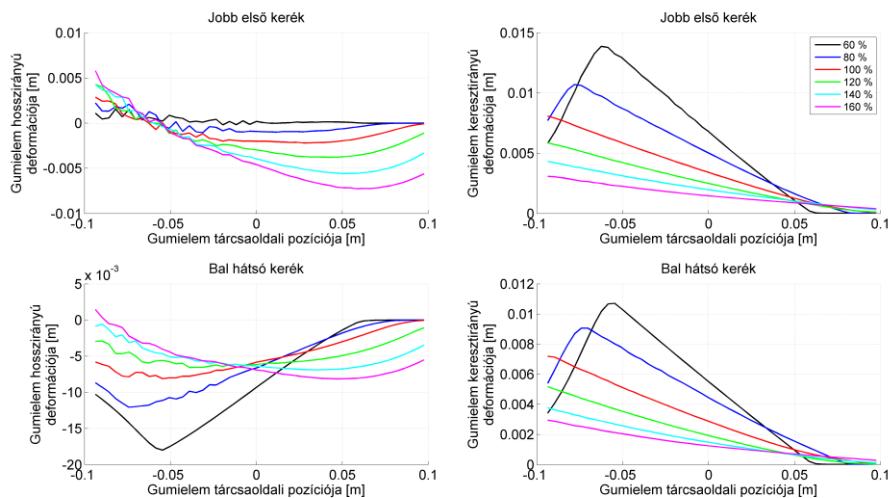
Ez a paraméter a valós járművön önmagában nem változtatható. A tapadási felület hossza alapvetően a kerékterhelés, a gumiabroncsban lévő levegő mennyisége (és a hőmérséklete is), a gumiabroncs oldalfalának merevsége együttesen határozza meg. A szimulációkban csak a tapadási felület hosszát változtattuk, amely állandó kerékterhelés mellett a levegő mennyiségének változtatásával lehetséges ugyan, de ekkor a gumiabroncs merevsége is növekedni fog a levegő mennyiségének növelésével. Ennek ellenére fontos csak a tapadási felület hatásának vizsgálata is, mert ha a valóságnak megfelelően nem csak a tapadási tényezőt, hanem a merevséget is megfelelően változtatjuk, akkor a kiértékelésnél nem lehet egyértelműen eldöntení, hogy a kapott eredmények a merevség, vagy a tapadási felület változásának a hatását mutatják-e.

A különböző tapadási felületekkel elvégzett szimulációk eredményeként azt a következtetést vonhatjuk le, hogy a tapadási felület kis mértékben hat a fordulási sugárra, nagyobb mértékben befolyásolja a fordulás középpontját (5.29. ábra). Továbbá a tapadási felület csökkentése jóval nagyobb mértékben módosítja a fordulási középpontot, mint a növelése esetében. A szimulációkat ebben az esetben is álló helyzetből nulla fokos kormányszöggel indítottuk. A szimuláció kezdetén a vezetőmodell beállítja a kormányszöveget és a járműsebességet. A gumielemek merevsége változatlan, ezért minél hosszabb a tapadási felület annál nagyobb nyomaték kell a kerekek elkormányzásához a megcsúszás eléréséig. Természetesen nagyobb tapadási felület esetén, a felület szélén lévő gumielemek kisebb kormányszög mellett megcsúsznak, egyszerűen mert távolabb vannak a forgásponttól ezáltal adott szögelfordulás hatására nagyobb deformációt szenvednek, másrész pedig ugyanezen oknál fogva kisebb a szélső gumielemekre jutó normálerő.



5.29. ábra: A járműmodell trajektóriájának és orientációjának változása különböző hosszúságú tapadási felületek mellett

A kerékre ható erő erő a tapadási felület mentén oszlik el, és alapvetően ez, illetve a súrlódási tényezők határozzák meg a deformációs alakot. A tapadási felület hosszának a változásával a kerékre ható erő kisebb vagy nagyobb felület mentén oszlik meg, ezáltal nagyobb felületen kisebb deformációt eredményez (5.30. ábra). Az ábrán minden esetben azonos, a 100%-os tapadási hossznak megfelelő szakasz került ábrázolásra.

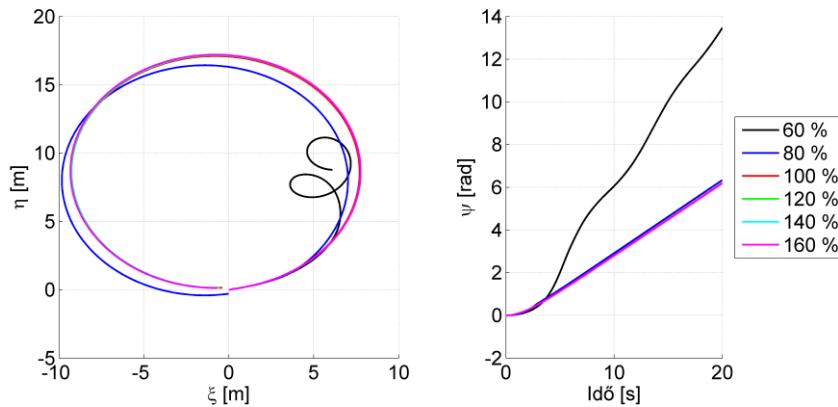


5.30. ábra: Gumiabroncs hossz és keresztirányú deformációi a 3. másodpercben, különböző hosszúságú tapadási felületek mellett

Mind a hossz, mind pedig a keresztirányú deformáció esetén látható, hogy minél kisebb a tapadási felület annál nagyobb lesz a kialakuló deformáció maximuma. Ugyanakkor az is megfigyelhető, hogy a nagyobb deformáció miatt több gumielem is megcsúszik. Például a keresztirányú deformáció esetében a 120 %-os és annál nagyobb hosszabb tapadási felület esetében egyáltalán nincs megcsúszás, a 100 %-os tapadási hossznál már kis mértékű megcsúszás megfigyelhető, a kisebb hosszaknál viszont már jelentős csúszást észlelhettünk.

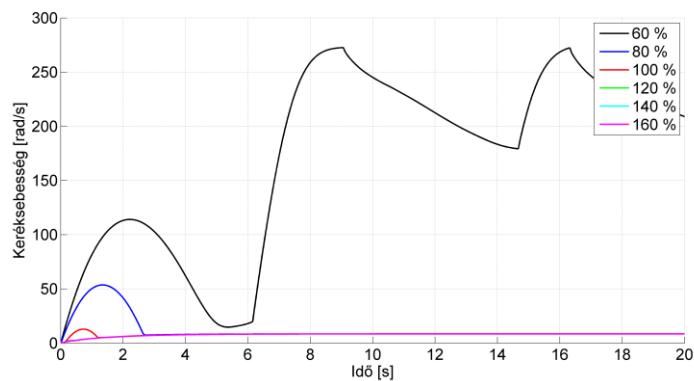
5.3.4 A súrlódási tényező hatása a jármű mozgására

A modellben két súrlódási tényezőt definiáltunk: a tapadásit és a csúszósúrlódásit. A paraméter változtatása során azonos mértékben változtatjuk őket, így a két érték aránya változatlan marad.



5.31. ábra: A járműmodell trajektoriájának és orientációjának változása különböző súrlódási tényezők mellett

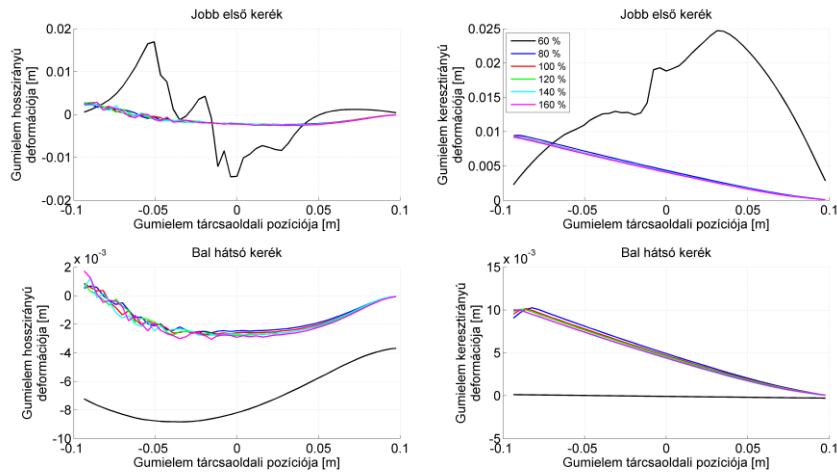
A trajektoriák közül (5.31. ábra) a 100 %-os és annál nagyobb súrlódási értéknél a jármű közel azonos pályát ír le, és az orientációjuk is azonos módon változik. A súrlódási tényező 20 %-os csökkentésével a jármű mozgáspályájának középpontja eltolódik. Mivel az egyetlen paraméter amit változtattunk, az a súrlódás, ezért nyilvánvaló, hogy a jármű megcsúszása okozza. Teljes megcsúszás esetén azt várnánk, hogy a jármű nagyobb sugáron fordul, de ebben az esetben túlkormányzottá vált. Ezt azzal magyarázhatjuk, hogy a jármű hátsó kerekei a hajtónyomaték hatására megcsúsznak, és emiatt az oldalerőt sem képesek a talajra átvinni. Azaz csak a jármű hátsó kerekei csúsznak meg, az elsők továbbra is tapadnak, ezért lesz a jármű túlkormányzott. A súrlódási tényező további csökkentésével, a jármű elveszti stabilitását, és többször megpördül a függőleges tengelye körül (20 másodperc alatt két teljes fordulatot tesz). A bal hátsó kerék szögsebességeit a különböző esetekre az 5.32. ábra mutatja.



5.32. ábra: A bal hátsó kerék szögsebessége különböző súrlódási tényezők mellett

A 60 %-os súrlódási tényező mellett a hátsó kerék folyamatosan kipörög. 80 %-os súrlódási tényező esetén csak a szimuláció kezdetén van jelentősebb kipörgése a keréknek, a harmadik másodperctől újra letapad. Még 100 %-os súrlódási tényezőnél is megcsúszik a

hátsó kerék, de ez csak kis mértékű, és csak egy másodpercig tart, a jármű trajektóriáját nem befolyásolja jelentősen.



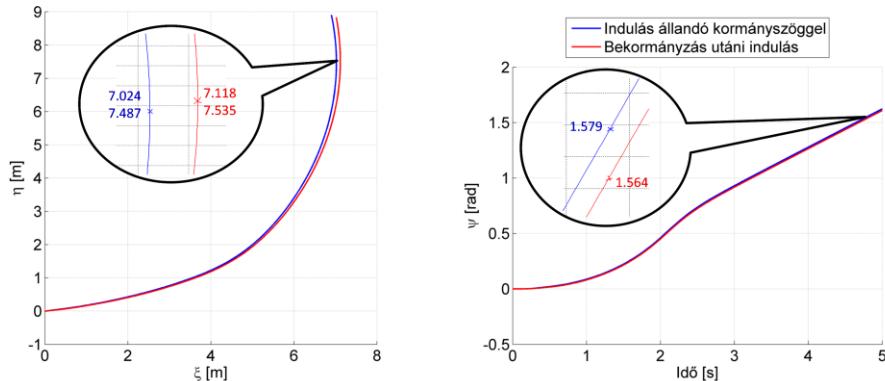
5.33. ábra: Gumiabroncs hossz és keresztirányú deformációi a 8. másodpercben, különböző súrlódási tényezők mellett

Az állandósult állapotbeli deformációk a gumiabroncsoknál (5.33. ábra) a 60 %-os esetet leszámítva megegyeznek a korábbi eredményekkel. A legalacsonyabb súrlódási együtthatóval végzett szimuláció során a megcsúszás jelensége jól megfigyelhető az ábrán. A bal hátsó kerék hosszirányú deformációja jóval nagyobb, mint a többi esetben, mert a deformáció a csúszási határhelyzetnek megfelelően alakul ki. A hátsó keréken keresztirányban viszont nincs jelentős deformáció. Mivel a gumiabroncs hosszirányban már megcsúszott, így keresztirányban már nem képes erőt a talajra átvinni, következésképpen deformáció sem alakulhat ki. Az első kerekekben azonban jóval nagyobb deformációk alakulnak ki mind hossz-, mind pedig keresztirányban. Az első kerekek nem csúsznak meg, de a jármű megpördülése miatt mind hossz-, mind keresztirányban jelentős deformációt szenved.

Nemcsak a növelt súrlódási tényezőknél, de a 80 %-osnál sem figyelhető meg hasonló jelenség, hiszen az 5.33. ábra a nyolcadik másodpercben kialakult deformációt mutatja, amikor már a hátsó kerekek megcsúszása megszűnt, újra megtapadtak a talajon.

5.4 Kormányzási manőverek elemzése

A kormányzási manőverek vizsgálata során két ívmeneti járműmozgást hasonlítunk össze. Mindkét esetben 20 fokos kormányszöget állítottunk be, az első esetben a szimulációt már ezzel a kormányszöggel indítjuk, vagyis nincs kezdeti gumiabroncs deformáció. A második esetben viszont egyenesmeneti helyzetből indulunk. A szimuláció első lépéseként álló helyzetben kormányozzuk el az első kereket, majd az előírt kormányszög elérése után indítjuk el a járművet. Azaz ebben az esetben van kezdeti gumiabroncs deformáció. Ezekkel a szimulációkkal igazolható, hogy a jármű más pályán mozog a kezdeti gumiabroncs deformáció hatására.

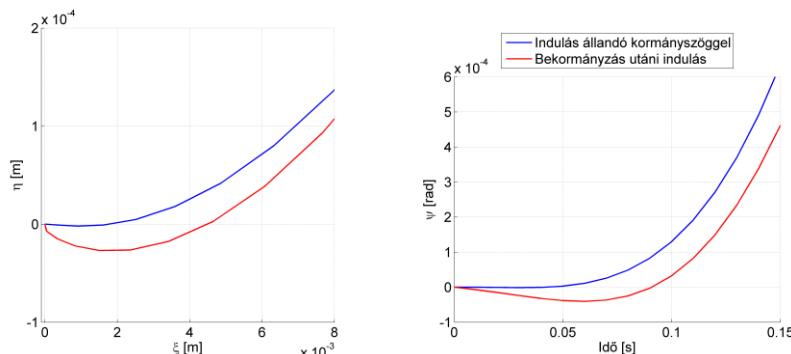


5.34. ábra: A járműmodell trajektóriájának és orientációjának változása körpályás teszt során különböző kormányzási manőverek esetén (A kiemelésben szereplő értékek a görbe adott pontjának koordinátái)

Az első következtetés, amit levonhatunk, hogy bár a szimulációt mindenkorábban már elforgatott kerekekkel indítottuk, a trajektória kezdeti szakasza mégsem körív alakú (5.34. ábra). Ennek az oka, hogy függetlenül attól, van-e kezdeti deformáció vagy nincs, egyik esetben sem a körpályás mozgásnak megfelelő deformációja van a gumiabroncsnak. Amíg ez a körív alakú deformáció ki nem alakul, addig a járművek trajektóriája eltér a körívtől. Ehhez még hozzáadódik, hogy a járművet gyorsítani is kell, ami szintén megváltoztatja a gumiabroncs deformációját. Az állandó sebességű körpályás mozgás során az (5.2)-es összefüggés szerint a jármű szögsebessége is állandó, azaz az orientáció időfüggvénye lineáris kell, legyen. Ez a 2.5 másodperc elteltével alakul ki. A kétféle szimulációt összehasonlítva kis mértékű eltérés figyelhető meg a trajektóriában és az orientációt változásnál. Egy negyed kör megtételét követően 10.55 centiméteres távolság alakul ki a kétféle szimuláció esetén (5.3). Az orientációbeli eltérés nagyon kicsi a negyed fordulat elérését követően kevesebb, mint egy fok ($0.015 \text{ rad} = 0.85^\circ$).

$$(5.3) \quad \sqrt{(7,118 - 7,024)^2 + (7,535 - 7,487)^2} = 0,1055 \text{ m}$$

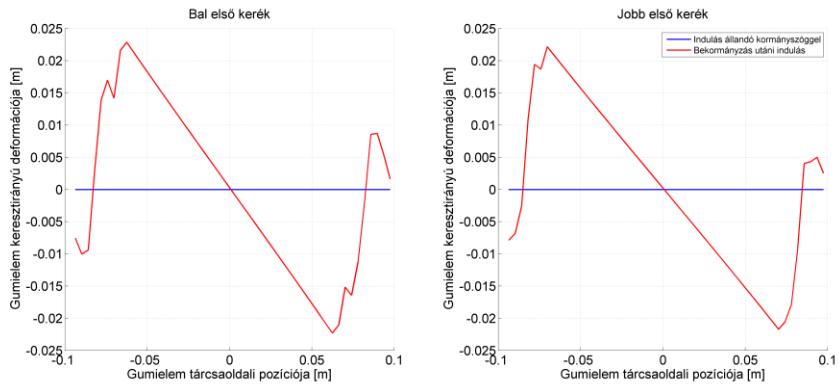
A kétféle szimuláció során minden trajektória, minden pedig az orientációbeli eltérés a mozgás kezdeti fázisában kialakult eltérések okozzák.



5.35. ábra: A járműmodell trajektóriájának és orientációjának változása az indulás pillanatában

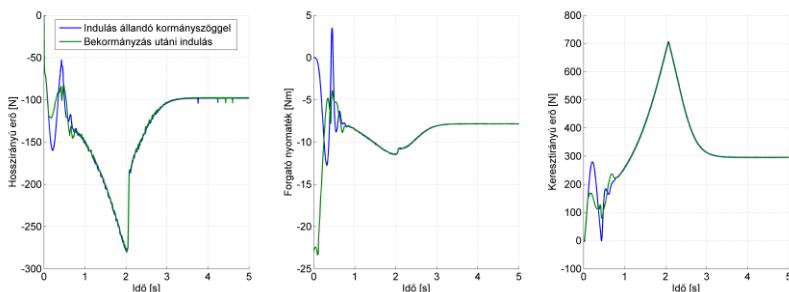
A szimulációk kezdeti szakaszában kialakuló eltérés látható az 5.35. ábra. Míg a kezdeti gumiabroncs deformáció nélküli esetben a jármű, a vártnak megfelelően rögtön pozitív irányba fordul, addig a kezdeti deformációval rendelkező esetben eleinte negatív irányba

fordul a kocsitest, és csak 60-70 milliszekundum után lesz pozitív szögsebessége a járműnek. A magyarázathoz a gumiabroncs deformációt kell megvizsgálni a szimuláció kezdetén.



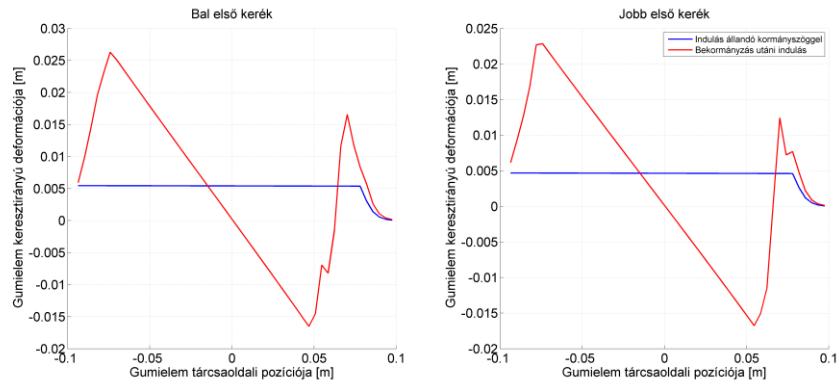
5.36. ábra: Gumiabroncs keresztirányú deformációja a bal és jobb első keréken a 10. milliszekundumban, a két szimuláció esetén

Az 5.36. ábra az elindulás előtti állapotot mutatja. Az első szimulációs esetben (kék görbék) az első keréken nincs keresztirányú gumiabroncs deformáció, a másik szimulációs esetben (piros görbék) viszont az álló helyzetű kormányzáskor kialakuló deformációs képet látjuk. Az indulás pillanatában a hossz és keresztirányú erő zérus lesz akárcsak az kezdeti deformáció nélküli szimulációnál, de itt a kormányzás miatt jelentős forgatónyomaték alakul ki minden a két első keréken. Ez a forgatónyomaték a kormányzás irányával ellentétes, negatív irányú (5.37. ábra). Vagyis hiába van pozitív orientációja az első kerekeknek, kezdetben negatív irányban fordul a kocsitest.



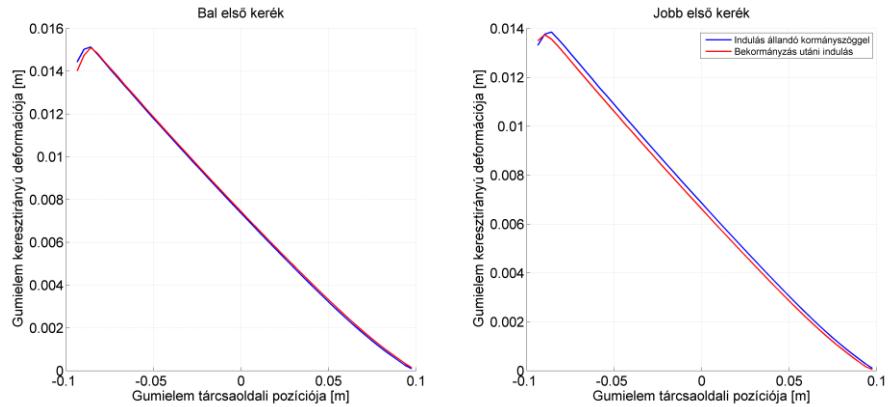
5.37. ábra: Hossz- és keresztirányú erők illetve kormányzó nyomaték a gumiabroncs deformációjából eredően az első keréken

A hátsó kerekekre működtetett hajtónyomaték hatására a kocsitest egyenesen előre, az orientációjának megfelelően halad, de mivel az első kerekek a kocsitesthez képest szövben állnak, ezért keresztirányú deformáció is megjelenik, mégpedig az induláskori deformációs alak tolódik el pozitív irányba (5.38. ábra). Az első esetben a deformáció végig zérus volt, ezért az elindulást követően konstans deformáció alakul ki. A második szimulációs esetben a szimuláció kezdeti lineáris deformációs képe is önmagával párhuzamosan tolódik el. Majd kerekek elkezdenek forogni, a belépőélnél újonnan belépő gumielemek már a körpályás mozgásnak megfelelő körív alakot veszik fel.



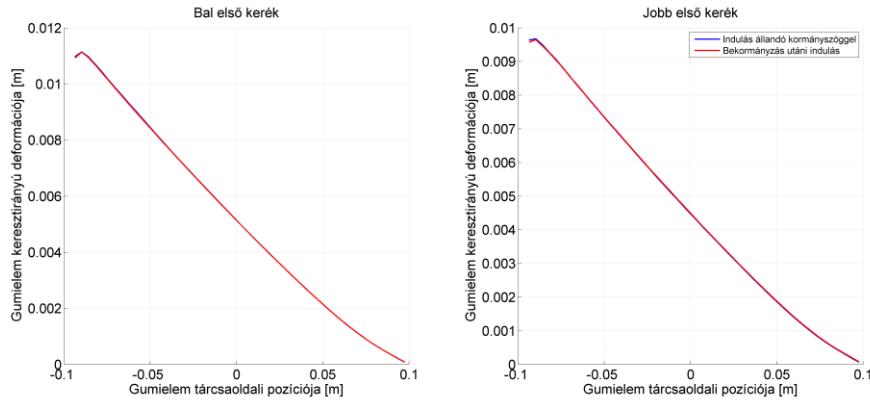
5.38. ábra: Gumiabroncs kereszttirányú deformációja a bal és jobb első keréken a 150. milliszekundumban, a két szimuláció esetén

Másfél másodperc elteltével már minden esetben a körpályás mozgásnak megfelelő deformációs kép alakul ki, de még vannak eltérések a két eset között, ekkor még különböző sugáron fordulnak a járművek (5.39. ábra).



5.39. ábra: Gumiabroncs kereszttirányú deformációja a bal és jobb első keréken a 1.5 másodperc után, a két szimuláció esetén

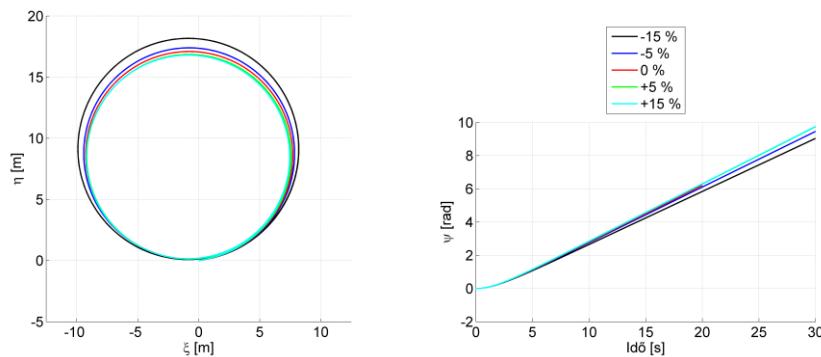
Végül a negyedik másodpercben már megegyezik a két szimulációs eset deformációs képe (5.40. ábra), az egyes szimulációkban a járművek azonos sugáron fordulnak, azonban a szimulációk kezdetén kialakult eltérések miatt a két trajektória már nem fedi egymást (5.35. ábra).



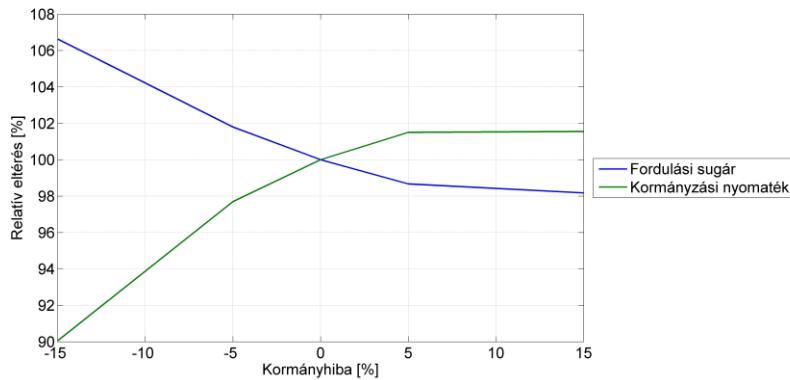
5.40. ábra: Gumiabroncs keresztfirányú deformációja a bal és jobb első keréken a 4 másodperc után, a két szimuláció esetén

5.5 Kormányhiba hatásának vizsgálata

Ezeknek a modelleknek az egyik előnye az egyszerű empirikus elven működő modellekkel (2.2 fejezet) szemben, hogy olyan hatásokat, mint a kormányrendszer geometriai hibája, figyelembe tud venni. A kormányhiba azt jelenti, hogy a kerekek elkormányzása során nem teljesül az Ackermann geometria (1.1. ábra), vagyis kinematikai elven nem lehet meghatározni a jármű póluspontját. Ezek a szimulációk a többtest dinamikai modellek készültek, az eddigiekhez hasonlóan állandó sugarú körpályán állandó sebességgel. A kormányhibát a jobb első kerékre definiáltuk. A négykerekű jármű kormányműve egy virtuális középső első kerék elkormányzásából számítja a két valós első kerék szögelfordulását az Ackermann geometria alapján (4.3). A jobb első kerék elkormányzását módosítjuk a kormányhiba mértékével.



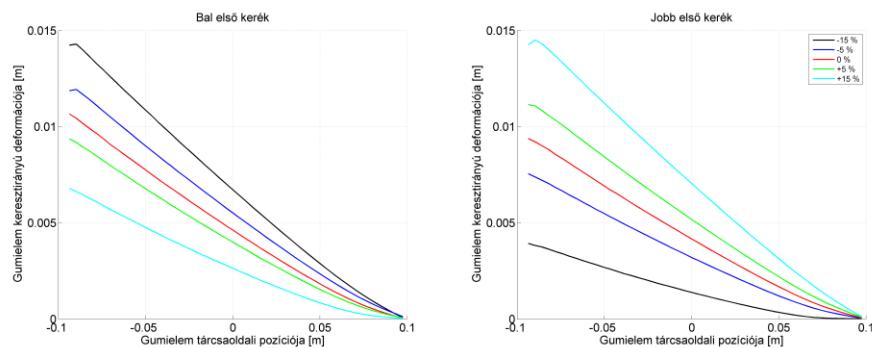
5.41. ábra: A járműmodell trajektóriájának és orientációjának változása különböző mértékű kormányhiba mellett



5.42. ábra: A fordulási sugár és az első kerekek kormányzási nyomatéka relatív változása a kormányhiba függvényében

A kormányhiba hatására a jármű más-más sugarú körön fog haladni, ez mind a mozdgás-pálya, mind pedig az irányszög változásából látszik (5.41. ábra). Az 5.42. ábra mutatja a fordulási sugár és a kormányzási nyomaték relatív változását a kormányhiba függvényében. Pozitív kormányhiba esetén csökken, negatív kormányhiba esetén pedig nő a fordulási sugár, a változás azonban nem szimmetrikus, de még csak nem is lineáris. A nyomatékváltozás pedig ennek pont az ellentettje. A pozitív kormányzási hibánál a jobb első kereket nagyobb mértékben fordítjuk el, mint az Ackermann geometria alapján szükséges lenne. Ezáltal a bal első kerék a helyes geometria szerinti sugáron fordítaná a járművet, a jobb első kerék viszont ennél kisebbben. Mivel a jármű négy kereke együttesen határozza meg a fordulási sugarat, ezért a valós érték valahol a kettő közé fog esni. Természetesen nem a két sugár középpértékének megfelelő rádiuszon fordul a jármű, a valós értéket, a kerékterhelések, a gumiabroncs merevségek, és a súrlódási viszonyok együttesen határozzák meg. Ugyanígy negatív sugár esetében a jobb első kerék az ideálisnál nagyobb íven szeretné fordulni, és itt ugyancsak egy köztes érték fog kialakulni, amely nagyobb lesz, mint az ideális sugár.

A gumiabroncsok deformációjánál csak a laterális irányt vizsgáljuk a két első keréken (5.43. ábra).



5.43. ábra: Gumiabroncs keresztfirányú deformációi a 8. másodpercen különböző kormányhiba értékek mellett

A kormányhiba nélküli deformációt (piros görbe) vizsgálva látható, hogy a gumiabroncs a pozitív forgásirányú kanyarodásnak megfelelően pozitív laterális deformációt szenved, ez a deformáció ív alakú, és monoton növekszik a belépőéltől egészen a kilépőélig (A monotonitás a kilépőélnél a megcsúszás hatására megszakadhat). Pozitív

kormányhiba esetén a jobb első kereket az ideálisnál nagyobb mértékben kormányozzuk el. Ezzel gyakorlatilag egy összetartást definiáltunk az első kerekeknek, ami miatt a járműnek kinematikailag 2 külön póluspontot lehetne szerkeszteni (1.2. ábra). Természetesen a járműnek csak egy valós forgási középpontja lehet, amely úgy alakul ki, hogy a gumiabroncsok az ideális, kormányhiba nélküli esethez képest eltérő módon deformálódnak, feloldva a kinematikai túlhatározottságot (1.2 fejezet). Az 5.43. ábra alapján például 15 százalékos pozitív kormányhiba esetén (türkiz görbe) a bal első kereken kisebb, a jobb elsőn pedig nagyobb deformációt szenved a hibamentes esethez viszonyítva. Mivel a jobb oldali kereket nagyobb mértékben kormányoztuk el, ezért a bal oldali kerék kifelé toltná, azaz nagyobb sugarú körívre szeretné kényszeríteni a jobb oldali kereket. Ez egy negatív előjelű eröként jelenik meg a keréktárcsán, amely pozitív irányba növeli a gumiabroncs deformációját. Ehhez hasonlóan a jobb oldali kerék kisebb ívre szeretné kényszeríteni a bal első kereket, amely pozitív irányú oldalerőt eredményez, negatív irányba módosítva a deformációt. A negatív kormányhiba hatása pont ezzel ellentétes (kék és fekete görbék), ez az első kerekék széttartását eredményezi. A jobb első kerék az ideális körívhez képest kisebb, a bal első kerék pedig nagyobb sugarú ívre kényszerül.

5.6 Összefoglalás

A megalkotott járműmodellekkel szimulációkat végeztem el, hogy vizsgálni lehessen a jármű mozgáspályáját és a gumiabroncs deformációját. Elsőként elemi szimulációkat végeztem, amelyek segítségével fel tudtam állítani alapvető összefüggéseket a jármű elemi mozgásai és az azt kiváltó gumiabroncs deformációk között. Az elemi szimulációkkal kapcsolatos eredmények a (Szabó, 2009), (Szabó, 2010), (Szabó & Palkovics, 2009) és (Szabó, 2008b) cikkekben olvashatók. Ezt követően a három különböző modellt hasonlítottam össze. Egyszerű manövereket definiáltam, amelyek segítségével össze lehet vetni, hogy a különböző modellek milyen trajektóriát és gumideformációt adnak eredményül. Mind a trajektóriák mind pedig a gumiabroncs deformációk jellegre megegyeztek, egyedül a kinematikai modell gumiabroncs deformációja tér el kis mértékben, de ennek az az oka, hogy ez a modell minden egyes időlépésben az állandósult statikus állapotot mutatja, míg a dinamikai modellek tranziens állapotokat mutatnak (Szabó & Palkovics, 2011). Ezt követően paraméterérzékenységi vizsgálatot végeztem, a modellben alkalmazott paraméterek hatását vizsgáltam a gumiabroncs deformációjára és a jármű mozgáspályájára. A gumiabroncs merevségét, csillapítási tényezőjét, a tapadási felület hosszát és a súrlódási tényező hatását vizsgáltam. A többtest dinamikai modell segítségével megmutattam milyen hatást gyakorol a jármű trajektóriájára és a gumiabroncs deformációjára a kezdeti deformáció a körpályás manöverek során. Ezen felül szimulációk segítségével igazoltam, hogy a kormányhiba hatására a megváltozott gumiabroncs deformáció miatt eltérő sugarú körpályán halad (Szabó, 2008a) és (Szabó & Takács, 2008).

6 Mérési eredmények

Egy modellépítési, szimulációs feladat során a mérések két fő célt szolgálnak. Egyrészt a modell paramétereit mérések segítségével lehet meghatározni, másrészt a modell eredményeit mérések segítségével igazolni kell. Kutatómunkám során méréseket végeztem egy erre a célra fejlesztett gumiabroncs-tesztpad segítségével a gumiabroncs jellemzőinek a meghatározására, illetve járműves méréseket is végeztem a szimulációk eredményeinek ellenőrzésére.

6.1 Gumiabroncs paramétereinek meghatározása tesztpadi mérésekkel

A gumiabroncs pontos modellezéséhez szükség van annak több fizikai tulajdonságára. A geometriai paraméterek és a tömegadatok meghatározása viszonylag egyszerű mérésekkel megoldható, számos mechanikai jellemző azonosítására azonban bonyolultabb mérésekre van szükség. Az egyik legfontosabb ilyen paraméter a gumiabroncs hossz- és keresztirányú merevsége. A 3. fejezetben ismertetésre került három különböző gumiabroncs modell, amelyek közül az első, energiaminimum modell nem igényel sok paramétert, a merevségek közül is csak a hossz- és keresztirányú merevség aránya szükséges a számításokhoz. A két dinamikai modell esetén azonban definiálni kell a gumiabroncs hossz- és keresztirányú merevségét az egyes gumielemekre vonatkoztatva. A modellekhez a statikus merevségi értékekre van szükség, azaz a kerék nem forog mérés közben. A dinamikus karakterisztikák felvételéhez a kereket különböző, állandó sebességekkel forgatják, és forgás közben rögzítik a merevségeket (2.27. ábra).

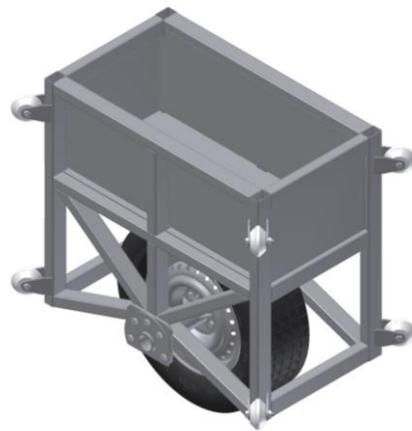
A gumiabroncs merevségeinek meghatározása egyszerű elven alapul, a megfelelő teszt-paddal szemben azonban számos követelmény van. A gumiabroncs merevségét, ugyanúgy, mint bármilyen rugalmas elem merevségét annak deformálásával, pontosabban a deformáció függvényében mért erő alapján határozhatjuk meg. A gumiabroncs modellezésekor nem a gumiabroncs anyagának, hanem a terhelt, levegővel töltött abroncs merevségeit kell megadni. A kereket változtatható erővel egy nagy súrlódási együtthatójú felülethez kell szorítani, majd hossz- és keresztirányban deformálni kell a gumiabroncsot akár a felület, akár a kerék elmozdításával, majd ezben mérni kell a gumiabroncs deformációját, az ahhoz szükséges erőt, és természetesen a kerékterhelést is. Mindemellett a gumiabroncs nyomását is mérni és állítani kell.

6.1.1 Tesztpad kialakítása

A fent leírt követelmények szem előtt tartásával készült el a gumiabroncs vizsgáló próbapad. Az alapelv, hogy a gumiabroncsot a talajra állítjuk, egy keret segítségével megakadályozzuk a kerék minden tengelye körüli elfordulását, illetve biztosítjuk, hogy a hossz és a keresztirányú elmozdulások közül egyszerre csak az egyiket engedje. A függő-

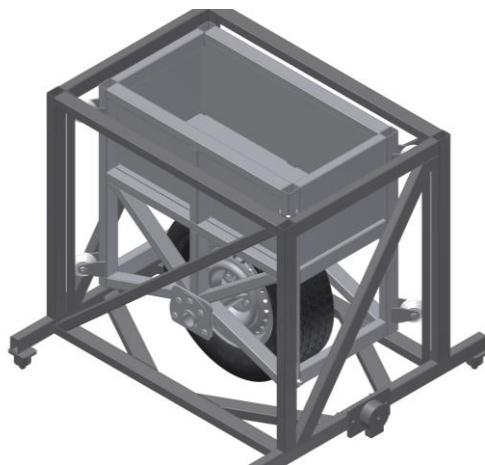
leges irányú elmozdulást engedni kell, de azt a hossz- és keresztirányú mozgástól külön kell választani.

A szerkezet alapját két egymásba illesztett keret adja. A kereket egy tengelyen keresztül a belső keret alsó részéhez rögzítjük csavarokkal úgy, hogy a kerethez képest az összes szabadsági fokát elvesszük, azaz a kerék a belső kerettel együtt mozog (6.1. ábra). A belső keret felső részén került kialakításra egy kosár, amelybe a kerékterhelést adó műterhélek kerülnek.



6.1. ábra: Belső keret a vizsgálandó kerékkel

A külső és a belső keret egy függőleges vezetősínen és görgőkön keresztül kapcsolódik egymáshoz. Az összesen nyolc darab görgőt úgy illesztettük, hogy a két keret között hossz- és keresztirányú játékok a lehető legkisebbre csökkentsük. Ezáltal a két keret csak függőleges irányban tud egymástól függetlenül mozogni, hossz- és keresztirányban a relatív mozgás gátolt. A kerékterhelés változásának hatására a belső keret függőleges irányban el tud mozdulni a hossz- és keresztirányú mozgástól függetlenül. (6.2. ábra)

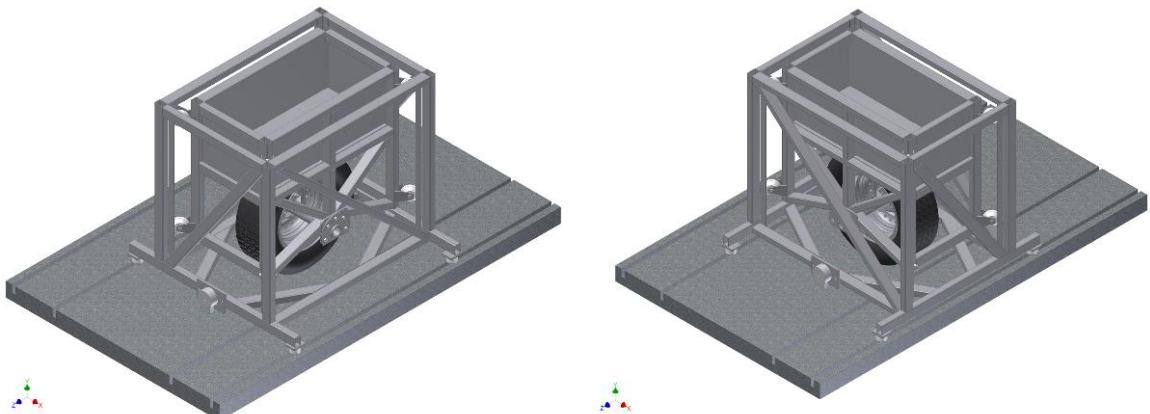


6.2. ábra: A külső és belső keret illesztve

A hossz- és keresztirányú mozgás különválasztását a külső keret kialakításával oldottuk meg. A vizsgálat helyszínén a talajban egy sínpár található. A külső keret lábait úgy alakítottuk ki, hogy azok a sínekbe illeszkedjenek, megvezetve ezzel a külső keretet (6.3. áb-

ra). A lábak danamidból készültek, hogy a súrlódási ellenállást minél kisebbre csökkentsük.

A mérés során a kereket a két kerettel együtt a talajra állítjuk, és a külső keretre a síntengelyének irányába erőt fejtünk ki, amely a külső és a belső keretet egyaránt elmozdítja a keréktárcsával együtt. A gumiabroncs felfekvései felületével a talajhoz tapad, ezáltal a gumiabroncs deformálódni fog, egészen a megcsúszásig. A hossz- és a keresztirány külön-külön történő vizsgálatát úgy végezhetjük el, hogy a külső és a belső keretet a sín irányához viszonyítva két egymásra merőleges helyzetbe is be tudjuk állítani (6.3. ábra).



6.3. ábra: A keret elhelyezése hossz- és keresztirányú deformációhoz

A gumiabroncs deformálásához a külső keretet kell a deformáció mértékének megfelelően elmozdítani. Ehhez egy hidraulikus kézi emelőt alkalmaztunk, amelyet fektetve egy L-profilú idomacél segítségével a talajhoz rögzítettünk. Az emelőt működtetve a talajhoz képest a sínekkel párhuzamos irányú síkbeli erőt tudunk a külső keretre kifejteni (6.4. ábra).

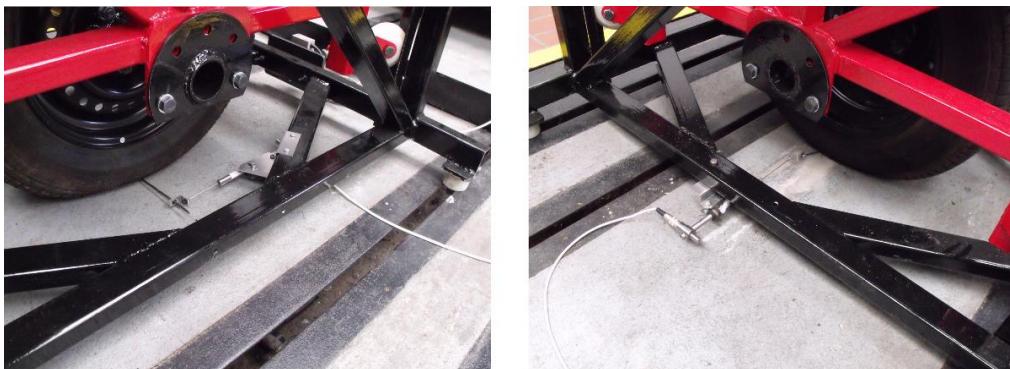


6.4. ábra: A gumiabroncs deformációját létrehozó hidraulikus emelő és az erőmérő cella beépítése

A mérések során rögzíteni kell a gumiabroncs deformációját, és a deformációt létrehozó erőt. Az utóbbi mérése egyszerű, egy erőmérő cellát kell beépíteni a hidraulikus emelő, és a külső keret közé (6.4. ábra). Gyakorlatilag az erőmérő cellát a külső kerethez rögzítjük, és az emelővel a cella nyomórúdján keresztül fejtünk ki erőt. Az erőfolyam a talajon keresztül zárul: a hidraulikus emelő erőt fejt ki a cellán keresztül a külső keretre, a külső keret a görgőkön keresztül adja át az erőt a belső keretnek, és a keréktárcsának, majd a gumiabroncs tapadási felületén keresztül zárjuk az erőfolyamatot a talajon keresztül. A mérések során statikus deformációt mérünk, a tesztpad csak bizonyos feltételek mellett al-

kalmas dinamikus mérésekre. Ugyanis a külső keret a danamid lábakon keresztül felfekszik a sínen, ami mozgás közben csúszósúrlódási erőt fejt ki, ami hozzáadódik gumiabroncs által kifejtett erőhöz. Ahhoz, hogy dinamikus mérést tudunk végezni, csak a külső kereten meg kell mérni a súrlódási erőt, majd ezt a gumiabroncs deformációjának mérésekor ki kell vonni a mért erő értékéből.

A gumiabroncs deformációjának mérésekor meg kell határozni a tapadási felület elmozdulását a kerethez képest. Erre a célra elmozdulás érzékelőt, útadót használtunk. Az útadó házát a kerethez, a mozgó rudat pedig a gumiabroncs felfekvő felületéhez kell rögzíteni. Az útadó hossztengelye mindenkor a deformáció irányával párhuzamos kell legyen, azaz a hossz- és a keresztirányú deformációk esetén külön rögzítési helyzetet kell biztosítani. A gumiabroncs felőli rögzítést a következőképpen oldottuk meg: a gumiabroncs mintázatába egy 3 mm átmérőjű acéldrót rögzítettünk úgy, hogy a drótot a gumiabroncs mintázatának megfelelő alakúra hajlítottuk. A drótot a gumiabroncs mintázatába süllyeszttük, így biztosítva azt, hogy a drót a gumiabroncs felületével együtt mozogjon, és hogy a drót ne befolyásolja a súrlódási viszonyokat. A drót szabad végét rögzítettük az útadó mozgó pálcájának végéhez. (6.5. ábra)



6.5. ábra: Gumiabroncs deformációjának mérése hossz- és keresztirányban

Az útadót és az erőmérő cellát is úgy kell kiválasztani, hogy a mérési tartománya nagyobb legyen, mint a várt maximális értékek. Mivel a kerékterhelés kisebb lesz, mint 700 kg, a súrlódási tényező maximuma sem lesz várhatóan egynél nagyobb, így a várható maximális síkbeli erő kisebb lesz, mint 7 kN. A választott erőmérő cella méréshatára 20kN. A gumiabroncs várható deformációja nem lesz több mint 50 mm, ezért egy 100 mm-es löketű útadót választottunk. Itt fontos követelmény volt az olyan elmozdulás érzékelő kiválasztása, amelynek belső súrlódási ellenállása minimális, hogy a mérés során a gumiabroncs mintázatába illesztett drótot kis mértékben se deformálódjon az útadó ellenállása miatt.

Mind az útadó, mind pedig az erőmérő cella induktív elven működik, előbbi fél-, utóbbit teljes hídba kell bekötni. A mérőrendszer összeállításánál ezért a HBM QuantumX mérőerősítő adatgyűjtő egységet választottuk, amely alkalmas a Wheatstone hídban történő mérésre, legyen az induktív teljes vagy félhíd. A mérőrendszer összeállítását a 6.6. ábra mutatja.



6.6. ábra: Mérőrendszer összeállítása

6.1.2 Mérések elvégzése

A mérések megkezdése előtt a következő előkészületeket kell elvégezni. Az egyik fontos kérdés a gumiabroncs hőmérséklete. A legoptimálisabb lenne üzembeleg gumiabroncson végezni a méréseket, azonban a statikus mérések miatt a gumiabroncs melegítése és mérés közben üzembeleg hőmérsékleten tartása nem lehetséges. Ez nem okoz nagy mértékű hibát, tekintve, hogy a mérés során kapott paramétereket kissébességű manöverek szimulációjára használjuk fel, amelyek során a gumiabroncs nem melegszik fel nagy mértékben. minden mérés előtt a kereket a belső kerettel együtt meg kell emelni, hogy a gumiabroncs hossz- és keresztirányú deformációja relaxáljon. A terhelést és a gumiabroncs nyomását is minden mérés előtt be kell állítani. A kereteket elő kell feszíteni a terhelés irányában, majd mindenkét érzékelő értékét nullázni kell.

A méréseket különböző terhelések és különböző gumiabroncsnyomások mellett végeztük el mind hossz-, mind pedig kereszttirányban. A kerék terhelését egyenként 23,5 kg tömegű műterhelések segítségével állítottuk be (6.7. ábra). A teljes kerékterhelésbe a belső keret tömegét is figyelembe kell venni, ez összesen a tengellyel és a kerékkel együtt 120 kg. A különböző terhelési eseteket a 6.1. táblázat mutatja.

6.1. táblázat: Kerékterhelések

Terhelési eset	Kérékterhelés
1. terhelés	637 kg
2. terhelés	543 kg
3. terhelés	449 kg
4. terhelés	355 kg



6.7. ábra: Műterhelések elhelyezése a belső keret kosarában

Ugyanígy a gumiabroncs nyomását is változtattuk, négy különböző nyomás mellett végeztünk méréseket. A választott keréknyomás értékeit a 6.2. táblázat tartalmazza.

6.2. táblázat: Gumiabroncs nyomások

Gumiabroncs nyomása
2,7 bar
2,5 bar
2,3 bar
2,0 bar

A mérések során a terhelések és a nyomások változtatását nem kombináltuk, azaz a nyomásokat csak egy, a legnagyobb terhelési állapot mellett változtattuk, a többi terhelési állapotnál a gumiabroncs nyomását állandó értéken tartottuk.

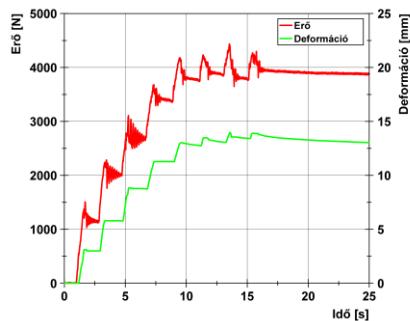
Miután minden terhelést, minden pedig a nyomást beállítottuk és az érzékelőket is nulláztuk, megkezdtük a gumiabroncs deformálását. A hidraulikus emelőt kézzel működtetjük, ezért a folyamatos, kisbességű deformációt nem tudjuk biztosítani. A deformációt addig növeltük, amíg a gumiabroncs meg nem csúszott (6.8. ábra). A deformáció során folyamatosan rögzítettük a gumiabroncs deformációjának mértékét, és a deformáláshoz szükséges erőt. A mérés végén a belső keretet megemelve biztosítottuk a gumiabroncs relaxációját. Ezután kezdődhetett a következő munkapont mérése.



6.8. ábra: Gumiabroncs deformációja keresztirányban

6.1.3 Mérési eredmények értékelése

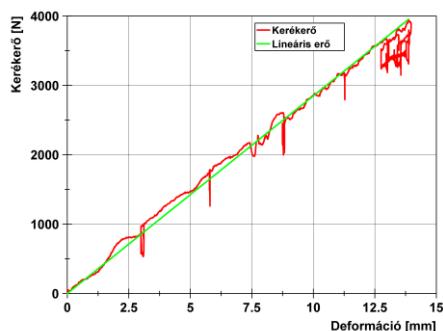
A mérések során rögzítettük az adott irányra, terhelési esetre és nyomásra vonatkozóan a deformáció és az erő időfüggvényét (6.9. ábra). Mind az erő, mind pedig a deformáció időben szakaszosan változik. Elsőként a deformáció függvényét vizsgálva láthatjuk, hogy felváltva váltakoznak a közel lineárisan növekvő szakaszok, és az állandó értékű szakaszok. Ez a hidraulikus emelő működtetéséből adódik. Az emelőt nem lehet folyamatosan működtetni, hanem egy kézi pumpa segítségével lehet hidraulikafolyadékot pumpálni az emelőbe a tartályból. A lineárisan növekvő szakaszokon a pumpa munkaszakasza, az állandó értékű szakaszok pedig a pumpa újratöltését végezzük. Ez utóbbi esetben a gumiabroncs deformációja nem növekszik, de nem is csökken, mert az emelőben található visszacsapó szelep megakadályozza azt.



6.9. ábra: A gumiabroncs deformáció, és a deformációhoz szükséges erő időfüggvényei hosszirányú deformáció során

A nagyobb deformációk mellett már látható, hogy az eddig állandónak nevezett szakaszok kis mértékű csökkenést mutatnak. Ennek oka, hogy nagyobb deformációk mellett a gumiabroncs már kis mértékben, lassan elkezd csúszni. Az is jól látható a deformáció függvényén, hogy a deformáció növekedésénél a lineárisan növekvő szakaszok egyre rövidebbek. Ez szintén a megcsúszással magyarázható, mert ahogy közeledünk a gumiabroncs statikus megcsúszási határa felé, a dinamikus hatások következtében egyre hamarabb csúszik meg a gumiabroncs az emelő működtetése során.

A gumiabroncs deformációjának analízise során nem az időfüggvényeket kell elemezni, hanem a erő változását a deformáció függvényében (6.10. ábra).

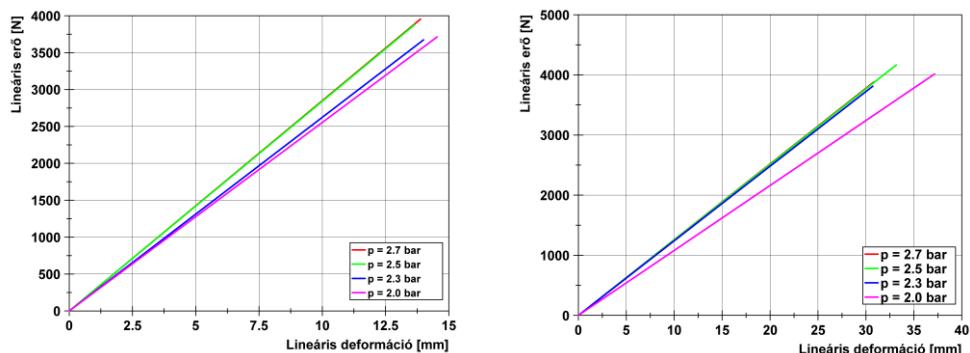


6.10. ábra: Gumiabroncs erő-deformáció diagramja hosszirány esetére

A diagramon jól látható, hogy a gumiabroncs deformálásához szükséges erő az elmozdulás függvényében lineárisan változik. Ez nem azt jelenti, hogy a gumiabroncs karakterisztikája lineáris lenne, hanem csak azt, hogy statikus jellegű deformáció hatására a gumiabroncs megcsúszásáig az erő a deformáció függvényében lineárisan változik. Ezekből a mérési eredményekből nem következtethetünk a gumiabroncs anyagának karakterisztikájára, vagy a gumiabroncs dinamikus viselkedésére. Számunkra a gumiabroncs statikus karakterisztikái szükségesek a gumimodellek merevségeinek azonosítására. A deformáció függvényében mért erő karakterisztikája közel lineáris, ezért a gumiabroncs merevsége egyszerűen meghatározható. Az erő karakterisztika meredeksége adja a gumiabroncs merevségét az adott munkapont esetében. A gumiabroncs modell térbeli diszkretizálása miatt célszerűbb az egységnyi hosszra vetített gumiabroncs merevséget meghatározni. A tapadási felület pontos hosszának meghatározása nehéz feladat, mind méréssel mind pedig számítással is csak közelítőleg lehet meghatározni. Kétféle mérési eljárás létezik, az egyik az, hogy megemelt kerék mellett a gumiabroncs alsó felületét valamilyen színes, nagyobb

viszkozitású folyadékkal bakenjük, és visszaengedés előtt egy papírlapot helyezünk a talajra. A gumiabroncs felfekvő felülete nyomot hagy a papíron, amelynek hossza és szélessége mérhető. A másik mérési módszer szerint a leterhelt gumiabroncs tapadási felületének elejéhez és végéhez egy-egy papírlapot csúsztatunk be ütközésig, ekkor a két papírlap közötti távolság a tapadási felület hosszával lesz egyenlő. Ez utóbbi módszerrel határozuk meg a tapadási felületek hosszát. A számítási módszernél a gumiabroncsban lévő levegő állapotváltozásából indulunk ki. Statikus mérés esetén jó közelítéssel vehetjük az abroncsban lévő levegő hőmérsékletét állandónak. A statikus deformáció során a levegő izoterm állapotváltozást szenveld. Vagyis amennyiben ismerjük a gumiabroncs nyomását és térfogatát terheletlen állapotban, valamint a nyomást terhelt állapotban, akkor a gumiabroncs terhelt állapotbeli térfogatát ki tudjuk számítani. Ezt követően a terhelt térfogat alapján a gumiabroncs felfekvő felületét kell számítani. Pont ez utóbbi művelet okozza a módszer pontatlanságát. A gumiabroncs deformálatlan térfogatát gyűrű alakkal egész pontosan lehet közelíteni, de a deformáció következtében kialakult térfogatot nehéz pontosan számítani.

A 6.11. ábra a gumiabroncs erő-deformációt mutatja különböző nyomások mellett hossz- és keresztirányban. A nyomás változásának hatását csak a legnagyobb, 637 kg-os terhelés mellett végeztük el. Mindkét irányban a vártnak megfelelően a nyomás növelésével a gumiabroncs merevsége növekszik. A nyomás növelésével nem lineárisan változik a merevség, hanem degresszív módon. Az ábrákon is jól látszik, hogy a 2,7 és 2,5 bar nyomásokon a gumiabroncs merevsége szinte alig változik, majd a nyomás csökkentésével egyre nagyobb mértékben csökken a merevség (6.12. ábra).



6.11. ábra: A gumiabroncs erő-deformáció karakterisztikái különböző nyomások mellett hossz- (bal) és keresztirányban (jobb)

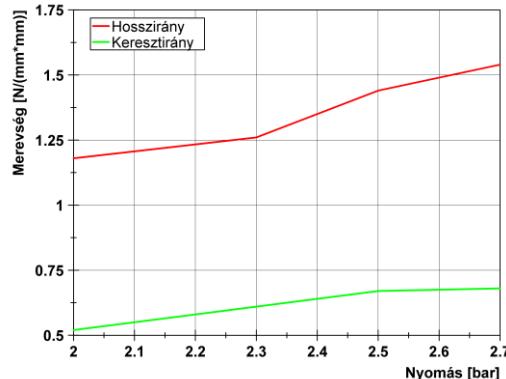
A fajlagos merevségeket a 6.3. táblázat mutatja.

6.3. táblázat: Gumiabroncs fajlagos merevségei a nyomás függvényében

Gumiabroncs nyomása [bar]	Hosszirányú merevség [N/mm ²]	Keresztirányú merevség [N/mm ²]
2,7	1,54	0,68
2,5	1,44	0,67
2,3	1,26	0,61
2,0	1,18	0,52

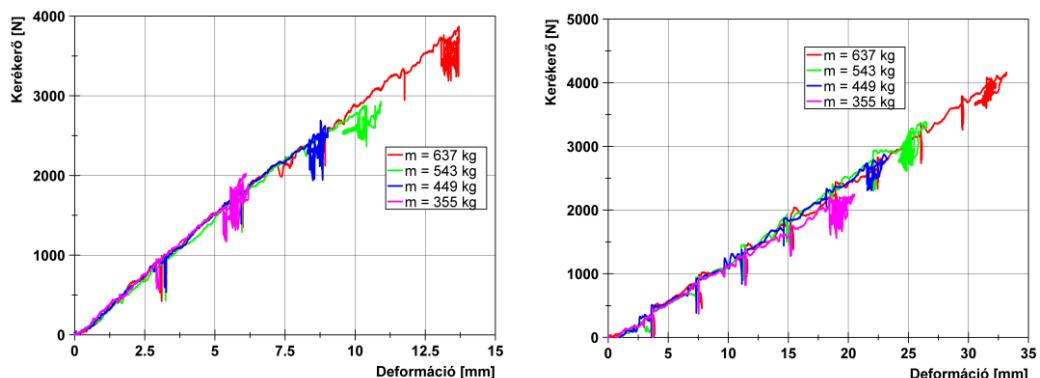
Külön ábrázolva a gumiabroncs hossz- és keresztirányú fajlagos merevségeit a nyomás függvényében látható, hogy keresztirányban 2,5 bar nyomás felett csökkenni kezd a me-

rehség. A 2,5 és 2,7 bar nyomásokon meghatározott fajlagos merevségek közötti eltérés nagyon kicsi, ezért akár regressziós, akár a fajlagos merevség számításának pontatlansága miatt valószínűsíthető, hogy a merevség nem csökken, de azt ki lehet jelenteni, hogy a fajlagos merevség növekedése a nyomás emelkedésével már egyre kisebb. A 6.12. ábra alapján egyértelműen látszik, hogy hosszirányban a gumiabroncs merevebb, mint keresztirányban, közel kétszerese a longitudinális fajlagos merevség a laterálisénak, amely a gumiabroncs geometriai felépítésével magyarázható.



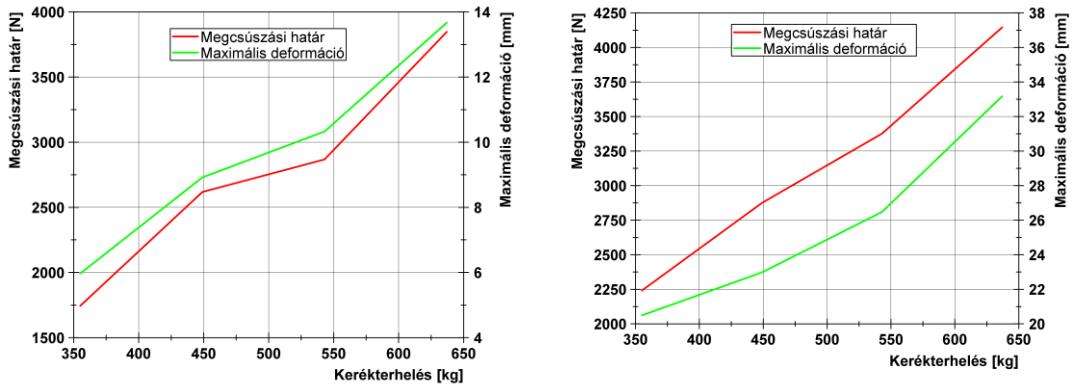
6.12. ábra: A gumiabroncs hossz- és keresztirányú fajlagos merevségének változása a nyomás függvényében

A terhelések változtatásakor a gumiabroncs nyomását minden esetben 2,5 bar értékre állítottuk be. A mért erő-deformáció karakterisztikák ezekben az esetekben is lineáris jelleget mutat (6.13. ábra).



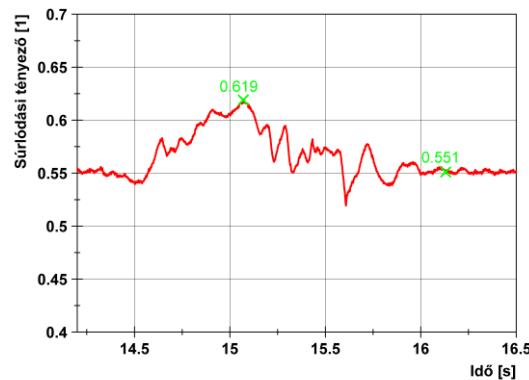
6.13. ábra: A gumiabroncs erő-deformáció karakterisztikája különböző terhelések mellett hossz- (bal), és keresztirányban (jobb)

Az ábrákból azt a következtetést lehet levonni, hogy a gumiabroncs merevsége nem függ közvetlenül a terheléstől. Közvetve függ a terheléstől, mert a kerékterhelés változással változik a gumiabroncs nyomása is, amely – mint korábban bemutatásra került – a merevségre hatással van. A különböző terhelések mellett viszont változni fog a gumiabroncs megcsúszási pontja, vagyis a maximálisan kifejthető erő és deformáció, amelyet követően a gumiabroncs teljesen megcsúszik (6.14. ábra).



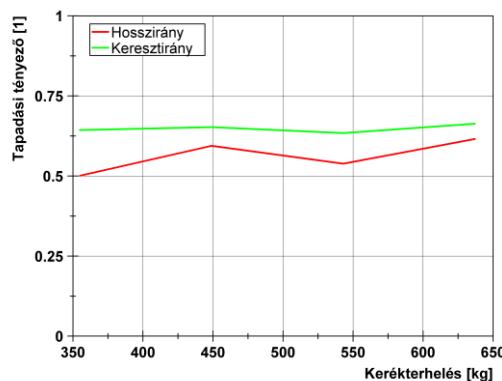
6.14. ábra: Maximális erő és deformáció megcsúszás előtt, hossz- (bal) és keresztirányban (jobb)

Mivel a gumiabroncs karakteristikája lineáris volt, ezért a maximális erő, és a megcsúszás között lineáris kapcsolatnak kell lennie, ez közelítőleg teljesül is. A megcsúszás pillanatához tartozó erőnek hossz- és keresztirány esetén azonosnak kell lennie, mert a súrlódási jelenség független az iránytól, az csak a normálerőtől, és az érintkező felületek minőségtől függ. Hosszirányban mégis kisebb működtető erő mellett megcsúszik a gumiabroncs, mind keresztirányban. Ennek oka első sorban feldolgozási hiba lehet, ugyanis a megcsúszás pontos helyzetét nehéz megállapítani a mérés során kialakuló akadozó csúszás miatt. A megcsúszáshoz tartozó maximális deformáció a maximális erő és a merevség alapján adódik. Az elvégzett vizsgálatok alapján meg lehet határozni a gumiabroncs és a talaj között fennálló Coulomb súrlódási modellnek megfelelő súrlódási tényezőt. Ezt meghatározhatjuk az időfüggvények alapján is (6.15. ábra). Ennek kiszámítása a gumiabroncs hosszirányú deformációja során mért deformációs erő alapján történt a kerékterhelés ismeretében. Az így kapott függvényből azt az időrészletet ragadtuk ki, amelynél a gumiabroncs már teljesen megcsúszott, azaz mind a tapadó, mind pedig a csúszósúrlódás értéke meghatározható. Azt azonban nem szabad figyelmen kívül hagyni, hogy a csúszósúrlódás értéke nem csak a gumiabroncs, hanem a külső keret lábainak csúszósúrlódását is tartalmazza, igaz ez utóbbi jóval kisebb értékű a gumiabroncs súrlódásához viszonyítva.



6.15. ábra: A súrlódási tényező változása hosszirányú megcsúszás esetén

A statikus súrlódási tényezőt meg tudjuk határozni a különböző terhelések mellett hossz- és keresztirányban egyaránt (6.16. ábra). A súrlódási tényező értéke csak az érintkező felületek minőségétől függ, a normálerőtől, és az iránytól független.



6.16. ábra: Statikus súrlódási tényező változása a kerékterhelés függvényében hossz- és keresztirányban

A keresztirányú esetben a tapadási tényező a vártnak megfelelően nem, illetve alig láttható mértékben változik. Hosszirányban már nagyobb változás észlelhető, de ezt igazából csak mérési és jelfeldolgozási hibával lehet indokolni. A hossz- és a keresztirányú mérések között viszont jól látható a különbség: átlagosan 8-10 %-kal nagyobb a statikus súrlódási tényező értéke laterális irányban, minden terhelés mellett. Amontons második törvényében (Amontons, 1699) leírta, hogy a súrlódás a súrlódó felületek nagyságától független, amelyet Bowden és Tabor (Bowden & Tabor, 1950) is igazolt. A mérések eredményeként kapott eltérés a hossz- és keresztirányú deformáció során számított tapadási tényezők között túl nagy, mindegyik kerékterhelésnél közel azonos. Az egyik lehetséges magyarázat rá a gumiabroncs futófelületének mintázata. A gumiabroncsnak a legszélesebb, legmélyebb mintái a gumiabroncs hosszanti vízelvezető csatornái, amelyeknek élei a keresztirányú deformáció során nagyobb mértékben akadályozhatják a megcsúszást, mint hosszirányban.

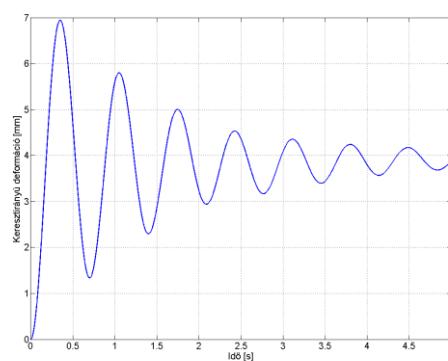
6.1.4 Modell paramétereinek optimalizálása

A mérési eredmények alapján a modell paramétereit optimalizálni kell. A szimuláció eredményeként kapott merevségeket nem lehet közvetlenül a modellbe implementálni, mert a modellben a merevség nem mint fajlagos érték szerepel, hanem az egyes gumielemek közötti, valamint a gumielemek és a keréktárcsa közötti rugóelemek merevségét kell definiálni. Ezért egy optimalizálási feladatot kell elvégezni, amelynek során a fent említett rugóelemek merevségét keressük meg. A mérés eredményeként rendelkezésünkre állnak a karakterisztikák, vagyis az erő-deformáció értékpárok, amelyek alapján az optimalizálást el kell végezni.

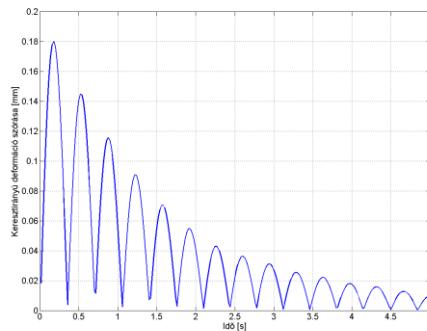
Az optimalizálást a többtest dinamikai modellen végezzük el úgy, hogy a mérésnek megfelelő kerékmodellt, és környezetet felépítjük a 3.2.3 fejezet alapján. Csak egy egyszerű kerékmodellt kell elkészíteni. A keréktárcsának csak hossz és keresztirányú mozgási lehetősége van az elkormányzást és a gördülést úgy, mint a tesztpad esetén gátoljuk. A modellben ezt egyszerűsítés révén valósítjuk meg: elvesszük a keréktárcsának ezt a két

szabadsági fokát. A keréktárcsa és a gumielemek mozgását a (3.6) egyenletrendszer első két és utolsó két egyenletei írják le. A mérés során a hossz- és a keresztirányú mozgáslehetőségek közül egyszerre mindenkor csak az egyiket engedtük, a modellben nem szükséges külön egyenletrendszert felépíteni a két esetnek. A két mozgás többé-kevésbé független egymástól. A keréktárcsára hosszirányú erőt működtetve minden rugóelem csak hosszirányú deformációt szenved, vagyis nem lesz keresztirányú mozgás. A keréktárcsára keresztirányú erőt működtetve azonban a gumielemek közötti rugók hosszirányban is deformálódnak, ami a valóságban a kerék talppontjára szimmetrikusan történik, de a modell a gumiabroncs diszkretizálása következtében aszimmetrikus lesz. Ez létrehoz kis mértékű hosszirányú mozgást is, ez azonban az eredményt nem befolyásolja. Mindenesetre az optimalizálást a hosszirányú merevségek meghatározásával kezdjük, mert a keresztirány optimalizálásánál az esetlegesen kialakuló hosszirányú deformációkat már az optimalizált merevségekkel vesszük figyelembe.

A mérések alapján a gumiabroncs lineáris karakterisztikájú, vagyis minden terheléshez és nyomáshoz egy optimalizálást kell elvégezni. Az optimalizálás során szimulációt futtatunk több lépésben, amíg a kapott eredmények a mérési eredménnyel egyező értéket nem adnak. Először a modell paramétereit a valós gumiabroncsnak megfelelően adjuk meg a modellben, vagyis statikus sugarat, a kerékterhelést illetve a tapadási felület hosszát. A gumiabroncs gerjesztését éppúgy, mint a mérés esetén, a keréktárcsára ható hossz- és keresztirányú erő adja. A mérés eredményeként kapott erő-deformáció karakterisztika lineáris, ezért elegendő annak egy pontját kiválasztani az optimalizáláshoz. A szimuláció eredményeként meghatározzuk az állandósult állapotbeli deformációt. Amennyiben a kerékerőt egységugrás függvénytel definiáljuk, a gumiabroncs dinamikája következtében a gumiabroncs az állandósult állapotot csillapodó lengések eredményeként éri el (6.17. ábra). A pontos eredmény érdekében, a deformáció adott szélességű időszakaszainak a szórásnégyzetét számítjuk, és amikor annak értéke egy határértéknél kisebb értéket elér, azt az időpillanatot tekintjük az állandósult állapot elérésének (6.18. ábra). A másik módszert, hogy az erőt nem egységugrás függvényként, hanem rámpafüggvénytel adjuk a modellre, csökkentve ezzel a lengések mértékét.



6.17. ábra: A gumiabroncs deformációjának lengésképe egységugrás jellegű erőterhelés hatására



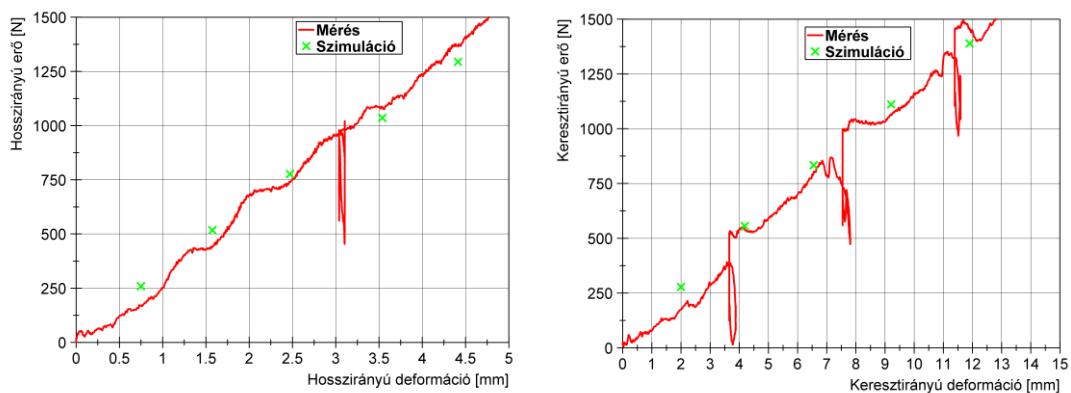
6.18. ábra: A deformáció szórásnézetének változása 0.03 másodperces szakaszokra vonatkoztatva

Az első szimulációnál a gumiabroncs merevségét tapasztalati értékek alapján vettetem fel, majd az eredmények alapján módosítottam azt. A szimuláció eredményeként kapott és a tesztpadon mért deformációk aránya alapján határoztam meg a következő iterációs lépésekbeli merevség értékét (6.1). Mindez addig folytatódott, amíg a szimuláció és a mérés alapján meghatározott deformáció közötti eltérés egy előre definiált toleranciánál kisebb értékre nem csökkent. A fenti optimalizálást minden egyes gumiabroncsnyomás esetére elvégeztem.

$$(6.1) \quad b_{i+1} = b_i \frac{d_{szim,i}}{d_{mérő}}$$

ahol b_i az i -edik iterációs lépésben beállított merevség; $d_{szim,i}$ az i -edik iterációs lépés eredményeként kapott deformáció; $d_{mérő}$ pedig a mért deformáció.

A kapott merevségi értékeket ellenőrizni kell, hogy a modell által szolgáltatott karakterisztika mennyire fedi a mérés során kapott karakterisztikát. Ehhez az optimalizáció eredményeként kapott merevségek felhasználásával a modellt különböző erőkkel gerjesztve meghatározzuk a deformációt és a kapott eredményt a mért karakterisztikával összehozzuk (6.19. ábra).



6.19. ábra: A mérés eredményeként kapott karakterisztika összehozatala szimulációs adatokkal hossz- (bal) és keresztfelügyeletben (jobb)

A szimulációs eredmények minden két irányban hasonló jelleget mutatnak, ezáltal az optimalizálási folyamatot eredményesnek tekinthetjük.

6.2 Járműves mérések a modell validálásához

A gumiabroncs viselkedésének pontosságát mérésekkel lehet ellenőrizni. Az identifikációhoz hasonlóan a validáció is azon alapul, hogy a modellt és a valós rendszert azonos gerjesztéssel hozzuk működésbe, majd a két esetben kialakult válaszfüggvényeket összehasonlítva lehet következtetéseket levonni a modell helyességéről. A valós jármű és a szimulációs járműmodell esetében is a kerekekre ható hajtó-, fékező és kormányzó nyomatékok jelentik a rendszer bemenetét. Elsősorban a gumiabroncs modellt szeretnénk validálni, ezért válaszként a kerékerőket illetve a gumiabroncs deformációját kellene vizsgálni. A rendelkezésemre álló eszközök nem teszik lehetővé sem a gumiabroncs deformációjának sem pedig a kerékerőknek a mérését, ezért más jellegű mérések segítségével kell a modell validálását elvégezni. A jármű dinamikai paramétereit kerülnek összehasonlításra, pontosabban a kocsitest sebességvektorát határozzuk meg számítással és méréssel egyaránt.

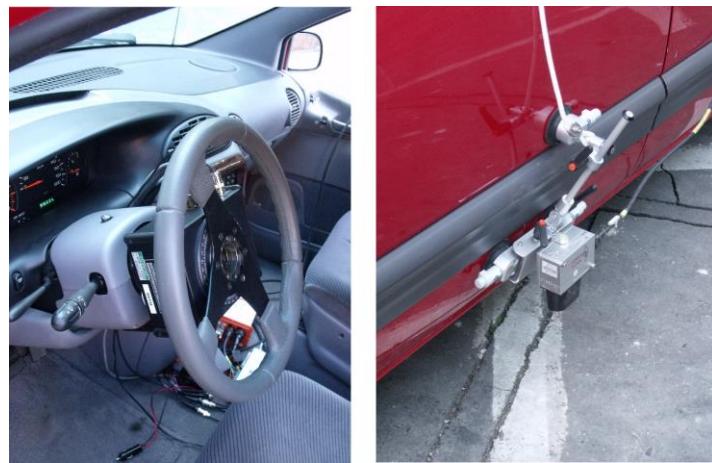
6.2.1 A tesztjármű és a mérőrendszer bemutatása

A vizsgált tesztjármű egy Chrysler Voyager (6.20. ábra). A jármű elsőkerék hajtású és kormányzású, minden a négy kereke fékezett. A jármű bolygóműves automata nyomatékváltóval, valamint hidraulikus kormányrássegítővel van felszerelve.



6.20. ábra: A tesztjármű

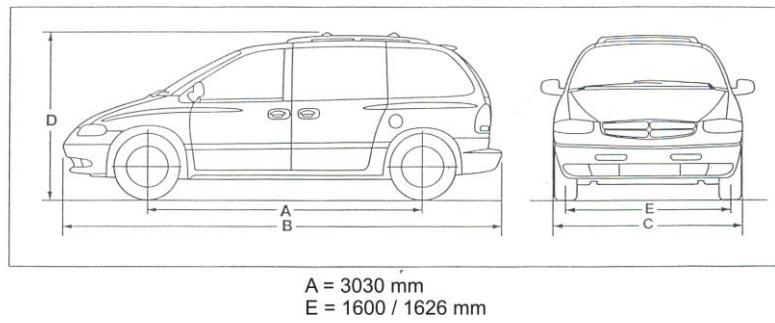
A járműre két műszert szereltünk fel: egy mérőkormányt és egy optikai sebességmérő műszert (6.21. ábra). A mérőkormányt a kormányoszlopra, közvetlenül a kormánykerék alá kell beépíteni, méri a kormánykerék szögét, szögsebességét és a kormányzási nyomatékokat. A mérések során csak a kormányszöget és a nyomatéket mértük. Az optikai sebességmérő műszer a kocsitest sebességét, pontosabban annak komponenseit. Számunkra ez a műszer azért előnyös, mert optikai elven működik, azaz a kocsitest talajhoz viszonyított sebességét pontosan méri, szemben a keréksebességen alapuló mérésekkel, amelyek a gumiabroncs megcsúszása miatt pontatlanok. Az optikai sebességmérő műszer összesen három jelet rögzít: a hossz- és keresztirányú sebességet, valamint a kocsitest oldalkúszási szögét.



6.21. ábra: A mérőkormány (bal) és az optikai sebességmérő műszer (jobb)

6.2.2 A tesztjármű paramétereinek mérése

Mielőtt a validálási méréseket elkezdenénk meg kell határozni a tesztjármű néhány paraméterét. Elsöként a jármű geometriai adatait kell megadni a modellben. A kocsitestre vonatkozóan a kerekek helyzetét kell megadni, azaz a tengelytávot, és a nyomtávot. A jármű műszaki leírásában található méreteket tekintjük pontos értéknek (6.22. ábra).



6.22. ábra: A tesztjármű geometriai adatai

A jármű tömegét a kerékterhelések mérésével kapjuk meg, így nem csak a kerékterheléseket, hanem a jármű súlypontjának helyzetét is meg tudjuk határozni (6.4. táblázat, 6.5. táblázat). A kerékterheléseket, és ezáltal a súlypontot nem az üres járműre határoztuk meg, hanem a járművezetővel együtt.

6.4. táblázat: Kerékterhelések [kg]

	Bal oldal	Jobb oldal
Első tengely	629	551
Hátsó tengely	441	413

6.5. táblázat: Az egyes kerekek távolsága a súlyponttól [Hosszirány; keresztirány] [mm]

	Bal oldal	Jobb oldal
Első tengely	[1272; 758]	[1272; 842]
Hátsó tengely	[1758; 771]	[1758; 855]

A kocsitest, és ugyanígy a kerék tehetetlenségi nyomatékeit nem tudjuk méréssel meg-határozni. A kocsitest függőleges tengely körüli tehetetlenségi nyomatékát táblázatból adjuk meg, igaz nem konkrétan erre a tesztjárműre, hanem egy hasonló tömegű és kiala-

kítású autóra nézve (Ilosvai, 2011), amely nem pontos érték, de tekintve, hogy a jármű legyezési szögggyorsulása kicsi, a hiba is kis értékű lesz. A kerék inerciáit számítással határozzuk meg, hiszen a modell geometriáját, és anyagát ismerjük, ezért annak tehetetlenségi nyomatékát akár egy CAD program segítségével is ki tudjuk számítani (6.6. táblázat).

6.6. táblázat: A kocsitest és a kerék inerciái [kgm^2]

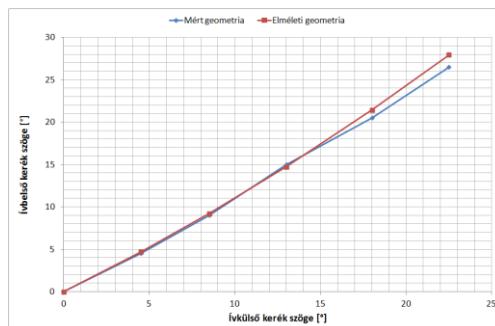
Tehetetlenségi nyomaték	
Kerék forgástengely körüli	0,882
Kerék kormánycsap körüli	0,511
Jármű függőleges tengely körüli	3000

A gumiabroncs paramétereit, mint a merevség, tapadási felület hossza, a 6.1 alfejezetben bemutatott tesztpadi mérések eredményei alapján határoztuk meg. A járműves mérések során a gumiabroncsok nyomását az előírásnak megfelelően állítottam be, a kerékterhelések pedig ismertek. Ezek alapján mind a tapadási felület hossza, mind pedig a gumiabroncs merevsége megadható a mérési adatok alapján interpolációval.

A kormányrendszer tulajdonságainak felvétele a következőképpen történik. A többtest dinamikai gumimodellel szerelt járműmodellben a kormányrendszer egyszerű geometriai kényszerként kezeltük, vagyis a két első kerék elkormányzása, csak az Ackermann geometria alapján történhetett (4.3 fejezet). A geometriai kényszer meghatározásához felvettettem a jármű kormánygeometriáját. A jármű első kerekeivel egy szögskálával ellátott forgózsámolyra álltam (6.23. ábra), majd a kormánykerék forgatásával rögzítettem a kormánykerék és a kormányzott kerekek szögelfordulásait (6.24. ábra).

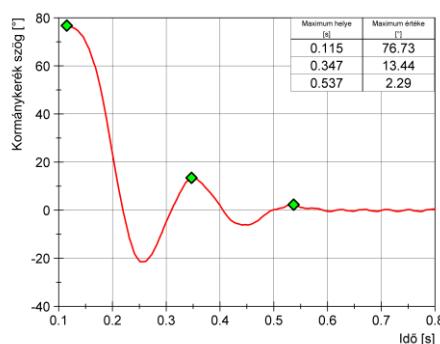


6.23. ábra: Kormánygeometria mérése forgózsámoly segítségével



6.24. ábra: A mért és az elmeleti kormánygeometria a tesztjármű esetében

Ahogy azt vártuk, a jármű kormánygeometriája nagyobb kormányszögeknél jobban elér az ideális Ackermann geometriától. A kormányrendszernek még két további paramétert kellene meghatározni, a kormányrendszer csillapítását és inerciáját. A kormányzási szögsebesség és szöggyorsulások kicsik, ezért ezen értékek pontatlansága elenyésző hibát okoz a szimulációkban. A kormányrendszer tehetetlenségi nyomatékának meghatározásához három tag tehetetlenségi nyomatékát összegeztem, a két első kerék inerciáját és a kormányrendszer tehetetlenségét. Természetesen mindegyiket a modellhez hasonlóan a jármű első tengelyének felezőpontjába állított függőleges tengelyre redukálva. A kerék inerciáit a már korábban említett CAD modell segítségével határoztam meg, a kormányrendszer tehetetlenségi nyomatékára pedig egy kormányrendszer fejlesztésével foglalkozó cég munkatársai adtak közelítő értéket. A csillapítási tényező meghatározása még ennél is nehezebb feladat. Méressel és identifikációval lehet meghatározni a csillapítási értéket. Ehhez a járművel sík aszfalt burkolatú talajra álltam, majd leállított motor mellett a kormányrendszert impulzusszerűen gerjesztettem. Azért fontos a motort leállítani, hogy a hidraulikus rásegítő ne befolyásolja a mérést. A gerjesztés abból állt, hogy a kormánykeretet annyira forgattam el, hogy a gumiabroncs deformálódjon, de ne csússzon meg, majd a kormányt elengedve rögzítettem a kormánykerék szöglengéseit. A kialakuló lengések csillapodnak, ebből a relatív csillapítás meghatározható. A nehézséget az okozza, hogy ez a csillapítás a teljes rendszer csillapítása, azaz nemcsak a kormányrendszer, hanem a gumiabroncs csillapítását is tartalmazza. Sót, a gumiabroncs csillapítása nyilván nagyobb mértékű, mert a kormányrendszerben a csillapítást csak a fogaskerék-fogasléc és a csapágyazások súrlódásai adják. A kormányrendszerben így kialakuló lengésképet mutatja a 6.25. ábra.



6.25. ábra: Kormánykerék szöglengései impulzus kormányzás hatására

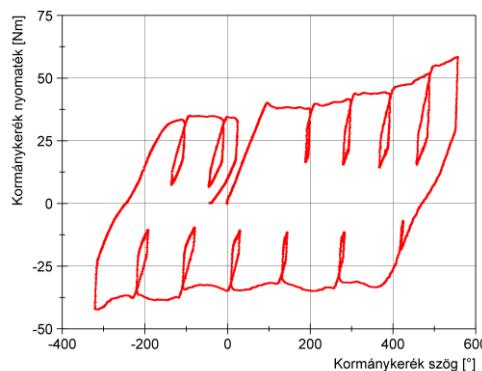
A relatív csillapítás értékét a logaritmikus dekrementum segítségével határozhatsuk meg (Stépán, 2004), vagyis a csökkenő lengés amplitúdók hányadosainak logaritmusa alapján számolunk (6.2). A modellben ezt az értéket közvetlenül nem tudjuk felhasználni, a gumiabroncs merevségének meghatározásakor bemutatott optimalizációs eljárással lehet a pontos csillapítási értéket identifikálni.

$$(6.2) \quad \begin{aligned} \Lambda &= \frac{1}{n} \ln \frac{A_0}{A_n} = \frac{1}{2} \ln \frac{76,73}{2,29} = 1,756 \\ D &= \frac{\Lambda}{\sqrt{4\pi^2 + \Lambda^2}} = \frac{1,756}{\sqrt{4\pi^2 + 1,756^2}} = 0,269 \end{aligned}$$

A relatív csillapítás értéke, és a 6.25. ábrán látható gyorsan csillapodó lengéskép is igazolja a korábbi megállapítást, hogy főként a gumiabroncs csillapítása határozza meg a kormányzásokor csillapítást.

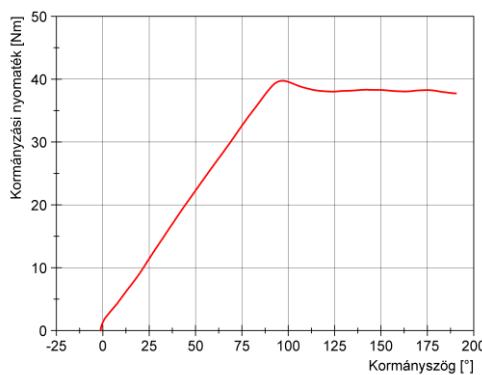
Az utolsó paraméter, amit meg kell határozni, az a súrlódási tényező a talaj és a gumiabroncs között. Mivel a modellben Coulomb-féle súrlódási modellt alkalmaztam, ezért a normálerő, és a súrlódási erő mérésével határozható meg a súrlódási tényező. Az alkalmazott mérőrendszer esetében csak a kormánykeréken tudtam nyomatékot mérni, ezért a súrlódást is a kormányzásra vonatkoztatva lehet vizsgálni. A normálerőt pedig a kerékterhelések mérésével határoztam meg (6.4. táblázat).

A mérés során a járművel a tesztpálya talaján álló helyzetben, kikapcsolt motor mellett kormányzási manövereket végeztem, melyek során a kormánykerék a középhelyzetből az egyik végelyzetig, majd ebből a végelyzetből a másik végelyzetbe, végül újra középhelyzetbe forgattam. Ebben az esetben szintén fontos, hogy a kormányrássegítő ne befolyásolja az eredményt. A mérés eredményeként ábrázolhatjuk a szögelfordulás-nyomaték karakterisztikát (6.26. ábra).



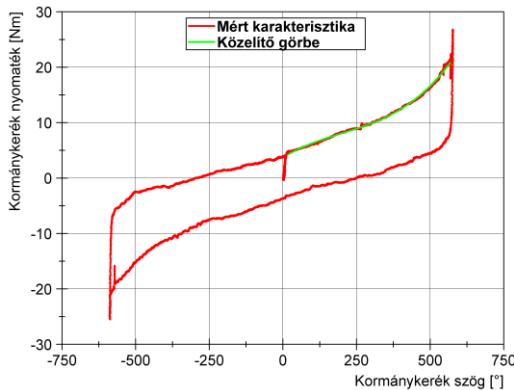
6.26. ábra: Kormányzási nyomatékgény a kormánykerék szögfordulásának függvényében

A középhelyzetből történő kiindulásnál jól kivehető a csúszó és a tapadósúrlódás közötti különbség. A kormányzás kezdetén a nyomaték lineárisan növekszik, ekkor a gumiabroncs még nem csúszik, csak deformálódik. A tapadósúrlódás maximális értékét elérve, a súrlódási erő csökken, amíg a csúszósúrlódási értéket el nem éri, ezt követően közel állandó értéken marad az erő (6.27. ábra).



6.27. ábra: Kormányzási nyomatékgény a kormányzási manöver kezdetén

A mért kormányzási nyomaték nem csak a gumiabroncs és a talaj közötti súrlódási nyomatéket, hanem a kormányrendszer súrlódási veszteségeit is fedez. A gumiabroncs talajon mért súrlódási tényezőjének meghatározásához mérni kell a kormányrendszer veszteségeit is. Ehhez a jármű első kerekeivel forgózsámolyra álltam, és kikapcsolt motor mellett megismételtem a korábban bemutatott kormányzási műveletet. Mivel a gumiabroncsok nem súrlódnak, ezért a mért nyomaték a kormányrendszer súrlódási veszteségeit tartalmazza, illetve hozzáadódik a forgózsámoly vesztesége is, de ez egy nagyságrenddel kisebb, mint a kormányrendszer veszteségei. Ennek megfelelően vizsgálhatjuk a veszteség-nyomatékot a kormányszög függvényében (6.28. ábra).



6.28. ábra: A kormányrendszer vesztesége

A kormányzás függvényében a nyomatékigény parabolikusan változik. Ezt egyrészt a kormánymű változó áttétele okozza, mivel minden olyan mechanikai veszteség, amely a fogasléc után jelenik meg, a kormánykeréken csak az áttételesen keresztül mérjük, azaz hiába konstans a veszteség, a változó áttétel következtében nem lesz állandó. A változás másik forrása a futómű geometriája. Elkormányzás során a kerék talppontja emelkedik és süllyed, ami azt eredményezi, hogy a járműnek is meg kell emelni az egyik oldalát, ami többlet nyomatéket igényel.

A gumiabroncs súrlódására fordítandó kormánykerék nyomatékot a mért össznyomaték, és a veszteség különbsége adja, mind a tapadósúrlódás, mind pedig a csúszósúrlódás esetén. Az így kapott nyomaték mind a két első kerék súrlódását fedez, ebből csak a jobb első kerék nyomtékát szeretnénk meghatározni. Feltételezve, hogy a súrlódási tényező a két első kerék alatt azonos, a kormánykerékre kifejtett nyomaték a kerékterhelések arányában oszlik meg a két első kerék között. Így a jobb első kerékre eső kormánykerékre számított nyomatékot egyszerű aránypárral meghatározhatjuk. A kormánykerék és a jobb első kerék közötti nyomatékmódosítást felhasználva tudjuk a jobb első keréken ébredő forgatónyomatékot számítani. (6.3)

$$(6.3) \quad T_{kerék} = k(T_{korm} - T_{veszt}) \frac{m_1}{m_1 + m_2}$$

ahol $T_{kerék}$ a kerékre vonatkoztatott kormányzási nyomaték; k a nyomatékmódosítás; T_{korm} a kormánykeréken mért nyomaték; T_{veszt} a kormánykeréken mért nyomaték veszteség; m_1 és m_2 a jobb és bal első kerék terhelése. Ismerve a kerék kormányzásához szükséges forgatónyomatékát ki kell számítani a tapadási felületben ébredő súrlódási erőt. Az

előző fejezetben bemutatott szimulációs eredmények alapján megállapítottam, hogy a gumiabroncs deformációja álló helyzetbeli kormányzás során lineáris marad, mégpedig a gumiabroncs talppontjában nulla, a tapadási felület szélein pedig maximális értékű (5.12. ábra). Ez alapján elmondható, hogy adott forgatónyomaték hatására kialakuló megoszló súrlódási erőt is lineárisan változik a tapadási felület mentén (6.29. ábra).



6.29. ábra: Forgatónyomatékkal egyenértékű lineárisan megoszló erő

A lineáris megoszló terhelést pedig koncentrált erővel helyettesíthetjük, amelynek hatásvonala a háromszög alakú terhelés súlypontjában van. A forgatónyomatékból (6.4 alapján súrlódási erőt lehet meghatározni.

$$(6.4) \quad F_{súrl} = \frac{3T_{kerék}}{4a}$$

ahol a a tapadási felület hosszának a fele. A számítás eredményeként kapott tapadási tényezők értékeit a 6.7. táblázat tartalmazza. Ezeket az értékeket közvetlenül fel lehet használni a modellben, a Coulomb-féle súrlódási modellhez.

6.7. táblázat: Súrlódási tényezők értékei [-]

Tapadósúrlódási tényező	0,92
Csúszósúrlódási tényező	0,86

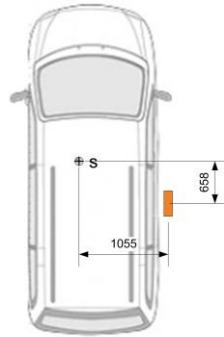
6.2.3 A járműves mérés eredményeinek összevetése a modell eredményeivel

A validálás során a járművel különböző manövereket hajtottam végre, amelyek során a járműre szerelt műszerekkel a kormányszöget és a jármű sebességkomponenseit. A mérés során kapott abszolút sebesség és kormányszög függvények alapján a vezetőmodell szabályozza a járműmodell hajtó-, fékező- és kormánynyomatékát, hogy minél pontosabban szimulálhassuk a járművel elvégzett manövereket. Ellenőrzésként az optikai sebességmérő műszer által szolgáltatott hossz- és keresztirányú sebességkomponenseket tudjuk összevetni.

Három különböző manövert végeztem el a mérések során. Mindhárom manöver kisebb sebességű volt csupán a fékpedál felengedésével, azaz a kúszással haladt előre a jármű. Az első manöver során szinuszos jellegű kormányzást végeztem: a kormánykereket középhelyzetből indítva először a pozitív irányba a szélső helyzetig forgattam, majd onnan a negatív szélső helyzetig, végül vissza középhelyzetbe. Mindezt állandó sebesség mellett (6.31. ábra). A második manöver során a kormánykereket álló helyzetben a negatív szélső helyzetig forgattam, majd a fékpedált felengedve egy negyed kört tettem meg a járművel (6.32. ábra). A harmadik manöver során az előbbi kormányzást a járművel történő elindulást követően végeztem el (6.33. ábra).

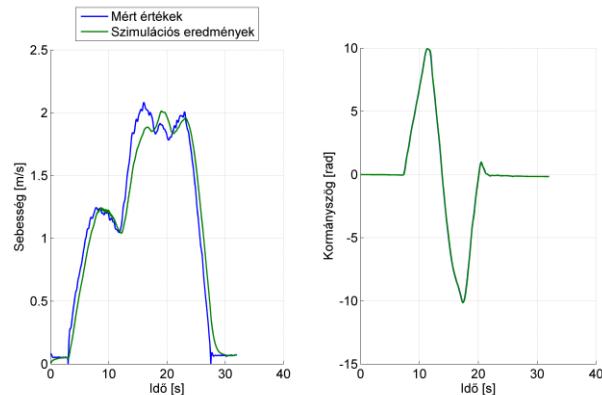
Az optikai sebességmérő műszer a jármű sebességének hossz- és keresztirányú komponensét méri, a kocsitest azon pontján, ahol a szenzor fel van szerelve. A szimulációban viszont a jármű súlypontjának sebességét határozzák meg a globális koordinátarend-

szerben. A szenzor helyzetét ismerjük a jármű súlypontjához viszonyítva (6.30. ábra), ebből a jármű ezen pontjának hossz- és keresztirányú sebességkomponenseit meg tudjuk határozni. A konverziót a szimulációs modellen végezzük el, mert az átszámításhoz a jármű legyezési szögsebességének ismeretére is szükség van, ezt viszont a járművön nem mértük, a szimuláció során viszont rendelkezésre áll ez az érték.

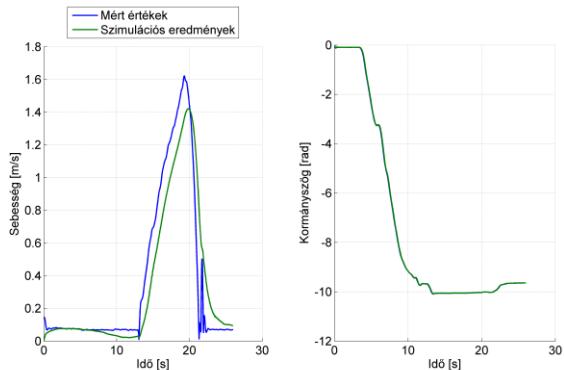


6.30. ábra: Optikai sebességmérő műszer helyzete a jármű súlypontjához képest

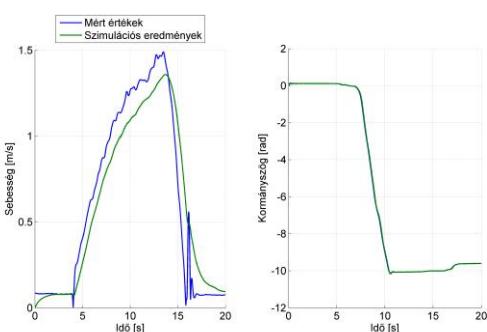
A szimulációk eredményeként egyrészt a bemeneti függvényeket vizsgáljuk, hogy a vezetőmodell mennyire pontosan követte az előírt profilokat (6.31. ábra, 6.32. ábra, 6.33. ábra). Mindhárom manőver esetén a kormányszöget nagyon pontosan követi a modell, az abszolút sebesség esetén figyelhető meg kisebb eltérés.



6.31. ábra: A sebességprofil és a kormányszög változása a mérés és a szimuláció során a szinuszos kormányműnőver során

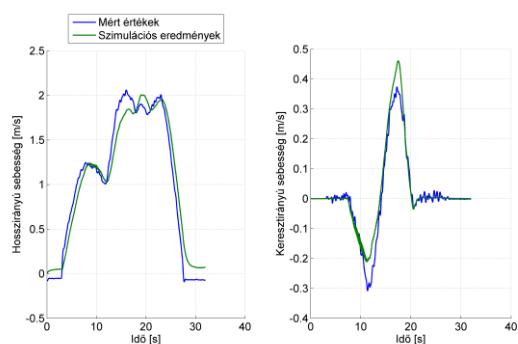


6.32. ábra: A sebességprofil és a kormányszög változása a mérés és a szimuláció során az indulás előtti kormányzási manőver során

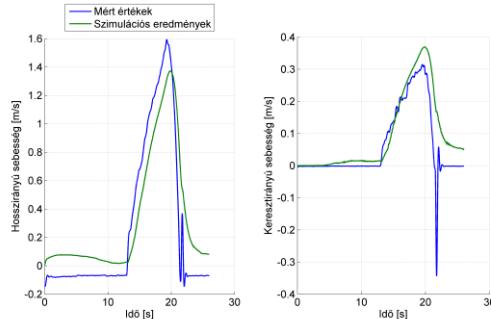


6.33. ábra: A sebességprofil és a kormányszög változása a mérés és a szimuláció során az indulás utáni kormányzási manőver során

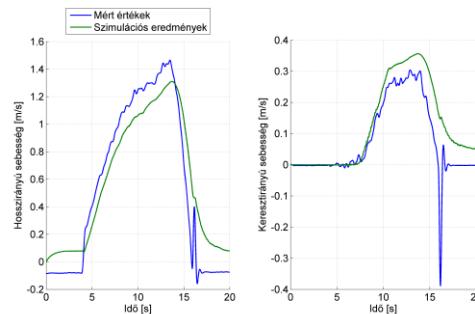
Az eredmények összehasonlítása a szenzor pozíciójára számolt hossz- és keresztirányú sebességek összevetése (6.34. ábra, 6.35. ábra, 6.36. ábra). Jellegre és nagyságrendre is azonos sebességértékeket kapunk minden manőver során. A kisebb sebességeltérések annak is köszönhetőek, hogy a vezetőmodell nem tudta pontosan lekövetni az abszolút sebességfüggvényt.



6.34. ábra: A hossz- és kereszrirányú sebesség változása a mérés és a szimuláció során a szinuszos kormánymanőver során



6.35. ábra: A hossz- és keresztirányú sebesség változása a mérés és a szimuláció során az indulás előtti kormányzási manőver során



6.36. ábra: A hossz- és keresztirányú sebesség változása a mérés és a szimuláció során az indulás utáni kormányzási manőver során

A modellben a jármű mozgását a gumiabroncs deformációja és tapadása határozza meg, vagyis a fenti eredmények alapján elmondható, hogy a modell a valóságnak megfelelően működik. Azonban ezek az eredmények nem validálják a modellt teljes egészében, mert a sebességek komponensek elemzése hasznos, de nem elégsges feltétele a modell validálásának. Mindenesetre azt igazolhatom, hogy a modell nem mutat a méréshez képest jelentős eltérést, vagyis megfelelő paraméterhangolást követően alkalmas a jármű mozgásának elemzéséhez.

6.3 Mérési eredmények összevetése empirikus gumimodellel működő járműdinamikai szimulációval

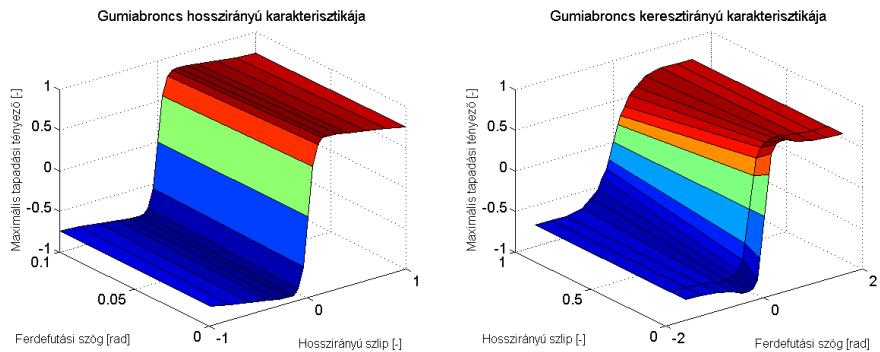
A járműves mérési eredmények segítségével validáltam a többtest dinamikai gumimodellt. Ezen mérési eredmények alapján szeretném azt is megmutatni, hogy ilyen kis sebességű járműmozgás szimulációjára az empirikus gumimodellek nem alkalmasak. Ehhez egy olyan járműdinamikai szimulációs modellt alkalmaztam, amely empirikus gumimodellt tartalmaz, majd a mérési eredmények alapján szimulációkat végeztem.

6.3.1 A modell felépítése

A járműmodell alapját a (Hankovszky, et al., 2012)-ben leírt modell szolgáltatja. A modell alapját egy kétkerékű biciklimodell alkotja, amelyet négy gumimodell egészít ki négykerekű járművé (2.2. ábra). A kocsitest szabadságfokainak számát háromra csök-

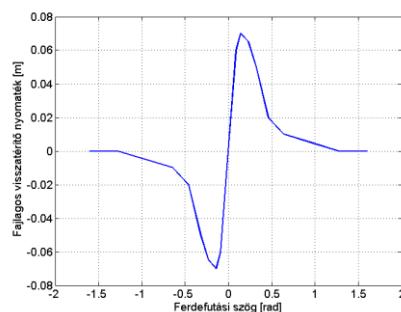
kentve csak a korábbi szimulációs modelleknel ismertetett síkbeli mozgást számítja a modell. A jármű hossz-, keresztirányú transzlációs, illetve a függőleges tengely körüli rotációs mozgását számítjuk. Akárcsak a korábbi modelleknel, itt is a gumiabroncsra ható erők hozzák mozgásba a járművet. Ennél a modellnél azonban az egy tengelyen lévő jobb és bal oldali kerékerőket a jármű középsíkjába elhelyezett kerékpármódllel első és hátsó kerekére redukáljuk, vagyis a hosszirányú kerékerőkből származó nyomatékokat nem vesszük figyelembe. Ezen redukált kerékerők alapján már a kerékpármódllelre határozzuk meg a mozgássegélyeket.

Az egyes kerékerők számítása empirikus gumimódllel alapján történik, azaz a gumiabroncs hossz- és keresztirányú szlipgörbje alapján interpolációjával határozható meg a hossz- és keresztirányú kerékerő. A hossz- és keresztirányú szlippek nem függetlenek egymástól, az erők meghatározásának minden a két szlipet figyelembe kell venni. A modell alapját a szlip jellegmezők alkotják (6.37. ábra), amelyeket a korábbi, a 6.1-es alfejezetben ismertetett mérések alapján kell meghatározni. A korábbi mérési eredmények azonban a gumiabroncs statikus merevségi karakterisztikáját adták eredményül. Magát a szlip jellegmezőt ezért nem tudjuk teljes egészében a mérések alapján meghatározni, de annak néhány jellemzőjét, mint a maximumát, illetve a lineáris szakasz meredekségét meg tudjuk adni.



6.37. ábra: Hossz- és keresztirányú szlip jellegmezők

Ezen kívül még egy jelleggörbér van szükség, a visszatérítő nyomaték meghatározására a ferdefutási szög függvényében (6.38. ábra). Az álló helyzetben történő kormányzás-kor van a legnagyobb szerepe, hiszen ebben az esetben a kormányzás-kor a gumiabroncs deformációjából kialakuló nyomatéket adja meg. Ennek a jelleggörbénak a meghatározása a mérések alapján meghatározható, pont az álló helyzeti elkormányzás alapján.



6.38. ábra: Visszatérítő nyomaték a ferdefutási szög függvényében

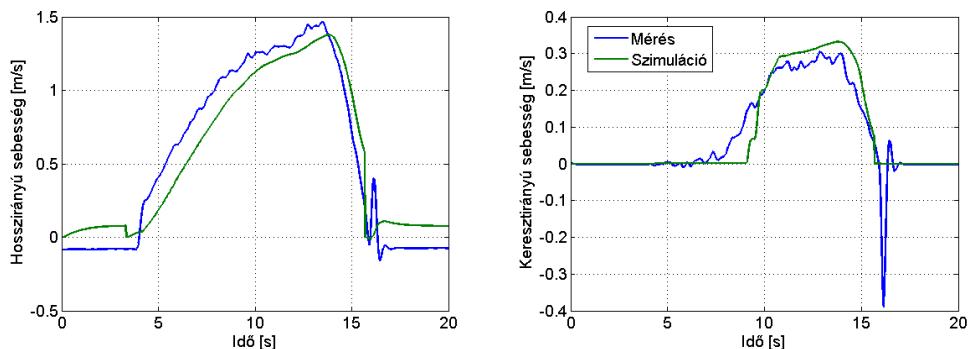
A számítás során elsőként a hosszirányú szlipek és a gumiabroncsok ferdefutási szögeit határozzuk meg. A hosszirányú szlip meghatározása a kerék kerületi sebessége, és a kocsitest sebessége alapján történik. A ferdefutási szöget pedig a kerék és a kocsitest haladási iránya közötti szögeltérés adja meg.

További különbség az általam alkalmazott modell és a (Hankovszky, et al., 2012)-ben leírt modell között, hogy a hajtáslánc és a fékrendszer modellje kimaradt a modellből, a hajtó és a fékezőnyomaték közvetlenül a kerekekre hat. A kormányrendszer modellje megmaradt ugyan, de a korábban meghatározott kormánygeometria is implementálva lett a modellbe (6.24. ábra). A járműmodellt a 4.4-es fejezetben bemutatott vezetőmodellel kiegészítve tudunk szimulációkat futtatni.

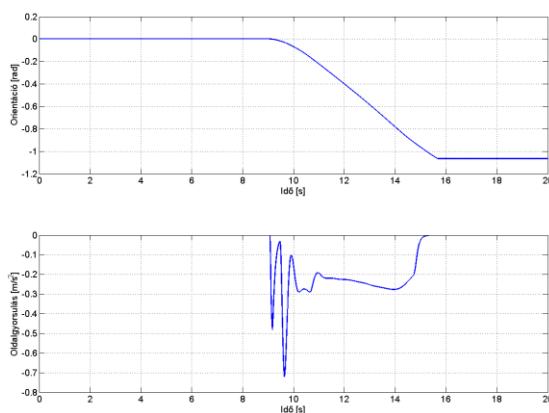
6.3.2 Szimulációk

A szimulációk során két járműves manövert alkalmaztam a modellel történő összehasonlításához. Az indulás előtti és az indulás utáni kormányzási manöver került összehasonlításra a mérési eredményekkel.

Elsőként az indulás utáni kormányzási manövert vizsgáljuk meg. Ennél a manővernél elsőként felgyorsítjuk a járművet 1.5 m/s sebességre, majd a kormánykereket negatív irányba ütközésig forgatjuk, végül a járművet megállásig fékezzük (6.39. ábra).

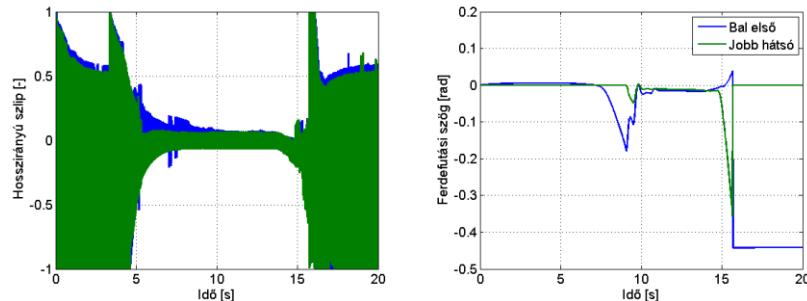


6.39. ábra: Járműves mérés és empirikus modell szimulációjának eredményeként kapott sebességek összehasonlítása indulás utáni kormányzási manöver esetén



6.40. ábra: Az empirikus modell szimulációjának eredményeként kapott orientációváltozás és oldalgyorsulás indulás utáni kormányzási manöver esetén

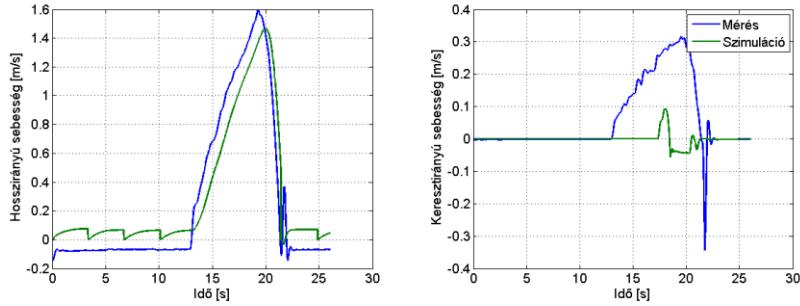
A 6.39. ábrán bemutatott eredmények alapján ki lehet jelenteni, hogy a mérés és a szimuláció azonos eredményt hozott, vagyis a két esetben a járművek közel azonos trajektoriát írnak le. Ha megvizsgáljuk a kerék, illetve a gumiabroncs viselkedését, a következő következtetéseket vonhatjuk le. Empirikus modellek esetében a hosszirányú szlipet, és a ferdefutási szöget tudjuk elemezni (6.41. ábra).



6.41. ábra: Empirikus modellel végzett szimuláció során számolt hosszirányú szlip és ferdefutási szög indulás utáni kormányzási manőver esetén

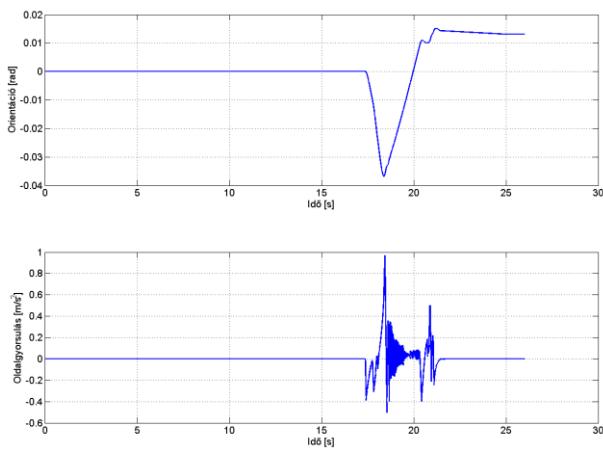
A hosszirányú szlip értéke a szimuláció során végig oszcillál, a gyorsítás és a félezés során az oszcilláció amplitúdója maximális, azaz 1 és -1 között változik. Ennek oka, hogy induláskor a kerékszlip értékét nem lehet meghatározni, amíg a jármű sebessége nulla. Ahhoz, hogy a modell álló helyzetben is működjön, a járműsebességnek egy alsó korlátot kell adni, így a szlip álló helyzetben is értelmezhető, még ha nem is pontos. Az oszcilláció oka, hogy álló helyzetben kis járműsebességet feltételezve is igen nagy értékre adódik a szlip, amely értéket természetesen 1-re korlátozunk. A nagy szlip érték nagy hosszirányú erőt eredményez, amely természetesen a kerékre is hat, ennek következtében a kerék kerületi sebessége lecsökken, a jármű sebessége kisebb lesz, vagyis a szlip előjele is megváltozik. Egyenletes sebesség esetén az oszcilláció mértéke csökken, de nem szűnik meg. A ferdefutási szöget megvizsgálva jól látható, hogy amikor indulás után elkormányozzuk az első kerekeket, akkor azok ferdefutási szöge jelentősen megnövekszik, majd ahogy a kocsitest elkezd kanyarodni, ezzel arányosan fokozatosan visszacsökken, de természetesen nem nullára, hiszen állandó sugarú pályán haladó jármű kerekeinek sem zérus a ferdefutási szöge. Félezés során minden a négy kerék ferdefutási szöge megnő, mert a félezés hatására lecsökken a keresztirányban maximálisan átvihető kerékerő, vagyis a jármű kis mértékben megcsúszik. A megállást követően a hátsó kerék ferdefutási szöge nulla, az első keréké pedig annak elkormányzási szögével egyezik meg. Ez megint a modell egyszerűségéből következik, álló helyzetben nem tudjuk a pontos ferdefutási szöget meghatározni, ezért ebben az esetben a kerék elkormányzási szögével lesz egyenlő.

A másik manőver az indulás előtti kormányzás, a sebességek alakulása a 6.42. ábrán látható. Ebben az esetben a mérés és a szimulált sebességprofilok közül csak a hosszirányú sebességek komponensek korrelálnak, a keresztirányú sebességek komponensek között jelentős eltérések vannak.



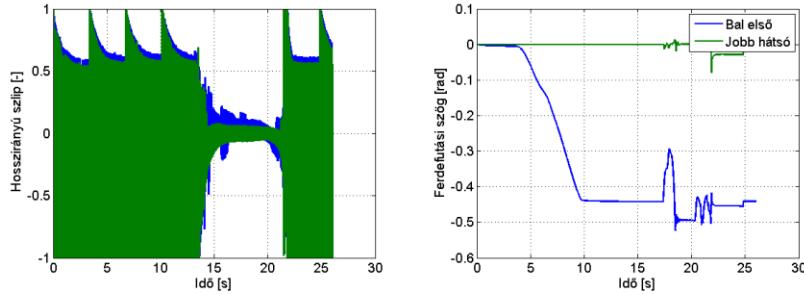
6.42. ábra: Járműves mérés és empirikus modell szimulációjának eredményeként kapott sebességek összehasonlítása indulás előtti kormányzási manőver esetén

A keresztrányú sebesség csak kis mértékben változik, amely arra enged következtetni, hogy a jármű nem fordul, hanem egyenesen meg tovább. Ehhez vizsgáljuk meg a jármű orientációjának változását, és az oldalgyorsulást (6.43. ábra).



6.43. ábra: Az empirikus modell szimulációjának eredményeként kapott orientációváltozás és oldalgyorsulás indulás előtti kormányzási manőver esetén

A 6.43. ábrát a 6.40. ábrával összehasonlítva jól látható, hogy a jármű nem fordul. A kormánykereket mind a két manőver során azonos mértékben és irányban fordítottuk el, következésképpen az orientáció változásnak hasonlónak kell lennie. Az oldalgyorsulás függvényben már nagyobb eltérések is lehetnek, a sebesség változásától is nagy mértékben függ. Míg az első esetben a kocsitest több, mint 1 radiánt fordul negatív irányban, a második manőver során viszont minden össze néhány század radián az orientáció változásának mértéke, ráadásul a kezdeti negatív irányú változást követően pozitív irányba fordul.



6.44. ábra: Empirikus modellel végzett szimuláció során számolt hosszirányú szlip és ferdefutási szög indulás előtti kormányzási manőver esetén

A hosszirányú szlip az előző manőver során leírtaknak megfelelően változik (6.44. ábra). Mivel induláskor a hosszirányú szlip abszolút értéke maximális (pontosabban a maximum és a minimum között oszcillál), ezért a keresztirányban felvethető maximális oldalirányú erő lecsökken, azaz a kerék nem tud oldalirányú erőt átvinni, vagyis folyamatosan csúszik. Azaz ahogy a jármű elindul az első kerék ferdefutási szöge annak elkormányzási szögével egyezik meg.

6.3.3 Következtetések

A szimulációs eredményekből látható, hogy az empirikus, szlipgörbén alapuló modellek nem alkalmasak a kisbességű manőver szimulációjára. A legnagyobb hibája az empirikus modelleknek, hogy a hosszirányú szlip értékén alapul, amelyet álló jármű esetén nem lehet értelmezni, és kisbességű járműmozgásoknál is pontatlan értékeket szolgáltat. Így a kisbességű manővereknél a kanyarodást sem mindig sikerül véghezvinni a helytelenül számolt szlip miatt. Ezen felül számos olyan szituáció van, amikor az empirikus modellek nem megfelelők. Vannak esetek, amikor a gumimodell memória hatására is szükség van. További hiányossága az empirikus modellnek, hogy a gumiabroncs deformációját nem modellezzi, a deformáció vizsgálatához mindenkorábban fizikai elven működő gumimodellre van szükség.

6.4 Összefoglalás

A modellalkotást követően egy konkrét gumiabroncs paramétereinek meghatározását kezdtem el. A geometriai és a tömegadatok meghatározása egyszerű feladat volt, a merevség meghatározásához egy tesztpadot kellett építeni. Elsőként megterveztünk és legyártottunk egy tesztpadot, amely a gumiabroncs statikus hossz- és keresztirányú merevségének meghatározására alkalmas volt. A statikus merevség alatt azt értjük, hogy a kerék a mérés közben nem forgott, és statikus, állandósult deformációk esetében mértem meg a gumiabroncs által kifejtett erőt. Ezt követően optimalizációt végeztem el, hogy a valós gumiabroncs merevségét a modellben alkalmazott gumielemek merevségeire adaptálni lehessen, hiszen a mérés során a teljes felfekvő felület merevségét mértem, míg a modellen diszkrét gumielemek merevségeit tudom beállítani. Ezek az eredmények a (Szabó, 2013) cikkben olvashatóak.

A gumimodell helyes működésének igazolására járműves méréseket végeztem. A mérések előtt a valós tesztjármű paramétereit megmértem, identifikáltam, hogy a tesztjármű modelljét el tudjam készíteni. Ezt követően különböző kissебességű manővereket végeztem el, majd ugyanezekre a manőverekre a járműmodellel szimulációkat végeztem el. Az eredményeket összehasonlítva megállapítottam, hogy a modell a valóságnak megfelelő eredményeket ad. Végezetül szimulációkat végeztem egy empirikus modellel a tesztjárműves mérés manővereivel, és megmutattam, hogy az empirikus modellek nem alkalmasak a kissебességű járműmozgások modellezésére. A járműves mérések eredményeit a (Szabó, 2012) cikk ismerteti.

7 Összefoglalás

7.1 Tézisek

Kutatómunkám során az alábbi megállapításokra jutottam, a következő eredményeket értem el.

7.1.1 Első tézis

Kutatásom első eredménye egy kefemodellen alapuló, az energiaminimum elvén működő gumimodell, amely kevés paraméter alkalmazása mellett képes a jármű kissembességű mozgásának szimulációjára (Szabó, et al., 2006), (Szabó & Takács, 2008).

A motivációm az volt, hogy egy olyan gumiabroncsmoellt alkossak, amely négykerekű járműmodellbe implementálva kevés paraméter felhasználásával szimulálni képes a jármű kisembességű manövereit. A kisembességű manöverekhez hozzá tartozik a megállás-indulás is, azaz a gumimodellnek memória effektussal is rendelkeznie kell. A modell előnye, hogy a gumiabroncs paraméterei közül egyedül a tapadási felület hosszára, a hossz- és keresztrányú merevségek arányára, illetve a megcsúszáshoz tartozó maximális deformációra van szükség. A modellt csak kisembességű manövereknél lehet alkalmazni, mert nagyobb sebességeknél a dinamikai hatások miatt nagyon pontatlanná válik az egyszerű kinematikai elven működő modell.

A kisembességű manöverek következtében elegendő a kocsitest síkbeli mozgását modellezni. A gumiabroncs esetében csak a tapadási felület kerül modellezésre. A három síkbeli szabadságfokon felül a kerék rendelkezik tengely körüli forgási szabadságfokkal. A gumiabroncs hossz- és keresztrányú merevségét a keréktárcsához rögzített rugóelemek reprezentálják. A jármű és a kerekek mozgási lehetőségei alapján határoztam meg a rendszer általános koordinátáit.

Második lépésként felírtam a potenciális energia meghatározásának egyenleteit a kocsitest és a kerekek mozgásának függvényében. Figyelembe vettetem a jármű és a kerekek lehetséges mozgási szabadsági fokait, illetve figyelembe vettetem a kormánygeometriát és a hajtott tengelyen a differenciálmű hatását. A gumiabroncs tapadási viszonyait a gumiélémek deformációja alapján modelleztem. Meghatároztam két parabolikus deformációs határt, amelyek a gumiélémek tapadó súrlódási és a csúszósúrlódási határdeformációit határozza meg. Egy minimumkereső algoritmus segítségével megtalálható az általános koordinátavektor, amely mellett a gumiabroncsok potenciális energiáinak összege minimális lesz. A jármű és a kerekek adott időpontbeli elmozdulását ez a minimális potenciális energiához tartozó általános koordinátavektor határozza meg.

7.1.2 Második tézis

Többtest dinamikai gumimodell alkalmazásával végzett elemi mozgások eredményeként összefüggéseket állapítottam meg a mozgáspálya és a gumiabroncs deformációja között (Szabó, 2010), (Szabó, 2012).

Első lépésként felépítettem egy többtest dinamikai gumiabroncs modellt, egyrészt a tranziens jelenségeket is figyelembe kell venni, másrészt a teljes kerület modellezésével a tapadási felületen kívüli deformációt is számolja a modell. Majd ezt a gumiabroncsmo dellt egy négykerekű járműmodellbe beillesztve elemi mozgásszimulációkat végeztem. Elsőként egy hosszirányú manövert definiáltam, amely egy gyorsítási, állandó sebességű és egy fékezési szakaszból áll. Ezt követte egy álló helyzeti kormányzás, végül pedig egy körpályás manöver következett. A szimulációk eredményeként a következő összefüggéseket állapítottam meg:

1. a kerékre ható forgatónyomaték hatására a gumiabroncs hosszirányú deformációja parabolikus alakot ölt, amely megfelel a kerékterhelésnek a tapadási felület menti eloszlás alakjának;
2. a forgatott, gördülő kerék gumiabroncsának hosszirányú deformációja a belépőéltől kezdődően lineárisan növekszik, majd a kilépőél közelében a gumielemek megsúsznak, a deformációs kép a kilépőénél követi a parabola alakot;
3. a vontatott gördülő kerék gumiabroncsának hosszirányú deformációja a belépőéltől kezdve növekszik, majd egy szélsőérték elérése után csökkeni kezd, és irányt is vált, amely annak a következménye, hogy a tapadási felület mentén változik a kerék kerületi sebessége;
4. álló helyzeti kormányzás esetén a kormányzott kerekek gumiabroncsai lineáris deformációs képet mutatnak: a kerék talppontjában zérus a deformáció, míg a belépő és kilépő élek felé lineárisan növekszik, egészen addig, amíg meg nem csúszik;
5. állandó sebességű körpályás manöver esetén a gumiabroncs deformációja igazodik a pálya ívéhez, azaz körív alakú lesz a deformációs kép, amelynek a középpontja és sugara megegyezik a trajektória azonos paramétereivel.

7.1.3 Harmadik tézis

Szimulációval igazoltam, hogy a körpályás manöver során a kezdeti gumiabroncs deformáció hatására a jármű eltérő mozgáspályán halad az eredeti, kezdeti deformáció nélküli esethez képest: adott gumiabroncs és járműmodell esetén 20°-os kormányszög mellett egy negyed fordulat több mint 10 centiméteres abszolút eltérést eredményez. (Szabó & Takács, 2007)

A többtest dinamikai modell segítségével körpályás szimulációt végeztem két külön esetre. Az első esetben a járműmodellben már eleve elforgatott kerékkel, kezdeti gumiabroncs deformáció nélkül indult el a szimuláció. A második esetben viszont a szimuláció zérus kormányszöggel indult: a manöver kezdetén a kormányzott kerekek forgattuk el 20 fokkal, és amikor azok elértek az állandósult állapotot, a járművet akkor kezdtük gyorsítani. Mindkét szimulációval egy negyed körpályányi manövert végeztem, majd elemeztem a járművek trajektoriáit illetve a gumiabroncs deformációt. Megállapítottam, hogy a kezdeti gumiabroncs deformáció hatására a pozitív kormányszög ellenére negatív irány-

ban kezd fordulni. Ennek oka, hogy a gumiabroncs a kerék gördülésének kezdetén relaxálódik a kezdeti deformációból, és eközben visszafelé, azaz negatív irányba fordítja a járművet. Egy negyed kör megtétele után a két esetben a járművek pozíciója között több, mint 10 centiméteres eltérés van. A gumiabroncsok deformációja a szimuláció végén már megegyezik, de ekkorra a két jármű mozgáspályája eltér egymástól.

7.1.4 Negyedik tézis

Szimulációk segítségével igazoltam, hogy adott gumiabroncs és járműmodell esetén körpályás manőver során az ívkülső kerék kormányzási szögét 15 százalékkal csökkentve a jármű fordulási sugara több, mint 6 százalékkal nő, ugyanakkor ennek a kerék kormányszögének a 15 százalékos növelése kevesebb, mint 2 százalékos csökkenést eredményez a fordulási sugárban (Szabó & Takács, 2008).

A tézis igazolásához körpályás szimulációt végeztem, amelyek során az ívkülső kereket az Ackermann geometriához képest eltérő értékkel kormányoztam el. Több szimulációt végeztem, különböző mértékű eltéréssel. Ennek függvényében vizsgáltam a trajektoriákat, amely eredményeként megállapítottam, hogy a jármű által bezárt körpálya középpontja és sugara is más lesz az egyes esetekben. A szimuláció alapján összefüggést állítottam fel a fordulási sugár, a kormányzási nyomaték valamint a kormányhiba között. Ezt követően megvizsgáltam az első kerekek gumiabroncs deformációinak változását a kormányhiba függvényében.

7.1.5 Ötödik tézis

Kialakítottam egy tesztpadot, amelynek segítségével rögzítettem egy gumiabroncs hossz- és keresztirányú statikus merevségi karakterisztikáit különböző kerékterhelések és nyomások mellett (Szabó, 2013).

Megterveztem és tanszéki kollégák segítségével legyártottunk egy tesztpadot, amely alkalmas egy gumiabroncs statikus karakterisztikáinak mérésére mind hossz- mind pedig keresztirányban. A tesztpad kettős keretrendszerére lehetővé teszi, hogy a gumiabroncs merevségének mérésekor a kerék függőlegesen szabadon mozogjon, lehetővé téve a gumiabroncs radiális deformációjának változását. Ennek köszönhetően a méréseket különböző kerékterhelések és különböző keréknyomások mellett is elvégeztem. A mért erődeformáció karakterisztikák alapján meghatároztam a gumiabroncs merevségét. Összefüggéseket állítottam fel a gumiabroncs merevsége valamint a kerékterhelés és a keréknyomás között. A tesztpadi mérések segítségével meghatároztam a gumiabroncs és a talaj közötti tapadási és csúszósúrlódási együtthatót is.

7.2 Az elért eredmények értékelése

Kutatómunkám során vizsgáltam a gumiabroncs deformációjának változását, és annak hatását a jármű mozgására. Tanulmányoztam a szakirodalmat, és arra a döntésre jutottam, hogy az eddig kifejlesztett gumiabroncs modellek nem alkalmasak teljes mértékben az általam meghatározott célok eléréséhez. Ezért határoztam úgy, hogy erre a célra saját gu-

miabroncs modellt, modelleket fejlesztek. Ezek a gumiabroncs modellek természetesen nem teljesen egyedi kialakításúak, hanem a már meglévő, szakirodalomban fellelhető modellekből kiindulva, azok módosításával születtek meg.

Három különböző komplexitású modellt építettem. Az első modell egy egyszerű, kinematikai elven működő gumimodell, amelynél a fő célkitűzésem az egyszerűség volt, azaz minél kevesebb paramétert tartalmazzon a modell. Az elvégzett szimuláció eredményei arra engedtek következtetni, hogy a modell főként kvalitatív jellegű szimulációkra használható, számszerű eredmények kiértékelésére kevésbé alkalmas. Ez nem azt jelenti, hogy a modell alkalmatlan lenne szimulációs feladatok ellátására, csak tisztában kell lenni annak korlátaival. A modell jól alkalmazható összehasonlító feladatok elvégzésére, például a két és négykerekű járműmodell mozgásfüggvényeinek összehasonlítása.

A második, dinamikai modellt már jóval szélesebb körben lehet alkalmazni, igaz több paraméterre van szüksége. A kinematikai modellhez hasonlóan csak a tapadási felületet modellezzi, és nem veszi figyelembe a gumielemek közötti kapcsolatot. A gumiabroncs deformációját már annak merevségi és csillapítási paraméterei alapján számolja a modell, így az eredmények kvantitatívan is értékelhetőek.

A többtest dinamikai gumiabroncs modell összetettebb elemzést tesz lehetővé. Túl azon, hogy a gumielemek közötti kapcsolat alapján a modell a jobban közelíti a valós gumiabroncs deformációját, itt a teljes gumiabroncs modellezése megtörtént, így a tapadási felületen kívüli deformációk is elemezhetők. Az egyes gumielemek itt anyagi tömegpontok, vagyis a különböző rezgések vizsgálatára is lehetőség van. Az összetett modellnek vannak hátrányai is. Ugyan a teljes kerületet modelleztem, de a gumiabroncs radiális deformációját figyelmen kívül hagytam. A valós gumiabroncs hengeres palástja deformálódik a statikus terhelés hatására, így jön létre a tapadási felület. Ezt én egy geometriai kényszerrel oldottam meg, azaz a gumielemek csak a deformált alakú kerék palástfelületén mozoghatnak. Mivel a deformált gumiabroncs palástja egy lapított hengerpalást, ezért a sík tapadási felület szélein töréspont keletkezik. Amikor a gumielem a henger palástfelületéről belép a tapadási felületbe, és azon végighalad, akkor a gumielem radiális irányú mozgást is végez, de ezt elhanyagoltam, amely nyilván kis mértékű pontatlanságot eredményez. A másik nagy hátránya a modellnek, hogy nagyon nagy a számítási igénye. Ennek két oka van, egyrészt a teljes gumiabroncs kerületét be kell osztanunk gumielemekkel. Mivel a tapadási felület kicsi, sűrű osztást kell alkalmaznunk, hogy a tapadási felületen belül is megfelelően elemezni tudjuk a deformációt. A gumiabroncs forgásából adódóan ekvidisztáns osztást kell alkalmazni. A másik ok szimuláció során beállítható lépésköz. A gumielemek kis tömegűek, de a rugómerevség nagy, ez a megoldandó differenciálegyenletet merevvé teszi. A pontos megoldás érdekében a lépésköz alacsonyra kellett állítani.

Mind a három modellel végeztem szimulációkat. Egyszerű elemi mozgásfüggvények alkalmazásával elemeztem a gumiabroncs deformációja és a jármű trajektoriája között. Összehasonlítottam a három különböző modellt, illetve vizsgáltam a gumimodellek paramétereinek hatását a jármű mozgására és a gumiabroncs deformációjára. Elemeztem a kormánygeometria hibájának és a kezdeti gumiabroncs deformáció következményeit.

A szimulációkat követően méréseket végeztem, egyszerű a gumiabroncs és a jármű paramétereinek meghatározásához, másrészt a modell validálásához. A cél a többtest dina-

mikai modell ellenőrzése volt. Ez a modell azonban számos olyan paramétert tartalmaz, amelyet nem tudtam méréssel azonosítani, így irodalmi források alapján határoztam meg azokat. A paraméterek egy részét nem lehetet közvetlenül méréssel meghatározni, ezért paraméter identifikációt végeztem azok becslésére. A validációs mérések esetében jóval több probléma merült fel. Egy olyan gumiabroncs modell validálása, amely annak deformációját is meghatározza célszerűen a gumiabroncs deformációjának mérésével kellene történnie. A gumiabroncs deformációjának vizsgálata, főleg egy valós járműbe építve tesztpályás körülmények között nagyon nehéz feladat. A modell ellenőrzéséhez elegendő lett volna a kerékerők mérése is, léteznek mérőkerekek, amelyek a gumiabroncs által ki-fejtett erők mind a hat komponensét mérik. Egy ilyen műszer beszerzése igen drága, nem volt lehetőségem a kerékerők mérésére sem. Így a modell validálását a jármű mozgásállapotára alapján tudtam elvégezni: a kocsitest hossz- és keresztirányú sebességgkomponensei, és a kormányszögek alapján. Az így kapott eredmények jók lettek, de ez alapján nem jelenthetem ki, hogy a gumiabroncs modell validálása sikeres. Az elvégzett mérések ugyanis nem elegendők a validálásra, legalább a kerékerők mérésére szükség lett volna.

Összességében a kutatómunkám eredményesnek mondható, mind a három gumimodell hasznos eredményt szolgáltatott, még ha a modell verifikálását nem is tudtam meggyőzően igazolni.

7.3 Kitekintés a téma eredményeinek további kutatására

A kutatómunkám során fejlesztett modellek nyújtotta lehetőségek túlmutatnak jelen dolgozat terjedelmén, számos lehetőség van a modellek továbbfejlesztésére, mérési feldatok ellátására.

Elsősorban a többtest dinamikai modellt érdemes továbbfejleszteni. Az egyik jelentős egyszerűsítés ebben a modellben a gumiabroncs radiális deformációjának elhanyagolása volt. Ha a modellben a radiális deformációt is számítjuk, akkor a gumiabroncs deformációját indirekt módon a kerékterhelés és a gumiabroncs radiális merevsége határozza meg. A gumiabroncs radiális merevségét a hossz- és keresztirányú merevséghez hasonlóan a nyomás függvényében identifikációval határozhatjuk meg. A radiális deformációval azonban két további probléma is felmerül. Ebben az esetben szükség van a statikus deformáció meghatározásához egy kezdeti szimulációra. Másrészt definiálni kell, hogyan modellezük a gumielemek és a talaj közötti merőleges kapcsolatot. Amikor egy szabadon lévő gumielem a talajhoz ér, rugalmas ütközéssel kell számolnunk. Mivel a talaj merevsége jóval nagyobb, mint a gumiabroncsé, könnyen előfordulhat, hogy a gumielemek elkezdenek pattogni a talajon, ami hibás eredményhez vezet. A radiális deformációval még két előny származik. A kerékterhelés eloszlását a talajon nem empirikus képlettel számoljuk, hanem a radiális deformációból, másrészt ugyanígy lehetőségünk van a gördülési ellenállás pontosabb modellezésére is, elvégre annak nagy rész a radiális deformáció következménye. A gumiabroncsot egy síkba redukálva modellezünk, de azt ki lehet bővíteni több sorosra is, így a gumiabroncs szélessége is vizsgálható. Ezáltal a kerék még egy szabadságfokkal bővül, a kerék dölésének hatását is vizsgálhatjuk. A fent leírtak alapján a kerékmodell teljes: a keréktárcsnak 6 a gumielemeknek 3 szabadsági fokát vizsgáljuk.

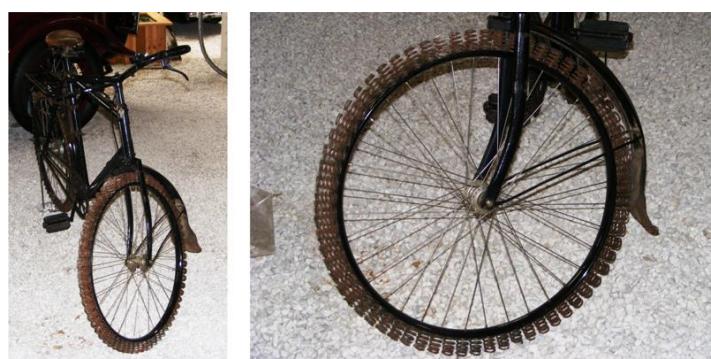
Nem csak a gumiabroncs, hanem a járműmodellt is lehet bővíteni. A kocsitest szabadságfokait is kibővíthetjük 6-ig, ennek azonban úgy van jelentősége, ha a keréktárcsa és a kocsitest között már nem merev, hanem a valós futóműveknek megfelelően rugalmas bekötést definiálunk. A kormány-, a fék- és a hajtásrendszer modelljét is el lehet mélyíteni.

A fenti megoldások révén jelentősen megnövekszik a rendszer szabadságfokainak száma, illetve a radiális gumi-talaj kapcsolat még merevebbé teszi az egyenletrendszert. Ebben az esetben már nem jelent jó megoldást az időlépés csökkentése, hiszen ilyen sok szabadságfokkal elfogadhatatlanul hosszú lenne a számítási idő. Találni kell egy optimálisabb numerikus módszert a rendszer differenciálegyenlet-rendszereinek megoldására. Léteznek változó lépésközű megoldó algoritmusok, amelyek kifejezetten merev differenciálegyenletek megoldására alkottak.

A mérések terén is vannak további kutatási lehetőségek. A gumiabroncs merevségét radiális irányban is meg kell határozni, de azt a jelen kutatás során fejlesztett tesztpad is lehetővé teszi. A gumiabroncs csillapítási tényezőjének meghatározására több módszert is alkalmazni lehet. A járműves mérések terén a kerékerő méréssel lehetne a leghatékonyabban jobb eredményeket elérni. Szintén hasznos kutatás lenne a gumiabroncs deformációjának mérése, akár tesztpadon is, de még inkább a járművön tesztpályás mérések során.

7.4 Érdekes kerék és gumiabroncs fejlesztések

A gumiabroncs rugalmasságát eleinte csak természetes kaucsukkal tudták biztosítani. A második világháború idején hiány volt a természetes kaucsukból, ezért alternatívát kerestek a kerékpárok gumiabroncsainak helyettesítésére. A kerékpár felülről radiális irányban acél tekercsrugókat erősítettek (7.1. ábra), vagyis pont ugyanúgy működtek, mint a gumiabroncs modellezésénél alkalmazott kefemodell.



7.1. ábra: A gumiabroncsot helyettesítő rugóelemek egy kerékpár kerekén

A gumiabroncs szükséges része a járműnek a tapadás biztosítására, a függőleges lengések csillapítására, és a talaj egyenetlenségeinek áthidalására, mégis a jármű stabilitásának növelését a keresztirányú deformációjával megnehezíti. Régebben keresnek alternatívákat a hagyományos pneumatikus gumiabroncs leváltására, de eddig egyik megoldás sem került sorozatgyártásra. Az egyik ilyen kísérlet a levegőmentes gumiabroncs volt, amelynél a

futófelületet a keréktárcsával hálószerű struktúrával kialakított gumibordák kötötték össze (7.2. ábra). Ez biztosította a gumiabroncs radiális rugalmasságát, de keresztirányban kellő merevséget adott. (Michelin, 2006)



7.2. ábra: Levegőmentes gumiabroncs

Egy másik törekvés a Volvo részéről az volt, hogy a gumiabroncsot tömör gumiból készítették, és vitték fel a keréktárcsa felületére, míg a radiális rugalmasságot a keréktárcsa küllői szolgáltatták (7.3. ábra).



7.3. ábra: Levegőmentes gumiabroncs rugalmas keréktárcsával

8 Irodalomjegyzék

- Alvarez, L., Yi, J., Horowitz, R. & Olmos, L., 2005. Dynamic Friction Model-Based Tire-Road Friction Estimation and Emergency Braking Control. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 127. kötet, pp. 22-32.
- Amontons, G., 1699. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences avec les Mémoires de Mathématique et de Physique*. hely nélk.:ismeretlen szerző
- Barton, R. R. & Ivey, J. S., 1996. Nelder-Mead Simplex modifications for Simulation Optimization. *Management Science*, 42. kötet, pp. 954-973.
- Bowden, F. & Tabor, D., 1950. *The Friction and Lubrication of Solids*. hely nélk.:ismeretlen szerző
- Burke, A. & Olatunbosun, O. A., 1997. Static Tyre/Road Interaction Modelling. *Meccanica*, 32. kötet, pp. 473-479.
- Calspan Corporation , 2011. *Tire Research*. [Online]
Available at: <http://calspan.com/transportation/tireTesting.php>
[Hozzáférés dátuma: 2011].
- Canudas de Wit, C., Olsson, H., Aström, K. J. & Lischinsky, P., 1995. A new model for control of systems with friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40. kötet, pp. 419-425.
- Canudas-de-Wit, C. & Tsiotras, P., 1999. *Dynamic Tire Friction Models for Vehicle Traction Control*. Phonix, AR, Conference on Decision & Control.
- Deur, J., Asgari, J. & Hrovat, D., 2004. A 3D Brush-type Dynamic Tire Friction Model. *Vehicle System Dynamics*, 42. kötet, pp. 133-173.
- Driveability Testing Alliance, 2009. *Steady-State Circular Test*. [Online]
Available at: <http://www.driveability-testing-alliance.com/>
[Hozzáférés dátuma: 2011].
- Ferhadbegovic, B., 2008. *Entwicklung und Applikation eines instationären Reifenmodells zur Fahrdynamiksimulation von Ackerschleppern*, Stuttgart: Institut für Agrartechnik.
- Fujii, S., 2003. *Motorcycle Tire Crash Analysis*, hely nélk.: Dynamics Department Advanced Technology Research Division.
- Fukushima, T. & Shimonishi, H., 2004. *Vehicle Turn Simulation Using FE Tire Model*. Bomberg, .
- Gellér, J., 1996. *A gumi*. Budapest: Maróti-Godai.
- Gillespie, T. D., 1992. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers.
- Gipser, M., 1999. *FTire, a New Fast Tire Model for Ride Comfort Simulations*. Berlin, International ADAMS User's Conference.

Hankovszky, Z., Kovacs, R. & Palkovics, L., 2012. Electronic stability program with vehicle sideslip estimation. 40. kötet.

Harned, J., Johnston, L. & Scharpf, G., 1969. Measurement of Tire Brake Force Characteristics as Related to Wheel Slip (Antilock) Control System Design. *SAE Transactions*, 78. kötet, pp. 909-925.

Harth, V., Fayet, M., Maiffredy, L. & Renou, C., 2004. A Modelling Approach to Tire-Obstacle Interaction. *Multibody System Dynamics*, 11. kötet, pp. 23-39.

Heinrich, G. & Klüppel, M., 2008. Rubber friction, tread deformation and tire traction. *Wear*, pp. 1052-1060.

Hirschberg, W., Rill, G. & Weinfurter, H., 2007. Tire Model TMeasy. *Vehicle System Dynamics*, 45. kötet, pp. 101-119.

Hölscher, H. és mtsai., 2004. Modeling of Pneumatic Tires by a Finite Element Model for the Development a Tire Friction Remote Sensor. *Computers and Structures*.

Ilosvai, L., 2011. *Gépjárművek műszeres vizsgálata*, Budapest: .

Institut für Fahrzeugsystemtechnik, 2011. *Reifen-Innentrommel-Prüfstand*. [Online]
Available at: <http://www.fast.kit.edu/lff/1251.php>
[Hozzáférés dátuma: 2011].

Kármán, T. & Biot, M., 1940. *Mathematical Methods in Engineering*. New York and London: McGraw-Hill Book Company.

Klaus, W. & Barz, D., dátum nélk. *An Example for Camber and Wheel Force Measurements for the Generation of Test Stand Data and Validation Purposes*, Wetzlar: Corrsys Datron.

Lagarias, J. C., Reeds, J. A., Wright, M. H. & Wright, P. E., 1998. Convergence Properties of the Nelder-Mead Simplex Method in Low Dimensions. *SIAM Journal of Optimization*, 9. kötet, pp. 112-147.

Lugner, P. & Plöchl, M., 2005. Tyre model performance test: First experiences and results. *Vehicle System Dynamics*, 43. kötet, pp. 48-62.

Matsuzaki, R. & Todoroki, A., 2005. Wireless strain monitoring of tires using electrical capacitance changes with an oscillating circuit. *Sensors and Actuators A: Physical*, 119. kötet, pp. 323-331.

Meijaard, J. P., 2010. Modelling and Simulation of Longitudinal Tyre Behaviour. *Non-smooth Problems in Vehicle Systems Dynamics*, pp. 161-170.

Michelin, 2006. *Michelin TWEEL, a breakthrough non-pneumatic concept*. [Online]
Available at: <http://www.michelin.com/corporate/EN/news/article?articleID=N17448>
[Hozzáférés dátuma: 2012].

MTS, 2010. *Tire Rolling Resistance Systems*. [Online]
Available at: <http://www.mts.com/en/products/producttype/test-systems/simulation->

[systems/tire/rolling-resistance/index.htm](http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924024X00000102)

[Hozzáférés dátuma: 2011].

Olsson, D. M. & Nelson, L. S., 1975. The Nelder-Mead Simplex Procedure for Function Minimization. *Technometrics*, 17. kötet, pp. 45-51.

Pacejka, H. B., 2002. *Tyre and Vehicle Dynamics*. Oxford: Butterworth Heinemann.

Paromtchik, I. E. & Laugier, C., 1996. Autonomous Parallel Parking of a Nonholonomic Vehicle.

Persson, B. N. J., 2010. Rubber friction and tire dynamics. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 23. kötet, pp. 1-14.

Pohl, A., Steindl, R. & Reindl, L., 1999. The “Intelligent Tire” Utilizing Passive SAW Sensors—Measurement of Tire Friction. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 48. kötet, pp. 1041-1046.

Popov, A. A., Cole, D. J., Cebon, D. & Winkler, C. B., 2003. *Laboratory Measurement of Rolling Resistance in Truck Tyres under Dynamic Vertical Load*. UK, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers.

Rill, G., 2006. A Modified Implicit Euler Algorithm for Solving Vehicle Dynamic Equations. *Multibody System Dynamics*, 15. kötet, pp. 1-24.

Rill, G., 2007. *Simulation von Kraftfahrzeugen*. Regensburg: Vieweg.

Shifrin, B., 2006. An Analytic Model of a Rolling Pneumatic Tire. *International Applied Mechanics*, 42. kötet, pp. 479-485.

Shiiba, T. & Suda, Y., 2002. Development of driving simulator with full vehiclemodel of multibody dynamics. *JSAE Review*, 23. kötet, pp. 223-230.

Shiraishi, M., Yoshinaga, H., Iwasaki, N. & Hayashi, K., 2001. *Making FEM Tire Model And Applying It For Durability Simulation*. Dearborn, MI, .

Smith, N. D., 2003. *Understanding Parameters Influencing Tire Modeling*, Colorado: Department of Mechanical Engineering, Colorado State University.

Stépán, G., 2004. *Gépek dinamikája*, Budapest: .

Stribeck, R., 1902. Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager – The key qualities of sliding and roller bearings.

Szabó, B., 2006. *Automatikus Parkolás-szabályozó Rendszer Felépítése és Működése*. Budapest, Tavaszi Szél, Kaposvár, pp. 375-378.

Szabó, B., 2007. *Possibilities of Controller Design for an Automatic Parking Control System*. Budapest, EAEC 2007 11th European Automotive Congress, pp. 1-13.

Szabó, B., 2008a. *Jármű- és Kerékmodell Tervezése Parkolási Manőver Szimulációjához*. Kolozsvár, Fiatal Műszakiak Tudományos Ülésszaka, pp. 215-218.

- Szabó, B., 2008b. Multi-Body Wheel Model Development for Simulating the Tire Deformations During Longitudinal and Lateral Sliding. *Járművek és Mobil Gépek*, 1. kötet, pp. 195-205.
- Szabó, B., 2008c. Többtömegű Kerékmodell Fejlesztése a Gumi Deformációjának Szimulálásához Hossz- és Keresztirányú Megcsúszás Esetén. *Járművek és Mobil Gépek*, 1. kötet, pp. 183-194.
- Szabó, B., 2009. *Multi-body Wheel Model Development for Simulating the Tire Deformations During Planar Motion*. Pozsony, 12th European Automotive Congress, pp. 1-15.
- Szabó, B., 2010. *Simulation with a Bicycle Model Using Multi-Body Dynamical Wheel Model*. Budapest, FISITA 2010, pp. 1-10.
- Szabó, B., 2012. Járművek alacsony sebességű mozgásának vizsgálata. *A Jövő Járműve*, V. évfolyam, 3-4. kötet.
- Szabó, B., 2012. Vehicle Test Based Validation of a Tire Brush Model Using an Optical Velocity Sensor. *Periodica Polytechnica*, 40(1), pp. 33-38.
- Szabó, B., 2013. Parameter Optimisation of a Tire Brush Model Based on Test Bench Measurements. *International Journal of Vehicle Systems Modelling and Testing*, 8(3), pp. 228-240.
- Szabó, B. & Palkovics, L., 2009. *Analysis of Low Speed Steering Manoeuvre with Dynamical Tire Models*. Stockholm, 21st International Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks, pp. 1-12.
- Szabó, B. & Palkovics, L., 2011. *Comparison of Different Tire Models for Low Speed Cornering Analysis*. Manchester, 22nd International Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks, pp. 1-6.
- Szabó, B. & Takács, D., 2007. *Vehicle-motion Analysis for an Automatized Parking Manoeuvre*. Belgrád, XXI International Automotive Conference: Science and Motor Vehicles, pp. 1-11.
- Szabó, B. & Takács, D., 2008. *Vehicle model design and vehicle motion analysis for an automatized parking manoeuvre*. Budapest, 6. Országos Gépészeti Konferencia, pp. 1-7.
- Szabó, B., Takács, D. & Stépán, G., 2006. *Vehicle model for an automatic parking control system*. Budapest, 10th Mini conference on vehicle system dynamics, identification and anomalies: VSDIA, pp. 549-555.
- Szidarovszky, F., 1974. *Bevezetés a numerikus módszerekbe*. Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó.
- Transportation Research Board, 2006. *Tires And Passenger Vehicle Fuel Economy*, Washington, D.C.: Committee for the National Tire Efficiency Study, Transportation Research Board, Board on Energy and Environmental Systems.
- von Oosten, J. J. M. és mtsai., 2003. *A new tyre model for TIME measurement*. Hannover, Tire Technology Expo.

Wehrhahn, D., 2005. *Non-contact laser measurement in the tire and rubber industry*, Hannover: Measuring Systems for Quality Assurance.

Wei, Y. T., Nasdala, L. & Rothert, H., 2008. Analysis of forced transient response for rotating tires using REF models. *Journal of Sound and Vibration*, pp. 145-162.

Zeifle, M. & Nackenhorst, U., 2008. Numerical techniques for rolling rubber wheels: treatment of inelastic material properties and frictional contact. *Computer Mechanics*, 42. kötet, pp. 337-356.

Zhang, D. J. & Tabbarok, B., 2000. Dynamic Modelling and Simulation of Log-Hauling Trucks with Combined Tire-Cornering and Braking Forces. *Multibody System Dynamics*, 4. kötet, pp. 1-22.

9 Köszönetnyilvánítás

Szeretném köszönetet mondani az alábbi személyeknek, akik támogatásukkal hozzájárultak a kutatásaim kivitelezéséhez:

- szüleimnek, családomnak, akik lehetővé tették tanulmányaim elvégzését, és mindenkorban támogattak;
- konzulensemnek, Palkovics Lászlónak a doktori munkám témavezetői támogatásáért;
- Takács Dénesnek és Stépán Gábornak a modellépítéshez nyújtott szakmai segítségért;
- Kádár Lehelnek, Székely Györgynek és Gáspár Józsefnak a gumiabroncs vizsgáló tesztpad megtervezésében és legyártásában nyújtott segítségükért;
- a Gépjárművek Tanszék egész kollektívájának a kutatómunkám folyamatos támogatásáért.