Sprawozdanie z laboratorium
Sieć Kohonena (KOH)

Bogumiła Okrojek
Numer indeksu: 327299

12 maja 2025

1. Krótki opis tematu laboratoriów

Celem laboratoriów było zapoznanie się z zasadą działania oraz implementacją sieci Kohonena, a także jej zastosowanie do analizy danych. W ramach zajęć zaimplementowano sieć Kohonena działającą na prostokątnej siatce neuronów, której celem było grupowanie danych zgodnie z naturalnymi strukturami klas. Zastosowano funkcje sąsiedztwa: gaussowską oraz minus drugą pochodną gaussowską, z możliwością zmiany szerokości sąsiedztwa. W drugiej części zajęć sieć została rozszerzona o topologię sześciokątną.

2. Opis wykonanej pracy i wyniki eksperymentów

KOH1: Podstawowa sieć Kohonena

Zaimplementowano dwuwymiarową sieć Kohonena (SOM – Self-Organizing Map) z możliwością dowolnego ustawienia wymiarów siatki neuronów $M \times N$, funkcji sąsiedztwa oraz parametrów uczenia. Sieć przyjmuje dane wejściowe o ustalonej długości i działa w oparciu o nienadzorowane uczenie maszynowe.

Zaimplementowano dwie funkcje sąsiedztwa:

- **Gaussowską** – klasyczną funkcję rozkładu normalnego,
- **Minus drugą pochodną Gaussa** – funkcję o bardziej lokalnym wpływie, przypominającą profil gaussowski z szybszym spadkiem.

Szerokość sąsiedztwa kontrolowano przez skalowanie argumentu funkcji sąsiedztwa w zakresie $[0.1, 10]$. Współczynnik uczenia $\alpha(t)$ był stopniowo wygaszany zgodnie z funkcją $e^{-t/\lambda}$.

Eksperymenty przeprowadzono na dwóch zestawach danych:

- **hexagon** – dane 2D z sześcioma skupieniami,
- **cube** – dane 3D z ośmioma skupieniami.

Eksperyment: Zbiór *hexagon*

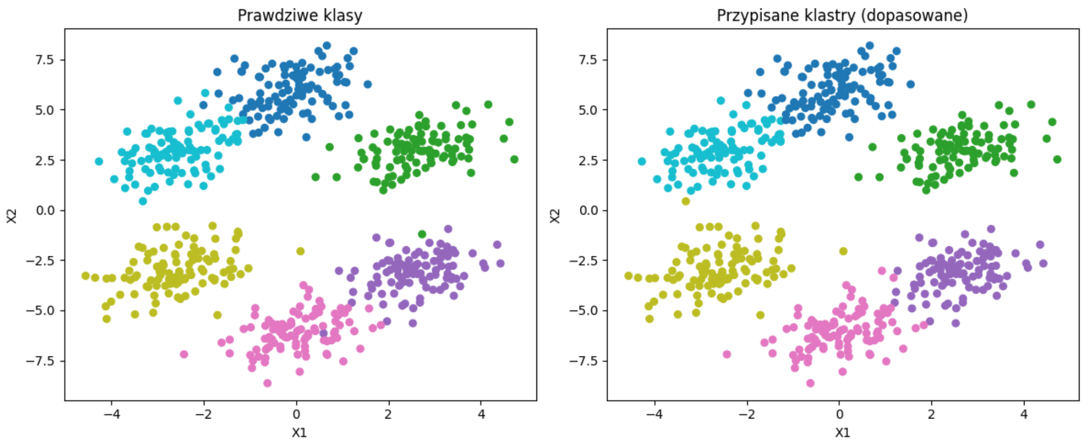
Konfiguracja 1

- **Siatka:** 10×5
- **Funkcja sąsiedztwa:** Gaussowska
- **Szerokość sąsiedztwa:** 1
- **Dokładność:** 0.9817
- **Liczba klastrów:** 17

Większość neuronów reprezentuje tylko jedną klasę. Przykłady:

- Klaster 19 (klasa 0): 53 wystąpienia
- Klaster 46 (klasa 5): 43 wystąpienia
- Klaster 40 (klasa 2): 48 wystąpień

Niektóre klastry zawierają dane z wielu klas, np. klaster 11: {0: 47, 5: 5}.



Rysunek 1: Porównanie prawdziwych klas i przypisanych klastrów przez sieć Kohonena (Konfiguracja 1, zbiór *hexagon*)

Konfiguracja 2

- **Siatka:** 20×20
- **Funkcja sąsiedztwa:** minus 2-gauss
- **Szerokość sąsiedztwa:** 10
- **Dokładność:** 0.9883
- **Liczba klastrów:** 108

Wyższa dokładność, ale liczba klastrów znacznie przekracza liczbę klas – świadczy to o dużej szczegółowości klasyfikacji.

Eksperyment: Zbiór *cube*

Konfiguracja 1

- **Siatka:** 10×10
- **Funkcja sąsiedztwa:** Gaussowska
- **Szerokość sąsiedztwa:** 1
- **Dokładność:** 0.9567
- **Liczba klastrów:** 91

Przykładowe klastry jednoznacznie przypisane do klas:

- Klaster 99 (klasa 0): 43 wystąpienia
- Klaster 9 (klasa 1): 28 wystąpień
- Klaster 93 (klasa 6): 26 wystąpień

Konfiguracja 2

- **Siatka:** 10×10
- **Funkcja sąsiedztwa:** minus 2-gauss
- **Szerokość sąsiedztwa:** 1
- **Dokładność:** 0.9600
- **Liczba klastrów:** 9

Mimo mniejszej liczby klastrów, model zachowuje wysoką dokładność – sugeruje to większą zdolność do uogólniania.

Tabela 1: Podsumowanie wyników eksperymentów dla zbiorów *hexagon* i *cube*

Zbiór	Funkcja	Siatka	Szerokość	Klastry	Dokładność
Heksagon	Gauss	10×10	1	92	0.9783
Heksagon	Gauss	10×5	5	24	0.77
Heksagon	Gauss	10×5	1	49	0.9833
Heksagon	Gauss	10×5	0.1	5	0.9817
Heksagon	Gauss	5×5	1	23	0.9717
Heksagon	Gauss	2×3	1	6	0.695
Heksagon	Minus 2-gauss	20×20	10	108	0.9883
Heksagon	Minus 2-gauss	20×20	1	22	0.96
Heksagon	Minus 2-gauss	20×20	0.5	15	0.965
Heksagon	Minus 2-gauss	10×10	1	8	0.9267
Heksagon	Minus 2-gauss	10×5	1	5	0.8117
Cube	Gauss	10×10	5	54	0.5442
Cube	Gauss	10×10	1	91	0.9567
Cube	Gauss	10×10	0.1	68	0.9433
Cube	Gauss	5×10	1	48	0.9517
Cube	Gauss	5×5	1	25	0.9075
Cube	Gauss	2×4	1	8	0.5425
Cube	Minus 2-gauss	20×20	1	32	0.9375
Cube	Minus 2-gauss	10×10	10	63	0.5883
Cube	Minus 2-gauss	10×10	1	9	0.96
Cube	Minus 2-gauss	10×10	0.3	1	0.125
Cube	Minus 2-gauss	5×10	1	5	0.6167

Wnioski:

- **Liczba klastrów** wykrywanych przez sieć nie odpowiada bezpośrednio liczbie klas w danych. Zależy ona głównie od rozmiaru siatki neuronów, typu funkcji sąsiedztwa oraz szerokości tej funkcji. Większe siatki i szersze funkcje sąsiedztwa skutkują zazwyczaj większą liczbą klastrów (np. 20×20, szerokość $10 - 108$ klastrów), co świadczy o większej zdolności rozróżniania subtelnych różnic w danych.

- **Funkcja sąsiedztwa** ma kluczowy wpływ na liczbę i jakość wykrytych klastrów. Przykładowo, zmniejszenie szerokości funkcji Gaussowskiej z 1 do 0.1 (przy siatce 10×5) może zmniejszyć liczbę klastrów z 49 do 5, przy zachowaniu wysokiej dokładności.

- **Zawartość neuronów** wskazuje, że większość neuronów reprezentuje jedną klasę. Zdarzają się jednak przypadki niejednoznaczne, gdzie klastry zawierają elementy z różnych klas. Takie sytuacje mogą wynikać z podobieństwa między klasami lub rozmytych granic między grupami danych.

- **Rozmieszczenie aktywnych neuronów** w siatce zależy od liczby tworzonych klastrów. W konfiguracjach o dużej liczbie klastrów (np. zbiór *hex*, siatka 10×10) aktywne neurony są równomiernie rozłożone w przestrzeni siatki. Natomiast w przypadkach z mniejszą liczbą klastrów (np. tylko 9 klastrów przy tej samej siatce), aktywacja ogranicza się do wybranych fragmentów mapy.

- **Dokładność klasyfikacji** nie jest ściśle zależna od liczby klastrów – wysoki wynik (np. 0.96) może zostać osiągnięty zarówno przy dużej (91), jak i małej (9) liczbie klastrów. Oznacza to, że przy odpowiednich parametrach sieć potrafi dobrze uogólniać.
- Modele wykorzystujące funkcję *minus 2-gauss* przy większych szerokościach sąsiedztwa często osiągają wysoką dokładność i rozdzielczość mapy, ale skutkuje to większą liczbą aktywnych neuronów i klastrów.

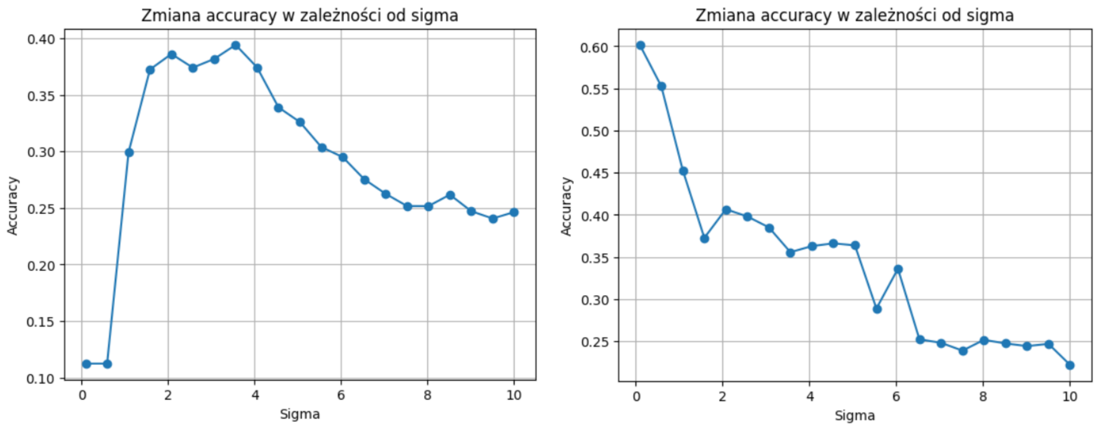
KOH2: Sieć Kohonena na siatce sześciokątnej

W ramach rozwoju sieci Kohonena (SOM) zaimplementowano topologię siatki sześciokątnej, umożliwiającą bardziej naturalne odwzorowanie danych w przestrzeni 2D. Sieć została uruchomiona na dwóch zestawach danych:

- **MNIST** – zbiór obrazów odręcznych cyfr,
- **Human Activity Recognition (HAR)** – dane z czujników przyspieszenia i żyroskopu zebrane podczas codziennych aktywności.

Eksperymenty do ustalenia optymalnego parametru *sigma* na zbiorze MNIST

W ramach eksperymentów przeprowadzono testy sieci Kohonena w różnych konfiguracjach parametrów dla zbioru MNIST, obejmujących rozmiar siatki (2x5 oraz 5x5), funkcję sąsiedztwa (*gaussian* oraz *Minus 2-gauss*) oraz typ topologii (*hex* lub *matrix*). Analizowano wpływ parametru σ na dokładność modelu (*accuracy*), wykonując serię testów w zakresie $\sigma \in [0.1, 10]$.



Rysunek 2: Zależność dokładności modelu od wartości σ. Lewy wykres przedstawia wynik dla modelu z funkcją sąsiedztwa *gaussian*, zaś prawy z funkcją *Minus 2-gauss*.

Na podstawie analizy zależności dokładności od parametru σ (Rys. 2), wybrano dwie optymalne wartości dla dalszych eksperymentów:

- $\sigma = 0.1$ dla funkcji sąsiedztwa *gaussian*,
- $\sigma = 3$ dla funkcji sąsiedztwa *Minus 2-gauss*.

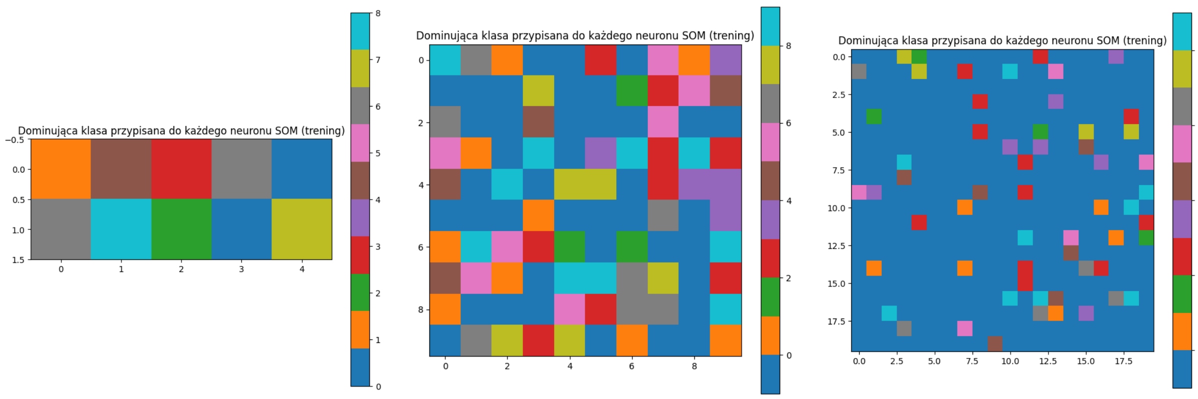
Eksperymenty porównujące działanie różnych topologii na zbiorze MNIST

Przy powyższych ustawieniach parametru *sigma* przeprowadzono serię testów na zbiorze MNIST, weryfikując wpływ różnych topologii (*matrix* oraz *hex*) oraz rozmiarów siatki (2x5, 10x10, 20x20) na skuteczność klasyfikacji.

Tabela 2: Dokładność trenowania i testowania dla różnych konfiguracji sieci Kohonena na zbiorze MNIST

Funkcja	Topologia	Sigma	Siatka	Train Acc	Test Acc	Klastry
gaussian	matrix	0.1	2x5	0.5914	0.5909	10
gaussian	matrix	0.1	10x10	0.7947	0.7957	60
gaussian	matrix	0.1	20x20	0.8001	**0.8109**	58
gaussian	hex	0.1	2x5	0.6212	0.6264	10
gaussian	hex	0.1	10x10	0.7807	0.7916	58
gaussian	hex	0.1	20x20	0.7672	0.7772	60
Minus 2-gauss	matrix	3	2x5	0.4091	0.4144	10
Minus 2-gauss	matrix	3	10x10	0.4670	0.4698	21
Minus 2-gauss	matrix	3	20x20	0.5435	0.5487	42
Minus 2-gauss	hex	3	2x5	0.3973	0.4035	10
Minus 2-gauss	hex	3	10x10	0.4550	0.4641	18
Minus 2-gauss	hex	3	20x20	0.5216	0.5327	35

Wizualna analiza map dominujących klas

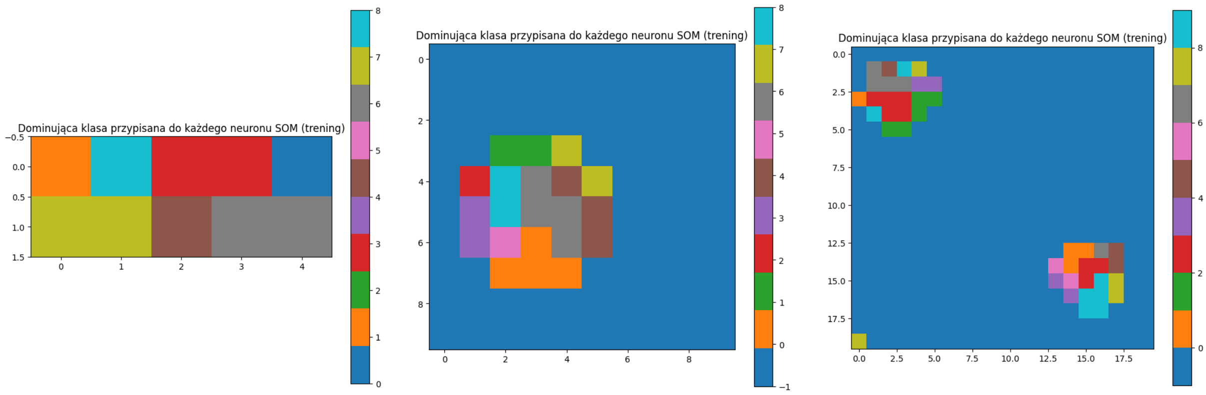


Siatka 2x5 | Siatka 10x10 | Siatka 20x20

Rysunek 3: Mapa dominujących klas dla różnych rozmiarów siatki (funkcja *gaussian*, topologia *matrix*)

Na rysunkach 3 i 4 przedstawiono przypisania dominujących klas w różnych konfiguracjach siatki.

Dla funkcji *gaussian* i topologii *matrix* neurony aktywne są rozmieszczone przypadkowo, co jest widoczne w braku uporządkowania przestrzennego. Z kolei dla funkcji *Minus 2-gauss* i topologii *matrix* w przypadku siatki 10×10 aktywne neurony tworzą jedną zwartą strukturę, a przy siatce 20×20 widoczne są dwie wyraźne „kule", co wskazuje na bardziej zorganizowane przypisanie klas.



Siatka 2x5 | Siatka 10x10 | Siatka 20x20

Rysunek 4: Mapa dominujących klas dla różnych rozmiarów siatki (funkcja *Minus 2-gauss*, topologia *matrix*)

Analiza wyników

Z danych przedstawionych w tabeli 2 wynika, że:

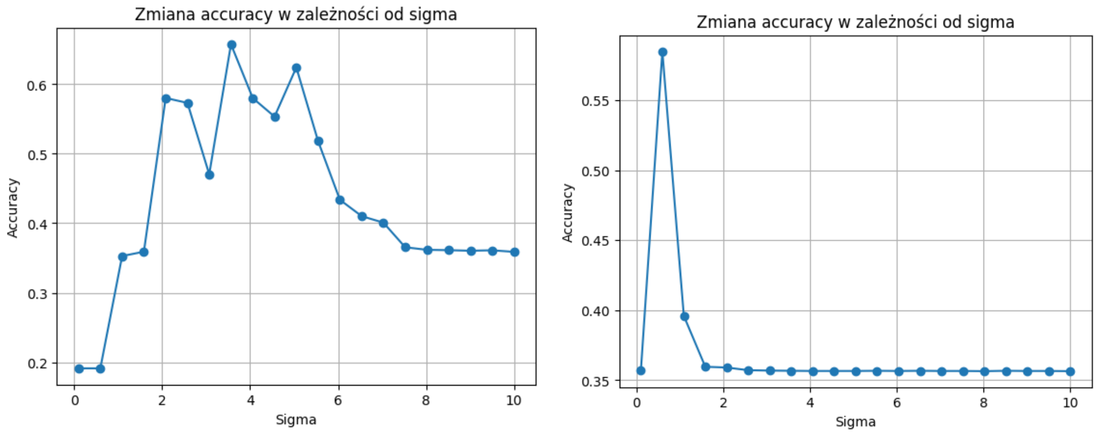
- **Funkcja sąsiedztwa *gaussian*** wykazuje znacząco wyższą dokładność niż *Minus 2-gauss*, niezależnie od topologii i rozmiaru siatki.
- Najlepszy rezultat testowy (**0.8109**) osiągnięto dla konfiguracji: *gaussian*, topologia *matrix*, siatka 20x20.
- **Topologia sześciokątna** (*hex*) prowadzi do podobnych wyników co *matrix*, szczególnie dla większych siatek, co potwierdza jej użyteczność jako alternatywy w kontekście organizacji przestrzennej.
- Wzrost rozmiaru siatki generalnie poprawia dokładność, ale może też prowadzić do powstawania większej liczby klastrów, co nie zawsze jest pożądane (np. nadklasteryzacja).
- Funkcja *Minus 2-gauss* w badanych warunkach osiągała znacznie niższą skuteczność, co może wskazywać na jej ograniczoną użyteczność w zadaniu klasyfikacji cyfr ze zbioru MNIST.

Uzyskane wyniki wskazują na wyraźną przewagę klasycznej funkcji sąsiedztwa *gaussian* i stanowią podstawę do dalszych eksperymentów z jej wykorzystaniem w połączeniu z topologią sześciokątną oraz jeszcze większymi siatkami neuronów.

Eksperymenty do ustalenia optymalnego parametru *sigma* na zbiorze HAR

W ramach eksperymentów na zbiorze danych **Human Activity Recognition** (HAR), przeprowadzono testy sieci Kohonena w różnych konfiguracjach parametrów, obejmujących rozmiar siatki (2x3, 5x5 oraz 10x10), funkcję sąsiedztwa (*Minus 2-gauss* oraz *gaussian*) oraz typ topologii (*matrix* lub *hex*). Analizowano wpływ parametru σ na dokładność modelu (*accuracy*), wykonując serię testów w zakresie $\sigma \in [0.1, 10]$.

Na podstawie analizy zależności dokładności od parametru σ (Rys. 5) dla funkcji *Minus 2-gauss* wybrano następujące optymalne wartości dla różnych rozmiarów siatki:



Rysunek 5: Zależność dokładności modelu od wartości σ dla zbioru HAR. Lewy wykres przedstawia wynik dla modelu z funkcją sąsiedztwa *Minus 2-gauss*, zaś prawy z funkcją *gaussian*.

- Dla siatki 2x3 najlepsze wyniki uzyskano przy $\sigma = 2$ lub $\sigma = 2.5$.
- Dla siatki 5x5 najlepsze wyniki uzyskano przy $\sigma = 3$ lub $\sigma = 3.5$.
- Dla siatki 10x10 najlepsze wyniki uzyskano dla wartości $\sigma > 3$.

Na podstawie tych wyników przyjęto, że w dalszych eksperymentach będziemy używać wartości parametru σ:

- $\sigma = 3$ dla funkcji sąsiedztwa *Minus 2-gauss*.

W przypadku funkcji sąsiedztwa *gaussian* testowano topologie i siatki 2x3 oraz 5x5, a najlepsze wyniki uzyskano dla $\sigma = 0.5$.

- Dla funkcji *gaussian* oraz siatki 2x3 oraz 5x5 najlepsza wartość $\sigma = 0.5$.

Przy tych ustawieniach przeprowadzono kolejne testy, weryfikując wpływ różnych topologii (*matrix* oraz *hex*) na skuteczność klasyfikacji.

Eksperymenty porównujące działanie różnych topologii na zbiorze HAR

Przy powyższych ustawieniach parametru *sigma* przeprowadzono serię testów na zbiorze HAR, weryfikując wpływ różnych topologii (*matrix* oraz *hex*) oraz rozmiarów siatki (2x3, 5x5, 10x10) na skuteczność klasyfikacji. Uwzględniono dwie funkcje sąsiedztwa: *gaussian* (z parametrem $\sigma = 0.5$) oraz *Minus 2-gauss* (z parametrem $\sigma = 3$).

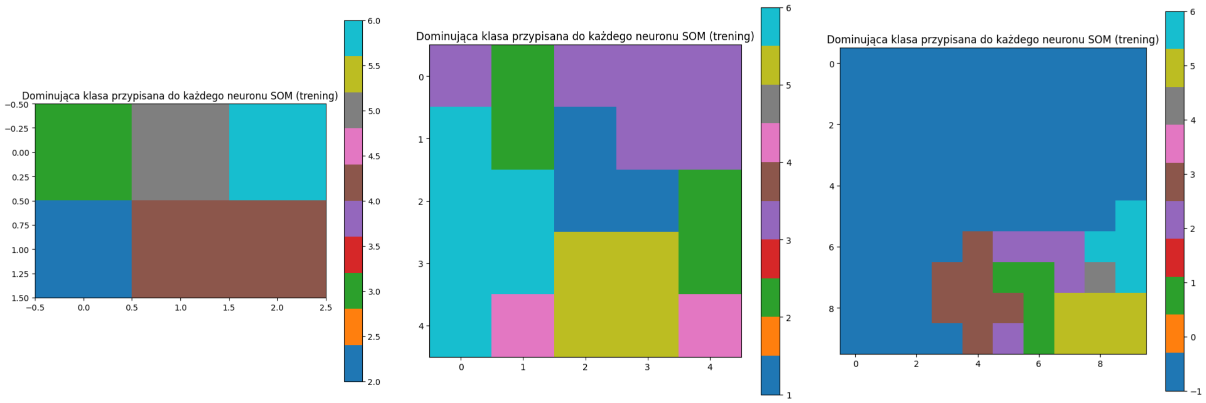
Wizualna analiza map dominujących klas

Na rysunkach 6 i 7 przedstawiono mapy dominujących klas dla różnych rozmiarów siatki na zbiorze HAR.

Dla siatek 2×3 i 5×5 aktywne są wszystkie neurony, co skutkuje pełnym pokryciem siatki i brakiem wyraźnej struktury. W przypadku siatki 10×10 widoczna jest większa specjalizacja – dla topologii *matrix* aktywnych jest 27 neuronów, natomiast dla *hex* aż 44. W obu przypadkach aktywne neurony skupiają się w jednym rejonie mapy, tworząc lokalny, spójny obszar reprezentacji klas.

Tabela 3: Dokładność trenowania i testowania dla różnych konfiguracji sieci Kohonena na zbiorze HAR

Funkcja	Topologia	Sigma	Siatka	Train Acc	Test Acc	Klastry
gaussian	matrix	0.5	2x3	0.5792	0.5908	6
gaussian	matrix	0.5	5x5	0.7129	0.7272	25
gaussian	matrix	0.5	10x10	0.7232	0.6932	27
gaussian	hex	0.5	2x3	0.5775	0.5626	6
gaussian	hex	0.5	5x5	0.7557	0.7357	25
gaussian	hex	0.5	10x10	0.7986	**0.7879**	44
Minus 2-gauss	matrix	3	2x3	0.3735	0.3767	6
Minus 2-gauss	matrix	3	5x5	0.5439	0.5826	17
Minus 2-gauss	matrix	3	10x10	0.5307	0.5480	14
Minus 2-gauss	matrix	3	20x20	0.5749	0.6149	18
Minus 2-gauss	hex	3	2x3	0.3770	0.3862	6
Minus 2-gauss	hex	3	5x5	0.4626	0.4856	13
Minus 2-gauss	hex	3	10x10	0.6669	0.6454	17
Minus 2-gauss	hex	3	20x20	0.5498	0.5494	15



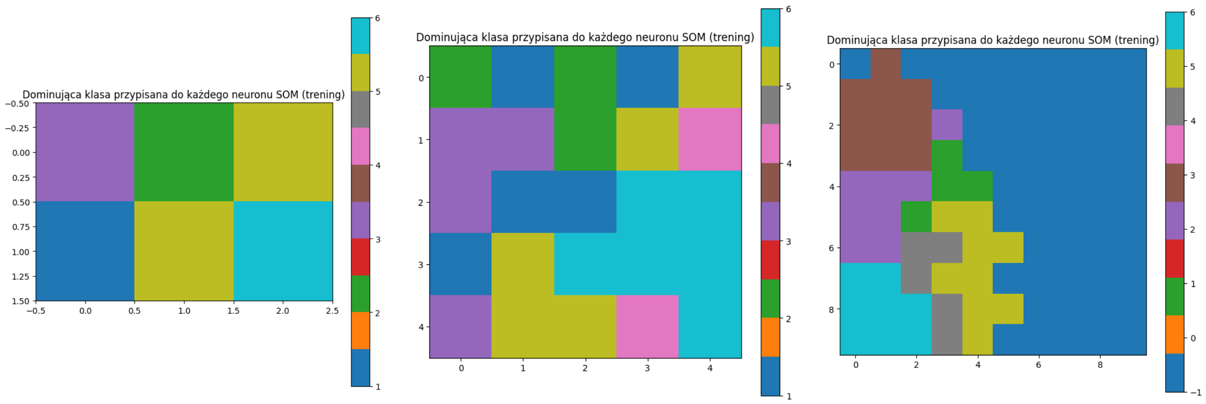
Siatka 2x3 Siatka 5x5 Siatka 10x10

Rysunek 6: Mapa dominujących klas dla różnych rozmiarów siatki (funkcja *gaussian*, topologia *matrix*)

Analiza wyników

Z tabeli 3 można wyciągnąć następujące wnioski:

- **Funkcja sąsiedztwa *gaussian*** z parametrem $\sigma = 0.5$ osiągnęła wyższe wyniki dokładności niż *Minus 2-gauss* dla wszystkich topologii i rozmiarów siatki.
- Najwyższą dokładność testową (**0.7879**) osiągnięto dla konfiguracji: *gaussian*, topologia *hex*, siatka 10x10, co wskazuje na korzystny wpływ topologii sześciokątnej przy większej liczbie neuronów.
- **Topologia sześciokątna** daje lepsze wyniki niż *matrix* szczególnie w przypadku większych siatek, co potwierdza obserwacje ze zbioru MNIST.
- W przypadku funkcji *Minus 2-gauss*, dokładności były znacząco niższe, zwłaszcza



Siatka 2x3 Siatka 5x5 Siatka 10x10

Rysunek 7: Mapa dominujących klas dla różnych rozmiarów siatki (funkcja *gaussians*, topologia *hex*)

dla mniejszych siatek, co sugeruje jej ograniczoną przydatność w zadaniach klasyfikacji aktywności.

- Wzrost rozmiaru siatki wpływa pozytywnie na dokładność modelu, jednak może prowadzić do wzrostu liczby klastrów, jak pokazuje konfiguracja *gaussian* + *hex* + 10x10, która wygenerowała aż 44 klastry.

Podsumowując, sieć Kohonena najlepiej sprawdza się w klasyfikacji danych HAR przy zastosowaniu funkcji sąsiedztwa *gaussian* z $\sigma = 0.5$ oraz topologii sześciokątnej. Konfiguracje z funkcją *Minus 2-gauss* cechują się niższą dokładnością i mniejszą zdolnością do reprezentacji złożonych wzorców w danych.

3. Wnioski

W trakcie realizacji laboratorium uzyskano kilka istotnych wniosków dotyczących działania sieci Kohonena:

- **Dobór parametrów sieci** (rozmiar siatki, funkcja sąsiedztwa, szerokość sąsiedztwa σ) ma kluczowe znaczenie dla jakości klasyfikacji i liczby utworzonych klastrów. Właściwa konfiguracja umożliwia sieci skuteczne grupowanie danych nawet w bardzo złożonych przestrzeniach.
- **Funkcja sąsiedztwa typu Gaussowskiego** okazała się najbardziej uniwersalna i skuteczna w większości testowanych przypadków – zarówno na sztucznych zbiorach (hexagon, cube), jak i rzeczywistych (MNIST, HAR). Funkcja *minus 2-gauss* dawała gorsze wyniki w zadaniach klasyfikacyjnych, mimo swojej zdolności do tworzenia bardziej lokalnych klastrów.
- **Topologia siatki sześciokątnej** (hex) zapewniała porównywalne lub lepsze wyniki niż klasyczna siatka prostokątna (matrix), szczególnie w przypadku większych siatek. Jest to zasługa bardziej naturalnego rozkładu sąsiedztwa, co może poprawiać zdolność odwzorowywania struktury danych.

- **Większe siatki neuronów** (np. 20x20) zwykle prowadzą do lepszej dokładności klasyfikacji, ale mogą też powodować nadklasteryzację – tj. tworzenie większej liczby klastrów niż wynika z liczby klas w danych. W takich przypadkach potrzebna jest dodatkowa analiza, by ocenić, czy wzrost dokładności nie odbywa się kosztem interpretowalności wyników.

- **Sieci Kohonena dobrze radzą sobie z różnymi typami danych**, zarówno niskowymiarowymi (hexagon, cube), jak i wysokowymiarowymi (obrazy cyfr, dane sensoryczne). Warunkiem skuteczności jest jednak dostosowanie parametrów modelu do specyfiki zbioru danych.

- **Optymalizacja parametru** σ jest niezbędna dla uzyskania najlepszych wyników – zarówno zbyt niska, jak i zbyt wysoka jego wartość mogą prowadzić do degradacji jakości klasyfikacji.

- **Dokładność klasyfikacji nie jest jednoznacznie związana z liczbą klastrów** – możliwe jest osiągnięcie wysokiej skuteczności przy małej liczbie klastrów (np. 9) lub dużej (np. 108), co świadczy o zdolności sieci Kohonena do uogólniania lub precyzyjnego rozróżniania wzorców – zależnie od konfiguracji.

Podsumowując, sieci Kohonena stanowią potężne narzędzie do analizy nienadzorowanej, które – przy odpowiednio dobranych parametrach – może być skutecznie stosowane w zadaniach klasyfikacji, wizualizacji i eksploracji danych. Eksperymenty wykazały także użyteczność topologii sześciokątnej oraz znaczenie wyboru funkcji sąsiedztwa, co może być punktem wyjścia do dalszych badań nad adaptacją SOM do konkretnych typów danych.