

Newton İleri Farklar

Newton İleri Farklar

x	f(x)
1.0	1.0
1.1	1.233
1.2	1.488
1.3	1.762
1.4	2.056

Birinci farklar

$$\Delta y_0 = f(x_1) - f(x_0) = 1.233 - 1.0 = 0.233$$

$$\Delta y_1 = f(x_2) - f(x_1) = 1.488 - 1.233 = 0.255$$

$$\Delta y_2 = f(x_3) - f(x_2) = 1.762 - 1.488 = 0.274$$

$$\Delta y_3 = f(x_4) - f(x_3) = 2.056 - 1.762 = 0.294$$

İkinci farklar

$$\Delta^2 y_0 = \Delta y_1 - \Delta y_0 = 0.255 - 0.233 = 0.022$$

$$\Delta^2 y_1 = \Delta y_2 - \Delta y_1 = 0.274 - 0.255 = 0.019$$

$$\Delta^2 y_2 = \Delta y_3 - \Delta y_2 = 0.294 - 0.274 = 0.020$$

Üçüncü farklar

$$\Delta^3 y_0 = \Delta^2 y_1 - \Delta^2 y_0 = 0.019 - 0.022 = -0.003$$

$$\Delta^3 y_1 = \Delta^2 y_2 - \Delta^2 y_1 = 0.020 - 0.019 = 0.001$$

Dördüncü fark

$$\Delta^4 y_0 = \Delta^3 y_1 - \Delta^3 y_0 = 0.001 - (-0.003) = 0.004$$

$$P(x) = f(x_0) + u\Delta y_0 + \frac{u(u-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \frac{u(u-1)(u-2)}{3!}\Delta^3 y_0 + \dots$$

$$u = \frac{x-x_0}{h} \quad \begin{array}{l} h = \text{adım uzunluğu (1.1-1.0=0.1)} \\ x_0 = 1.0 \end{array}$$

x=1.25 için f(x) sorulduğunda:

$$u = \frac{1.25 - 1.0}{0.1} = 2.5$$

$$P(1.25) \approx 1.0 + 2.5(0.233) + \frac{2.5(1.5)}{2}(0.022) + \frac{2.5(1.5)(0.5)}{6}(-0.003) + \dots$$

$$2.5 \cdot 0.233 = 0.5825$$

$$\frac{2.5 \cdot 1.5}{2} \cdot 0.022 = 0.04125$$

$$\frac{2.5 \cdot 1.5 \cdot 0.5}{6} \cdot (-0.003) \approx -0.0009375$$

$$P(1.25) \approx 1.0 + 0.5825 + 0.04125 - 0.0009375 \approx 1.6228$$

x	f(x)	Δy	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$
1.0	1.000	0.233	0.022	-0.003	0.004
1.1	1.233	0.255	0.019	0.001	
1.2	1.488	0.274	0.020		
1.3	1.762	0.294			
1.4	2.056				

```

def newton_ileri_farklar(x_degerleri, y_degerleri, x_aralik):
    n = len(x_degerleri)
    h = x_degerleri[1] - x_degerleri[0] # Sabit adım

    # Fark tablosu
    fark_tablosu = [y_degerleri.copy()]
    for i in range(1, n):
        kolon = [fark_tablosu[i-1][j+1] - fark_tablosu[i-1][j] for j in range(n - i)]
        """
        kolon = []
        for j in range(n - i):
            fark = fark_tablosu[i-1][j+1] - fark_tablosu[i-1][j]
            kolon.append(fark)
        fark_tablosu.append(kolon)
        """
        fark_tablosu.append(kolon)

    # u hesabı
    u = (x_aralik - x_degerleri[0]) / h

    # Interpolasyon sonucu
    sonuc = y_degerleri[0]
    u_terim = 1
    for i in range(1, n):
        u_terim *= (u - (i - 1))
        sonuc += (u_terim * fark_tablosu[i][0]) / math.factorial(i)

x_degerleri = [1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4]
y_degerleri = [1.000, 1.233, 1.488, 1.762, 2.056]
x_aralik = 1.25

newton_ileri_farklar(x_degerleri, y_degerleri, x_aralik)

```

```

tablo = PrettyTable()
basliklar = ["x", "f(x)"] + [f"Δ{i}y" for i in range(1, n)]
tablo.field_names = basliklar

for i in range(n):
    satir = [x_degerleri[i], y_degerleri[i]]
    for j in range(1, n):
        if i < len(fark_tablosu[j]):
            satir.append(round(fark_tablosu[j][i], 6))
        else:
            satir.append("")
    tablo.add_row(satir)

print(tablo)

```

- `print(f"\nYaklaşık f({x_aralik}) = {round(sonuc, 6)}")`

Tablonun daha düzgün görülmesi için PrettyTable modülü kullanılabilir. (Ders kapsamında değil.)

Çıktı

x	f(x)	$\Delta^1 y$	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$	$\Delta^4 y$
1.0	1.0	0.233	0.022	-0.003	0.004
1.1	1.233	0.255	0.019	0.001	
1.2	1.488	0.274	0.02		
1.3	1.762	0.294			
1.4	2.056				

Yaklaşık $f(1.25) = 1.622656$