


# Zamanla Değişmeyen Lineer Kapasite ve Endüktans Elemanlarının Özellikleri

## Kapasite

## Endüktans


### Bellek Özelliği



$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$$

$v(t)$  sadece  $i(t)$ 'ye değil,  $i(\tau)$ 'nin  $-\infty < \tau < t$  aralığındaki tüm geçmiş değerlerine de bağlı

$-\infty < \tau < t_0 \rightarrow v(t_0)$



$$i(t) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$$

$i(t)$  sadece  $v(t)$ 'ye değil,  $v(\tau)$ 'nin  $-\infty < \tau < t$  aralığındaki tüm geçmiş değerlerine de bağlı

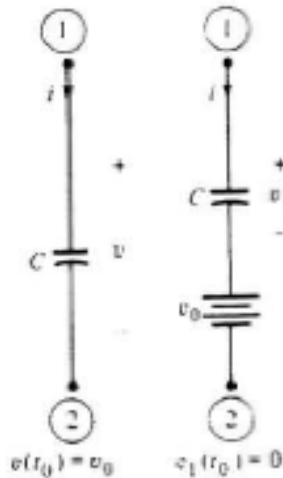
$-\infty < \tau < t_0 \rightarrow i(t_0)$

$$v(t) = v(t_0) + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau, \quad t \geq t_0$$

$$i(t) = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(\tau) d\tau, \quad t \geq t_0$$

$v(t_0)$  ilk koşul, geçmiş  $i(\tau)$ ,  $-\infty < \tau < t$  değerlerinin  $v(t)$ 'ye etkisini veriyor.  $v(t_0)$  ilk koşul, geçmiş  $v(\tau)$ ,  $-\infty < \tau < t$  değerlerinin  $i(t)$ 'ye etkisini veriyor.

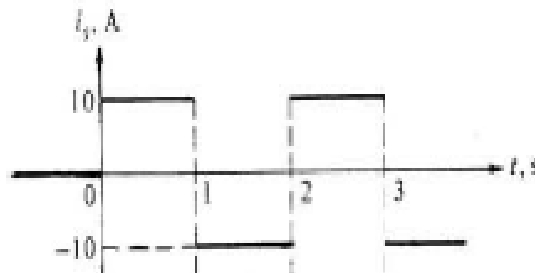
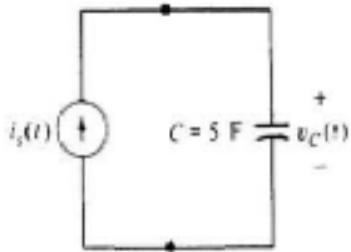
## Kapasite



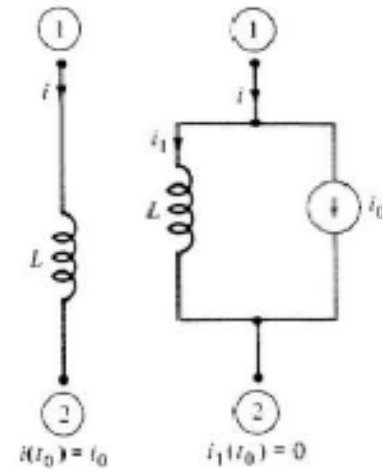
## Süreklilik Özelliği

$i_C(t)$   $[t_a, t_b]$  aralığında sınırlı değerler alıyorsa, kapasite gerilimi  $v_C(t)$ ,  $(t_a, t_b)$  aralığında sürekli bir fonksiyondur.

$$t_a < T < t_b \quad v_C(T^-) = v_C(T^+)$$

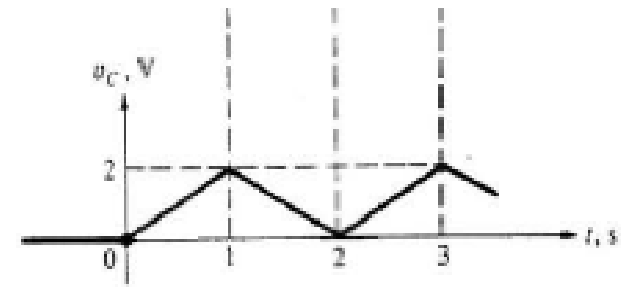


## Endüktans



$v_L(t)$   $[t_a, t_b]$  aralığında sınırlı değerler alıyorsa, kapasite gerilimi  $i_L(t)$ ,  $(t_a, t_b)$  aralığında sürekli bir fonksiyondur.

$$t_a < T < t_b \quad i_L(T^-) = i_L(T^+)$$



## Kayıpsızlık Özelliği

### Tanım: (Enerji)

$[t_1, t_2]$  aralığında bir elemana aktarılan toplam enerji  $w(t_1, t_2)$  [Joules] 'dur.

$$w(t_1, t_2) \hat{=} \int_{t_1}^{t_2} v(t)i(t)dt$$

### Kapasite

Yük kontrollü kapasite elemanına ilişkin enerji kapasite gerilimi veya yük fonksiyonundan bağımsızdır.  $t_1$  ve  $t_2$  anlarındaki yük değerleri ile belirlenir.

$$w_C(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} v(q) \frac{dq}{dt} dt$$

$$w_C(q_1, q_2) = \int_{q_1}^{q_2} v(q) dq$$

### Örnek:

$$v_C(q) = \frac{q}{C}$$

### Endüktans

Akı kontrollü endüktans elemanına ilişkin enerji endüktans akımı veya akı fonksiyonundan bağımsızdır.  $t_1$  ve  $t_2$  anlarındaki akı değerleri ile belirlenir.

$$w_L(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} i(\phi) \frac{d\phi}{dt} dt$$

$$w_L(\phi_1, \phi_2) = \int_{\phi_1}^{\phi_2} i(\phi) d\phi$$

$$i_L(\phi) = \frac{\phi}{L}$$

sonuç

## Kapasite

Periyodik bir fonksiyon ile uyarıldığında, yük kontrollü kapasiteye ilişkin enerji bir periyod boyunca sıfırdır

$$W_C(Q) = \frac{1}{2C} Q^2 = \frac{1}{2} C V^2$$



Bir kapasiteden alınabilecek maksimum enerji miktarı

## Endüktans

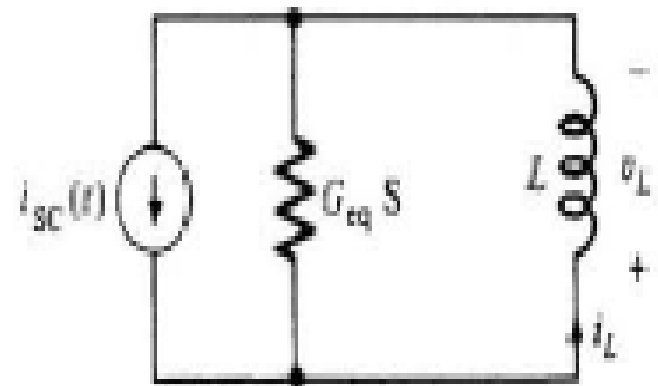
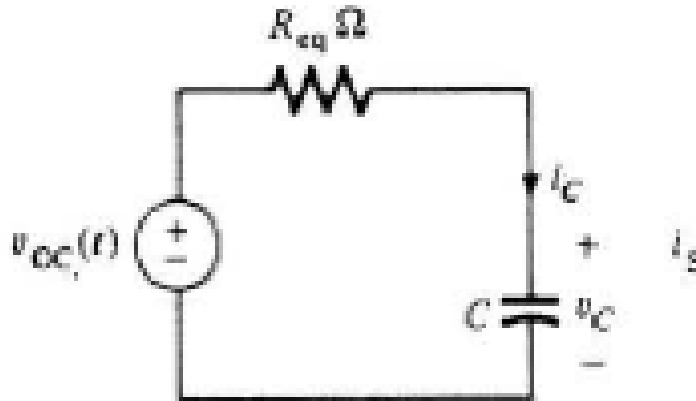
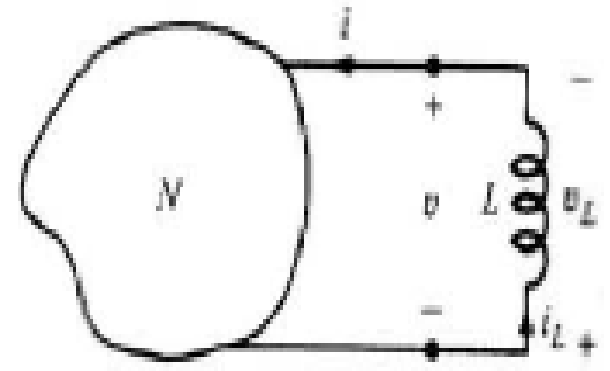
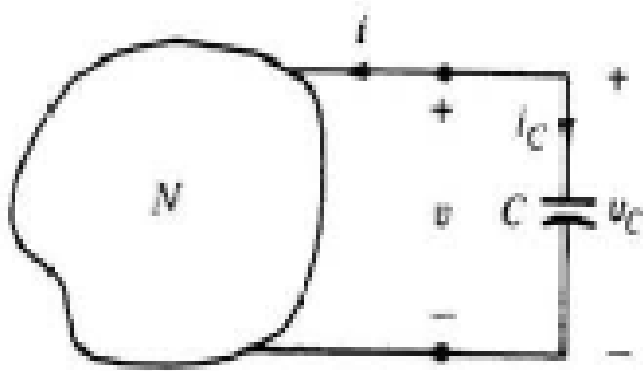
Periyodik bir fonksiyon ile uyarıldığında, yük kontrollü kapasiteye ilişkin enerji bir periyod boyunca sıfırdır

$$W_L(\phi) = \frac{1}{2L} \phi^2 = \frac{1}{2} L I^2$$



Bir endüktanstan alınabilecek maksimum enerji miktarı

# 1. Mertebeden Lineer Devreler



$$R_{TH} i_C + v_C = v_{TH} \quad \text{E.T.B+KGY}$$

$$i_C = C \frac{dv_C}{dt} = C \dot{v}_C$$

$$\dot{v}_C = -\frac{v_C}{R_{TH} C} + \frac{v_{TH}}{R_{TH} C}$$

Durum Denklemleri, Kalman (1960)

$$\dot{x} = ax + bu, \quad x(0) = x_0$$

$$\text{E.T.B+KAY} \quad G_N v_L + i_L = i_N$$

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} = L \dot{i}_L$$

$$\dot{i}_L = -\frac{i_L}{G_N L} + \frac{i_N}{G_N L}$$

# 1. Mertebeden Diferansiyel Denklem Çözümü

$$\dot{x} = ax \quad x(0) = x_0$$

$$\frac{dx}{dt} = ax \rightarrow \int_C^{x(t)} \frac{dx}{x} = \int_0^t a dt \rightarrow \ln x(t) - \ln C = at \rightarrow \ln \frac{x(t)}{C} = at$$

$$x(t) = Ce^{at} \quad \forall t$$

$$x(0) = Ce^{a0}$$

$$x(t) = e^{at} x_0 \quad \forall t$$

$$\dot{x} = ax + u \quad x(0) = x_0$$

varsayım:  $x(t) = S(t)e^{at}$

$$\frac{d}{dt} (S(t)e^{at}) = a(S(t)e^{at}) + u(t)$$

$$\cancel{aS(t)e^{at}} + \frac{dS(t)}{dt} e^{at} = \cancel{aS(t)e^{at}} + u(t)$$

$$\frac{dS(t)}{dt} e^{at} = u(t) \rightarrow \frac{dS(t)}{dt} = e^{-at} u(t) \rightarrow S(t) = \int_0^t e^{-a\tau} u(\tau) d\tau + S(0)$$

varsayım:  $x(t) = S(t)e^{at} \rightarrow x(t) = S(0)e^{at} + \int_0^t e^{a(t-\tau)} u(\tau) d\tau, \quad \forall t$

$$x(0) = S(0)e^{a0} + \int_0^0 e^{a(t-\tau)} u(\tau) d\tau, \quad \forall t$$

$$x(t) = e^{at} x(0) + \int_0^t e^{a(t-\tau)} u(\tau) d\tau$$

$$x(t) = \underbrace{e^{at} x(0)}_{\text{öz çözüm}} + \underbrace{\int_0^t e^{a(t-\tau)} u(\tau) d\tau}_{\text{zorlanmış çözüm}}$$

## Durum Denkemlerinin Elde Edilmesi

I- İki uçlu direnç, endüktans, kapasite bağımsız akım ve gerilim kaynaklarının oluşmuş devrelerde durum denklemlerinin elde edilmesi

Amaç:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du, \quad x(0) = x_0$$

$x \in R^n$  durum değişkenleri - kapasite gerilimleri, endüktans akımları

$y \in R^r$  çıkış büyüklükleri - ilgilenilen eleman akımları ve gerilimleri

$u \in R^p$  giriş büyüklükleri - bağımsız akım kaynağının akımı ve bağımsız gerilim kaynaklarının gerilimleri

Yöntem:

1. Adım: Uygun Ağaç Seçimi



a-) gerilim kaynaklarını dal elemanı olarak seçiniz, ağaç tamamlanmamışsa (b)'ye geçiniz



b-) kapasiteleri dal elemanı olarak seçiniz, ağaç tamamlanmamışsa (c)'ye geçiniz



c-) dirençleri dal elemanı olarak seçiniz, ağaç tamamlanmamışsa (d)'ye geçiniz





c-) endüktansları da elemanı olarak seçiniz

2. Adım: Durum değişkenlerini belirleme

Dallardaki kapasite gerilimleri, girişlerdeki endüktans akımları durum değişkenleridir.

Durum değişkenlerini belirleyiniz ve uç denklemlerini yazınız.

$$C \frac{dv_c(t)}{dt} = i_c(t)$$

$$L \frac{di_L(t)}{dt} = v_L(t)$$

3. Adım: Durum denklemlerini yazma

Lineer bağımsız akım denklemlerini yazınız  
(Temel kesitlemelere ilişkin denklemler)

Lineer bağımsız gerilim denklemlerini yazınız  
(Temel çevrelere ilişkin denklemler)

Yazdığınız denklemlerden yararlanarak dallardaki kapasitelerin akımları ile girişlerdeki endüktansların gerilimlerini, durum değişkenleri ve girişler cinsinden belirleyiniz.

Hangi devre büyüklüklerine karşı  
gelmekteler.

## II- Çok uçlu direnç, endüktans, kapasite bağımsız akım ve gerilim kaynaklarının oluşmuş devrelerde durum denklemlerinin elde edilmesi

### Yöntem:

#### 1. Adım: Uygun Ağaç Seçimi

Bir önceki durumdaki adımlar atılmadan önce

- Devrede bulunan çok uçluların yazılabilen tüm uç denklemlerini gözönüne alınız
- Her bir denklem için gerilim büyüklüğüne karşı gelen ucu grafa dal olarak , akım büyüklüğüne karşı gelen ucu grafa giriş elemanı olarak yerleştiriniz.

Bir önceki durumdaki adımları izleyerek ağacı belirleyiniz.

Farklı uç denklemlerinden hangisi daha fazla durum değişkeni veriyorsa o duruma ilişkin ağacı uygun ağaç olarak seçiniz.

*Diğer Adımlar:* devrede 2-uçlu direnç elemanı, kapasite, endüktans ve bağımsız kaynaklar varken ki durum ile aynı