DAL GERİLİMLERİ YÖNTEMİ

$\mathbf{Q_t\, i = 0}$ (Temel kesitleme denklemleri)

Öte yandan, eleman gerilimleri **v**, dal gerilimleri $\mathbf{v_1}$ cinsinden

$$\begin{bmatrix} B_1 & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v_1} \\ v_2 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \;\rightarrow\; \mathbf{v_2} = -B_1 \mathbf{v_1} \;\rightarrow\; \begin{bmatrix} \mathbf{v_1} \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ -B_1 \end{bmatrix} \mathbf{v_1} \;\rightarrow\; \mathbf{v} = Q_t^{\,T} \mathbf{v_1}$$

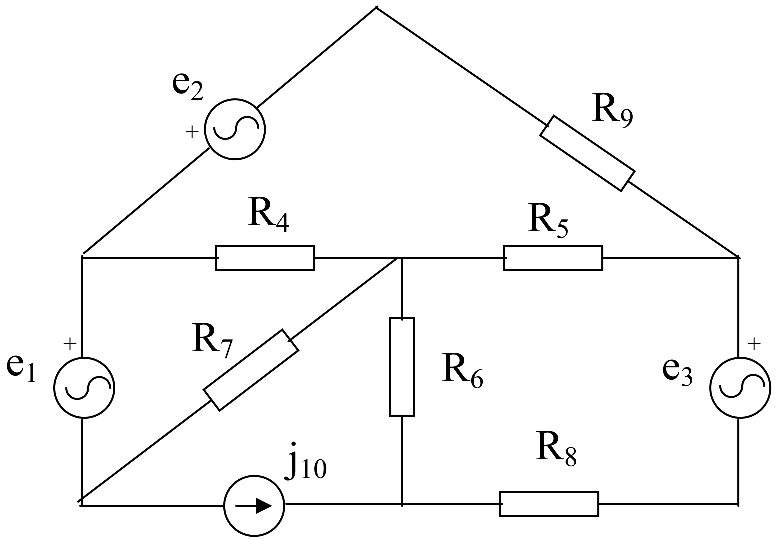
$$\begin{array}{c} n_d - 1 \\ n_e \\ n_d - 1 \end{array} \begin{bmatrix} Q_t & 0 & 0 \\ 0 & U & -Q_t^{\,T} \\ N & M & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{v_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{w} \end{bmatrix}$$

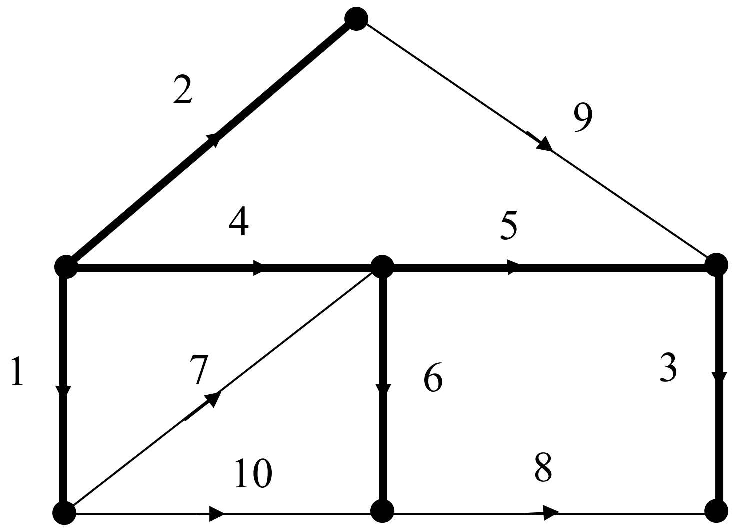
Mv+Ni=w n_e tane eleman tanım bağıntısı

$2n_d$-2+n_e denklem ve $2n_d$-2+n_e bilinmeyen

Bu denklemleri yerine koyma yöntemiyle çözmeye Dal Gerilimleri Yöntemi denir.

Örnekle açıklama:





Adım 1: Devre grafı çizilerek, uygun bir ağaç seçilir.
Adım 2: Temel kesitleme denklemleri yazılır.

$i_4 = -i_7 - i_9 - i_{10}$
$i_5 = -i_8 - i_9$
$i_6 = i_8 - i_{10}$
Not: Bağımsız gerilim kaynağına ilişkin denklemi yazmaya gerek yok.

Adım 3: Dirençlere ilişkin uç denklemlerini 2. adımdaki denklemlerde yerine koy.

$G_4v_4 = - G_9v_9 – G_7v_7 - j_{10}$

$G_5v_5 = - G_8v_8 - G_9v_9$

$G_6v_6 = G_8v_8 - j_{10}$

Adım 4: Temel çevre denklemleri ile kiriş gerilimlerini dal gerilimleri cinsinden yaz.

Ara adım:

$v_7 = v_4 - v_1 = v_4 - e_1$

$v_8 = v_5 + v_3 - v_6 = v_5 + e_3 - v_6$

$v_9 = v_4 + v_5 - v_2 = v_4 + v_5 - e_2$

$v_{10} = v_4 + v_6 - v_1 = v_4 + v_6 - e_1$

$G_4v_4 = - G_9(v_4 + v_5 - e_2) – G_7 (v_4 - e_1) - j_{10}$

$G_5v_5 = - G_8(v_5 + e_3 - v_6) - G_9(v_4 + v_5 - e_2)$

$G_6v_6 = G_8(v_5 + e_3 - v_6) - j_{10}$

Bilinmeyenler bir tarafa, bilinenler diğer tarafa toplanırsa

$(G_4+G_7+G_9)v_4 + G_9v_5 = G_7 e_1 - G_9e_2 - j_{10}$

$G_9v_4 + (G_5+G_8+G_9)v_5 – G_8v_6 = G_9e_2 –G_8e_3$

$-G_8v_5 + (G_6+G_8)v_6 = G_8e_3 – j_{10}$

$$\begin{bmatrix} G_4+G_7+G_9 & G_9 & 0 \\ G_9 & G_5+G_6+G_8 & -G_8 \\ 0 & -G_5 & G_6+G_8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_7 & -G_9 & 0 & -1 \\ 0 & G_9 & -G_8 & 0 \\ 0 & 0 & G_8 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ j_{10} \end{bmatrix}$$

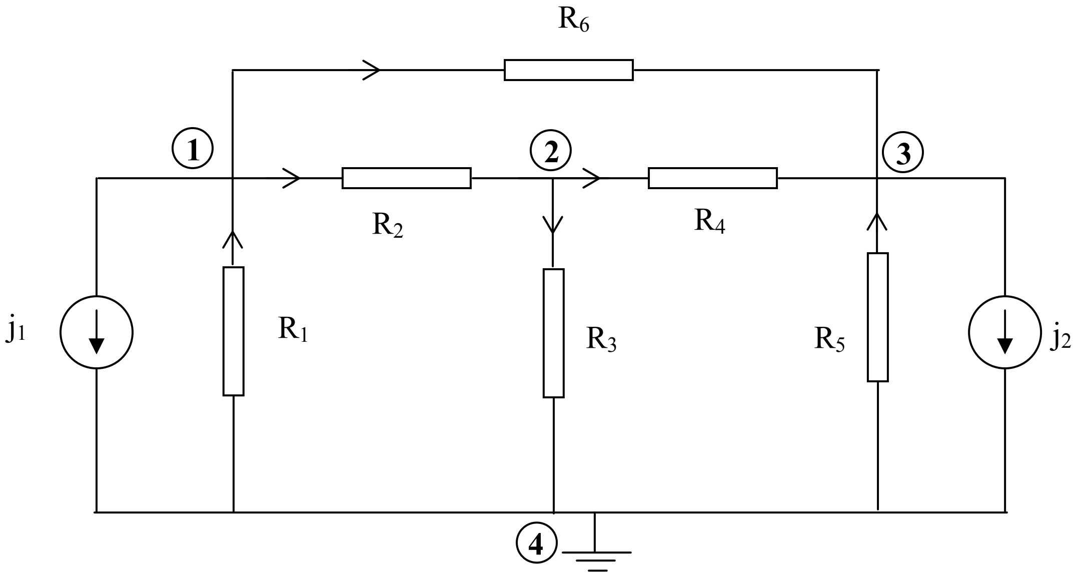
Buradan dal gerilimleri elde edilebilir.

DÜĞÜM GERİLİMLERİ YÖNTEMİ

Devrede sadece 2-uçlu direnç ve bağımsız akım kaynakları olsun.

n_d-1 tane düğüm denklemleri $\mathbf{Ai}=\mathbf{0}$
n_d-1 tane KGY $\mathbf{v}=\mathbf{A}^T\mathbf{e}$
n_e tane eleman tanım bağıntıları M$\mathbf{v}$+N$\mathbf{i}$=w (w=kaynaklar)

$$\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & U & -A^T \\ N & M & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{i} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix}$$



Adım 1: Düğümler için KAY $\mathbf{Ai}=\mathbf{0}$

$-i_1 + i_2 + i_6 + j_1 = 0$

$-i_2 + i_3 + i_6 = 0$

$-i_4 - i_5 - j_2 - i_6 = 0$

Adım 2: Tanım bağ. gerilim kontrollü yaz. $\mathbf{i}=\mathbf{Gv}$

$-G_1 v_1 + G_2 v_2 + G_6 v_6 + j_1 = 0$

$-G_2 v_2 + G_3 v_3 + G_6 v_6 = 0$

$-G_4 v_4 - G_5 v_5 - G_6 v_6 - j_2 = 0$

Adım 3: KGY $\mathbf{v}=\mathbf{A}^T\mathbf{e}$

$v_1=-e_1$, $v_2=e_1-e_2$, $v_3=e_2$, $v_4=e_2-e_3$,
$v_5=-e_3$, $v_6=e_1-e_3$

Adım 4: Bunları 2' deki denklemlerde yerine koy.

$-G_1(-e_1) + G_2(e_1-e_2) + G_6(e_1-e_3) + j_1 = 0$

$-G_2(e_1-e_2) + G_3(e_2) + G_6(e_1-e_3) = 0$

$-G_4(e_2-e_3) - G_5(-e_3) - G_6(e_1-e_3) - j_2 = 0$

$(G1+G_2+G_6)e_1 - G_2e_2 - G_6e_3 + j_1 = 0$
$-G_2e_1 + (G_2+G_3+G_6)e_2 - G_4e_3 = 0$
$-G_6e_1 - G_4e_2 + (G_4+G_5+G_6)e_3 - j_2 = 0$

Not: Düğüm Gerilimleri Yöntemi aynı şekilde, devrede tanım bağıntıları $\mathbf{i}=\mathbf{G_{tb}v}$ olarak yazılabilen elemanlar varsa da, uygulanabilir.

Genel olarak, bu yöntem sonucunda elde edilen denklemleri

$$\mathbf{Ge} + \mathbf{Tj}=\mathbf{0}$$

şeklinde yazabiliriz.

G:

G_{ii}: i. düğüme bağlı dirençlerin iletkenliklerinin toplamı
G_{ij}: i. ve j. düğüme ortak olan dirençlerin iletkenliklerin toplamının ters işaretlisi

T:

T_{ip}: i. düğüme bağlı olann p. akım kaynağının yönü düğümden dışarı doğru ise (+1), aksi halde (-1) olur. Bu düğüme akım kaynağı bağlı değil ise, değeri 0 olur.

GENELLEŞTİRİLMİŞ DÜĞÜM GERİLİMLERİ YÖNTEMİ

Devrede direnç, gerilim ve akım kaynakları ile diğer cebirsel lineer çok-uçlular olsun.
Bu elemanları iki grupta toplayalım.
1) Bağımsız akım kaynakları, lineer dirençler
2) Diğer elemanlar (bağımsız gerilim kaynakları, cebirsel çok-uçlular, …)

$$(n_d - 1) \quad \mathbf{Ai} = \mathbf{0} \qquad \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i_R} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{i_{di\check{g}}}_{er} \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{A_1 i_R} + \mathbf{A_2 j} + \mathbf{A_3 i_{di\breve{g}er}} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{i_R = G v_R} \qquad \mathbf{A_1 G v_R + A_2 j + A_3 i_{di\breve{g}er} = 0}$$

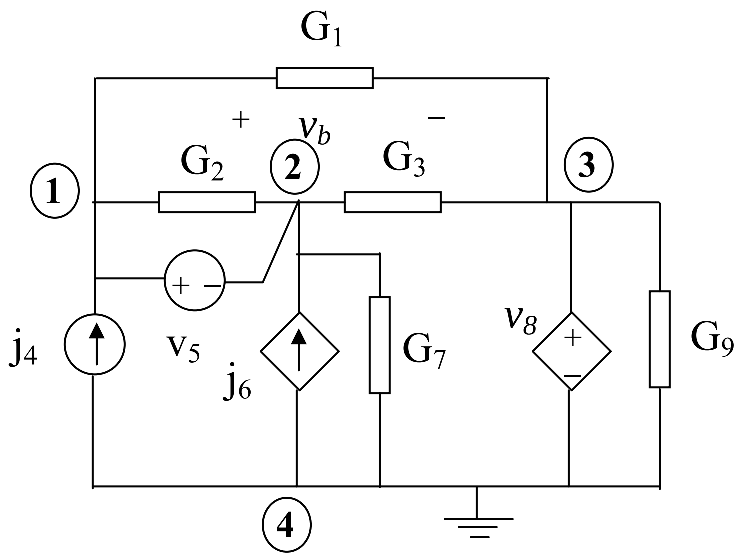
$$\begin{bmatrix} \mathbf{v_R} \\ \mathbf{v_j} \\ \mathbf{v_{di\breve{g}i\breve{g}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^T \\ A_2^T \\ A_3^T \end{bmatrix} \mathbf{e} \qquad \Rightarrow \qquad A_1 G A_1^T \mathbf{e} + A_3\, \mathbf{i_{di\breve{g}er}} = -A_2 \mathbf{j} \qquad (n_d\text{-1 denklem})$$

$$M\, \mathbf{v_{di\breve{g}er}} + N\, \mathbf{i_{di\breve{g}er}} = \mathbf{w} \qquad (\text{diğer elemanların tanım bağıntıları})$$

$$M\, A_3^T\, \mathbf{e} + N\, \mathbf{i_{di\breve{g}er}} = \mathbf{w}$$

$$\begin{bmatrix} A_1 G A_1^T & A_3 \\ M A_3^T & N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{i}_{\mathbf{di\breve{g}}er} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_2 \mathbf{j} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix}$$

Örnek 1:



$i_4 = j_4$ A
$v_5 = \cos t$ V
$i_6 = j_6$ A
$v_8 = 7v_b$

$[\mathbf{e}; \mathbf{i}_{\mathbf{di\breve{g}er}}] = [e_1, e_2, e_3; i_5, i_8]$

1.düğüm

$i_1 + i_2 + i_5 - i_4 = 0$

$G_1 v_2 + G_2 v_2 + i_5 - i_4 = 0$

$G_1(e_1 - e_3) + G_2(e_1 - e_2) + i_5 = j_4$

2.düğüm

$-i_2 + i_3 + i_7 - i_5 - i_6 = 0$

$-G_2 v_2 + G_3 v_3 + G_7 v_2 - i_5 - i_6 = 0$

$-G_2(e_1 - e_2) + G_3(e_2 - e_3) + G_7 e_2 - i_5 - i_6 = 0$

3.düğüm

$-i_1 - i_3 + i_9 + i_8 = 0$

$-G_1 v_1 - G_3 v_3 + G_9 v_9 + i_8 = 0$

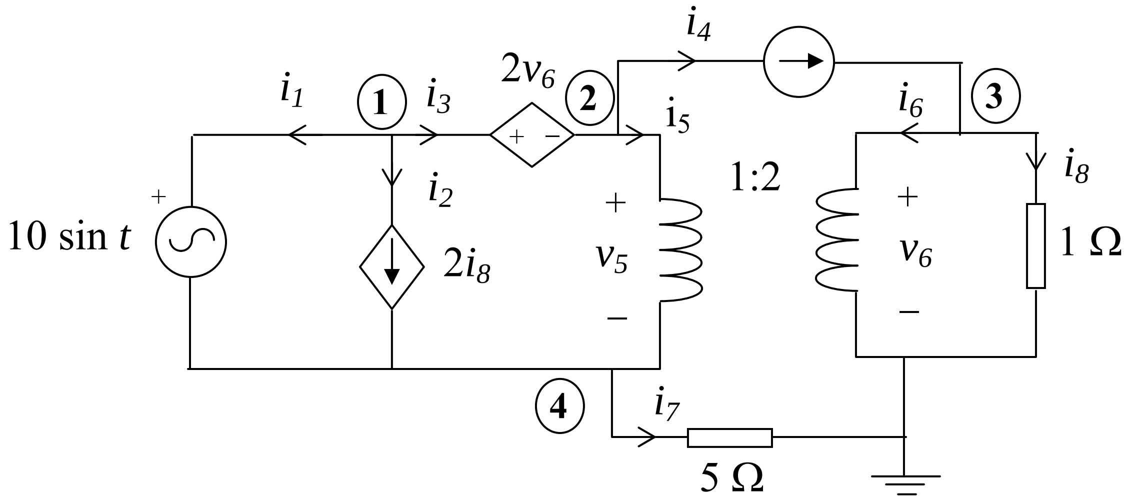
$-G_1(e_1 - e_3) - G_3(e_2 - e_3) + G_9 e_3 + i_8 = 0$

Eleman tanım bağıntıları (Ek denklemler)

ED1 $v_5 = e_1 - e_2$

ED2 $v_8 = 7v_b \quad e_3 = 7(e_1 - e_3)$

Örnek 2:



Transformatör T.B.

$$\begin{bmatrix} v_6 \\ i_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_6 \\ v_5 \end{bmatrix}$$

$[\mathbf{e}; \mathbf{i}_{\mathbf{diğer}}] = [e_1, e_2, e_3, e_4; i_1, i_2, i_3, i_5, i_6]$

düğüm		
1	$i_1 + i_2 + i_3 = 0$	$i_1 + i_2 + i_3 = 0$
2	$-i_3 + i_5 + i_4 = 0$	$-i_3 + i_5 = -i_4$
3	$-i_4 + i_6 + i_8 = 0$	$i_6 + e_3 = i_4$
4	$-i_2 - i_1 - i_5 + i_7 = 0$	$-i_2 - i_1 - i_5 + e_4/5 = 0$

4 denklem, 9 bilinmeyen

Tanım bağıntıları (Ek Denklemler)

ED1 $e_1 - e_4 = 10\ \text{sint}$

ED2 $i_2 = 2i_8 = 2e_3$

ED3 $e_1 - e_2 = 2e_3$

ED4 $e_3 = 2(e_2 - e_4)$

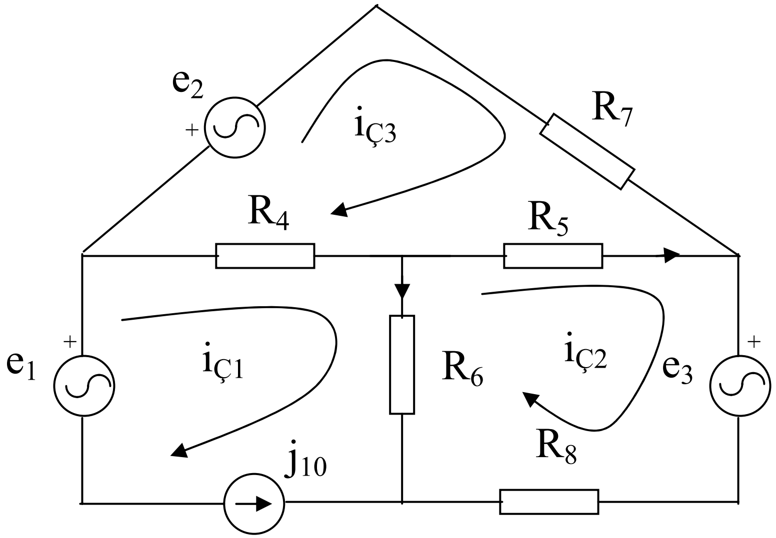
ED5 $i_5 = -i_6$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1/5 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \\ 0 \\ 10\sin t \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ÇEVRE AKIMLARI YÖNTEMİ

Göz: Bir devrenin bir çevresini, çevreye girmeyen elemanlar bölmüyorsa, o çevreye **göz** denir.

Çevre akımı: Bir devrenin herhangi bir çevresi boyunca, çevre yönü çizgisi doğrultusunda dolaştığı düşünülen akıma denir.



Yukarıdaki şekilde gözler ve gözlere ilişkin çevre akımları belirlenmiştir.

Tüm eleman akımlarını çevre akımları cinsinden yazmak mümkündür. Örneğin

$i_{R6}=i_{Ç1}-i_{Ç2}$
$i_{R5}=i_{Ç2}-i_{Ç3}$

Bir devrede göz sayısı: n_e - n_d + 1 dir. (n_e: eleman sayısı,
n_d: düğüm sayısı)

Bir devreye karşı gelen grafta temel çevreler için yazılan denklem sayısı n_e - n_d + 1 idi.
Aynı şekilde
n_e - n_d + 1 tane göze ilişkin KGY bağımsız denklem takımı oluşturur.

Bu denklemler

$$\mathrm{B}\mathbf{v} = 0$$

şeklinde yazılabilir.
Öte yandan eleman akımları çevre akımları cinsinden yazıldığında elde edilen katsayı matrisinin B^{T} olduğu görülür. Yani

$$\mathbf{i} = \mathrm{B}^{\mathrm{T}}\mathbf{i}_{\mathbf{Ç}}$$

eşitliği yazılabilir. Öte yandan eleman tanım bağıntıları da aşağıdaki gibi yazılsın.

$$\mathrm{M}\mathbf{v} + \mathrm{N}\mathbf{i} = \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} B & 0 & 0 \\ 0 & U & -B^T \\ N & M & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{i} \\ i_{Ç} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{w} \end{bmatrix}$$

Sadece 2-uçlu direnç ve bağımsız gerilim kaynakları içeren devreleri karşı gelen yukarıdaki denklemleri yerine koyma şeklinde çözmek için geliştirilen yönteme **Çevre Akımları Yöntemi** denir.

Çevre Akımları Yöntemi aşağıdaki adımlarla verilebilir:

1: $B\mathbf{v} = 0$

2: $B\,[\,Z\,\mathbf{i} + \mathbf{v_k}\,] = 0$

(Eleman tanım bağıntıları $\mathbf{v} = Z\,\mathbf{i} + \mathbf{v_k}$ şeklinde olsun)

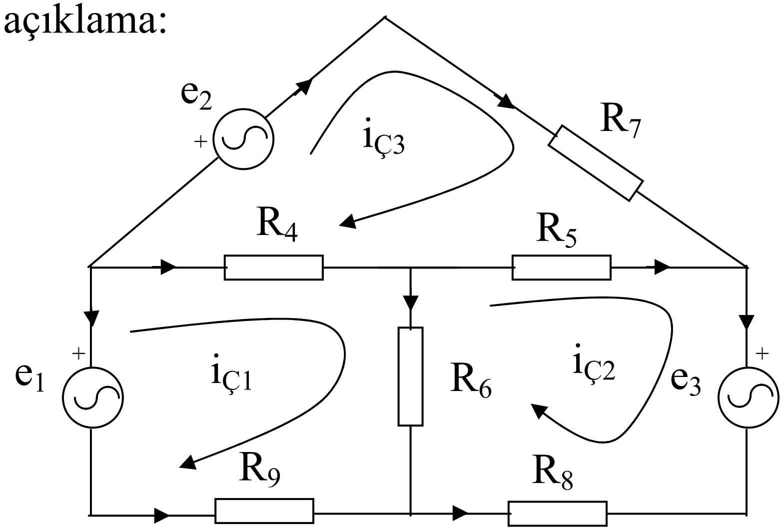
$B\,Z\,\mathbf{i} = -B\,\mathbf{v_k}$

3: $\mathbf{i} = B^T\,\mathbf{i_Ç}$

$$B\,Z\,B^T\,\mathbf{i_Ç} = -B\,\mathbf{v_k}$$

Her iki tarafta $B\,Z\,B^T$ tersiyle çarpılırsa, $\mathbf{i_Ç}$ çözülebilir.

Örnekle açıklama:



Şekildeki devreye ilişkin devre denklemlerini Çevre Akımları Yöntemiyle elde ediniz.

1: $B\mathbf{v} = 0$

$v_4+v_6-v_9-v_1=0$

$v_5+v_3-v_8-v_6=0$

$v_2+v_7-v_5-v_4=0$

2: $B\,[\,Z\,\mathbf{i} + \mathbf{v_k}\,] = 0$

(Eleman tanım bağıntıları $\mathbf{v} = Z\,\mathbf{i} + \mathbf{v_k}$ şeklinde olsun.

$v_1=e_1$, $v_2=e_2$, $v_3=e_3$, $v_4=R_4i_4$, $v_5=R_5i_5$, $v_6=R_6i_6$, $v_7=R_7i_7$, $v_8=R_8i_8$, $v_9=R_9i_9$)

$R_4i_4+ R_6i_6-R_9i_9-e_1=0$
$R_5i_5+e_3- R_8i_8- R_6i_6=0$
$e_2+ R_7i_7- R_5i_5- R_4i_4=0$

$B\ Z\ \mathbf{i} = -B\ \mathbf{v_k}$

3: $\mathbf{i} = B^T\ \mathbf{i_Ç}$

$i_1=-i_{Ç1}$, $i_2=i_{Ç3}$, $i_3=i_{Ç2}$, $i_4=i_{Ç1}-i_{Ç3}$, $i_5=i_{Ç2}-i_{Ç3}$, $i_6=i_{Ç1}-i_{Ç2}$, $i_7=i_{Ç3}$, $i_8=-i_{Ç2}$, $i_9=-i_{Ç1}$

$$B\ Z\ B^T\ \mathbf{i_Ç} = -B\ \mathbf{v_k}$$

$R_4(i_{Ç1}-i_{Ç3})+ R_6(i_{Ç1}-i_{Ç2})-R_9i_{Ç1}-e_1=0$
$R_5(i_{Ç2}-i_{Ç3})+e_3+ R_8i_{Ç2}- R_6(i_{Ç1}-i_{Ç2})=0$
$e_2- R_7i_{Ç3}- R_5(i_{Ç2}-i_{Ç3})- R_4(i_{Ç1}-i_{Ç3})=0$

Bu denklemler aşağıdaki gibi düzenlenebilir.

$(R_4+R_6-R_9)i_{Ç1}-R_4i_{Ç3}- R_6i_{Ç2} =e_1$
$R_6i_{Ç1} + (R_6+R_5+R_8)i_{Ç2}- R_5i_{Ç3}= -e_3$
$-R_4i_{Ç1}- R_5i_{Ç2}- (R_4+R_5-R_7)\ i_{Ç3}=-e_2$

Bu üç lineer bağımsız denklemden $i_{Ç1}$, $i_{Ç2}$ ve $i_{Ç3}$ çözülebilir.

Bir kere çevre akımları belirlendikten sonra, tüm eleman akımları ve tanım bağıntıları yardımıyla da tüm eleman gerilimleri kolaylıkla bulunabilir.