Hubungan atau Relasi

- Dalam berbagai aplikasi, **hubungan/relasi** antara dua himpunan (sering disederhanakan menjadi variabel) sering terjadi.
- Misalnya, volume bola dengan jari-jari *r* diberikan oleh relasi

$$V = \frac{4}{3}\pi\, r^3$$

- Definisi : Diketahui R relasi dari A ke B. Apabila setiap $x \in A$ berelasi R dengan tepat satu $y \in B$ maka R disebut **fungsi** dari A ke B.

Fungsi

- Fungsi dinyatakan dengan huruf-huruf: f, g, h, F, H, dst.
- Apabila f merupakan fungsi dari himpunan A ke himpunan B, maka dituliskan:

$$f : A \to B$$

- Dalam hal ini, **himpunan *A*** dinamakan *domain* atau *daerah definisi* atau *daerah asal*, sedangkan **himpunan *B*** dinamakan *kodomain* atau *daerah kawan* fungsi f.

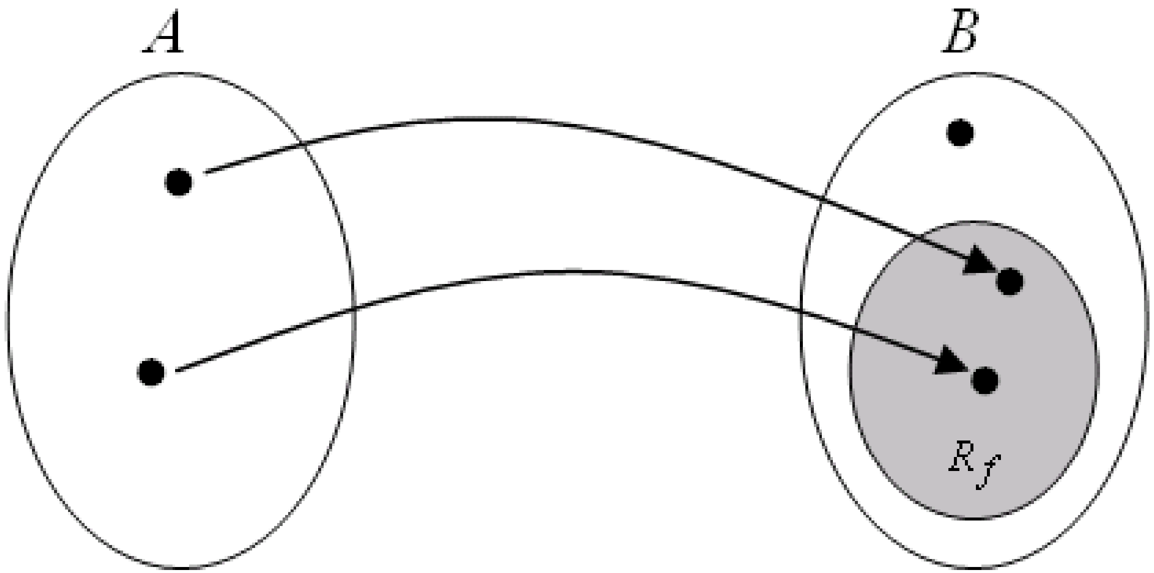
Daerah Asal dan Nilai

- Domain fungsi *f* ditulis dengan notasi *Df*,

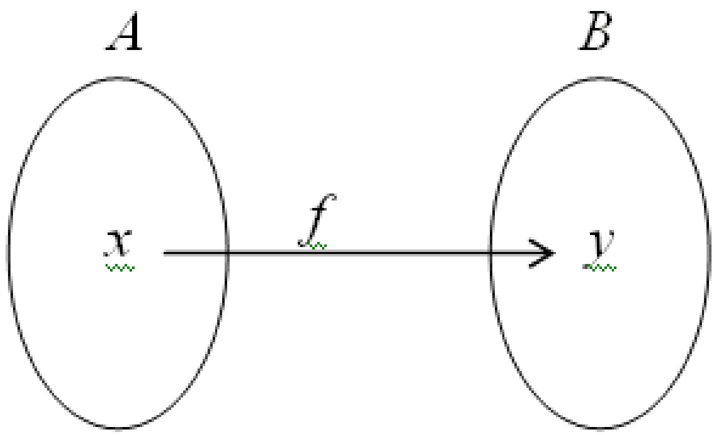
$$D_f = \{x \in R : \; f(x) \text{ ada (terdefinisikan)}\}$$

- Himpunan semua anggota *B* yang mempunyai kawan di *A* dinamakan *range* atau *daerah nilai* fungsi *f*, ditulis R_f atau Im(*f*) $\rightarrow$ Perhatikan gambar berikut

Fungsi : Daerah Asal dan Nilai



Fungsi



- Jika pada fungsi $f : A \rightarrow B$, sebarang elemen $x \in A$ mempunyai kawan $y \in B$, maka dikatakan "*y* merupakan nilai fungsi *f* di *x*" dan ditulis $y = f(x)$.
- Selanjutnya, *x* dan *y* masing-masing dinamakan *variable bebas* dan *variabel tak bebas*.
- Sedangkan $y = f(x)$ disebut *rumus fungsi f*.

Daerah Asal dan Nilai

- Daerah asal (D_f)

$$D_f = \{x \in R : f(x) \in R\}$$

$$D_f = \{x \in \mathit{R\ sehingga}\ \ f(x)\ \text{ ada (terdefinisikan)}\}$$

- Daerah nilai (R_f)

$$R_f = \{f(x) \in R : x \in D_f\}$$

$$R_f = \{berapa\ f(x) \in R\ untuk\ semua\ x \in D_f\}$$

Mencari daerah asal dan daerah nilai

Contoh 1

$$f(x) = \sqrt{1+x} \qquad \text{dan} \qquad g(x) = -x^2 - 1$$

$D_f = \text{Di bawah akar} \geq 0$

$= 1 + x \geq 0$

$D_f = [-1, \infty)$

$R_f = [0, \infty)$

$D_g = (-\infty, \infty)$

$-\infty < x < \infty$

$0 \leq x^2 < \infty$

$-\infty < -x^2 \leq 0$

$-\infty - 1 < -x^2 - 1 \leq 0 - 1$

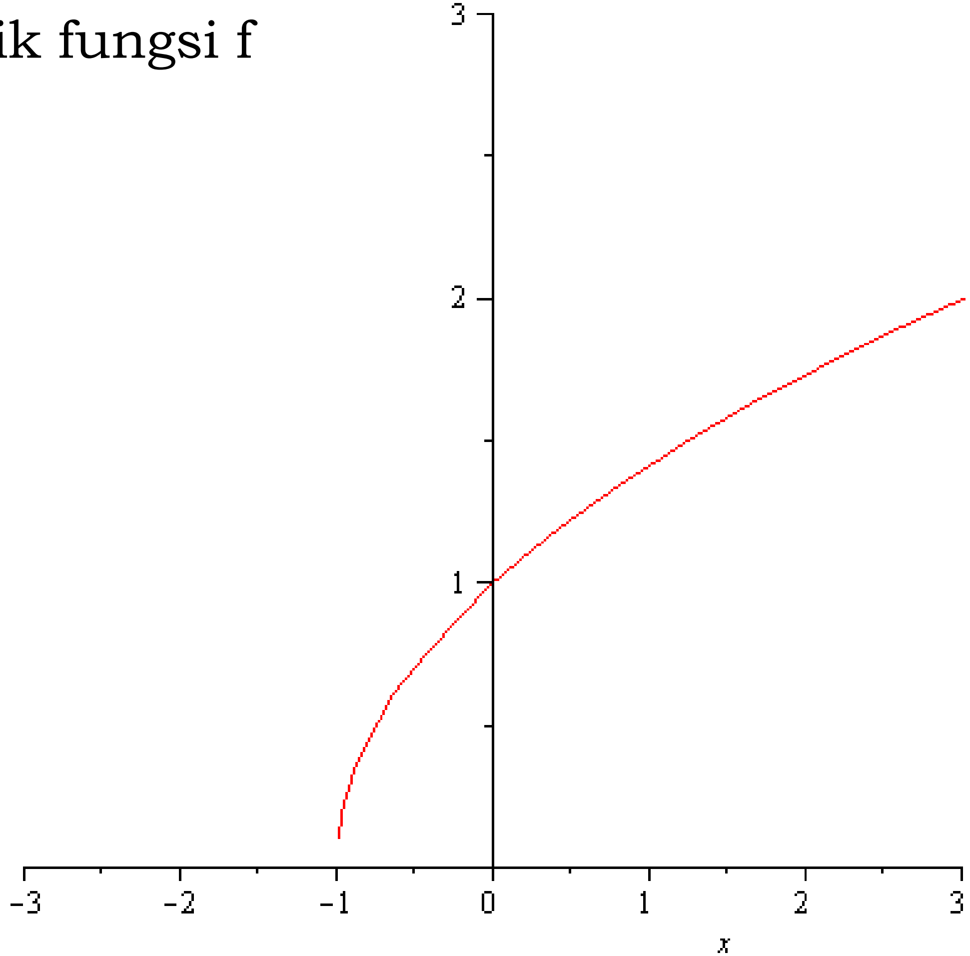
$-\infty < -x^2 - 1 \leq -1$

$-\infty < g(x) \leq -1$

$R_g = (-\infty, -1]$

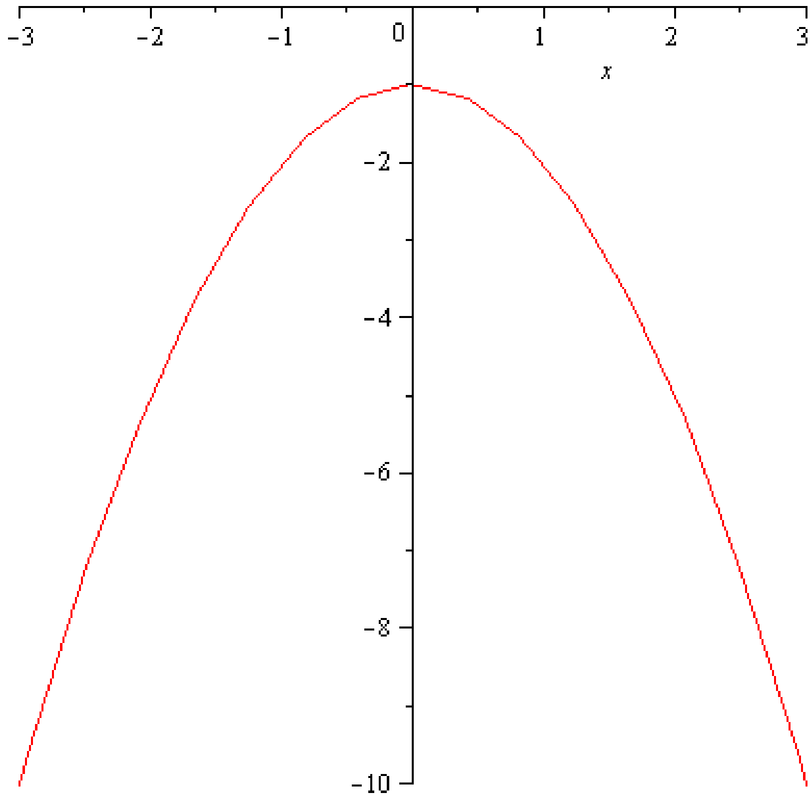
Hubungan Df dan Rf dengan Grafik Fungsi

Ilustrasi grafik fungsi f



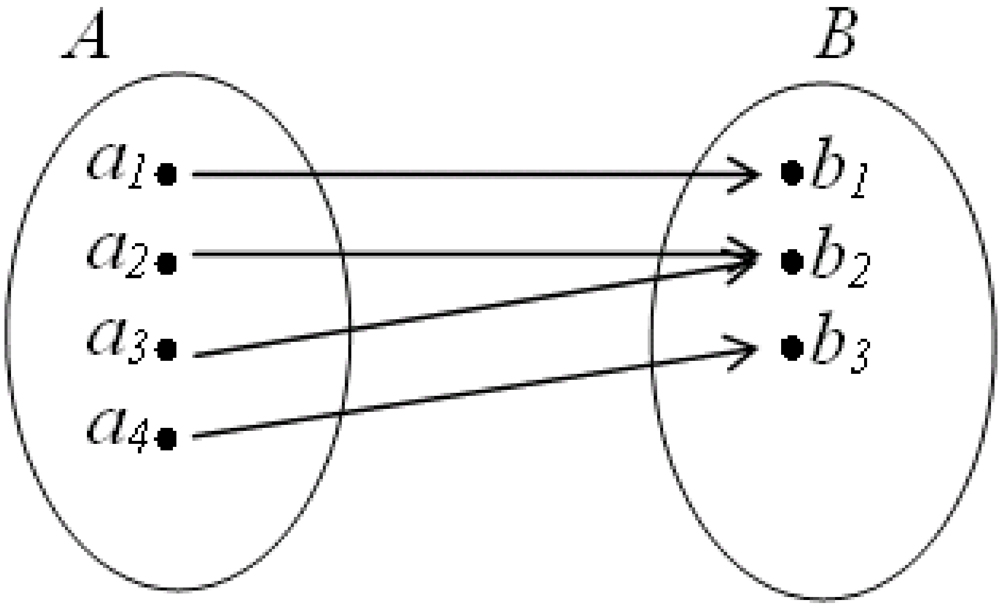
Hubungan Dg dan Rg dengan Grafik Fungsi

Ilustrasi grafik fungsi g



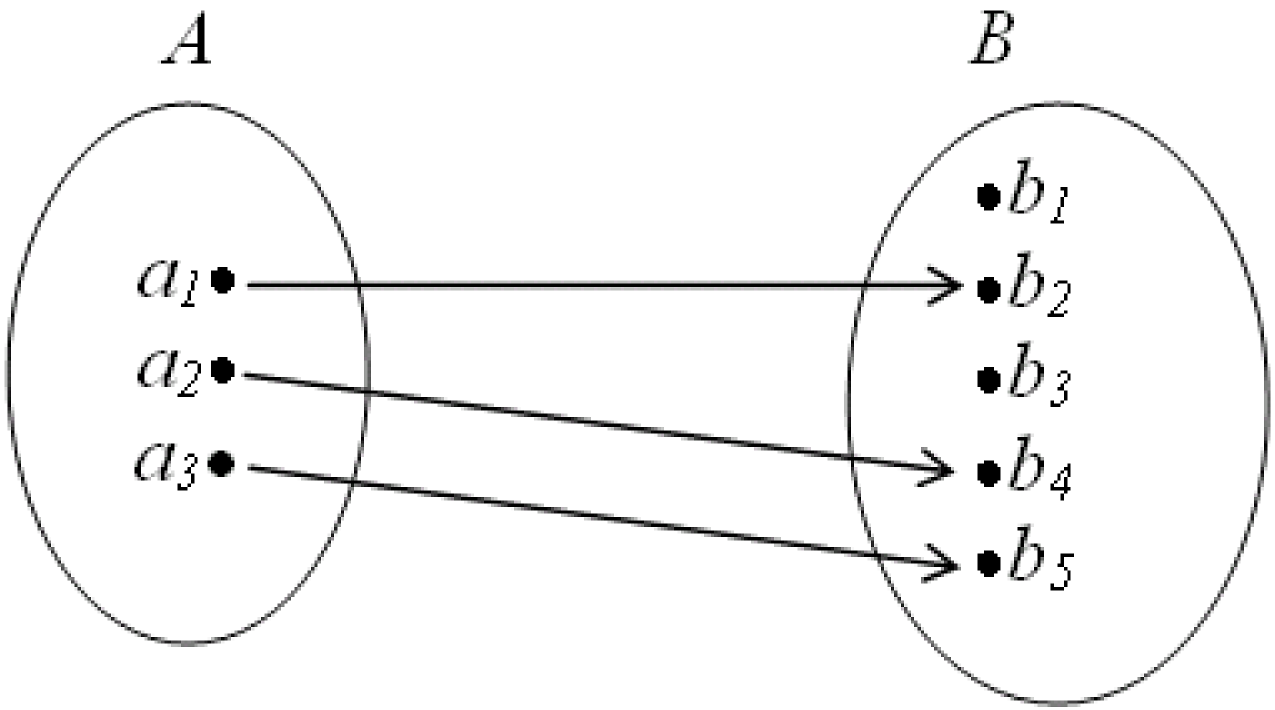
Fungsi Surjektif

Apabila setiap anggota himpunan *B* mempunyai kawan anggota himpunan *A*, maka *f* disebut ***fungsi surjektif***



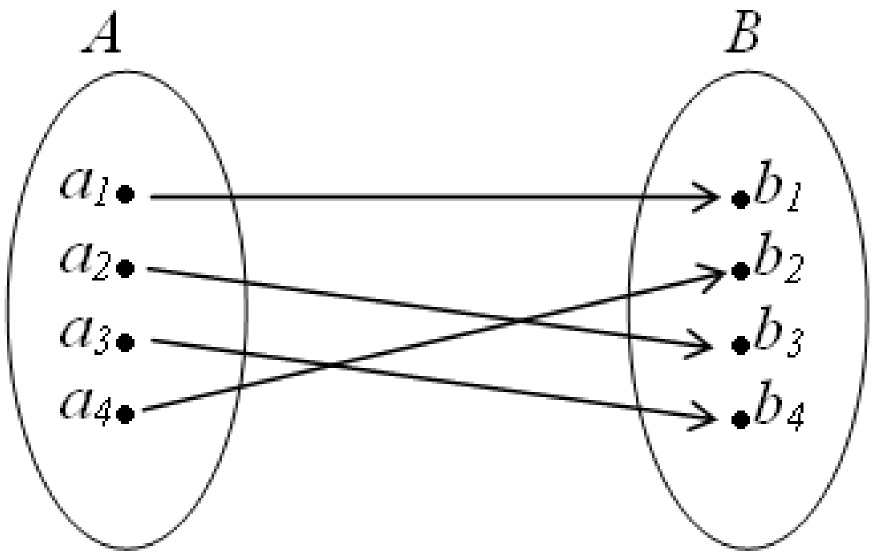
Fungsi Injektif

Apabila setiap anggota himpunan *B* mempunyai yang kawan di *A*, kawannya tunggal, maka *f* disebut ***fungsi injektif***



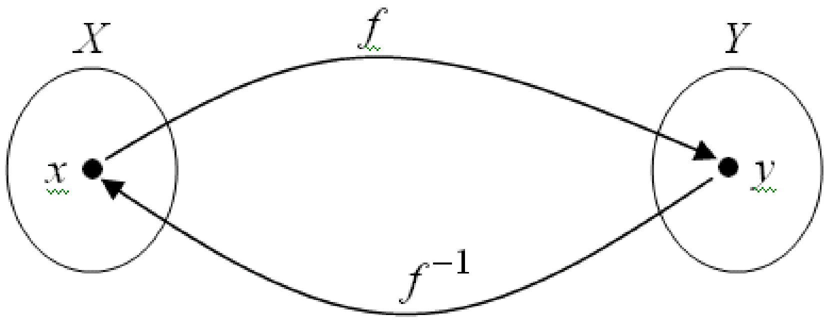
Fungsi Bijektif

- Jika setiap anggota himpunan *B* mempunyai tepat satu kawan di *A* maka *f* disebut ***fungsi bijektif*** **atau** ***korespodensi*** **1-1**.
- Mudah dipahami bahwa korespondensi 1-1 adalah fungsi surjektif sekaligus injektif.



Fungsi Invers

- Apabila merupakan korespondensi 1 – 1, maka mudah ditunjukkan bahwa invers *f* juga merupakan fungsi.
- Fungsi ini disebut *fungsi invers*, ditulis dengan notasi f^{-1} .



$$x = f^{-1}(y) \quad \Leftrightarrow \quad y = f(x)$$

dengan

$$D_{f^{-1}} = R_f \text{ dan } R_{f^{-1}} = D_f$$

Operasi Pada Fungsi

Diberikan skalar real α dan fungsi-fungsi *f* dan *g*. , maka :

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(\alpha f)(x) = \alpha f(x)$$

$$(f.g)(x) = f(x).g(x)$$

$$(\frac{f}{g})(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, \text{ asalkan } g(x) \neq 0$$

Operasi Pada Fungsi

Domain masing-masing fungsi di atas adalah irisan domain *f* dan domain *g*, kecuali untuk f/g

$$D_{f/g} = \{x \in D_f \cap D_g : \; g(x) \neq 0\}$$

,