

Линейный поиск

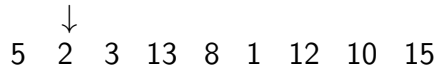
5 2 3 13 8 1 12 10 15

Линейный поиск

↓
5 2 3 13 8 1 12 10 15

Линейный поиск

5 2 3 13 8 1 12 10 15



Линейный поиск

5 2 3 13 8 1 12 10 15

↓

Линейный поиск

5 2 3 13 8 1 12 10 15

↓

Линейный поиск

5 2 3 13 8 1 12 10 15

↓

Линейный поиск

5 2 3 13 8 1 12 10 15

↓

Линейный поиск

5 2 3 13 8 1 12 10 15

↓

Линейный поиск

5 2 3 13 8 1 12 10 15

↓

Линейный поиск

5 2 3 13 8 1 12 10 15

↓

Алгоритм линейного поиска

```
int Find(int[] array, int query)
{
    for (int i=0;i<array.Length;i++)
        if (array[i]==query)
            return i;
    return -1;
}
```

Бинарный поиск

Поиск 7

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 7 | 9 | 10 | 12 | 12 | 12 | 15 | 20 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

Бинарный поиск

Поиск 7

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|---|
| [| | | | | | | | | | | | |] |
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 7 | 9 | 10 | 12 | 12 | 12 | 15 | 20 | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |

Бинарный поиск

Поиск 7

| | | | | | | | | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| [| | | | | | ↓ | | | | | |] |
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 7 | 9 | 10 | 12 | 12 | 12 | 15 | 20 |
| <hr/> | | | | | | | | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

Бинарный поиск

Поиск 7

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| [| | | | | | |] | | | | | |
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 7 | 9 | 10 | 12 | 12 | 12 | 15 | 20 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

Бинарный поиск

Поиск 7

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|--|
| [| | | | ↓ | |] | | | | | | | |
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 7 | 9 | 10 | 12 | 12 | 12 | 15 | 20 | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |

Бинарный поиск

Поиск 7

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|--|
| | | | | [| |] | | | | | | | |
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 7 | 9 | 10 | 12 | 12 | 12 | 15 | 20 | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |

Бинарный поиск

Поиск 7

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| | | | | [| ↓ |] | | | | | | |
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 7 | 9 | 10 | 12 | 12 | 12 | 15 | 20 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

Бинарный поиск

Поиск 7

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|--|
| | | | | [|] | | | | | | | | |
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 7 | 9 | 10 | 12 | 12 | 12 | 15 | 20 | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |

Бинарный поиск

Поиск 7

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| | | | | | | | | | | | | |
| | | | | ↓ | | | | | | | | |
| | | | | [|] | | | | | | | |
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 7 | 9 | 10 | 12 | 12 | 12 | 15 | 20 |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

Бинарный поиск

Поиск 7

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|--|
| | | | | □ | | | | | | | | | |
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 7 | 9 | 10 | 12 | 12 | 12 | 15 | 20 | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |

Бинарный поиск

Поиск 4

| | | | | |
|-------|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 5 | 7 | 9 |
| <hr/> | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |

Бинарный поиск

Поиск 4

| | | | | | |
|-------|---|---|---|---|---|
| [| | | | |] |
| 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | |
| <hr/> | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | |

Бинарный поиск

Поиск 4

| | | | | |
|-------|---|---|---|---|
| [| | ↓ | |] |
| 1 | 3 | 5 | 7 | 9 |
| <hr/> | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |

Бинарный поиск

Поиск 4

| | | | | | |
|-------|---|---|---|---|--|
| [| | | |] | |
| 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | |
| <hr/> | | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | |

Бинарный поиск

Поиск 4

| | | | | |
|-------|---|---|---|---|
| [| ↓ |] | | |
| 1 | 3 | 5 | 7 | 9 |
| <hr/> | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |

Бинарный поиск

Поиск 4

| | | | | |
|-------|---|---|---|---|
| | | □ | | |
| 1 | 3 | 5 | 7 | 9 |
| <hr/> | | | | |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |

Алгоритм бинарного поиска

```
int Find(int[] array, int query)
{
    int left=0;
    int right=array.Length-1;
    while(left<right)
    {
        var middle=(left+right)/2;
        if (query<=array[middle])
            right=middle;
        else
            left=middle+1;
    }
    if (array[right]==query)
        return right;
    return -1;
}
```

Алгоритм бинарного поиска

```
int Find(int[] array, int query)
{
    int left=0;
    int right=array.Length-1;
    while(left<right)
    {
        var middle=(left+right)/2;
        if (query<=array[middle])
            right=middle;
        else
            left=middle+1;
    }
    if (array[right]==query)
        return right;
    return -1;
}
```

Утверждение. На каждой итерации значение `right-left` уменьшается.

Алгоритм бинарного поиска

```
int Find(int[] array, int query)
{
    int left=0;
    int right=array.Length-1;
    while(left<right)
    {
        var middle=(left+right)/2;
        if (query<=array[middle])
            right=middle;
        else
            left=middle+1;
    }
    if (array[right]==query)
        return right;
    return -1;
}
```

Утверждение. На каждой итерации значение `right-left` уменьшается.

Следовательно, рано или поздно оно станет неположительным, т.е. условие `left<right` нарушится.

Алгоритм бинарного поиска

```
int Find(int[] array, int query)
{
    int left=0;
    int right=array.Length-1;
    while(left<right)
    {
        var middle=(left+right)/2;
        if (query<=array[middle])
            right=middle;
        else
            left=middle+1;
    }
    if (array[right]==query)
        return right;
    return -1;
}
```

Утверждение. Если в массиве есть
искомые значения, то на каждой
итерации хотя бы одно из них находится
между индексов left и right

Алгоритм бинарного поиска

```
int Find(int[] array, int query)
{
    int left=0;
    int right=array.Length-1;
    while(left<right)
    {
        var middle=(left+right)/2;
        if (query<=array[middle])
            right=middle;
        else
            left=middle+1;
    }
    if (array[right]==query)
        return right;
    return -1;
}
```

Утверждение. Если в массиве есть искомые значения, то на каждой итерации хотя бы одно из них находится между индексов left и right

Следовательно, если по завершению массива значение не обнаружено, то его не было в исходном массиве.

Алгоритм бинарного поиска

```
int Find(int[] array, int query)
{
    int left=0;
    int right=array.Length-1;
    while(left<right)
    {
        var middle=(left+right)/2;
        if (query<=array[middle])
            right=middle;
        else
            left=middle+1;
    }
    if (array[right]==query)
        return right;
    return -1;
}
```

Утверждение. На каждой итерации значение $right-left$ уменьшается не менее чем вдвое.

Алгоритм бинарного поиска

```
int Find(int[] array, int query)
{
    int left=0;
    int right=array.Length-1;
    while(left<right)
    {
        var middle=(left+right)/2;
        if (query<=array[middle])
            right=middle;
        else
            left=middle+1;
    }
    if (array[right]==query)
        return right;
    return -1;
}
```

Утверждение. На каждой итерации значение `right-left` уменьшается не менее чем вдвое.

Утверждение. Если последовательно уменьшать число N путем целочисленного деления на 2, то в ноль оно обратится не позже, чем через $\lceil \log_2 N \rceil + 1$ шагов

Алгоритм бинарного поиска

```
int Find(int[] array, int query)
{
    int left=0;
    int right=array.Length-1;
    while(left<right)
    {
        var middle=(left+right)/2;
        if (query<=array[middle])
            right=middle;
        else
            left=middle+1;
    }
    if (array[right]==query)
        return right;
    return -1;
}
```

Утверждение. На каждой итерации значение $\text{right}-\text{left}$ уменьшается не менее чем вдвое.

Утверждение. Если последовательно уменьшать число N путем целочисленного деления на 2, то в ноль оно обратится не позже, чем через $\lceil \log_2 N \rceil + 1$ шагов

Следовательно, алгоритм совершит порядка $\log \text{array.Length}$ шагов, и имеет оценку сложности $\Theta(\log n)$.

$$\frac{l+r}{2} = l + \frac{r-l}{2}$$

Вариант 1.

$$r' = l + \frac{r-l}{2}, \quad l' = l$$

$$r' - l' = l + \frac{r-l}{2} - l = \frac{r-l}{2} < r - l$$

Вариант 2.

$$r' = r, \quad l' = 1 + l + \frac{r-l}{2}$$

$$r' - l' = r - l - \frac{r-l}{2} - 1 < \frac{r-l}{2} < r - l$$

$$\dots \quad a \quad b \quad \dots$$

$$\quad \uparrow$$

$$\quad m, r$$

$$\begin{array}{ccccc} \dots & a & & b & \dots \\ & \uparrow & & & \\ & m, r & & & \end{array}$$

$$a > q, \quad b = q$$

$$\begin{array}{ccccc} \dots & a & & b & \dots \\ & \uparrow & & & \\ & m, r & & & \end{array}$$

$$a > q, b = q \Rightarrow a > b$$

$$l = \lceil \log_2 N \rceil + 1$$

$$2^l > N$$

$$1 = \frac{2^l}{2^l} > \frac{N}{2^l}$$

Анализ алгоритма

1. Доказательство корректности:
 - 1.1 Алгоритм всегда останавливается?
 - 1.2 Алгоритм всегда возвращает правильный ответ?
2. Оценка сложности алгоритма