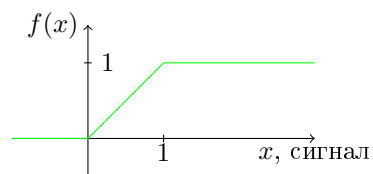


1 Аналоговые машины

Аналоговые величины выражаются действительными числами.
 $\langle \mathbb{Z} \cup \{\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4} \dots\} \rangle$

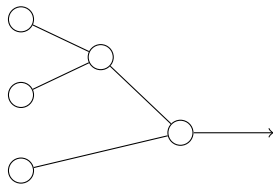
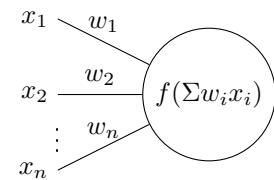
Операции:

- сложение
- умножение на константу
- применение нелинейной операции

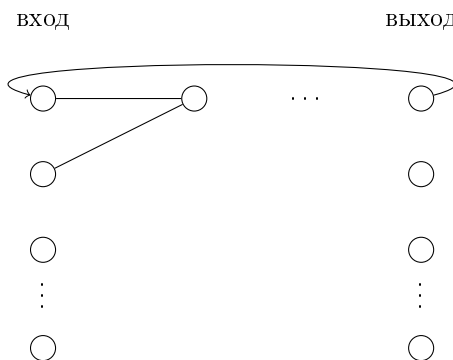


2 Искусственная нейронная сеть

Модель, в которой можно посторить аналоговую машину.
Нейрон: несколько входов, на каждом вес-константа.



однонаправленная сеть нейронов без циклов



Цилиндрическая нейронная сеть с рациональными весами эквивалентна МТ.

\Rightarrow Очевидно.

\Leftarrow Идея на примере. Рассмотрим машину Минского.

$$\begin{aligned} q_1 &: R_1 ++, q_2 \\ q_2 &: R_1 -- ? q_3 : q_4 \\ q_3 &: R_1 -- ? q_1 : q_4 \\ q_4 &: STOP \end{aligned}$$

Переводим ММ в архитектуру нейронных сетей.

$$\begin{array}{ccc} q_1 \bigcirc & & q'_1 \bigcirc \\ q_2 \bigcirc & & q'_2 \bigcirc \\ q_3 \bigcirc & & q'_3 \bigcirc \\ q_4 \bigcirc & & q'_4 \bigcirc \\ R_1 \bigcirc & & R'_1 \bigcirc \\ \vdots & & \vdots \\ R_m \bigcirc & & R'_m \bigcirc \end{array}$$

Кодируем регистры: $\varphi(R) = \frac{\varphi(R-1)+1}{2}$

$$\varphi(0) = 0 \Leftrightarrow R = 0$$

$$\varphi(R) \in [\frac{1}{2}; 1), R > 0$$

$$q_1(t) = f(q_1(t-1), \dots, q_n(t-1), R_1(t-1), \dots, R_m(t-1))$$

$$q'_1 = f(q_1, \dots, q_n, R_1, \dots, R_m)$$

$$q'_1 = q_3 \& (R_1 > 1)$$

$$q'_2 = q_1$$

$$q'_3 = q_2 \& (R_1 > 1)$$

$$q'_4 = [q_2 \& (R_1 = 1)] \vee [q_3 \& (R_1 = 1)]$$

$$R'_1 = \tilde{\&}(next(R_1), q_1) \oplus \tilde{\&}(prev(R_1), q_2) \oplus \tilde{\&}(prev(R_1), q_3) \oplus \tilde{\&}(R_1, q_4)$$

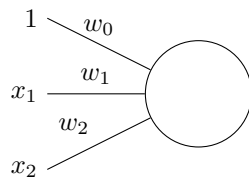
Введем функции:

- $next(x) = \frac{x+1}{2}$
- $prev(x) = 2x - 1$
- хитрая конъюнкция

$$\tilde{\&}(x, y) = \begin{cases} x, & y = 1 \\ 0, & y = 0 \end{cases}$$

Покажем как представить функции в нейронных сетях.

$\&$

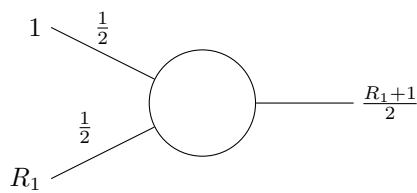


$$f(w_0 + w_1x_1 + w_2x_2)$$

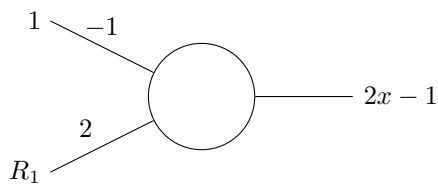
$w_0 = 0, w_1 = 1, w_2 = 1$

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & x > 1 \\ 0, & x < 0 \\ x, & 0 < x < 1 \end{cases}$$

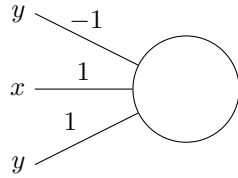
$next(x)$



$prev(x)$



$\tilde{\&}$



Утверждение 1. ЦНС с действительным весом может распознать любой язык.

$L = \{W_1, \dots, W_n, \dots\}$ - все МТ, которые останавливаются на любом входе.

$\Sigma^* = ' ', 'a', 'b', \dots, 'aa', 'ab', \dots$

$d = 1, 0, 0, 1, 1, 0, \dots$

$W = 0, 100110_2$

$[0, 100110_3]_2 \quad 0 < x < 1$

Строим сопроцессор для ЦНС, это тоже ЦНС, из которой будут выдаваться биты.

$$w \quad \bigcirc \quad \bigcirc \quad w' = 2w - b'$$

$$b \quad \bigcirc \quad \bigcirc \quad b' = \text{sign}(2w - 1)$$

w -невычислимое число \Rightarrow не существует алгоритма, который вычисляет с любой наперед заданной точностью.